Instrumentación electrónica

Circuitos de corriente alterna

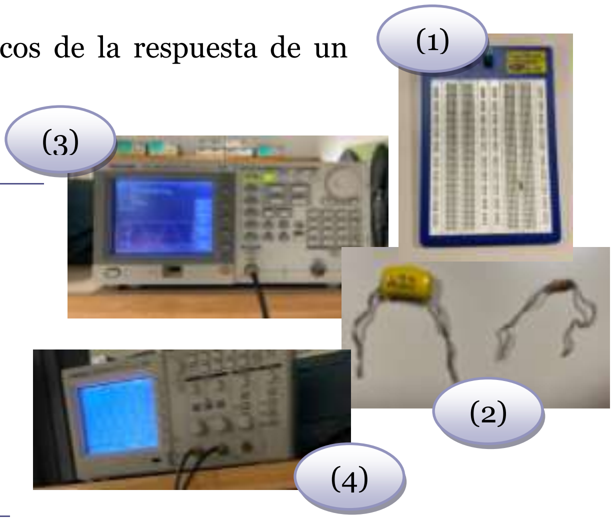
Souto Parga, Hugo

Índice

1. Objetivos:

- El objetivo principal es aprender y familiarizarse a utilizar el osciloscopio para las diversas funciones que puede ejecutar.
- Obtener unos determinados parámetros característicos de la respuesta de un circuito RC

2. Material

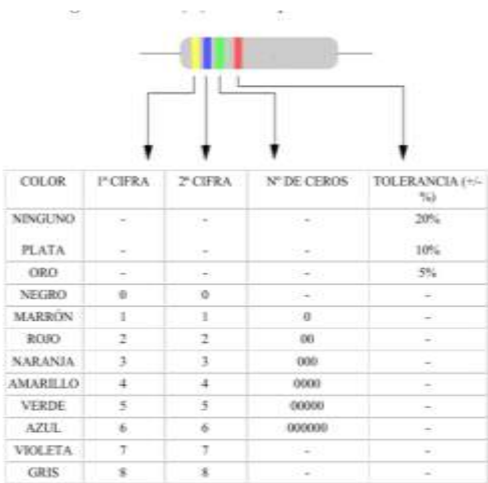


- Placa base (1)
- Resistencia (10kΩ) y condensador (12k pF) (2)
- Generador de señales (fuente de fem solenoidal) (3)
- Osciloscopio digital (4)

3. Metodología

3.2 Medida de las resistencias

Antes de todo, calcularemos el valor nominal teórico de nuestra resistencia junto con su tolerancia e incertidumbre, teniendo en cuenta el código de colores:



COLOR	1ª CIFRA	2ª CIFRA	Nº DE CEROS	TOLERANCIA (+/- %)
NINGUNO	-	-	-	20%
PLATA	-	-	-	10%
ORO	-	-	-	5%
NEGRO	0	0	-	-
MARRÓN	1	1	0	-
ROJO	2	2	00	-
NARANJA	3	3	000	-
AMARILLO	4	4	0000	-
VERDE	5	5	00000	-
AZUL	6	6	000000	-
VIOLETA	7	7	-	-
GRIS	8	8	-	-

Figura 1: Código de colores. Falta la adición del color blanco, cuya primera y segunda cifra son 9.

Resistencia	Código de colores(Ω)	Valor nominal(Ω)	Tolerancia (%)	Incertidumbre absoluta (Ω)
R	Marrón/Negro/Naranja/Oro	10000	5%	±500

Tabla 1: Valores de las resistencias obtenidas mediante el código de colores.

Ahora medimos la resistencia con el polímetro. Se coloca en la placa base, o entre nuestros dedos, la resistencia y conectamos en paralelo con los extremos de la resistencia, con una conexión al borne COM y otra conexión al borne VΩ. Después, seleccionamos la escala (range) que mejor se ajuste al elemento que estamos midiendo, en nuestro caso MΩ. Al no conocer las especificaciones del fabricante sobre la incerteza experimental del polímetro, establecemos que la incerteza de la medida es la resolución de la lectura del polímetro, es decir, en nuestro caso s(R) = 10Ω. Los valores obtenidos fueron:

Resistencia	Lectura (Ω)	Resolución (Ω)	Incertidumbre absoluta (Ω)
R	9960	10	±10

Tabla 2: Valores de las resistencias medidos con el polímetro.

Una vez obtenidos los datos con el polímetro, comprobamos que, efectivamente, estos se encuentran en el intervalo de tolerancia teórico:

Intervalo de tolerancia teórico (Ω)	Medición ±Incertidumbre de la medida
10000±500= (9500,10500)	9960±10=(9950,9970)

Tabla 3: Comparación entre el intervalo de tolerancia teórico y la medición con el polímetro.

