

# Control Semi-Automático Coordinado de Grúa Portuaria de Muelle tipo Pórtico

Gonzalo Romero Román  
Facultad de Ingeniería  
Universidad Nacional de Cuyo  
Mendoza, Argentina  
Email: gonzaromero2007@gmail.com

José Andrés Elustondo  
Facultad de Ingeniería  
Universidad Nacional de Cuyo  
Mendoza, Argentina  
Email: elustondo.jose@gmail.com

**Resumen**—La eficiencia de las operaciones en grúas portuarias corresponde a una problemática muy importante en grandes puertos. Los tiempos de operación y el rendimiento del sistema de accionamiento atrae consigo importantes costos que podrían disminuirse si se hiciese el sistema más eficiente. En este informe se realiza el diseño y simulación de una máquina de estados finitos para el control semi-automático coordinado de una grúa portuaria de muelle tipo pórtico. El sistema está compuesto por dos actuadores que permiten movimientos de traslación e izaje de la carga. Se utiliza un control de balanceo con ganancias auto-ajustadas para limitar los ángulos de operación durante el movimiento. El autómatas es capaz de generar trayectorias que minimizan los tiempos y distancias recorridas. Se realiza la simulación en Simulink y posteriormente conforme con el estándar industrial internacional IEC 61131-3.

**Palabras clave**—Control semi-automático, grúa portuaria, autómatas de estados finitos, Simulink, IEC 61131-3

## 1. Introducción

En el presente proyecto se busca realizar el desarrollo e implementación de un autómatas híbrido de control para la operación semi-automática coordinada en una grúa portuaria portacontenedores de muelle tipo pórtico. Una imagen de la aplicación real puede observarse en la Figura 1. Para lograr los objetivos mencionados se realiza el diseño, la implementación de un modelo conceptual y el análisis de desempeño mediante una simulación *Model in the loop* en Simulink. Posteriormente se implementa en un entorno de programación de autómatas industriales bajo la norma IEC 61131 para luego hacer la simulación *Software in the loop* en Codesys. La acción de la grúa debe ser tal que permita optimizar los tiempos de operación. La grúa debe tener una alta disponibilidad, reduciendo los tiempos muertos. A su vez debe evitar posibles accidentes.

## 2. Modelo Dinámico simplificado de la Planta

Se comenzó con el análisis de la planta en cuestión. Por lo que se realizaron diversas simplificaciones sin perder



Figura 1: Grúa porta-contenedores portuaria de muelle tipo pórtico

las características más importantes del sistema. El listado de consideraciones sobre el modelado de la planta es el siguiente:

- Estructura de pórtico totalmente rígida.
- Sistema de izaje de carga (motor, tambor y cable) totalmente sobre el carro ("Machinery on Trolley"). Existe un cable equivalente elástico sin masa propia.
- Carro soportado por la estructura; desplazamiento horizontal (tracción) sin resbalamiento.
- Efectos externos: resistencia aerodinámica al viento despreciable en la carga y carro; sólo se considera aceleración gravitatoria vertical sobre la carga.
- No hay resbalamiento del carro

El modelo de la grúa puede verse en la Figura 2. Se busca llevar contenedores desde una posición inicial del puerto a una posición final en el barco y viceversa.

### 2.1. Movimientos de traslación

**2.1.1. Movimiento de carro.** El movimiento del carro se va a tomar sobre el eje  $x$ , se desplaza de forma horizontal, aumentando su valor de izquierda a derecha, con origen referido al muelle,  $x = 0$ . Límites:

- Posición  $x$ : [-30.0 (sobre muelle) ... 0.0 ... (sobre barco) +50.0] m

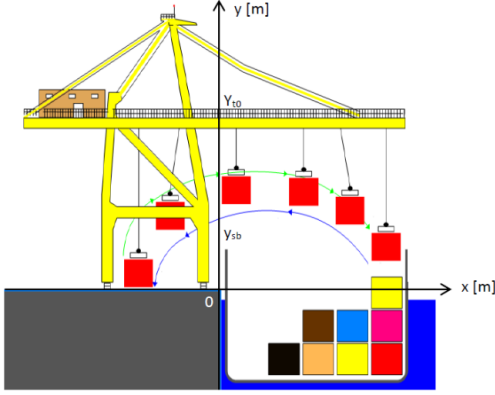


Figura 2: Modelo de grúa porta-contenedores portuaria de muelle tipo pórtico.

- Velocidad máxima.: +/- 4.0 m/s (cargado o sin carga)
- Aceleración máxima.: +/- 1.0 m/s<sup>2</sup> (cargado o sin carga) La traslación de éste contempla el motor, la caja reductora, el freno, las ruedas y el sistema de izaje. Se va a desplazar sin resbalamiento por el motor eléctrico que lleva dentro de sí mismo. Permitiendo así desplazarse horizontalmente sobre los rieles. Un diagrama esquemático del comportamiento de la rueda puede observarse en la Figura 3. En dicha figura pueden verse los torques, las velocidades, amortiguamientos y parámetros que describen el comportamiento del sistema.

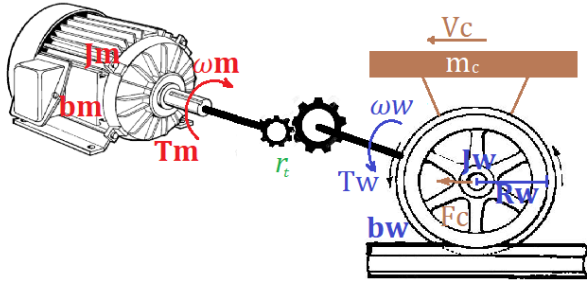


Figura 3: Modelo de movimiento horizontal con carro, motor, freno, rueda equivalente y riel.

La ecuación que represente el comportamiento del motor está dado por:

$$J_{mt}\dot{\omega}_{mt}(t) = T_{mt}(t) - T_l(t) - b_{mt}\omega_{mt}(t) \quad (1)$$

La ecuación que modela el comportamiento de la rueda está dada por:

$$J_w\dot{\omega}_w(t) = T_q(t) - b_w\omega_w(t) - T_w(t) \quad (2)$$

Siendo la relación de transmisión:

$$r = i = \frac{\omega_{mt}(t)}{\omega_w(t)} = \frac{\dot{\omega}_{mt}(t)}{\dot{\omega}_w(t)} = \frac{T_q(t)}{T_l(t)} \quad (3)$$

A partir de la ecuación 2 podemos obtener:

$$T_q(t) = J_w\dot{\omega}_w(t) + b_w\omega_w(t) + T_w(t)$$

Teniendo en cuenta la ecuación 3 y reemplazando en 1 entonces:

$$(J_w + J_{mt}r^2)\dot{\omega}_w(t) = T_{mt}(t)r - (b_w + b_{mt}r^2)\omega_w(t) - T_w(t) \quad (4)$$

Dado que no se produce resbalamiento de las ruedas entonces se pueden obtener las siguientes ecuaciones:

$$x_t(t) = \theta_w(t)R_w \quad (5)$$

$$\dot{x}_t(t) = \omega_w(t)R_w$$

$$\ddot{x}_t(t) = \dot{\omega}_w(t)R_w$$

La ecuación que relaciona la fuerza que se imprime en el carro producido por el torque de la rueda está dada por:

$$T_w(t) = R_w F_t(t) \quad (6)$$

Usando las ecuaciones 5 y 6 y reemplazándolas en la ecuación 4 se obtiene:

$$\frac{(J_w + J_{mt}r^2)}{R_w}\ddot{x}_t(t) = T_{mt}(t)r - \frac{(b_w + b_{mt}r^2)}{R_w}\dot{x}_t(t) - F_t(t)R_w$$

Entonces:

$$F_t(t) = -\frac{(J_w + J_{mt}r^2)}{R_w^2}\ddot{x}_t(t) + \frac{T_{mt}(t)r}{R_w} - \frac{(b_w + b_{mt}r^2)}{R_w^2}\dot{x}_t(t) \quad (7)$$

La ecuación que modela el comportamiento del carro está dada por:

$$m_c\ddot{x}_t(t) = F_t(t) + F_l(t) - b_c\dot{x}_t(t) \quad (8)$$

Siendo:

$$F_l(t) = F_w(t) \sin \theta(t)$$

Reemplazando en la ecuación 8

$$m_c\ddot{x}_t(t) = F_t(t) + F_w(t) \sin \theta(t) - b_c\dot{x}_t(t)$$

A partir de la ecuación 7 se obtiene:

$$\begin{aligned} \left(m_c + \frac{(J_w + J_{mt}r^2)}{R_w^2}\right)\ddot{x}_t(t) &= \\ &= F_w(t) \sin \theta(t) + \frac{T_{mt}(t)r}{R_w} - \left(b_c + \frac{(b_w + b_{mt}r^2)}{R_w^2}\right)\dot{x}_t(t) \end{aligned} \quad (9)$$

Dado que:

$$b_{eq} = b_{mt} + \frac{b_w}{r^2}$$

Entonces la ecuación 9 puede expresarse como

$$\left(m_c + \frac{(J_w + J_{mt}r^2)}{R_w^2}\right) \ddot{x}_t(t) = F_w(t) \sin \theta(t) + \frac{T_{mt}(t)r}{R_w} - \left(b_c + \frac{b_{eq}r^2}{R_w^2}\right) \dot{x}_t(t) \quad (10)$$

Y siendo

$$M_t = \left(m_c + \frac{(J_w + J_{mt}r^2)}{R_w^2}\right)$$

$$b_t = \left(b_c + \frac{b_{eq}r^2}{R_w^2}\right)$$

Entonces se obtiene la ecuación del modelo dinámico del carro siendo la amortiguación del carro despreciable  $b_c = 0$ .

$$M_t \ddot{x}_t = F_t(t) - b_t \dot{x}_t + F_w(t) \sin \theta(t) \quad (11)$$

De esta forma se puede verificar las ecuaciones obtenidas con el modelo del carro y del accionamiento de traslación que se muestran en [1]. Se luego del desarrollo, se pudieron obtener los valores  $M_t$  y  $b_t$  en función de los datos provistos en [1].

