

TEMA 4. EL CAPITAL ASSET PRICING MODEL (CAPM)

Dr. Borja Amor Tapia
borja.amor@unileon.es
Área de Economía Financiera

- Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966).
- El conjunto de hipótesis, así como las deducciones y conclusiones derivadas de las mismas (CML, SML, CAPM, etc.), conforman la Teoría del mercado de capitales, y son una consecuencia lógica del modelo de Markowitz.

- Al combinar un activo libre de riesgo con una cartera eficiente H con riesgo, las carteras mixtas (carteras integradas por un activo libre de riesgo y una cartera arriesgada eficiente) se encuentran en una línea recta, denominada **línea de asignación de activos o línea de asignación de capitales**, cuya ecuación es:

$$E_p = r_f + \left(\frac{E_H - r_f}{\sigma_H} \right) \sigma_p$$

$$E_p = r_f + (E_H - r_f) \frac{\sigma_p}{\sigma_H}$$

- **teorema de la separación:**

“La cartera óptima formada por activos con riesgo no depende de la actitud frente al riesgo de los inversores individuales, sino que es la misma para todos ellos”.

1. LA LINEA DEL MERCADO DE CAPITALES

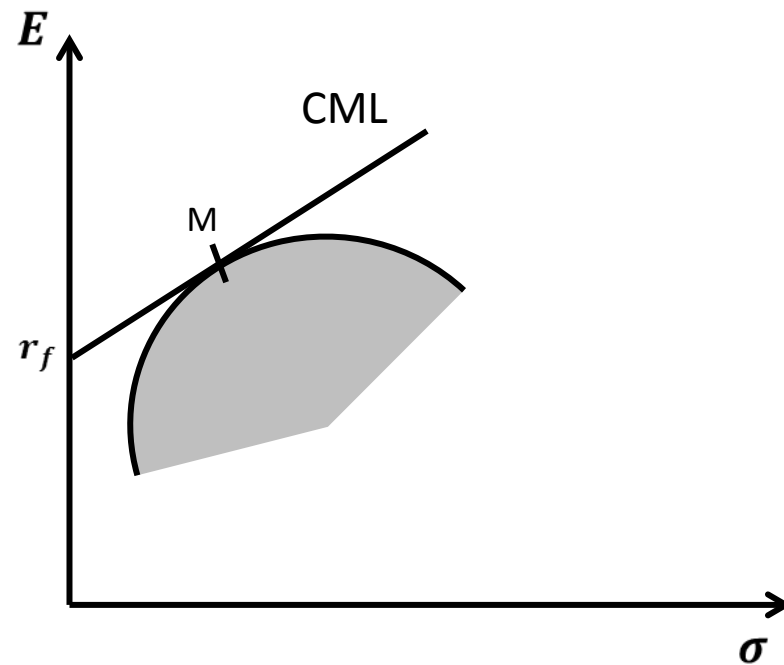
- El modelo CAPM se basa en todas las hipótesis expuestas para el modelo de Markowitz y, además, en las siguientes :
 - 1. Existe un activo libre de riesgo al que cualquier inversor puede prestar o pedir prestado.
 - 2. La tasa libre de riesgo es la misma para todos los inversores.
 - 3. No existen restricciones para las ventas en descubierto.
 - 4. La información está a disposición de todos los inversores, los cuales tienen expectativas homogéneas, es decir, tienen las mismas percepciones con respecto a los rendimientos esperados, riesgos y covarianzas de los rendimientos de los títulos.