3.3. Construcción del circuito RC:

Procedemos a construir el circuito RC, que consiste en conectar en serie un condensador y una resistencia, aplicando sobre el circuito una tensión variable a través de una fuente de alimentación de corriente alterna. Esto se visualiza en la figura 2:

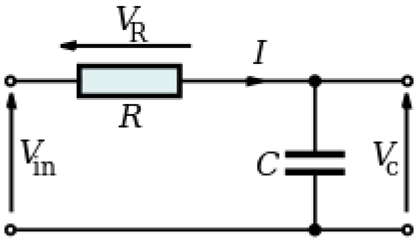


Figura 2: Circuito RC

3.4. Cálculo de la frecuencia de corte

Teniendo en cuenta los valores de la resistencia (R=9960 Ω) y del condensador (según el guión de la práctica, la capacidad del condensador es C= $\mathbf{12 \cdot 10^{-9}}$F) anterior presentados, procedemos a calcular de forma teórica la frecuencia de corte mediante las siguientes expresiones (donde T es la constante de tiempo):

$$\boldsymbol{T = RC = 9960 \cdot 12 \cdot 10^{-9} = 119{,}52 \cdot 10^{-4} s} \qquad \text{Ec.1}$$

$$\boldsymbol{f_C = \frac{1}{2\pi T} = \frac{1}{2\pi \cdot 119{,}52 \cdot 10^{-4}} = 1331{,}618 Hz} \qquad \text{Ec.2}$$

Obtenemos así el valor teórico de la frecuencia de corte: f_C=1331,618Hz, que más tarde compararemos con el valor obtenido experimentalmente.

Para la obtención de esta magnitud de forma experimental, estudiaremos la variación del módulo de la impedancia (Z) con la frecuencia mediante la expresión:

$$\boldsymbol{Z = R\frac{V_m}{V_{mR}}} \qquad \text{Ec.3}$$

Donde V_m y V_{mR} son los voltajes máximos del circuito y de la resistencia respectivamente. Estas magnitudes serán medidas mediante el osciloscopio: V_m en el canal 1 y V_{mR} en el canal 2.

Para calcular las incertezas de Z y de $20\cdot\log_{10}(Z)$ utilizamos la ecuación general de la propagación de las incertidumbres:

$$s(y) = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 s(x_i)^2} \qquad \text{Ec.4}$$

Después de hacer las derivadas quedarán:

$$s(Z) = \sqrt{\left(\frac{R}{V_{mR}}\right)^2 s(V_m)^2 + \left(\frac{-RV_m}{V_{mR}^2}\right)^2 s(V_{mR})^2} \qquad \text{Ec.5}$$

$$s(20log_{10}(Z)) = \sqrt{\left(\frac{20}{ln(10)V_m}\right)^2 s(V_m)^2 + \left(\frac{20}{ln(10)V_{mR}}\right)^2 s(V_{mR})^2} \qquad \text{Ec.6}$$

Para todas las demás incertezas, al no conocer las especificaciones del fabricante sobre la incerteza experimental del osciloscopio, establecemos que la incerteza de la medida es la última cifra que indique el osciloscopio.

Teniendo todo esto en cuenta, extraemos los siguientes resultados para 23 valores diferentes de la frecuencia (13 por debajo de la frecuencia de corte, tomados de 100 en 100, y 10 por encima de la frecuencia de corte, tomados de 300 en 300). Los valores recogidos de las medidas nombradas anteriormente, acompañadas con sus respectivas incertidumbres son los siguientes:

Medidas	f(Hz)	V_m (V)	$s(V_m)$(V)	V_{mR} (V)	$s(V_{mR})$(V)	Z(Ω)	s(Z)(Ω)
1	100	20,6	0,1	1,64	0,01	1251,07 E+02	9,75 E+02
2	200	20,6	0,1	3,24	0,01	633,26 E+02	3,64E+02
3	300	20,6	0,1	4,8	0,1	427,45E+02	9,14E+02
4	400	20,6	0,1	6,24	0,01	328,81 E+02	1,68E+02
5	500	20,6	0,1	7,52	0,01	272,84 E+02	1,37E+02
6	600	20,6	0,1	8,8	0,1	233,15 E+02	2,88E+02
7	700	20,6	0,1	10,0	0,1	205,18 E+02	2,28E+02
8	800	20,6	0,1	10,8	0,1	189,98 E+02	1,99E+02
9	900	20,6	0,1	11,8	0,1	173,88 E+02	1,70E+02
10	1000	20,6	0,1	12,8	0,1	160,29 E+02	1,47E+02
11	1100	20,6	0,1	13,2	0,1	155,44 E+02	1,40E+02
12	1200	20,4	0,1	14,0	0,1	145,13 E+02	1,26E+02
13	1300	20,4	0,1	14,6	0,1	139,17 E+02	1,17E+02
14	1600	20,4	0,1	15,8	0,1	128,60 E+02	1,03E+02
15	1900	20,4	0,1	16,6	0,1	1224,00 E+01	9,51E+01
16	2200	20,4	0,1	17,4	0,1	1167,72 E+01	8,82E+01
17	2500	20,2	0,1	17,8	0,1	1130,29 E+01	8,46E+01
18	2800	20,2	0,1	18,2	0,1	1105,45 E+01	8,18E+01
19	3100	20,8	0,1	19,0	0,1	1090,36 E+01	7,77E+01
20	3400	21	0,1	19,2	0,1	1089,38 E+01	7,69E+01
21	3700	21	0,1	19,4	0,1	1078,14 E+01	7,57E+01
22	4000	21	0,1	19,6	0,1	1067,14 E+01	7,45E+01
23	4300	21	0,1	19,8	0,1	1056,36 E+01	7,33E+01