**2.1.2. Izaje.** El modelado de esta instancia es muy similar al realizado para el eje x, solo que en este caso se trabaja en el eje y e intercede la acción de la fuerza de gravedad. Se tiene en cuenta la siguiente hipótesis simplificativa:

- Cable elástico a la tracción, pero siempre tensado por acción de gravedad (sin flexión o pandeo) y sin masa propia; rigidez a tracción:  $K_w = 1800 \text{ kN/m}$ ; amortiguamiento propio:  $b_w = 30 \text{ kN/(m/s)}$ .

Se tuvieron en cuenta los siguientes parámetros:

- Radio primitivo de tambor:  $R_d = 0.75 \text{ m}$  (1 sola corrida de cable)
- Momento de inercia de tambor (eje lento):  $J_d = 8.0 \text{ kg.m}^2$
- Caja reductora: relación  $i=30.0:1$ ;
- Momento de inercia de motor y freno (eje rápido):  $J_m = 30.0 \text{ kg.m}^2$
- Fricción mecánica: ( $b_{eq}=18 \text{ Nm/(rad/s)}$ ), en eje rápido

La ecuación que representa es comportamiento del motor está dado por:

$$J_{mh} \dot{\omega}_{mh}(t) = T_{mh}(t) - T_{lh}(t) - b_{mh} \omega_{mh}(t) \quad (12)$$

La ecuación que modela el comportamiento del tambor está dada por:

$$J_d \dot{\omega}_d(t) = T_{qh}(t) - b_d \omega_d(t) - T_d(t) \quad (13)$$

Relación de transmisión entre el motor y el tambor:

$$r_h = i = \frac{\omega_{mh}(t)}{\omega_d(t)} = \frac{\dot{\omega}_{mh}(t)}{\dot{\omega}_d(t)} = \frac{T_{qh}(t)}{T_{lh}(t)} \quad (14)$$

La fuerza de reacción sobre el tambor se obtiene como:

$$F_d(t) = F_w(t) = -\frac{T_d(t)}{R_d} \quad (15)$$

Buscamos reflejar todo sobre las coordenadas de izaje, por que lo que procedemos a reemplazar 14 en 12:

$$J_{mh} r_h \dot{\omega}_d(t) = T_{mh}(t) - b_{mh} r_h \omega_d(t) - \frac{T_{qh}(t)}{r_h} \quad (16)$$

Despejando el torque impulsor del tambor:

$$T_{qh}(t) = -J_{mh} r_h^2 \dot{\omega}_d(t) + r_h T_{mh}(t) - b_{mh} r_h^2 \omega_d(t) \quad (17)$$

Y reemplazando en 12:

$$J_d \dot{\omega}_d(t) = -J_{mh} r_h^2 \dot{\omega}_d(t) + r_h T_{mh}(t) - b_{mh} r_h^2 \omega_d(t) - b_d \omega_d(t) - T_d(t) \quad (18)$$

Reorganizando:

$$(J_d + J_{mh} r_h^2) \dot{\omega}_d(t) = r_h T_{mh}(t) - (b_{mh} r_h^2 + b_d) \omega_d(t) - T_d(t) \quad (19)$$

Reemplazando 19 y las relaciones entre la elongación del cable y la rotación del tambor:

$$l_h(t) = \theta_d(t) R_d$$

$$\dot{l}_h(t) = \omega_d(t) R_d$$

$$\ddot{l}_h(t) = \dot{\omega}_d(t) R_d$$

Obtenemos:

$$\left(\frac{J_d + J_{mh} r_h^2}{R_d}\right) \ddot{l}_h(t) = r_h T_{mh}(t) - \left(\frac{b_d + b_{mh} r_h^2}{R_d}\right) \dot{l}_h(t) - T_d(t) \quad (20)$$

$$\left(\frac{J_d + J_{mh} r_h^2}{R_d^2}\right) \ddot{l}_h(t) = \frac{r_h}{R_d} T_{mh}(t) - \left(\frac{b_d + b_{mh} r_h^2}{R_d^2}\right) \dot{l}_h(t) + F_w(t) \quad (21)$$

Siendo la fricción equivalente en el eje rápido:

$$b_{heq} = b_{mh} + \frac{b_d}{r_h^2} \quad (22)$$

$$b_{heq} r_h^2 = b_{mh} r_h^2 + b_d \quad (23)$$

Obtenemos:

$$\left(\frac{J_d + J_{mh} r_h^2}{R_d^2}\right) \ddot{l}_h(t) = \frac{r_h}{R_d} T_{mh}(t) - (b_{heq} \frac{r_h^2}{R_d^2}) \dot{l}_h(t) + F_w(t) \quad (24)$$

$$b_h = b_{heq} \frac{r_h^2}{R_d^2} \quad (25)$$

$$-F_h(t) = \frac{r_h}{R_d} T_{mh}(t) \quad (26)$$

Finalmente obtenemos la expresión de movimiento vertical:

$$M_h \ddot{l}_h(t) = -F_h(t) - b_h \dot{l}_h(t) + F_w(t) \quad (27)$$

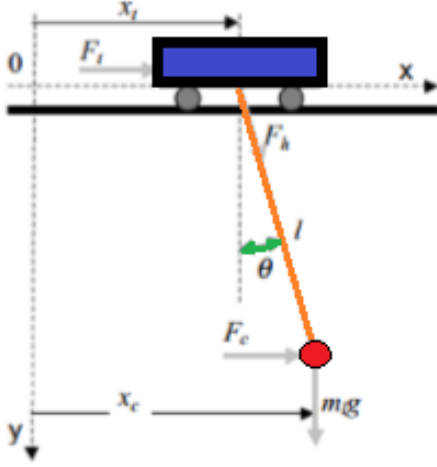


Figura 4: Carga suspendida.

**2.1.3. Carga suspendida.** Una vez conocidas la ubicación del carro, la longitud del cable y el ángulo de balanceo se procede a establecer las coordenadas de la carga. A partir de la Figura 4:

$$x_l(t) = x_t(t) + l(t)\sin\theta(t)$$

$$y_l(t) = y_{t0}(t) + l(t)\cos\theta(t)$$

La longitud del cable, se obtuvo a partir de:

$$l(t) = \sqrt{((x_l(t) - x_t(t))^2 + (y_{t0} - y_l(t))^2)}$$

El ángulo:

$$\theta(t) = \text{atan2}\left(\frac{x_l(t) - x_t(t)}{y_{t0} - y_l(t)}\right)$$

Se calculó las aceleraciones en los ejes x e y, a partir de las siguientes ecuaciones:

$$m_l \ddot{x}_l(t) = -F_w(t)\sin\theta(t)$$

$$m_l \ddot{y}_l(t) = F_w(t)\cos\theta(t) - m_l g$$

$$\ddot{x}_l(t) = -\frac{F_w(t)\sin\theta(t)}{m_l}$$

$$\ddot{y}_l(t) = \frac{F_w(t)\cos\theta(t)}{m_l} - g$$

**2.1.4. Fuerza elástica.** La expresión de la fuerza elástica está dada por:

$$F_w(t) = K_w(l(t) - l_h(t)) + b_w(\dot{l}(t) - \dot{l}_h(t))$$

En la cual:

- $K_w$ : rigidez a la tracción del cable

- $b_w$ : fricción viscosa propia del cable
- $l(t)$ : longitud del cable
- $l_h(t)$ : longitud de izaje, medido sobre el tambor de izaje ( $l_h(t) \leq l(t)$ )

Finalmente el diagrama de la planta puede verse en la Figura 5.

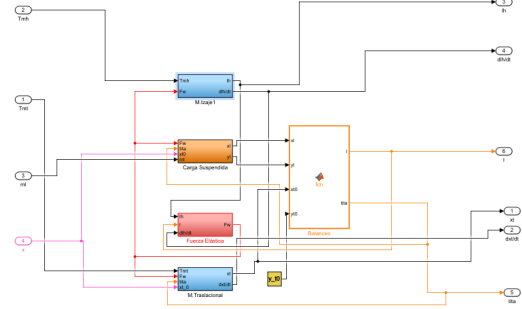


Figura 5: Esquema generado en SIMULINK de la planta.

### 3. Generación de trayectorias

El algoritmo utilizado para la obtención de la trayectoria que debe seguir el gancho de la grúa puede observarse en la Figura 6. Se desea desplazar un contenedor en el segundo carril del muelle hasta el séptimo carril del barco. Se busca obtener una trayectoria que permita minimizar los tiempos de carga y descarga y que a su vez permita evitar los obstáculos con un cierto margen de seguridad.  $H_s$  denota la altura sobre la cual debe pasar el gancho por encima de los contenedores y está dada por el el margen de seguridad en caso de que el gancho esté descargado y será la suma del margen de seguridad y las dimensiones en Y del contenedor en caso contrario.

Primero se listan los posibles obstáculos, luego se calcula la altura máxima de los obstáculos en el barco, ésta se denota como  $Y_{MAX}$  y va a estar dada por la suma de la altura de la pila de contenedores más alta hasta el destino y  $H_s$ .

El gancho se ubica en la posición inicial con el objetivo de sujetar el contenedor del segundo carril del muelle, el gancho se posiciona a una altura igual a la altura del contenedor. Luego éste es elevado de forma vertical una distancia igual a  $Y_{INI}$  manualmente. En caso de que no haya obstáculos que impidan el movimiento del contenedor  $Y_{INI}$  será igual a  $H_s$ .