- Por tanto, en equilibrio, M consta de todos los títulos con riesgo del mercado y en la misma proporción en que cada activo está en el mismo .
- En la situación descrita, o sea, sustituyendo la cartera óptima de activos con riesgo T por la cartera de activos con riesgo M (cartera de mercado), la denominada línea de asignación de activos o línea de asignación de capitales, en la que se encuentran las carteras mixtas, se convierte en la **línea del mercado de capitales (Capital Market Line o CML)**, cuya ecuación es:

$$E_p = r_f + \left(\frac{E_M - r_f}{\sigma_M} \right) \sigma_p$$

$$E_p = r_f + (E_M - r_f) \frac{\sigma_p}{\sigma_M}$$

Gráficamente:



- La rentabilidad de cualquier cartera mixta p formada al invertir en el activo libre de riesgo y en la cartera de mercado, verifica:

$$r_p = y r_M + (1 - y) r_f$$

Por tanto: $\sigma_p^2 = y^2 \sigma_M^2 \Rightarrow \sigma_p = y \sigma_M$

- La CML establece una relación entre la rentabilidad de una cartera eficiente y su riesgo sistemático, y al ser nulo el riesgo específico se pone de manifiesto que el mercado sólo remunera el riesgo sistemático, pero no el específico.
- En la ecuación de la CML la rentabilidad consta de dos sumandos:
 - La ordenada en el origen, r_f , es la recompensa por esperar, es decir, por no consumir ahora sino más tarde. Se denomina precio del tiempo o precio del consumo inmediato.
 - El coeficiente angular o pendiente, $\frac{E_M - r_f}{\sigma_M} = Z_M$, constituye la prima relativa de riesgo del mercado, o precio del riesgo o ratio de recompensa por volatilidad (también se denomina índice de Sharpe).

Es la recompensa por unidad de riesgo sistemático. También se denomina precio de mercado del riesgo o precio de equilibrio del riesgo. Por tanto, la ecuación de la CML, en función de Z_M , es:

$$E_p = r_f + Z_T \sigma_p$$

De acuerdo con lo expuesto, cualquier cartera eficiente proporciona una rentabilidad que se compone de dos sumandos:

$$E_p = \text{Precio del tiempo} + (\text{Precio del riesgo}) \times (\text{Número de unidades de riesgo que estemos dispuestos a asumir})$$

2. LA LINEA DEL MERCADO DE TITULOS

- Todo punto de la CML es una combinación de la cartera de mercado M y del título libre de riesgo con rentabilidad r_f . Además, la ecuación de la línea del mercado de capitales expresa la relación entre la rentabilidad de las carteras eficientes y su riesgo sistemático, por lo que, en equilibrio, todos los inversores escogerán un punto situado en dicha línea.
- Exclusivamente las carteras eficientes están en la CML, mientras que las restantes, así como los títulos aislados, se sitúan por debajo de ella. En consecuencia, podemos preguntarnos si existe alguna relación similar a la de la CML que verifiquen las carteras no eficientes o los títulos individuales.
 - Para responder a esta cuestión, supongamos que se forma una cartera p , de tal manera que sea a el tanto unitario del presupuesto a invertir en un activo cualquiera i , y $(1 - a)$ el correspondiente tanto unitario a invertir en la cartera de mercado. La rentabilidad de p verifica:

$$r_p = ar_i + (1 - a)r_M$$

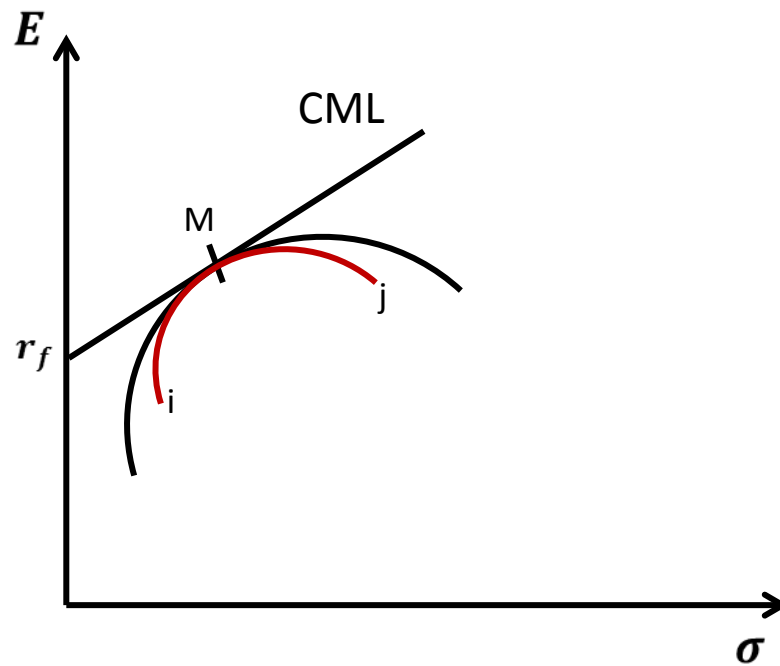
- La rentabilidad esperada de la combinación anterior y el riesgo correspondiente son:

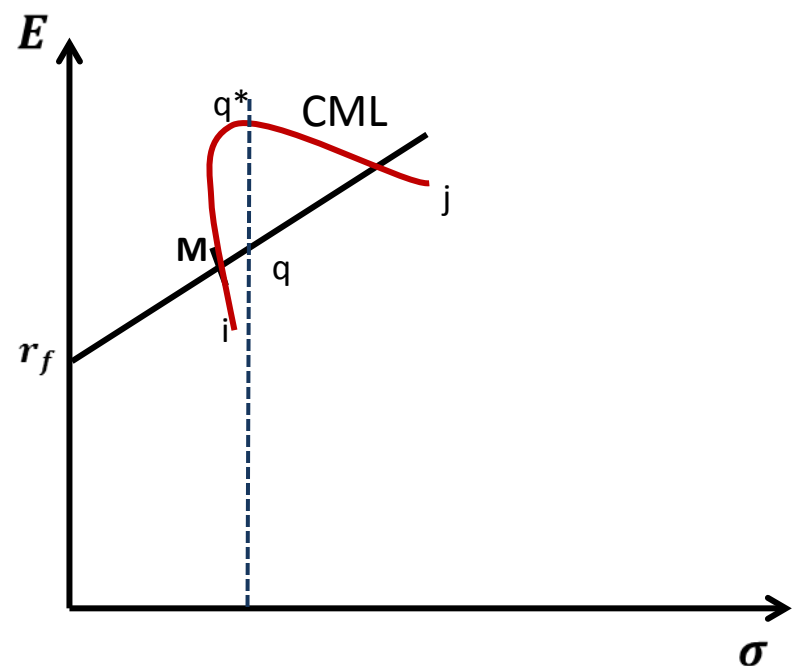
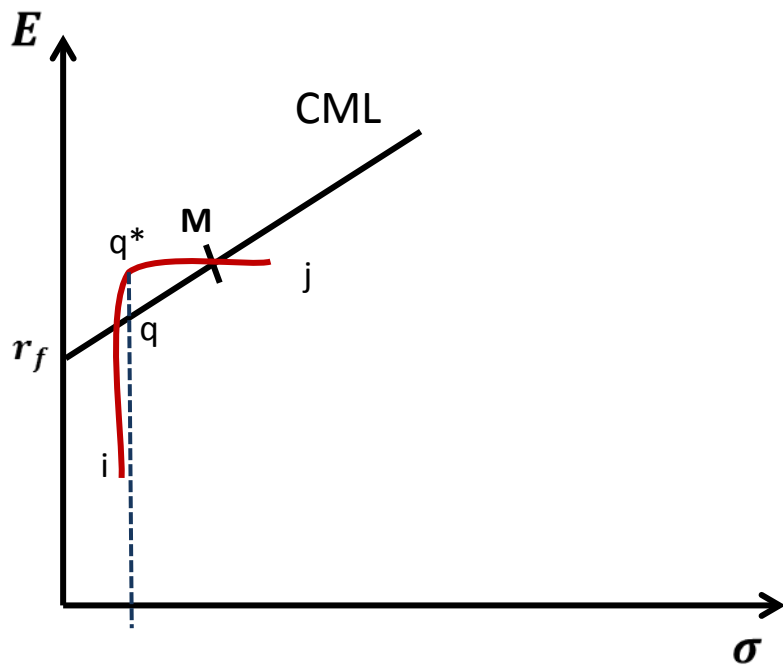
$$E_p = aE_i + (1 - a)E_M$$