Tabla 4: variación del módulo de la impedancia Z(Ω) con la frecuencia.

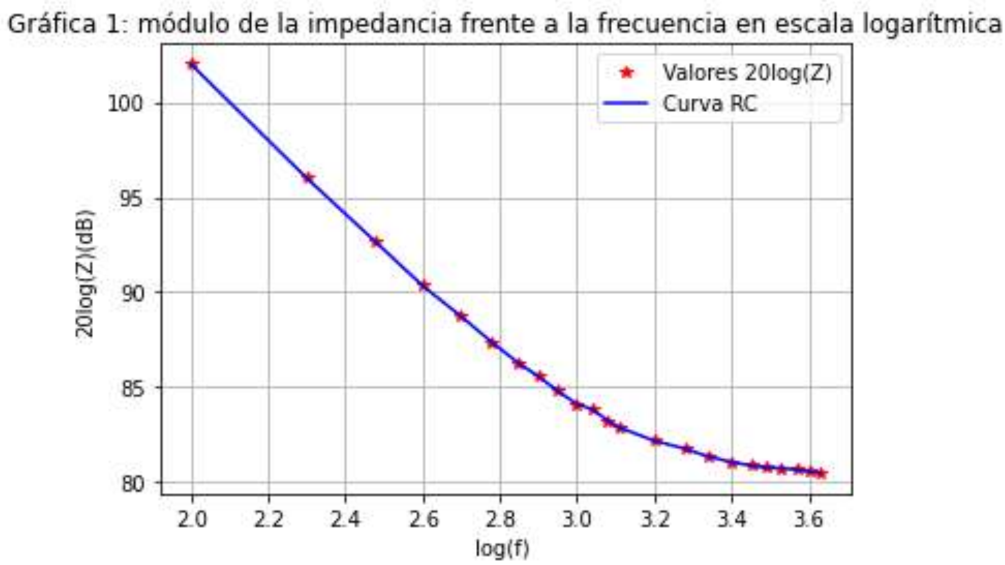
Destacar que el valor del potencial del circuito (V_m) varía a lo largo de la medición (20,6±0,4), aunque este debería permanecer más o menos constante.

Procedemos a calcular los valores restantes correspondientes al paso a escala logarítmica de la frecuencia y la impedancia, que pasa a estar esta última en decibelios (dB):

Medidas	*f(Hz)*	*$log_{10}(f)$*	*20 log_{10} (Z) (dB)*	*s(20 log_{10} (Z)) (dB)*
1	100	2,00	101,95	0,07
2	200	2,30	96,03	0,05
3	300	2,48	92,62	0,19
4	400	2,60	90,34	0,04
5	500	2,70	88,72	0,04
6	600	2,78	87,35	0,11
7	700	2,85	86,24	0,10
8	800	2,90	85,57	0,09
9	900	2,95	84,80	0,08
10	1000	3,00	84,10	0,08
11	1100	3,04	83,83	0,08
12	1200	3,08	83,24	0,08
13	1300	3,11	82,87	0,07
14	1600	3,20	82,18	0,07
15	1900	3,28	81,76	0,07
16	2200	3,34	81,35	0,07
17	2500	3,40	81,06	0,07
18	2800	3,45	80,87	0,06
19	3100	3,49	80,75	0,06
20	3400	3,53	80,74	0,06
21	3700	3,57	80,65	0,06
22	4000	3,60	80,56	0,06
23	4300	3,63	80,48	0,06

Tabla 5: conversión a escala logarítmica.

