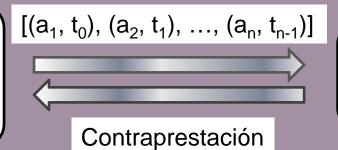
- 9.1. Concepto de operación financiera de constitución de capital.
- 9.2. Método de constitución de capital mediante una única imposición.
- 9.3. Método de constitución de capital mediante imposiciones constantes.
- 9.4. Método de constitución de capital mediante imposiciones variables en progresión aritmética.

- 9.5. Método de constitución de capital mediante imposiciones variables en progresión geométrica.
- 9.6. Método de constitución de capital mediante imposiciones constantes y pospagables.

9.1. Concepto de operación financiera de constitución de capital.

Prestación

Prestamista (ahorrador o impositor)



Prestatario

 $(C_n t_n)$

 $a_1, a_2, ..., a_n$: Imposiciones.

9.1. Concepto de operación financiera de constitución de capital.

Notaciones utilizadas:

 $a_1, a_2, ..., a_n$: Imposiciones.

I_k: Cuota de intereses generados en el periodo "k".

A_k: Cuota de constitución del periodo "k".

C_k: Capital constituido al final del periodo "k" antes de entregar la imposición del periodo "k+1".

M_k: Capital pendiente de constituir al final del periodo "k".

i: Tipo de interés.

9.1. Concepto de operación financiera de constitución de capital.

EXPRESIONES GENERALES:

$$A_k = I_k + a_k$$

$$\left| \mathbf{I}_{\mathbf{k}} = (\mathbf{C}_{\mathbf{k}-1} + \mathbf{a}) \cdot \mathbf{i} \right|$$

$$\left| \mathbf{I}_{\mathbf{k}}^{*} = \mathbf{C}_{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{z} \right|$$

$$C_k = C_{k-1} + A_k$$

$$C_1 = A_1$$

$$|\mathbf{M}_{k} = \mathbf{M}_{k-1} - \mathbf{A}_{k}|$$

$$M_0 = C_n$$

9.1. Concepto de operación financiera de constitución de capital.

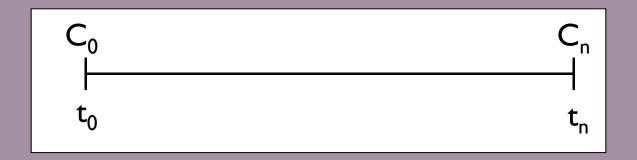
Método de constitución de un capital mediante una única imposición.

MÉTODOS DE CONSTITUCIÓN DE UN CAPITAL Método de constitución de un capital mediante imposiciones constantes.

Métodos de constitución de un capital mediante imposiciones variables:

- Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.
- Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión geométrica.

9.2. Método de constitución mediante reembolso único.



$$\mathbf{C}_{n} = \mathbf{C}_{0} \cdot (1+i)^{n}$$

9.2. Método de constitución mediante reembolso único.

Ejemplo I:

Calcular la imposición que tendrá que realizar hoy el Sr. "X" para constituir un capital de 100.000 euros a los 10 años si el tipo de interés de la operación es el 4%.



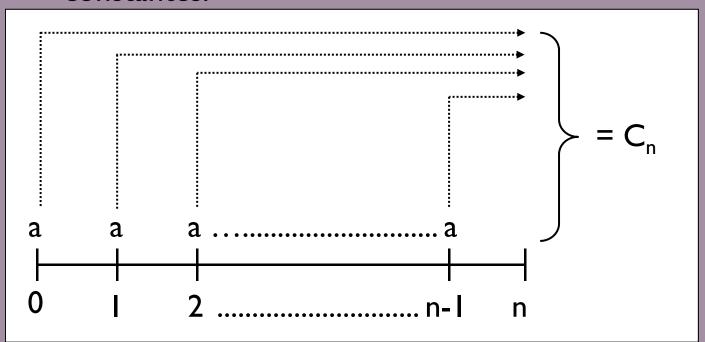
9.2. Métodos de amortización mediante reembolso único.

