SISTEMAS DE INFORMAÇÃO

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL DE PROBABILIDADES

Prof. Marcos A S de Jesus

jesusmar@unisanta.br

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL DE PROBABILDADES

Introdução

Imaginemos que uma mulher teve 3 filhos e queremos saber qual a probabilidade de ter nascido exatamente dois homens?

Poderíamos ter a seguintes situações possíveis para dois homens: MHH, HHM, HMH

Então temos 3 casos num total de 8 possíveis. Quem são os oito possíveis?

MHH, HHM, HMH, MMM, HHH, HMM, MMH e MHM.

Nesse caso a probabilidade seria igual a:

$p = \frac{3}{8}$ **= 0,375 ou 37,5%**

Na distribuição binomial temos o mesmo problema sendo interpretado de outra forma:

p é a probabilidade favorável a nascer um homem, que nesse caso é $\boldsymbol{p = \frac{1}{2}}$

q é a probabilidade não favorável, que nesse caso, também é meio, $\mathbf{q = \frac{1}{2}}$

Podemos calcular de quantos modos em 3 nascimentos, tem-se 3 homens.

Assim: $C_{3,2}$ **= ? (Lê-se: Combinação de 3 a 2)** $C_{3,2}$ **=** $\binom{3}{2}$ **(Lê-se: Binomial de 3 a 2)**

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!.(n-p)!}$$

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!.(n-p)!}$$

Lembrando que n! = n.(n-1).(n-2).(n-3)....1

5! = 5.4.3.2.1 = 120

3! = 3.2.1 = 6

6! = 720

Por exemplo: $\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!.(5-2)!} = \frac{5!}{2!.3!}$ **=** $\frac{5.4.3!}{2!.3!}$ **= 10**

FÓRMULA DA DISTRIBUIÇAO BINOMIAL

$$P = \binom{n}{x}.(p)^{x}.\,(q)^{n-x}$$

n = total de realizações do evento
x = número de casos desejados
p = probabilidade favorável ao evento desejado
q = probabilidade não favorável ao evento desejado
p + q =1

Então esse problema ficaria assim:

Uma mulher teve 3 filhos e queremos saber qual a probabilidade de ter nascido exatamente dois homens?

$$P = \binom{n}{x}.\,(p)^x.\ (q)^{n-x}$$

$$p + q = 1$$

n = 3
x = 2 homens
p = $\frac{1}{2}$ probabilidade favorável a nascer homem
q = $\frac{1}{2}$ probabilidade não favorável a nascer homem

$$P = \binom{3}{2}.\left(\frac{1}{2}\right)^2.\left(\frac{1}{2}\right)^{3-2}$$

$$p = 3.\frac{1}{4}.\frac{1}{2} = \frac{3}{8} = $$ 0,375 ou 37,5%

$$\binom{3}{2} = \frac{3!}{2!.(3-2)!} = \frac{6}{2} = 3$$

1.Uma família teve 5 filhos. Qual a probabilidade de que exatamente dois desses filhos sejam do gênero feminino?

$p = \frac{1}{2}$ e $q = \frac{1}{2}$

$$\binom{n}{k} = C_{n,k} = \frac{n!}{k!.(n-k)!}$$

$$P_2 = \binom{5}{2}.\left(\frac{1}{2}\right)^2.\left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2!.(5-2)!} = 10$$

$P_2 = 10.\frac{1}{4}.\frac{1}{8} = 0{,}3125$ ou

Resposta: P=31,25%

2. Um dado é lançado 6 vezes; qual a probabilidade de ser obter face 5 no máximo duas vezes?

$p = \frac{1}{6} e \; q = \frac{5}{6}$ teremos que calcular $P_0 + P_1 + P_2$

$$P_0 = \binom{6}{0} . (\frac{1}{6})^0 . (\frac{5}{6})^6$$

$$P_0 = 1.1 . (\frac{5}{6})^6 = 0,3349$$

$$P_0 = 33,49\%$$

$$P_1 = \binom{6}{1} . (\frac{1}{6})^1 . (\frac{5}{6})^5$$

$$P_1 = 6 . \frac{1}{6} . (\frac{5}{6})^6 = 0{,}401877$$

$$P_1 = 40{,}19\%$$

$$P_2 = \binom{6}{2} . (\frac{1}{6})^2 . (\frac{5}{6})^4$$

$$P_2 = 15 . \frac{1}{36} . (\frac{5}{6})^4 = 0{,}2009$$

$P_2 = 20{,}09\%$ Então, $P_0 + P_1 + P_2 =$ **93,77%**

3.Na escolha de cinco placas para pesquisa, de um lote com placas defeituosas e não defeituosas, ao acaso; qual a probabilidade de que todas sejam defeituosas, sabendo que 10% das placas do lote são defeituosas?