El punto objetivo es el punto que se encuentra a una altura  $Y_{FIN}$  sobre el contenedor. Este será igual a  $H_s$  más la altura del contenedor de destino en caso de que la pila de contenedores inmediatamente anterior o inmediatamente posterior presenten menor altura que la de destino y será igual a  $H_s$  más la altura de la pila adyacente más alta en caso contrario. Esto permitiría evitar los obstáculos previamente descritos.

A partir del punto obtenido a la altura  $Y_{INI}$ , se busca obtener la trayectoria recta entre dicho punto y un punto

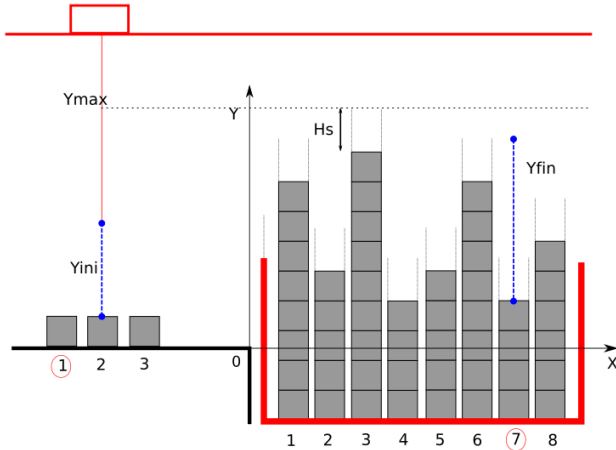


Figura 6: Algoritmo de generación de trayectorias, primer punto de la trayectoria

a una altura  $Y_{MAX}$  que presente la mínima pendiente y que no colisione con los obstáculos del barco. Esto puede observarse en la Figura 7. Se puede ver la recta con menor pendiente que une un punto a la altura  $Y_{MAX}$  con el punto previamente obtenido evitando colisiones.

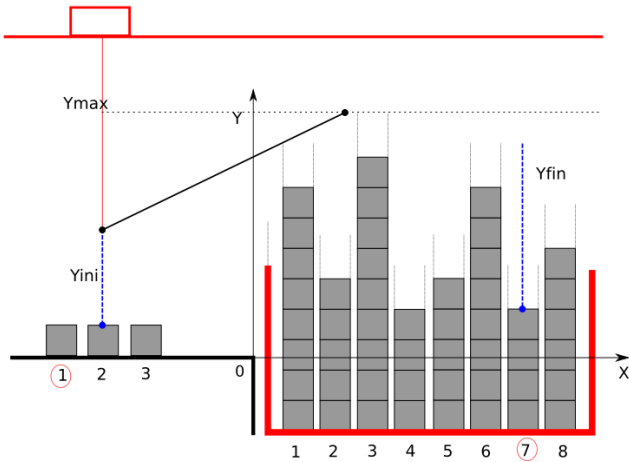


Figura 7: Algoritmo de generación de trayectorias, obtención del segundo punto de la trayectoria

Una vez a la altura máxima, el contenedor se desplaza a altura constante hasta que haya una recta entre un punto a la altura máxima y el punto final a la altura  $Y_{FIN}$  que no colisione con los obstáculos presentes. Esto puede observarse en la Figura 8. Para obtener dicho punto se realiza un procedimiento similar al realizado para obtener el segundo punto de la trayectoria. Se para en el punto final de la trayectoria a una  $Y_{FIN}$  sobre los contenedores de la fila de destino y se obtiene la recta entre dicho punto y un punto a una altura  $Y_{MAX}$  que presente la mínima pendiente y que no colisione con los obstáculos del barco. Se obtienen así los cuatro puntos que conforman trayectoria buscada.

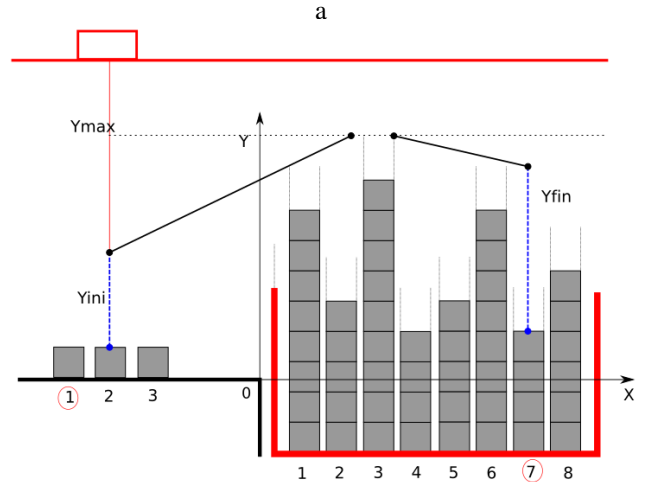


Figura 8: Algoritmo de generación de trayectorias, obtención del tercer punto de la trayectoria

Uniendo los puntos calculados previamente se obtiene la Figura 9. Sin embargo, si las pendientes son pronunciadas, este tipo de trayectorias pueden presentar colisiones con demás contenedores durante el movimiento y es por lo tanto necesario agregar un factor de seguridad en  $X$  para poder evitarlos.

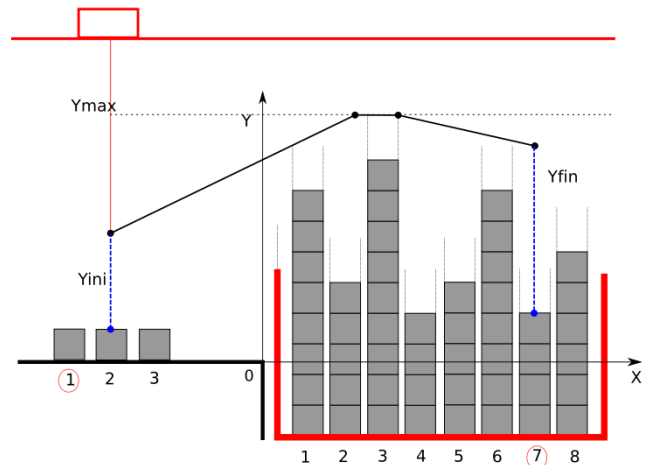


Figura 9: Algoritmo de generación de trayectorias, trayectorias sin factores de seguridad en  $X$

Es por ello que se resta y se suma un valor igual a las dimensiones en  $X$  del contenedor  $C_x$  a las componentes en abscisas del segundo y tercer punto de la trayectoria respectivamente. Obteniendo de esta forma la Figura 10.

Se obtienen por lo tanto trayectorias que maximizan la velocidad de trabajo y que impiden que se produzcan colisiones con los obstáculos de su entorno.



$$M_t \dot{v}_t(t) = \frac{r_t}{R_w} T_m(t) - b_h v_t(t) + F_{lt}(t)$$

Aplicando Transformada de Laplace

$$M_t s V_t(s) = \frac{r_t}{R_w} T_{mt}(s) - b_t V_t(s) + F_{lt}(s)$$

$$(M_t s + b_t) V_t(s) = \frac{r_t}{R_w} T_{mt}(s) + F_{lt}(s)$$

Se procede a dividir término a término por  $T_{mt}$ .

$$(M_t s + b_t) \frac{V_t(s)}{T_{mt}(s)} = \frac{r_t}{R_w} + \frac{F_{lt}(s)}{T_{mt}(s)}$$

Despejando:

$$\frac{V_t(s)}{T_{mt}(s)} = \frac{r_t/R_w}{(M_t s + b_t)} + \frac{F_{lt}(s)/T_{mt}(s)}{(M_t s + b_t)}$$

El polo del sistema en el izaje es:

$$\omega_{nt} = -\frac{b_t}{M_t}$$

Se aplicó el método de sintonía serie, con la frecuencia  $\omega_{post} = 10 \cdot \omega_{nt}$  arbitraria para el controlador y un factor de  $n_t = 3$  con un amortiguamiento de  $\xi = 1$ . En base a los valores obtenidos calculamos las ganancias:

$$B_{at} = M_t n_t \omega_{post}$$

$$K_{sat} = M_t n_t \omega_{post}^2$$

$$K_{siat} = M_t \omega_{post}^3$$

Se procede a calcular la expresión del Torque generado en el carro:

$$T_{mt}(t) = e_{vt}(t) B_{at} + I e_{vt}(t) K_{sat} + I I e_{vt}(t) K_{siat}$$

- $v_t * (t)$ : Consigna de velocidad del carro.
- $v_t(t)$ : Velocidad del carro sensada.
- $C(t)$ : Compensación de velocidad otorgada por el control de balanceo
- Error:  $e_{vt}(t) = v_t * (t) - v_t(t) - C(t)$
- $I e_{vt}$ : Integral del error.
- $I I e_{vt}$ : Integral de la integral del error.

El control PID de la traslación visto previamente en la Figura 13, tiene anexo otro controlador PD con ganancias auto-ajustables. Para realizar esta clase de control se requiere aplicar un sensor de ángulo instantáneo entre la carga y el carro, con respecto a la vertical.

Al momento de desarrollar esta instancia del controlador se obtuvo la función de transferencia entre el ángulo de balanceo y la velocidad del carro. Se recurrió a la formulación de Lagrange para describir el sistema carro/péndulo. El modelo del péndulo puede verse en la Figura 14.