Ejemplo I:

Calcular la imposición que tendrá que realizar hoy el Sr. "X" para constituir un capital de 100.000 euros a los 10 años si el tipo de interés de la operación es el 4%.

$$C_0 = \frac{100.000}{(1+0.04)^{10}} = 67.556, 42 \in$$

9.3. Método de constitución mediante imposiciones constantes.



a) Equivalencia financiera al final de la operación:

$$C_{n} = a \cdot \ddot{S}_{n}$$

- 9.3. Método de constitución mediante imposiciones constantes.
- b) Relación entre dos cuotas de constitución consecutivas:

$$C_{k} = (C_{k-1} + a) \cdot (1+i)$$

$$C_{k+1} = (C_{k} + a) \cdot (1+i)$$

$$C_{k+1} - C_{k} = (C_{k} - C_{k-1}) \cdot (1+i)$$

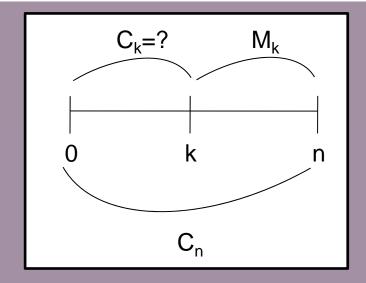
$$A_{k+1} = A_{k} \cdot (1+i)$$

$$A_1 = a \cdot (1+i)$$

- 9.3. Método de constitución mediante imposiciones constantes.
- c) Capital pendiente de constituir al final del periodo "k":

$$\mathbf{M}_{k} = \mathbf{M}_{k-1} - \mathbf{A}_{k} \qquad \mathbf{M}_{0} = \mathbf{C}_{n}$$

d) Capital constituido hasta el periodo "k":



$$C_k = C_n - M_k$$

$$C_k = (C_{k-1} + a) \cdot (1+i)$$

$$C_k = C_{k-1} + A_k$$

$$C_1 = A_1$$

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{A}_1$$

9.3. Método de constitución mediante imposiciones constantes.

Cuadro de constitución:

n	a_k	l _k	A_k	C_k	M _k
0	•••	•••	•••	•••	C _n
ı	a	A _I - a	a · (+i)	A _I	M ₀ -A ₁
2	a	A ₂ - a	A ₁ · (1+i)	C ₁ +A ₂	M_1 - A_2
n	a	A _n - a	$A_{n-1} \cdot (1+i)$	$C_{n-1}+A_n=C_n$	$M_{n-1}-A_n=0$

9.3. Método de constitución mediante imposiciones constantes.

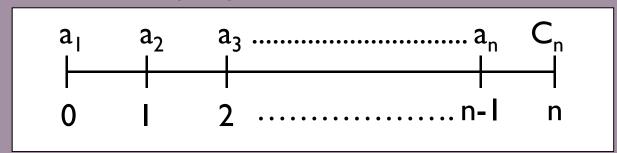
Ejemplo 2:

Construir el cuadro de constitución de un capital de 20.000 euros mediante imposiciones constantes y prepagables, en un periodo de cinco años, si el tipo de interés de la operación es el 3% anual.

9.3. Método de constitución mediante imposiciones constantes.

n	a_k	l _k	A_k	C_k	M_k
0					20.000,00
ı	3.657,37	109,72	3.767,09	3.767,09	16.232,91
2	3.657,37	222,73	3.880,10	7.647,20	12.352,80
3	3.657,37	339,14	3.996,51	11.643,70	8.356,30
4	3.657,37	459,03	4.116,40	15.760,11	4.239,89
5	3.657,37	582,52	4.239,89	20.000,00	0,00

9.4. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.



$$\mathbf{a}_{\scriptscriptstyle{1}}$$

$$|\mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_1 + \mathbf{d}|$$

$$\mathbf{a_3} = \mathbf{a_2} + \mathbf{d} = \mathbf{a_1} + 2 \cdot \mathbf{d}$$

••••

$$\mathbf{a}_{k} = \mathbf{a}_{k-1} + \mathbf{d} = \mathbf{a}_{1} + (\mathbf{k} - 1) \cdot \mathbf{d}$$