$$p = \frac{10}{100} = 0{,}1 \; logo \; q = 0{,}9$$ Para defeito

$$P_5 = \binom{5}{5} . (0{,}1)^5 . (0{,}9)^0$$

$$P_5 = 1.\ (0{,}1)^5 . 1 = 0{,}00001$$

$$P_5 = 0{,}001\%$$

Resposta: P=0,001%

4.De um grupo de 20 pessoas; qual a probabilidade de que exatamente duas sejam do gênero masculino?

$$p = \frac{1}{2}\, e\ q = \frac{1}{2}$$

$$P_2 = \binom{20}{2} . (\frac{1}{2})^2 . (\frac{1}{2})^{18}$$

$$P_2 = 190 . \frac{1}{4} . (\frac{1}{2})^{18} = 0{,}000181198 \text{ ou}$$

Resposta: **Aproximadamente igual a 0,0181198120%**

5.Na coleta de uma amostra de dados de uma pesquisa, é sabido que 2 em cada 100 animais, não servem para compor a amostra. Qual a probabilidade de que uma amostra casual de tamanho dez, contenha:

a) Nenhum desses animais que não servem para compor a amostra.

Resposta: Aproximadamente igual 81,7072806%

$p = \frac{2}{100} = 0{,}02 \; e \; q = 0{,}98$

p para não servir na composição da amostra

$$P_0 = \binom{10}{0} . (0{,}02)^0 . (0{,}98)^{10}$$

$$P_0 = 1.1.\ (0{,}98)^{10} = 0{,}81707$$

$$P_0 = 81{,}7\%$$

b)Exatamente dois animais que não servem;

Resposta: Aproximadamente igual a 1,5313734%

$p = \frac{2}{100} = 0{,}02 \; e \; q = 0{,}98$ p para não servir

$$P_2 = \binom{10}{2} . (0{,}02)^2 . (0{,}98)^8$$

$$P_2 = 45. \; 0{,}0004 . (0{,}98)^8 = 0{,}015313$$

$$P_2 = 1{,}53\%$$

c)Exatamente um animal que não serve para amostra;

Resposta: Aproximadamente igual 16,6749552%

$$p = \frac{2}{100} = 0{,}02 \; e \; q = 0{,}98$$ p Para não servir

$$P_1 = \binom{10}{1} . (0{,}02)^1 . (0{,}98)^9$$

$$P_1 = 10. \; 0{,}02 . (0{,}98)^9 = 0{,}16674$$

$$P_1 = 16{,}67\%$$

d)No máximo dois animais que não servem para compor a amostra.

Resposta: Aproximadamente igual a 99,9136092%

Teremos que calcular $P_0 + P_1 + P_2$

$p = \frac{2}{100} = 0{,}02 \; e \; q = 0{,}98$ p Para não servir

$$P_0 = \binom{10}{0} . (0,02)^0 . (0,98)^{10}$$

$$P_0 = 1.1.\ (0,98)^{10} = 0,81707$$

$$P_0 = 81,7\%$$

$$P_1 = \binom{10}{1} . (0{,}02)^1 . (0{,}98)^9$$

$$P_1 = 10.\ 0{,}02. (0{,}98)^9 = 0{,}16674$$

$$P_1 = 16{,}67\%$$

$$P_2 = \binom{10}{2}.(0{,}02)^2.(0{,}98)^8$$

$$P_2 = 45.\ 0{,}0004.(0{,}98)^8 \ = 0{,}015313$$

$$P_2 = 1{,}53\%$$

Resposta: $P_0 + \ P_1 \ + \ \ P_2$ **Aproximadamente igual a 99,9136092%**

6.A cada 1.000 aves de uma certa região do Brasil, 40 são ameaçadas de se tornar extintas; qual a probabilidade de que num grupo de 10 dessas aves que foram capturadas:

a) Exatamente 4 sejam ameaçadas de extinção;

Resposta: 0,04208105877% Aproximadamente

a) Nenhum seja ameaçado de extinção.