Procedemos a analizar vectorialmente la velocidad que adquiere la carga, durante el fenómeno de balanceo:

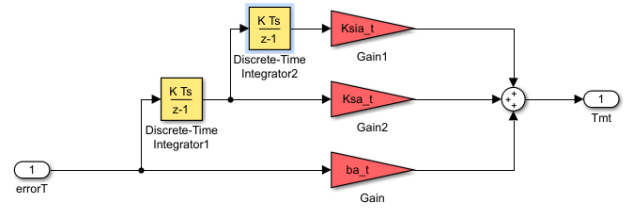


Figura 13: Control PID de Traslación de carro

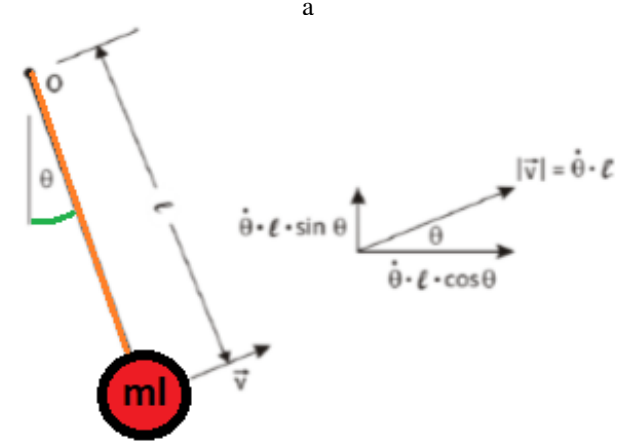


Figura 14: Descomposición de  $v_l$

$$\vec{v}_l = \vec{v}_\theta + \vec{v}_t = (\dot{x}_t + \dot{\theta} l \cos \theta) \hat{i} + (\dot{\theta} l \sin \theta) \hat{j}$$

Se realizó el desarrollo:

$$v_l^2 = v_\theta^2 + v_t^2 = (\dot{x}_t + \dot{\theta} l \cos \theta)^2 + (\dot{\theta} l \sin \theta)^2$$

$$v_l^2 = \dot{x}_t^2 + 2\dot{x}_t \dot{\theta} l \cos \theta + \dot{\theta}^2 l^2 \cos^2 \theta + \dot{\theta}^2 l^2 \sin^2 \theta$$

$$v_l^2 = \dot{x}_t^2 + 2\dot{x}_t \dot{\theta} l \cos \theta + \dot{\theta}^2 l^2$$

La energía cinética del sistema queda comprendida por la siguiente expresión:

$$K = K_t + K_l = \frac{1}{2} M_t v_t^2 + \frac{1}{2} m_l v_l^2$$

$$K = \frac{1}{2} [M_t \dot{x}_t^2 + m_l (\dot{x}_t^2 + 2\dot{x}_t \dot{\theta} l \cos \theta + \dot{\theta}^2 l^2)]$$

La energía potencial del sistema es:

$$U = m_l g l (1 - \cos \theta)$$

A partir de la fórmula de Lagrange:

$$L = K - U = \frac{1}{2}[M_t \dot{x}_t^2 + m_l(\dot{x}_t^2 + 2\dot{x}_t \dot{\theta} l \cos \theta + \dot{\theta}^2 l^2)] - m_l g l (1 - \cos \theta)$$

Habiendo tomado como coordenadas generalizadas  $\theta$  y

$x_t$

En  $x_t$ :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_t} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_t} = F_t - b_t v_t$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_t} = M_t \dot{x}_t + m_l \dot{x}_t + m_l l \dot{\theta} \cos \theta$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_t} \right) = M_t \ddot{x}_t + m_l \ddot{x}_t + m_l l (\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_t} = 0$$

Obteniendo así la ecuación:

$$(M_t + m_l) \dot{x}_t + m_l l (\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) = F_t - b_t v_t \quad (28)$$

En  $\theta$ :

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = m_l l \dot{x}_t \cos \theta + m_l l^2 \dot{\theta}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = m_l l (\dot{x}_t \cos \theta - \dot{x}_t \sin \theta \dot{\theta}) + m_l l^2 \ddot{\theta}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -m_l \dot{x}_t \dot{\theta} \sin \theta - m_l g l \sin \theta = -m_l (\dot{x}_t \dot{\theta} + g) l \sin \theta \quad (29)$$

Obtenemos la ecuación correspondiente a la otra coordenada generalizada:

$$m_l l (\ddot{x}_t \cos \theta - \dot{x}_t \sin \theta \dot{\theta}) + m_l l^2 \ddot{\theta} + m_l (\dot{x}_t \theta + g) l \sin \theta = 0$$

$$(\ddot{x}_t \cos \theta - \dot{x}_t \sin \theta \dot{\theta}) + l \ddot{\theta} + (\dot{x}_t \theta + g) \sin \theta = 0$$

$$\ddot{x}_t \cos \theta + l \ddot{\theta} + g \sin \theta = 0$$

Si consideramos un balanceo pequeño, con una oscilación mejor a  $10^\circ$ , las ecuaciones que describen el sistema acoplado son:

$$(M_t + m_l) \dot{v}_t + m_l l \ddot{\theta} = F_t - b_t v_t \quad (30)$$

$$\ddot{x}_t + l \ddot{\theta} + g \theta = 0 \quad (31)$$

A partir de la Segunda ley de Newton, conocemos  $\dot{v}_t$

$$\dot{v}_t = \frac{F_t - b_t v_t}{M_t}$$

Reemplazando en (28) :

$$\frac{F_t - b_t v_t}{M_t} + l \ddot{\theta} + g \theta = 0$$

Se procede a despejar  $F_t$  y a reemplazar en (27)

$$(M_t + m_l) \dot{v}_t + m_l l \ddot{\theta} = -M_t l \ddot{\theta} - M_t g \theta$$

Se aplica Laplace, con valores  $V_t(0) = 0$ ,  $\theta(0) = 0$  y  $\dot{\theta}(0) = 0$ .

$$(M_t + m_l) s V_t(s) + m_l l s^2 \theta(s) = -M_t l s^2 \theta(s) - M_t g \theta(s)$$

$$-(M_t + m_l) s V_t(s) = [m_l l s^2 + M_t l s^2 + M_t g] \theta(s)$$

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{V_t(s)} = \frac{-(M_t + m_l) s}{(M_t + m_l) l s^2 + M_t g}$$

Una vez obtenida la función de transferencia, se procedió a formular un controlador de tipo PD, el cual se encuentra en función del ángulo de la carga, la masa de la carga y la longitud de la cuerda.

Según [2] se obtiene la función de transferencia de nuestro nuevo bloque:

$$\frac{\theta(s)}{V_t * (s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)PD(S)} = \frac{\frac{-(M_t + m_l) s}{(M_t + m_l) l s^2 + M_t g}}{1 + \frac{-(M_t + m_l) s}{(M_t + m_l) l s^2 + M_t g} (k_{pp} + k_{dp} s)}$$

- $k_{pp}$ : Ganancia proporcional auto-ajutable.
- $k_{dp}$ : Ganancia derivada auto-ajutable.

Se aplica máximo común divisor en el denominador y se obtiene:

$$\frac{\theta(s)}{V_t * (s)} = \frac{-(M_t + m_l) s}{(M_t + m_l) l s^2 + M_t g - (M_t + m_l) s (k_{pp} + k_{dp} s)}$$

$$\frac{\theta(s)}{V_t * (s)} = \frac{-(M_t + m_l) s}{[(M_t + m_l) l - (M_t + m_l) k_{dp}] s^2 - (M_t + m_l) k_{pp} s + M_t g}$$

Se dividió tanto el numerador como el denominador por la siguiente expresión  $[(M_t + m_l) l - (M_t + m_l) k_{dp}]$

$$\frac{\theta(s)}{V_t * (s)} = \frac{\frac{-(M_t + m_l) s}{[(M_t + m_l) l - (M_t + m_l) k_{dp}]}}{s^2 - \frac{(M_t + m_l) k_{pp}}{[(M_t + m_l) l - (M_t + m_l) k_{dp}]} s + \frac{M_t g}{[(M_t + m_l) l - (M_t + m_l) k_{dp}]}}$$

Finalmente se aplica el método de asignación de polos y obtenemos las expresiones de las ganancias auto-ajustables:

$$(s - p)^2 = s^2 - 2ps + p^2$$

■

$$p^2 = \frac{M_t g}{[(M_t + m_l) l - (M_t + m_l) k_{dp}]} \longrightarrow$$

$$k_{dp} = l - \frac{M_t g}{(M_t + m_l) p^2}$$



$$-2p = -\frac{(M_t + m_l)k_{pp}}{[(M_t + m_l)l - (M_t + m_l)k_{pp}]}$$

$$\rightarrow k_{pd} = 2p[l - k_{dp}]$$

La expresión final es:

$$C(t) = k_{dp}e_{\theta} + k_{pp}Ie_{\theta}$$

- $C(t)$ : Compensación de velocidad otorgada por el control de balanceo
- Error de ángulo:  $e_{\theta}(t) = \theta * (t) - \theta(t)$
- $Ie_{\theta}$ : Integral del error.
- $IIe_{\theta}$ : Integral de la integral del error.

## 4.2. Nivel 1

En esta instancia de control, se desarrolla a una máquina de estados discretos, destinada a cumplir el rol de Control Supervisor. Se simuló a partir de la herramienta anexa a MATLAB llamada StateFlow. Los estados que conforman este control, son activados por eventos. El diagrama implementado en Simulink puede verse en la Figura 15.