$$\sigma_p^2 = a^2 \sigma_i^2 + (1 - a)^2 \sigma_M^2 + 2a(1 - a)\sigma_{iM}$$

- Al ir modificando el valor de “ a ” se obtienen distintas carteras que están todas en la curva “ iMj ”. Cuando todos los recursos se inviertan en el activo i es $a = 1$. Cuando sea $a = 0$, la cartera p está formada exclusivamente por la cartera M de mercado. Cuando a sea negativo, la cartera p es un punto j .

■ **Gráficamente:**





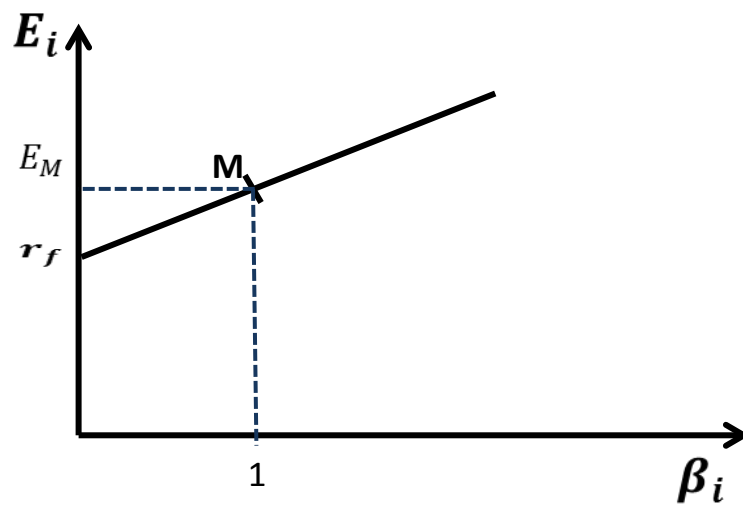
$$E_i = r_f + \frac{(E_M - r_f) \sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

- O, lo que es lo mismo,

$$E_i = r_f + \beta_i (E_M - r_f)$$

Esta expresión constituye la ecuación de la línea del mercado de títulos (*Security Market Line* o SML) y es la ecuación del modelo de valoración de activos de capital (***Capital Asset Pricing Model*** o CAPM).

Para un activo cualquiera, la ecuación de la SML proporciona, en situación de equilibrio del mercado, el tipo de rendimiento esperado del mismo, ajustado a su nivel de riesgo.



3. LOS PRECIOS DE EQUILIBRIO DE LOS ACTIVOS FINANCIEROS

- Para un activo financiero cualquiera, se define el precio teórico o precio de equilibrio en el momento actual como el precio que permite obtener al inversor la rentabilidad correspondiente según la ecuación de la SML de dicho activo.
- Denominemos:
 - C_{0i}^e al precio teórico actual o de equilibrio del activo financiero i ;
 - C_{1i} al precio aleatorio del activo en el mercado dentro de un período. Este precio incluye la cotización futura y cualquier flujo de caja que genere dicho activo a favor del inversor.
- En consecuencia, la variable aleatoria rentabilidad del activo verifica:

$$r_i = \frac{C_{1i} - C_{0i}^e}{C_{0i}^e}$$

4. EL ALFA DE UN ACTIVO FINANCIERO

- En la hipótesis de que el CAPM no se cumpla, estaremos en una situación de desequilibrio del mercado y los títulos presentarán una rentabilidad distinta de la establecida por la ecuación del CAPM.
- En tal caso, la diferencia entre la rentabilidad real de un activo y la rentabilidad esperada, dada por la ecuación de la SML, según el correspondiente riesgo, constituye el alfa de dicho activo.
- Llamando E_i^a a la rentabilidad real, derivada del precio de mercado, y E_i a la rentabilidad de equilibrio, dada por la ecuación del CAPM, la cual implica un precio de equilibrio, el coeficiente alfa es:

$$\alpha_i = E_i^a - E_i$$