Resposta: Aproximadamente igual a 66,48326636%

a) Exatamente 4 sejam ameaçadas de extinção.

$$p = \frac{40}{1000} = 0{,}04\ ou\ 4\%\ probabildade\ favorável\ a\ ser\ ameaçado\ de\ extinção$$

Então $q = 0{,}96$

$$P = \binom{n}{x}.\,(p)^x.\ (q)^{n-x}$$

$$P = \binom{10}{4}.(0{,}04)^4.(0{,}96)^6$$

$$P = 210.\,(0{,}04)^4.(0{,}96)^6$$

$$P = 0{,}000420810$$

$$\boldsymbol{P = 0{,}0420810\%}$$

b) Nenhuma seja ameaçada de extinção.

$$p = \frac{40}{1000} = 0{,}04\ ou\ 4\%\ probabildade\ favorável\ a\ ser\ ameaçado\ de\ extinção$$

Então $q = 0{,}96$

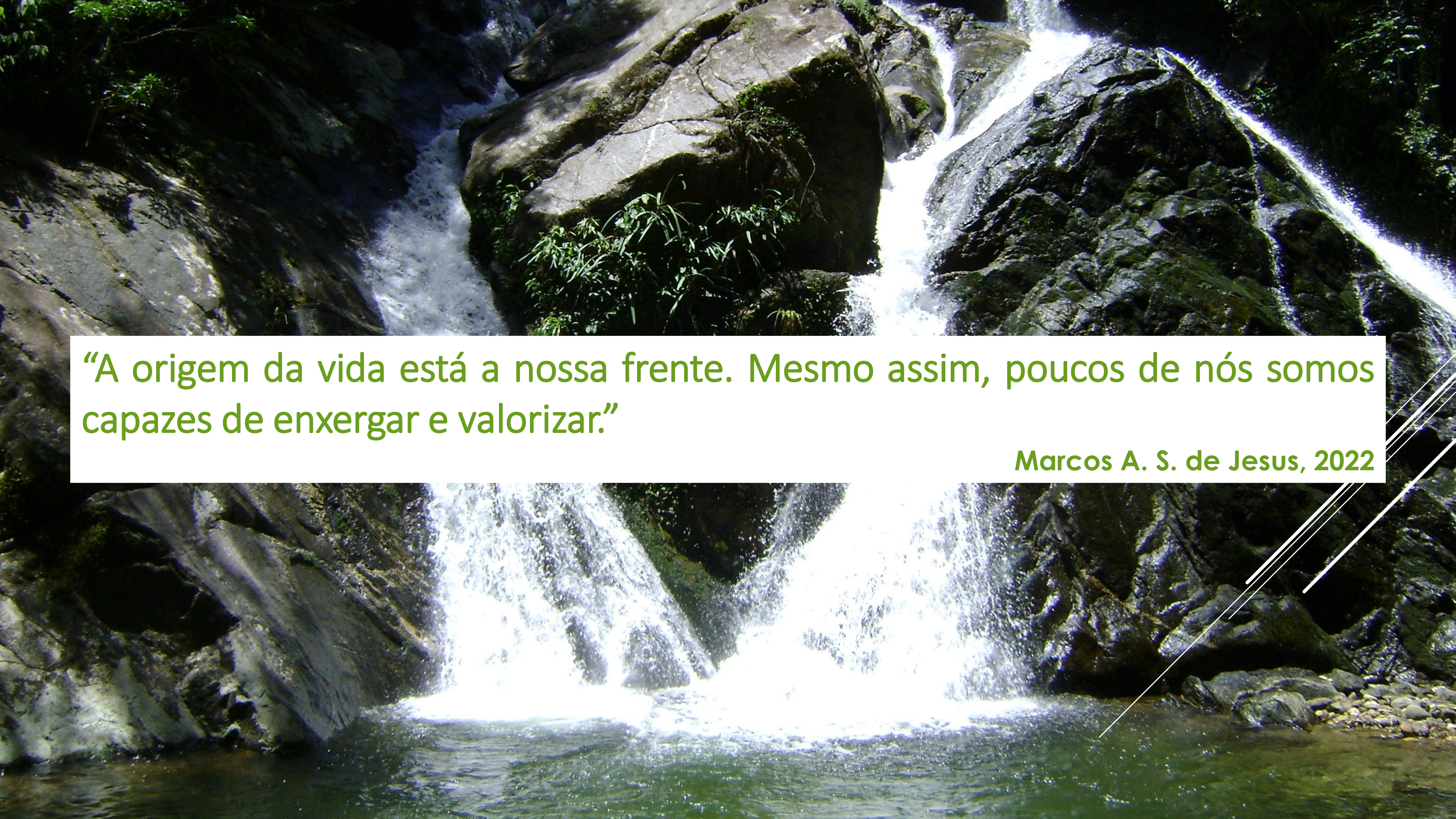
$$P = \binom{n}{x}.\ (p)^{x}.\ \ (q)^{n-x}$$

$$P = \binom{10}{0}.(0{,}04)^{0}.(0{,}96)^{10}$$

$$P = 1.\ 1.\ (0{,}96)^{10}$$

$$P = 0{,}6648326$$

$$\boldsymbol{P = 66{,}48\%}$$



"A origem da vida está a nossa frente. Mesmo assim, poucos de nós somos capazes de enxergar e valorizar."

Marcos A. S. de Jesus, 2022