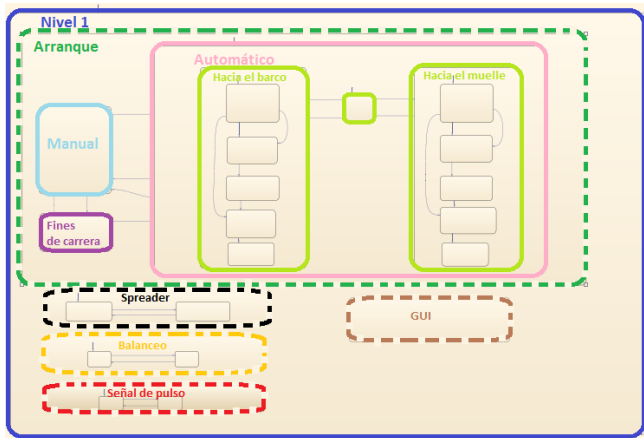


Figura 15: Nivel 1

Funciones que cumple este control:

- Coordinación de trayectorias
- Comunica las señales de consigna al Nivel 2
- Comunicación con la interfaz de usuario
- Maneja los comandos del operador
- Límites normales de operación:
  - Fines de carrera
  - Límites de velocidad
  - Estado de la carga

Consta de los siguientes 5 estados que operan en simultáneo :

- Arranque u Operación normal
- Spreader
- Balanceo
- Señal de pulso de vida
- Interfaz gráfica de usuario

**4.2.1. Arranque.** Es el estado principal, que consta a su vez de tres estados principales, los cuales son Manual y Automático. Éstos operan de forma alternada, es decir. Si está activo uno, el otro debe estar desactivado. También cuenta con un tercer estado "Fines de carrera", el cual explicaremos luego.

**4.2.2. Estado Manual.** En este estado, los controles quedan a manos del operador. Puede observarse en la Figura 16.

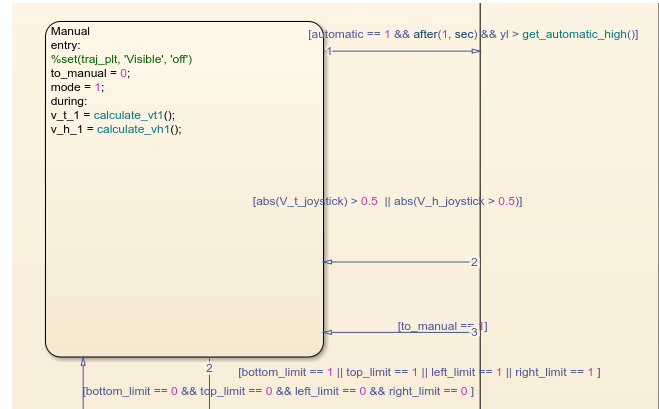


Figura 16: Estado Manual

Como se observa en la imagen, este estado puede ser activado por 3 diversos eventos.

- Evento 1: Por accionamiento de los controles, durante el modo automático, genera que se active este modo.
- Evento 2: Una vez desactivados los límites de carrera.
- Evento 3: Cambiar las consignas cuando está en modo automático.

Dentro de éste, se encuentran las funciones que calculan las velocidades, en base al ángulo que toma el comando del operador.

**4.2.3. Modo automático.** Se encarga de realizar la trayectoria y control para cumplir con las consignas preestablecidas. Está dotado de dos estados, uno para cumplir con la trayectoria de ida hacia el barco y otra de vuelta. Esto puede verse en la Figura 17.

- Evento 1: Por accionamiento de los comandos del operador, una vez establecidas las consignas.

Procederemos a explicar los estados, de "Hacia el barco", "wait", y "Hacia el muelle"; mediante el siguiente ejemplo:

Inicialmente la grúa portuaria tiene un contenedor sujeto por el spreader, encontrándose dentro del barco. Luego se establece el modo automático mediante los comandos del operador, generando que la activación del estado "wait". Ya establecida la consigna, se activa el evento, que produce el cambio de estado a "Hacia el barco", Figura 18. Dentro de este estado se realiza la secuencia de la trayectoria

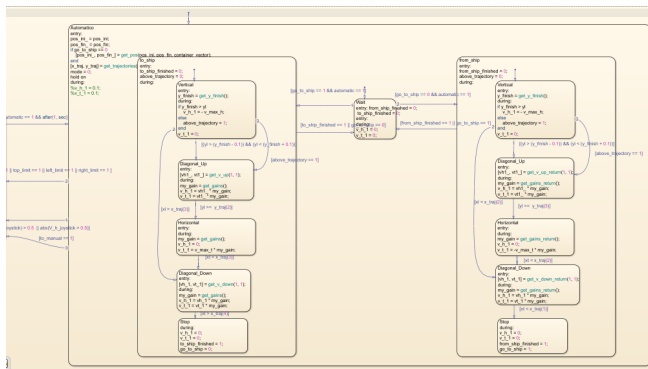


Figura 17: Estado Automático

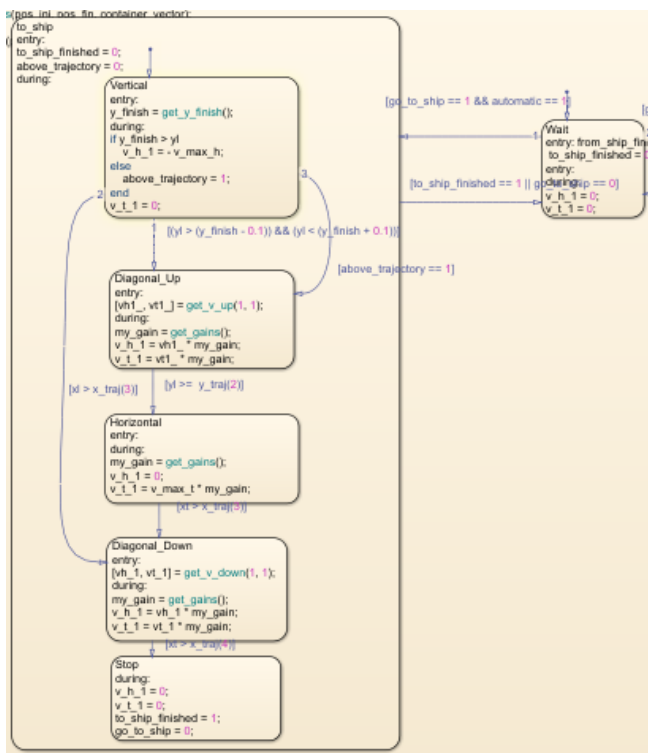


Figura 18: Estado trayectoria, hacia el barco

trapezoidal, mediante 4 estados consecutivos “vertical” encargada de elevar la carga hasta la zona segura, “diagonalup” que asciende de forma diagonal, hasta llegar a la meseta del trapecio, en este punto se activa “horizontal”, luego “diagonaldown”, hasta llegar el limite de la zona segura con el estado “Stop”. A partir de allí toma el mando el operador, para realizar el descenso del contenedor sobre el barco.

A la de hora de trabajar con el estado “Hacia el muelle” el procedimiento, es el mismo, solo que la trayectoria trapezoidal se realiza desde el barco hacia el muelle.

**4.2.4. Fines de carrera.** Ya sean los fines de carrera normales del izaje o del carro activados durante el modo automático, se dispara un evento que genera la activación de este estado.

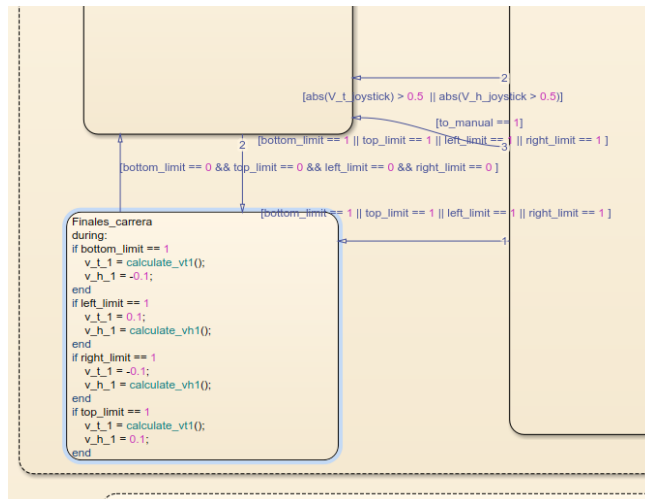


Figura 19: Fines de Carrera

Existen, 4 posibles situaciones

- Fin de carrera izquierdo del carro: Se invierte el sentido de la velocidad en el carro con una velocidad de 0.1m/s
- Fin de carrera derecho del carro: Se invierte el sentido de la velocidad en el carro con una velocidad de 0.1m/s
- Fin de carrera de izaje inferior: Se invierte el sentido de la velocidad de izaje con una velocidad de 0.1m/s
- Fin de carrera de izaje superior: Se invierte el sentido de la velocidad de izaje con una velocidad de 0.1m/s

Una vez desactivado el el fin de carrera y de no haber otro fin de carrera activo; dispara un evento que activa el modo Manual. Esto puede verse en la Figura 19

**4.2.5. Spreader.** En este estado cuenta con dos estados alternos, cargado y descargado. El evento que activa el estado cargado, son los twistlocks del spreader, al igual que el estado descargado. Figura 20.

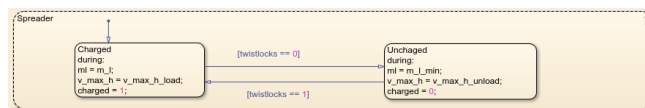


Figura 20: Estado Spreader

**4.2.6. Balanceo.** Activa o desactiva el control de balanceo del Nivel 2. Figura 21.

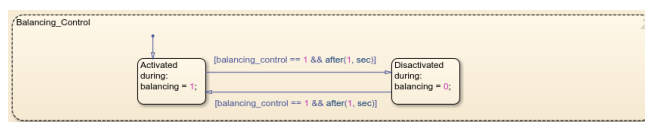


Figura 21: Estado balanceo

**4.2.7. Señal de pulso de vida.** Comunica un pulso repetitivo al Nivel 0, para demostrar que se encuentra en correcto funcionamiento. Figura 22.