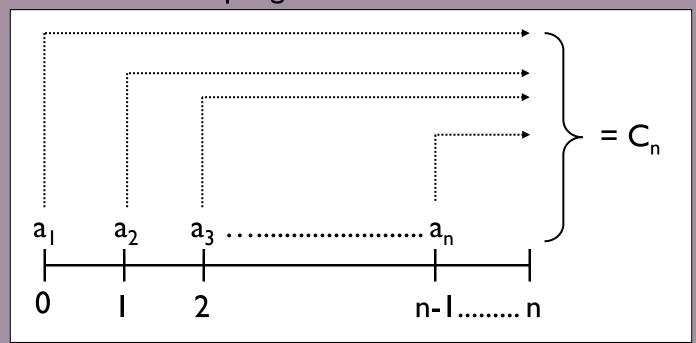
••••

$$\mathbf{a}_{\mathbf{n}} = \mathbf{a}_{\mathbf{n}-1} + \mathbf{d} = \mathbf{a}_{\mathbf{1}} + (\mathbf{n} - \mathbf{1}) \cdot \mathbf{d}$$

d > 0 ⇒ Progresión aritmética creciente

 $d < 0 \Rightarrow$ Progresión aritmética decreciente

9.4. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.



a) Equivalencia financiera al final de la operación:

$$C_{n} = \ddot{S}_{(a_{1},d)_{\overline{n}|i}} = \left(a_{1} + \frac{d}{i}\right) \cdot \ddot{S}_{\overline{n}|i} - \frac{d \cdot n}{i} \cdot (1+i)$$

- 9.4. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.
- b) Relación entre dos cuotas de constitución consecutivas:

$$C_{k} = (C_{k-1} + a_{k}) \cdot (1+i)$$

$$C_{k+1} = (C_{k} + a_{k+1}) \cdot (1+i)$$

$$C_{k+1} - C_{k} = (C_{k} - C_{k-1}) \cdot (1+i) + (a_{k+1} - a_{k}) \cdot (1+i)$$

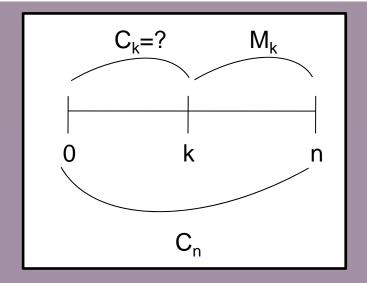
$$A_{k+1} = (A_{k} + d) \cdot (1+i)$$

$$A_1 = a_1 \cdot (1+i)$$

- 9.4. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.
- c) Capital pendiente de constituir al final del periodo "k":

$$\mathbf{M}_{k} = \mathbf{M}_{k-1} - \mathbf{A}_{k} \qquad \mathbf{M}_{0} = \mathbf{C}_{n}$$

d) Capital constituido hasta el periodo "k":



$$C_k = C_n - M_k$$

$$C_k = (C_{k-1} + a_k) \cdot (1+i)$$

$$C_k = C_{k-1} + A_k$$

$$C_1 = A_1$$

$$C_1 = A_1$$

9.4. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.

Cuadro de constitución:

n	a_k	l _k	A_k	C _k	M_k
0	•••	•••	•••	•••	C _n
I	a _l	A _I - a _I	a _I · (I+i)	Aı	M ₀ -A ₁
2	a _I +d	A ₂ - a ₂	$(A_1+d)\cdot (1+i)$	C ₁ +A ₂	M _I -A ₂
n	a _{n-I} +d	A _n - a _n	$(A_{n-1}+d)\cdot (1+i)$	$C_{n-1}+A_n=C_n$	$M_{n-1}-A_n=0$

9.4. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.

Ejemplo 3:

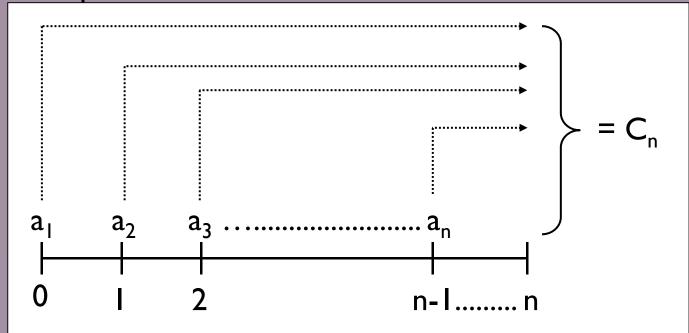
Construir el cuadro de constitución de un capital de 20.000 euros mediante imposiciones variables y prepagables, que crecen anualmente 1.000 euros, en un periodo de cinco años, si el tipo de interés de la operación es el 3% anual.

