Álgebra y Geometría Analítica
Trabajo Práctico N 1

Tomás Pitinari

1 Consignas

1. Hallar la tabla de verdad de cada una de las siguientes proposiciones. Además, determinar cuáles son tautologías y cuáles contradicciones.
   (a) $[(p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg r) \vee (r \wedge \neg p)]$.
   (b) $[(\neg p \vee q) \Rightarrow r] \Leftrightarrow [(p \wedge \neg q) \vee r]$
2. Simplificar las siguientes proposiciones:
   (a) $[(\neg p \wedge q) \vee (q \wedge p)] \Rightarrow q$.
   (b) $[(s \wedge \neg p) \vee \neg(s \vee p)] \Rightarrow (r \vee \neg r)$.
3. Para $x \varepsilon N,$ *sean* $P(x):$ *x es primo,* $E(x):$ *x es par y* $D(x,y):$ *x divide a y. Escribir cada una de las siguientes proposiciones* en *lenguaje coloquial para luego determinar su valor de verdad.*

(a) $\forall x(\neg E(x) \Rightarrow \neg D(2,x))$ (*b*) $\exists x(E(x) \wedge D(x,6))$ (*c*) $\neg\exists x(E(x) \wedge P(x))$

2 Resolución

1)

p	q	r	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	(p$\wedge\neg q$)	(q $\wedge\neg r$)	(r$\wedge\neg p$)	[(p$\wedge\neg q$) $\vee (q \wedge \neg r) \vee (r \wedge \neg p)$]
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0

a) $[(p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg r) \vee (r \wedge \neg p)]$ es una contingencia.

p	q	r	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p \vee q)$	$(\neg p \vee q) \Rightarrow r$	(p$\wedge \neg q$)	(p$\wedge \neg q) \vee r$	$[(\neg p \vee q) \Rightarrow r] \Leftrightarrow [(p \wedge \neg q) \vee r]$
1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	0	0	0	1

b) $[(\neg p \vee q) \Rightarrow r] \Leftrightarrow [(p \wedge \neg q) \vee r]$ es una tautología.

2) *a)*

$[(\neg p \wedge q) \vee (q \wedge p)] \Rightarrow q$ (Ley distributiva)
$[q \wedge (p \vee \neg p)] \Rightarrow q$ (Ley inversa)
$(q \wedge T_0) \Rightarrow q$ (Ley de neutro)
$q \Rightarrow q$
Esto es tautología por tabla de verdad.

q	q$\Rightarrow q$
1	1
0	1

b)

$[(s \wedge \neg p) \vee \neg(s \vee p)] \Rightarrow (r \vee \neg r)$ (Leyes de Morgan e inversa)
$[(s \wedge \neg p) \vee (\neg s \wedge \neg p)] \Rightarrow T_0$ (Ley distributiva)
$[\neg p \wedge (s \vee \neg s)] \Rightarrow T_0$ (Ley inversa)
$(\neg p \wedge T_0) \Rightarrow T_0$ (Ley de neutro)
$\neg p \Rightarrow T_0$
Esto también es una tautología, ya que si analizamos la tabla de verdad para el "entonces", es falsa sólo cuando la primera proposición es verdadera y la segunda falsa, y verdadero en cualquier otro caso. Como podemos ver, la segunda proposición es verdadera, por lo que siempre va a dar verdadero.

3)a)

$\forall x(\neg E(x) \Rightarrow \neg D(2, x))$
Para todo x, si no se cumple que sea par, entonces no es divisible por 2.
Verdadero: Ya que por Definición los números pares son los divisibles por 2, por lo tanto, si un número no es par, no es divisible por 2.

b)

$$\exists x(E(x) \land D(x,6))$$

Existe al menos un x que sea par y divida a 6.
Verdadero: Ejemplo: Tenemos al 2 que es un número par y divide a 6.

c)

$$\neg\exists x(E(x) \land P(x))$$

No existe ningún x que sea par y primo.
Falso: Ejemplo: Existe el 2 que es el único número par y primo.