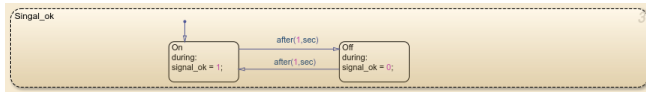


Figura 22: Estado Pulso de vida

**4.2.8. Interfaz gráfica de usuario.** Estado que permite graficar la trayectoria. Figura 23.

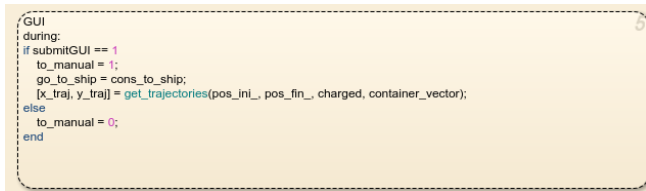


Figura 23: Estado GUI

### 4.3. Nivel 0

Este nivel de control está destinado a la seguridad de toda la planta y de los operarios que se encuentran en ella. Dada esta situación, debe ser el control más robusto y sencillo posible. Cuenta con dos estados fundamentales, el de Ejecución y el de Emergencia. El diagrama del nivel 0 en Stateflow puede verse en la Figura 24.

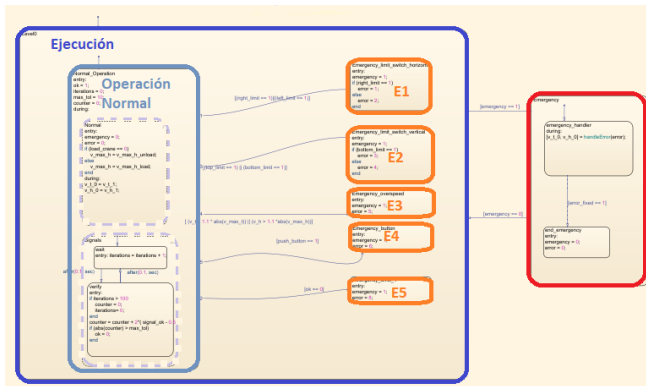


Figura 24: Nivel 0

**4.3.1. Ejecución.** Este estado de ejecución cuenta con el estado principal, Operación Normal, dentro de este se encuentran dos estados que corren en simultaneo. Uno de operación normal, y otro que recibe la señal de pulso de vida del Nivel 1. Este último está destinado a evaluar el pulso recibido, para determinar si el Nivel 1 se encuentra funcionando correctamente.

Los restantes 5 estados, se encuentran destinados a establecer el modo de emergencia, los cuales serán activados, por diversos eventos.

- E1: Este estado, habilita el bloque emergencia, en el caso que se superen los fines de carrera en del carro.
- E2: Habilita el estado de Emergencia en el caso que se superen los fines de carrera del izaje
- E3: en el caso de superar cualquiera de las dos velocidades lineales, ya sea la del carro o la del izaje, se activa el estado de Emergencia.
- E4: Este estado, dispara la Emergencia, en caso de que se presione un pulsador de emergencia en cualquier lugar de la planta.
- E5: De no cumplirse con el pulso de vida del Nivel 0, también se activa el estado de Emergencia.

**4.3.2. Emergencia.** Una vez activado este estado, se ejecuta una función que está destinada a detener ciertos grados de libertad.

A continuación analizaremos cada de las acciones tomadas por el nivel 0, cuando se activa cada una de las emergencias nombradas previamente.

- Generada por E1: Cuando se produce este tipo de error, se detiene totalmente la traslación del carro.
- Generada por E2: Cuando se produce este tipo de error, se detiene totalmente el izaje.
- Generada por E3: En el caso de que haya cualquier tipo de sobre-velocidad, se detiene, tanto el carro como el izaje.
- Generada por E4: Emergencia por cualquier pulsador de emergencia que se encuentre en la planta, detiene toda la planta.
- Generada por E5: De existir una falla en el pulso de vida del Nivel 1, se detiene toda la planta.

La lógica implementada en este autómata permite detener el sistema de control por completo en caso de superar fines de carrera últimos, sobre-velocidad, drivers fuera de control o desconectados.

### 4.4. Emulación en Codesys

Una vez realizada la simulación en Matlab se prosiguió con la programación del autómata en CODESYS. CODESYS es un entorno de desarrollo para la programación de controladores conforme con el estándar industrial internacional IEC 61131-3. De esta forma el código es fácilmente transferible a un controlador industrial.

Se tradujeron las funciones previamente desarrolladas en Matlab a lenguaje estructurado (ST) según el estándar mencionado. Para la parte secuencial se utilizaron bloques de función secuenciales (SFC).

Al igual que en el caso del programa realizado en Matlab, se separó al sistema en distintas tareas. Dichas tareas pueden observarse en la Figura 25

En la figura pueden observarse las tareas correspondientes a la planta, nivel 2, nivel 1 y nivel 0 cada uno con distintos periodos de ejecución. Además se utilizan tareas para poder simular el comportamiento de los finales de carrera.

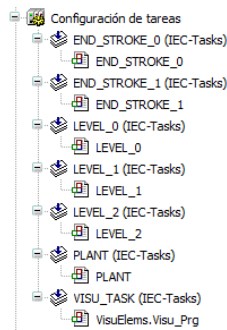


Figura 25: Tareas en CODESYS

Se simuló la planta en una POU (Program Organization Unit) independiente. Se realizó la simulación con un periodo de 1 ms (mínima permitida por CODESYS) con el fin de emular la naturaleza continua del sistema. Como método de integración se utilizó Euler mejorado.

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{2}(f(x_0, y_0), f(x_1, y(x_1)))$$

A partir de este método y teniendo las ecuaciones del modelo de la planta es posible obtener las velocidades y posiciones tanto de izaje como de traslación. El modelo de la planta en CODESYS puede observarse en la Figura 52

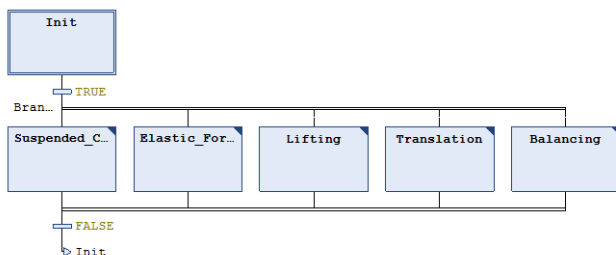


Figura 26: Modelo de la planta en CODESYS

Para el caso del nivel 2 de control se utilizó una tarea independiente con un periodo de 2 ms.

El diagrama SFC del nivel 1 puede observarse en la Figura 27. Cada uno de los bloques se desglosa en subbloques con sus respectivas funciones. El periodo de ejecución es de 20 ms.

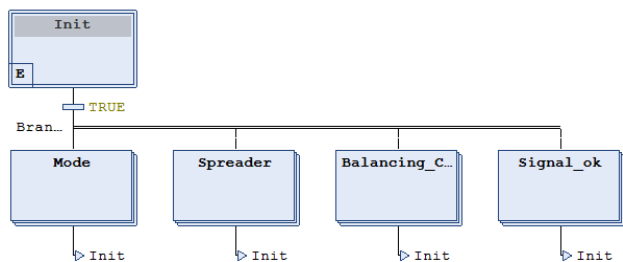


Figura 27: Nivel 1 en CODESYS

El nivel 0 se muestra en la Figura 28. Se tendrán dos estados principales, el de operación normal y el de emergencia. El periodo de ejecución en este caso es de 40 ms.

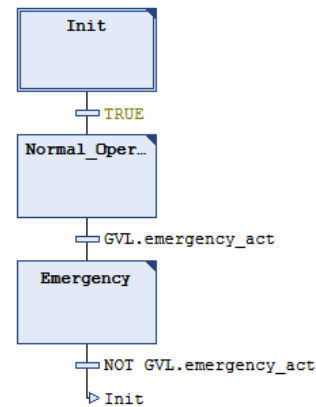


Figura 28: Nivel 0 en CODESYS

Una vez programado el modelo de la planta y los niveles previamente mencionados, se generó una interfaz hombre máquina (HMI) para simular la acción del operario de la grúa. La interfaz que se realizó es muy similar a la anteriormente se desarrolló en Matlab. Dicha interfaz da información sobre las velocidades y ángulos instantáneos, la posición del carro y las trayectorias a realizar permitiendo una monitorización y control adecuado por parte del operador.

La HMI desarrollada para el proyecto puede verse en la Figura 29.

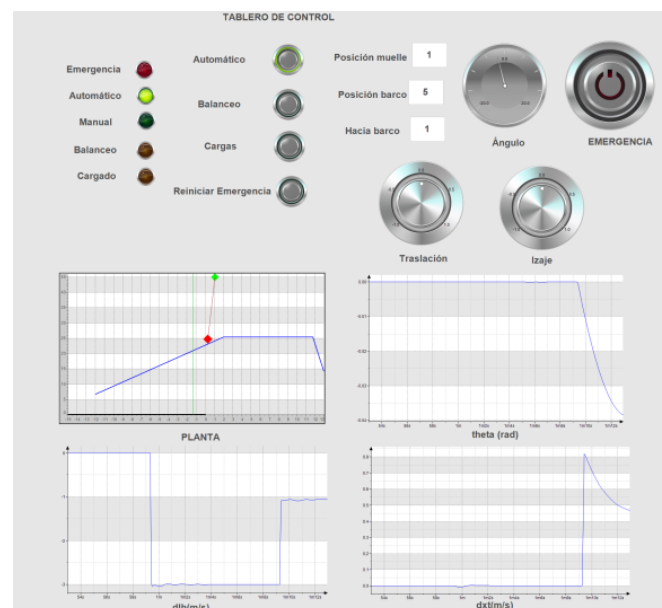


Figura 29: Interfaz para el control en CODESYS

## 5. Resultados

En esta sección, mostraremos los resultados obtenidos para diversas trayectorias, todas ellas con ciclos doble de carga y descarga. Se reflejarán las posiciones en x e y de la carga, las aceleraciones y velocidades del carro e izaje; también el ángulo de balanceo.