9.4. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.

n	a _k	I _k	A _k	C _k	M_k
0					20.000,00
I	1.716,47	51,49	1.767,96	1.767,96	18.232,04
2	2.716,47	134,53	2.851,00	4.618,96	15.381,04
3	3.716,47	250,06	3.966,53	8.585,49	11.414,51
4	4.716,47	399,06	5.115,52	13.701,01	6.298,99
5	5.716,47	582,52	6.298,99	20.000,00	0,00

9.4. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.

Caso particular: cuotas de constitución constantes.



a) Cuotas de constitución constantes:

$$A_1 = A_2 = ... = A_n = \frac{C_n}{n}$$

9.4. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.

Caso particular: cuotas de constitución constantes.

b) Capital pendiente de constituir al final del periodo "k" :

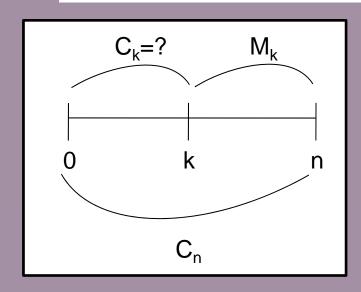
$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{k} &= \mathbf{M}_{k-1} - \mathbf{A}_{k} = (\mathbf{M}_{k-2} - \mathbf{A}_{k-1}) - \mathbf{A}_{k} = \\ &= (\mathbf{M}_{0} - \mathbf{A}_{1}) - \dots - \mathbf{A}_{k-1} - \mathbf{A}_{k} \\ \mathbf{M}_{k} &= \mathbf{C}_{n} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{A} = \\ &= (\mathbf{n} - \mathbf{k}) \cdot \mathbf{A} = \frac{\mathbf{n} - \mathbf{k}}{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{C}_{n} \end{aligned}$$

$$M_0 = C_n$$

9.4. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.

Caso particular: cuotas de constitución constantes.

c) Capital constituido hasta el periodo "k":



$$C_{k} = C_{n} - M_{k} = C_{n} - \frac{n-k}{n} \cdot C_{n}$$

$$C_{k} = \frac{k}{n} \cdot C_{n}$$

$$C_k = (C_{k-1} + a_k) \cdot (1+i)$$

$$C_k = C_{k-1} + A_k$$

$$C_1 = A_1$$

$$C_1 = A_1$$

9.4. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.

Caso particular: cuotas de constitución constantes.

d) Razón decreciente en la que varían las imposiciones:

$$A_{k+1} = (A_k + d) \cdot (1+i)$$

$$A = (A+d) \cdot (1+i)$$

$$d = -\frac{A \cdot i}{1+i}$$

$$d = -\frac{C_n \cdot i}{n} \cdot \frac{1}{1+i}$$

9.4. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.

Caso particular: cuotas de constitución constantes.

Cuadro de constitución:

n	a_k	l _k	A_k	C_k	M_k
0	•••	•••	•••	•••	C _n
	A/(I+i)	A- a _I	Α	Α	M ₀ -A
2	a _I +d	A- a ₂	Α	C _I +A	M _I -A
n	a _{n-I} +d	A- a _n	Α	$C_{n-1}+A=C_n$	M _{n-1} -A=0

9.4. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.

Caso particular: cuotas de constitución constantes.

Ejemplo 4:

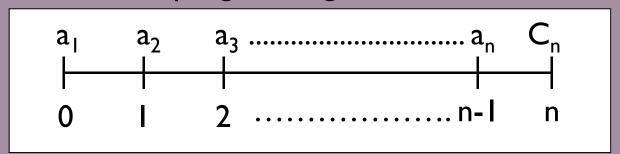
Construir el cuadro de constitución de un capital de 20.000 euros mediante imposiciones variables y prepagables y cuotas de constitución constantes, en un periodo de cinco años, si el tipo de interés de la operación es el 3% anual.

9.4. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión aritmética.