### 5.1. Trayectoria 1

Se presenta una trayectoria del primer carril del muelle a la última fila del barco, esto puede verse en la Figura 30. La duración del ciclo doble de carga/descarga de esta trayectoria fue de 110 segundos. Los resultados se muestran desde la Figura 31 hasta la Figura 37

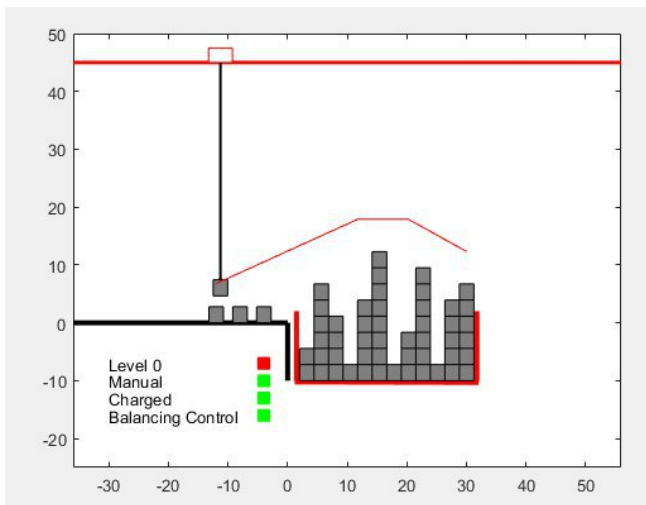


Figura 30: Trayectoria 1

Como puede observarse en los gráficos x e y de traslación de la carga, el ciclo de ida tarda aproximadamente 30 segundos. Al igual que la ida, la vuelta posee una duración aproximada de 30 segundos.

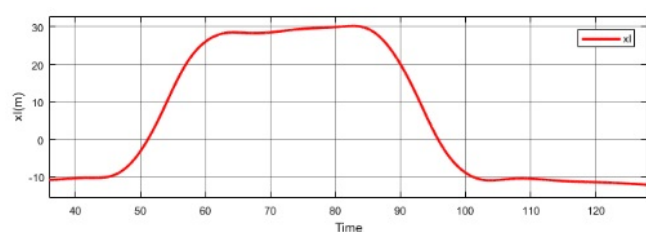


Figura 31: Posición en X de la carga

Se observa con claridad en la traslación en Y de la carga, que al momento de izarla lo realiza con mayor velocidad tanto en la ida como en la vuelta, que en la descarga.

Analizando la velocidad en X, vemos la presencia de ciertos transitorios, son a causa del cambio de las 4 trayectorias básicas que conforman el movimiento trapezoidal de carga.

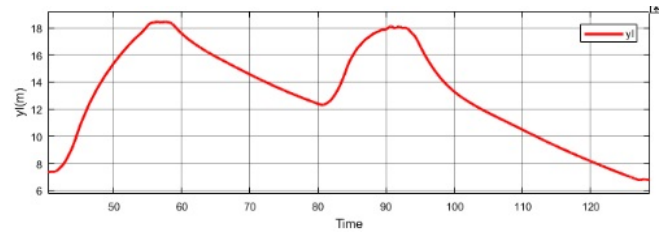


Figura 32: Posición en y de la carga

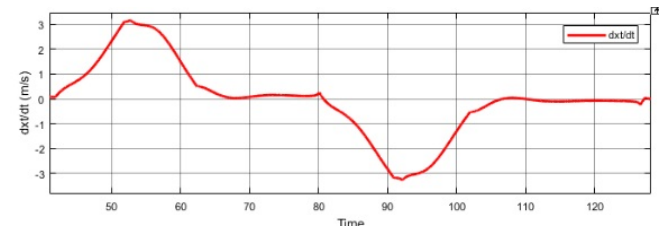


Figura 33: Velocidad en el eje del carro

Dentro de este perfil, existen valles y mesetas, los primeros expresan la variación de velocidad de izaje y los segundos expresan la variación de velocidad de descarga.

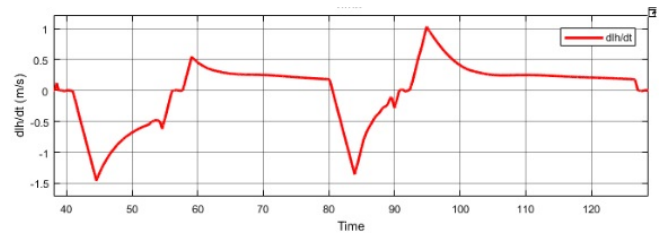


Figura 34: velocidad de izaje

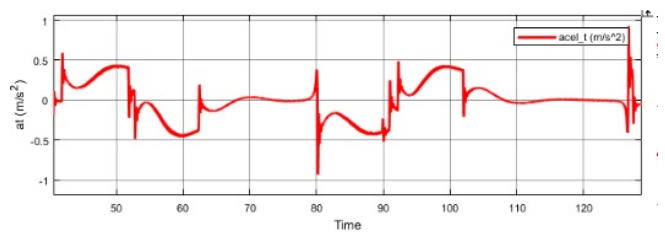


Figura 35: Aceleración del carro

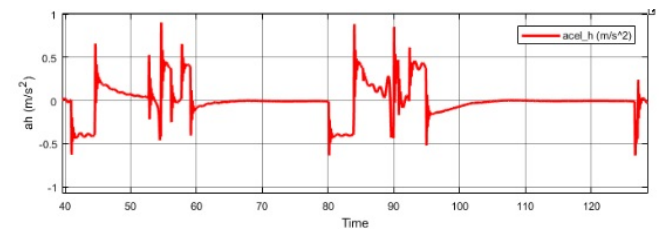


Figura 36: Aceleración de izaje



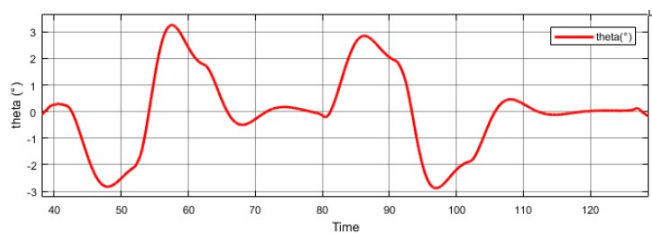


Figura 37: Ángulo de balanceo

## 5.2. Trayectoria 2

Se procede a realizar la simulación con la trayectoria calculada en la Figura 38. Se pretende desplazar el contenedor desde la posición 1 del muelle hasta la posición 7 del barco, se considera que en la trayectoria de ida y vuelta que el contenedor se encuentra cargado.

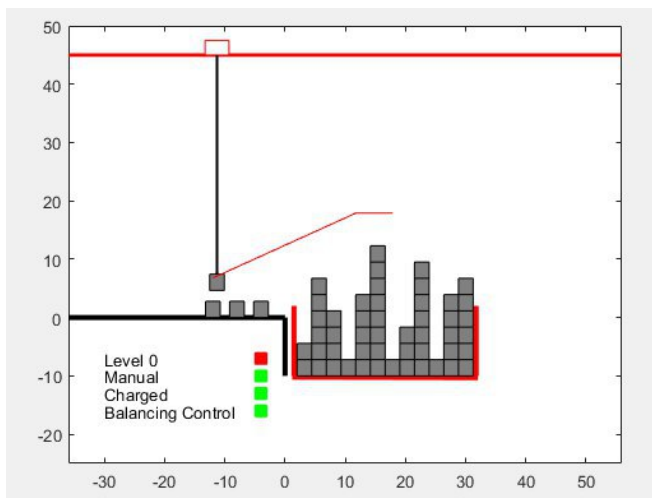


Figura 38: Trayectoria 2

Desde la Figura 39 hasta la Figura 45 pueden observarse los resultados de la simulación realizada en Matlab. Se puede visualizar que no se han excedido en ningún caso los parámetros máximos de funcionamiento.

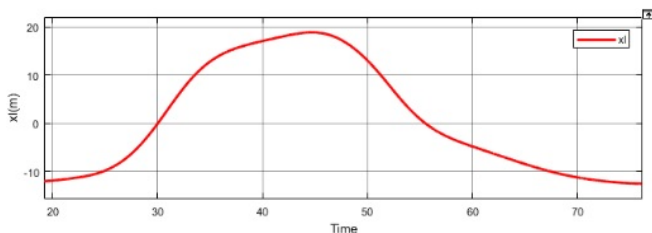


Figura 39: Posición en X de la carga

A partir de los resultados obtenidos se corrobora el correcto funcionamiento del sistema para esta trayectoria en específico.

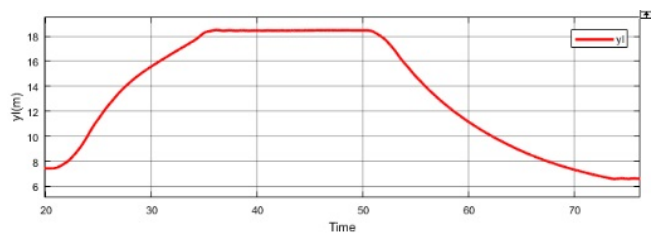


Figura 40: Posición en y de la carga

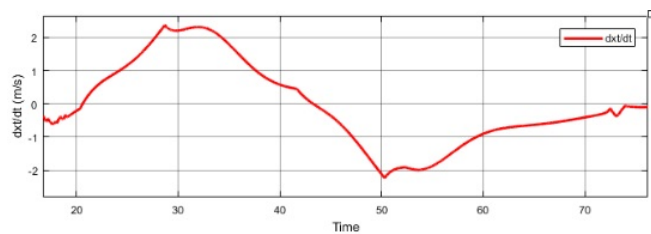


Figura 41: Velocidad en el eje del carro

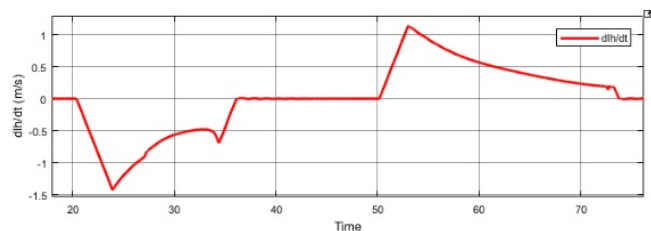


Figura 42: velocidad de izaje

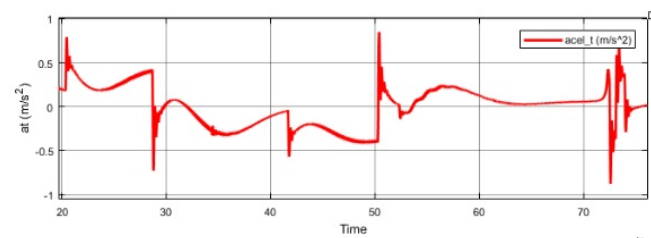


Figura 43: Aceleración del carro

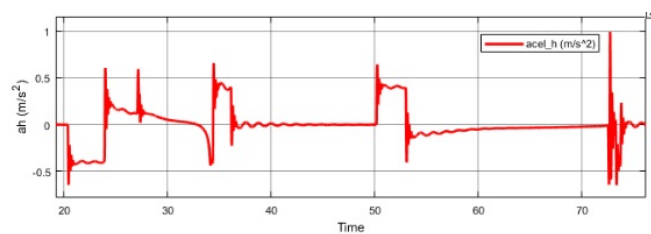


Figura 44: Aceleración de izaje

## 5.3. Trayectoria 3

Por último se realizan la trayectoria desplazando el cable desde la posición 3 del muelle hasta la posición 1 del barco. La trayectoria a realizar puede observarse en la Figura 46.

Desde la Figura 47 hasta la Figura 53 puede observarse

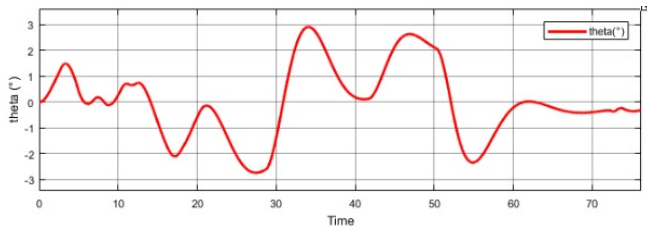


Figura 45: Ángulo de balanceo

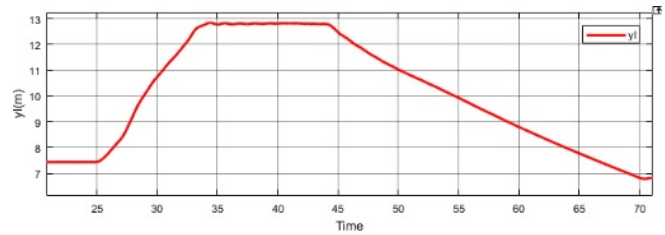


Figura 48: Posición en y de la carga

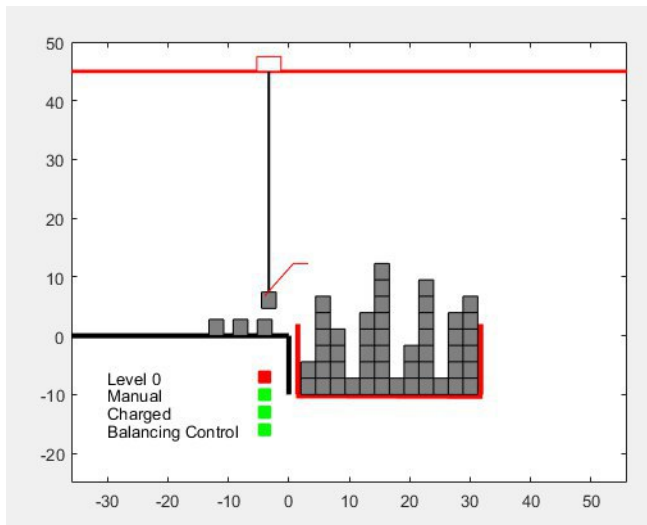


Figura 46: Trayectoria 3

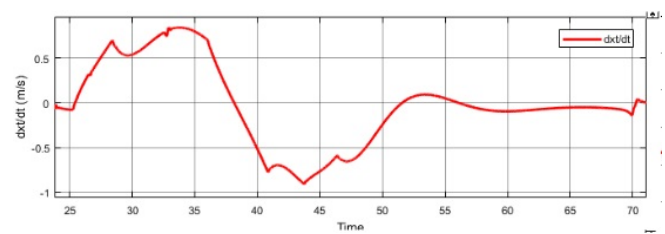


Figura 49: Velocidad en el eje del carro

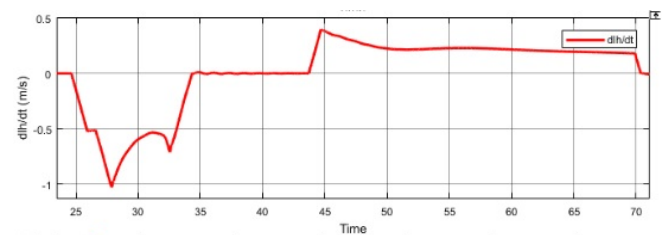


Figura 50: velocidad de izaje

los resultados de las simulaciones.

El sistema va desde la posición inicial de la trayectoria hasta la posición final exitosamente sin exceder los valores máximos de funcionamiento.

Se puede por lo tanto observar el correcto comportamiento de los controladores en esta trayectoria.

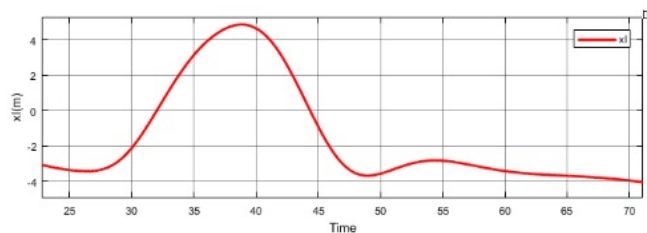


Figura 47: Posición en X de la carga

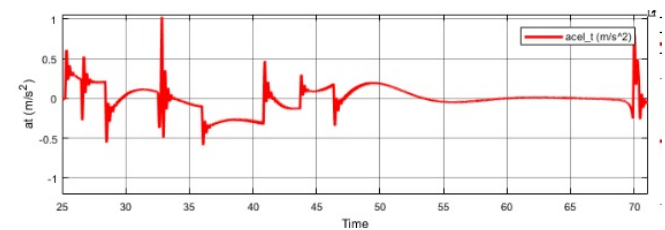


Figura 51: Aceleración del carro

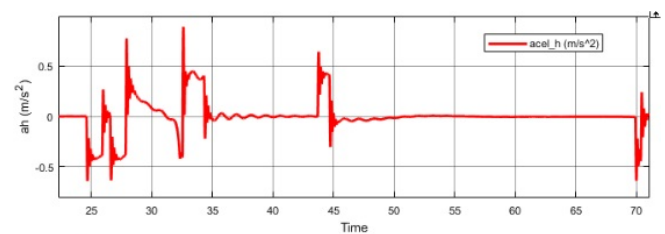


Figura 52: Aceleración de izaje

Las tres trayectorias propuestas fueron realizadas por el controlador de forma satisfactoria. Se muestra por lo tanto que el sistema de control es apropiado para la aplicación en cuestión.

## 6. Conclusión

En el presente informe se desarrolló de forma satisfactoria el diseño y simulación de una máquina de estados finitos

para el control semi-automático coordinado de una grúa portuaria de muelle tipo pórtico tanto en Simulink como utilizando en el estándar de control industrial internacional IEC 61131-3.

Se logró realizar el modelo de la planta y se pudo controlar mediante PID's para el izaje y la traslación. Además se

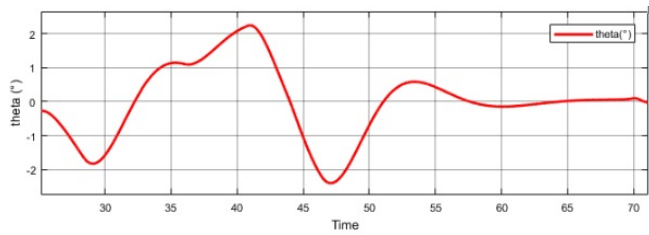


Figura 53: Ángulo de balanceo

logró implementar un control PD de balanceo con ganancias auto-ajustadas para reducir los ángulos de operación. El algoritmo para la generación de trayectorias permitió obtener trayectorias que permitieron reducir los tiempos de carga y descarga de contenedores haciendo más eficiente la operación.

El nivel 0 de seguridad permitió un control robusto para el caso de que se produzcan fallas en el sistema evitando que se excedan los requerimientos máximos de operación y los límites en el espacio de trabajo.

Los resultados obtenidos satisficieron las expectativas. Se pudo observar un correcto funcionamiento del sistema global tanto en Simulink como en CODESYS corroborando los modelos obtenidos y la calidad de los algoritmos desarrollados.

## Referencias

- [1] G. L. Julián, "Autómatas y control discreto: Proyecto global integrador," *Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo*, 2018.
- [2] K. Ogata, "Ingeniería de control moderna," 5<sup>o</sup> Edición, 2009.