Caso particular: cuotas de constitución constantes.

n	a_k	l _k	A_k	C_k	M_k
0					20.000,00
ı	3.883,50	116,50	4.000,00	4.000,00	16.000,00
2	3.766,99	233,01	4.000,00	8.000,00	12.000,00
3	3.650,49	349,5 I	4.000,00	12.000,00	8.000,00
4	3.533,98	466,02	4.000,00	16.000,00	4.000,00
5	3.417,48	582,52	4.000,00	20.000,00	0,00

9.5. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión geométrica.



$$\mathbf{a}_{1}$$

$$\mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{q}$$

$$\mathbf{a}_3 = \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{q} = \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{q}^2$$

••••

$$|\mathbf{a}_{k} = \mathbf{a}_{k-1} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{a}_{1} \cdot \mathbf{q}^{k-1}$$

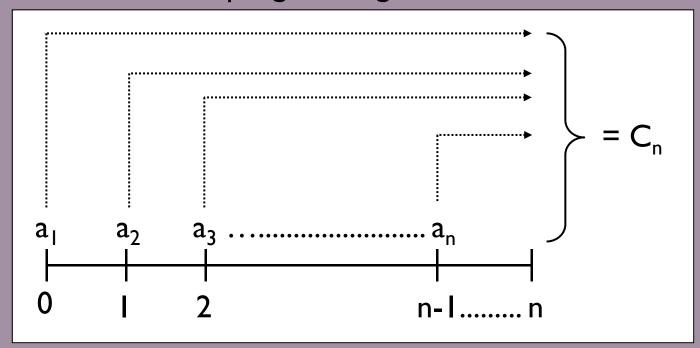
•••

$$\mathbf{a}_{n} = \mathbf{a}_{n-1} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{a}_{1} \cdot \mathbf{q}^{n-1}$$

 $0 < q < 1 \Rightarrow$ Progresión geométrica decreciente

 $q > 1 \Rightarrow$ Progresión geométrica creciente

9.5. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión geométrica.



a) Equivalencia financiera al final de la operación:

$$C_n = \ddot{S}_{(a_1,q)_{\overline{n}|i}} = a_1 \cdot \frac{(1+i)^n - q^n}{1+i-q} \cdot (1+i)$$

- 9.5. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión geométrica.
- b) Relación entre dos cuotas de constitución consecutivas:

$$C_{k} = (C_{k-1} + a_{k}) \cdot (1+i)$$

$$C_{k+1} = (C_{k} + a_{k+1}) \cdot (1+i)$$

$$C_{k+1} - C_{k} = (C_{k} - C_{k-1}) \cdot (1+i) + (a_{k+1} - a_{k}) \cdot (1+i)$$

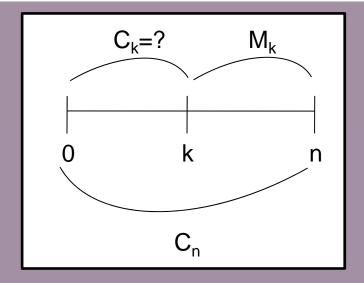
$$A_{k+1} = (A_{k} + a_{k+1} - a_{k}) \cdot (1+i)$$

$$A_1 = a_1 \cdot (1+i)$$

- 9.5. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión geométrica.
- c) Capital pendiente de constituir al final del periodo "k":

$$\mathbf{M}_{k} = \mathbf{M}_{k-1} - \mathbf{A}_{k} \qquad \mathbf{M}_{0} = \mathbf{C}_{n}$$

d) Capital constituido hasta el periodo "k":



$$C_k = C_n - M_k$$

$$C_k = (C_{k-1} + a_k) \cdot (1+i)$$

$$C_k = C_{k-1} + A_k$$

$$C_1 = A_1$$

$$|C_1| = A_1$$

9.5. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión geométrica.

Cuadro de constitución:

n	a_k	l _k	A_k	C _k	M_k
0	•••	•••	•••	•••	C _n
ı	a _l	a _l ·i	a +	Aı	M ₀ -A ₁
2	a _l · q	$(C_1 + a_2) \cdot i$	a ₂ +l ₂	C ₁ +A ₂	M _I -A ₂
n	a _{n-1} · q	$(C_{n-1} + a_n) \cdot i$	a _n +I _n	$C_{n-1}+A_n=C_n$	$M_{n-1}-A_n=0$

9.5. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión geométrica.

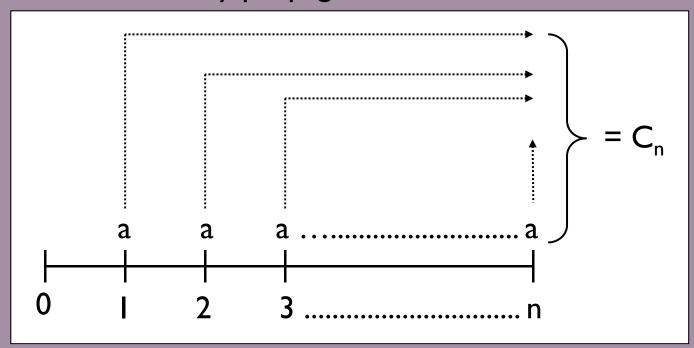
Ejemplo 5:

Construir el cuadro de constitución de un capital de 20.000 euros mediante imposiciones variables y prepagables, que crecen acumulativamente un 10%, en un periodo de cinco años, si el tipo de interés de la operación es el 3% anual.

9.5. Método de constitución mediante imposiciones variables en progresión geométrica.

n	a _k	l _k	A_k	C_k	M_k
0					20.000,00
I	3.012,22	90,37	3.102,59	3.102,59	16.897,41
2	3.313,45	192,48	3.505,93	6.608,52	13.391,48
3	3.644,79	307,60	3.952,39	10.560,91	9.439,09
4	4.009,27	437,11	4.446,37	15.007,28	4.992,72
5	4.410,20	582,52	4.992,72	20.000,00	0,00

9.6. Método de constitución mediante imposiciones constantes y pospagables.



a) Equivalencia financiera al final de la operación:

$$C_{n} = a \cdot S_{\overline{n}|_{i}}$$

- 9.6. Método de constitución mediante imposiciones constantes y pospagables.
 - b) Relación entre dos cuotas de constitución consecutivas:

$$C_{k} = (C_{k-1} + a) \cdot (1+i)$$

$$C_{k+1} = (C_{k} + a) \cdot (1+i)$$

$$C_{k+1} - C_{k} = (C_{k} - C_{k-1}) \cdot (1+i)$$

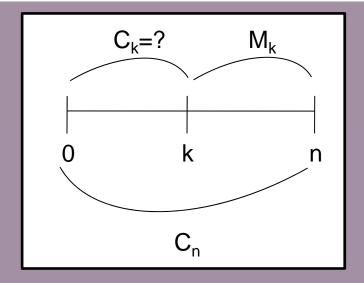
$$A_{k+1} = A_{k} \cdot (1+i)$$

$$A_1 = a$$

- 9.6. Método de constitución mediante imposiciones constantes y pospagables.
- c) Capital pendiente de constituir al final del periodo "k":

$$\mathbf{M}_{k} = \mathbf{M}_{k-1} - \mathbf{A}_{k} \qquad \mathbf{M}_{0} = \mathbf{C}_{n}$$

d) Capital constituido hasta el periodo "k":



$$C_{k} = C_{n} - M_{k}$$

$$C_{k} = (C_{k-1} + a) \cdot (1+i)$$

$$C_k = C_{k-1} + A_k$$

$$C_1 = A_1$$

$$C_1 = A_1$$

9.6. Método de constitución mediante imposiciones constantes y pospagables.

Cuadro de constitución:

n	a_k	l _k	A_k	C_k	M_k
0	•••	•••	•••	•••	C _n
I	a	0	a	A _I	M ₀ -A ₁
2	a	A ₂ - a	A ₁ · (1+i)	C ₁ +A ₂	M _I -A ₂
n	a	A _n - a	A _{n-1} · (1+i)	$C_{n-1}+A_n=C_n$	$M_{n-1}-A_n=0$

9.6. Método de constitución mediante imposiciones constantes y pospagables.

Ejemplo 6:

Construir el cuadro de constitución de un capital de 20.000 euros mediante imposiciones constantes y pospagables, en un periodo de cinco años, si el tipo de interés de la operación es el 3% anual.

9.6. Método de constitución mediante imposiciones constantes y pospagables.

n	a_k	I _k	A_k	C_k	M_k
0					20.000,00
I	3.767,09	0,00	3.767,09	3.767,09	16.232,91
2	3.767,09	113,01	3.880,10	7.647,20	12.352,80
3	3.767,09	229,42	3.996,51	11.643,70	8.356,30
4	3.767,09	349,31	4.116,40	15.760,11	4.239,89
5	3.767,09	472,80	4.239,89	20.000,00	0,00