A continuación realizaremos la representación gráfica del módulo de la impedancia en escala logarítmica ($20 \cdot log_{10}(Z)$) frente a la frecuencia, también en escala logarítmica (log(f)), a través de los datos obtenidos en la tabla 5 para obtener la curva RC:



Procedemos a obtener teóricamente las curvas que representan la variación de la impedancia en los circuitos formados exclusivamente por la resistencia y el condensador y comprobamos que coinciden con las asíntotas de la gráfica anterior:

- Circuito resistivo: En el caso de que el circuito estuviera formado por solo la resistencia (sin condensador), la impedancia permanece constante y coincide con el valor de la resistencia del circuito. La curva será entonces una recta horizontal que será a su vez una asíntota de la curva RC:

$$Z = R = 9960\Omega$$
$$\rightarrow \text{En escala logarítmica: } 20 \cdot \log_{10}(\mathrm{R}) = 79{,}965$$

Ec.7

$$Recta\ horizontal: y = 79{,}965$$

- Circuito capacitivo: En el caso de que el circuito estuviera formado solo por el condensador (sin resistencia), la impedancia coincide con la reactancia capacitiva de este y será una asíntota oblicua de la curva RC:

$$Z = X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{C2\pi f}$$
$$\rightarrow \text{En escala logarítmica: } 20 \cdot \log_{10}(X_C) = 20 \cdot \log_{10}(Z)$$

Ec.8

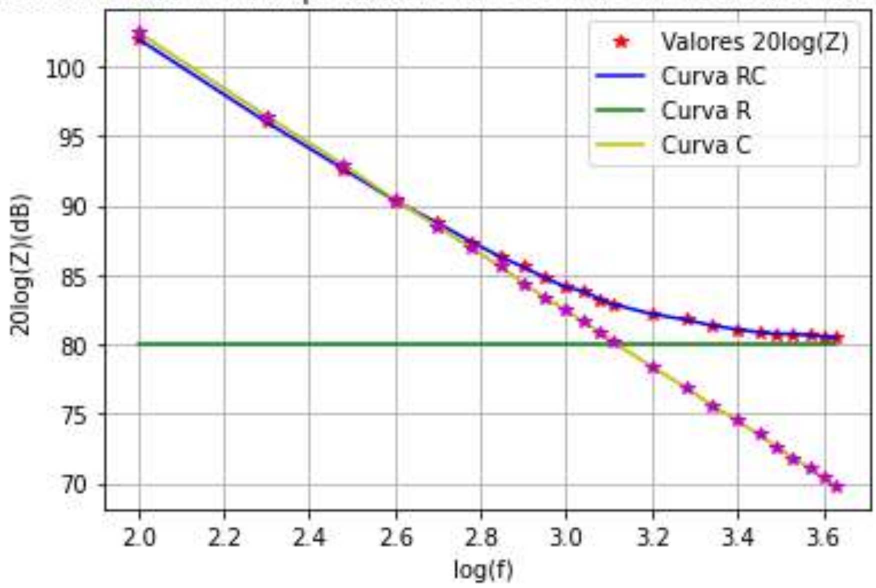
Recogemos en la tabla 6 los valores de la impedancia calculada mediante la ecuación 8 junto a su valor en escala logarítmica en decibelios:

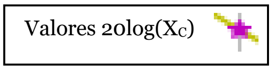
Medidas	Z (Ω)	20log(Z) (dB)
1	1326,3E+02	1,0E+02
2	6631,4E+01	9,6E+01
3	4421,0 E+01	9,3E+01
4	3315,7 E+01	9,0E+01
5	2652,6 E+01	8,8E+01
6	2210,5 E+01	8,7E+01
7	1894,7 E+01	8,6E+01
8	1657,9 E+01	8,4E+01
9	1473,7 E+01	8,3E+01
10	1326,3 E+01	8,2E+01
11	1205,7 E+01	8,2E+01
12	1105,2 E+01	8,1E+01
13	1020,2E+01	8,0E+01
14	828,9 E+01	7,8E+01
15	698,0 E+01	7,7E+01
16	602,9 E+01	7,6E+01
17	530,5 E+01	7,4E+01
18	473,7 E+01	7,4E+01
19	427,8 E+01	7,3E+01
20	390,1 E+01	7,2E+01
21	358,5 E+01	7,1E+01
22	331,6 E+01	7,0E+01
23	308,4 E+01	7,0E+01

Tabla 6: Valores de la impedancia (Ω) y sus valores en escala logarítmica (dB).

A partir de los datos obtenidos en la tabla 5 (con los que hicimos la gráfica 1 y es la curva RC), mediante la ecuación 7 (que representa una curva horizontal, la curva R) y los valores logarítmicos de la tabla 6 (que representa la curva C), estas dos últimas son asíntotas de la curva RC, obtenemos la siguiente gráfica:

Gráfica 2: módulo de la impedancia frente a la frecuencia en escala logarítmica





Nos queda calcular el punto de intersección entre las dos asíntotas, que es donde se encuentra la frecuencia de corte. Por lo tanto, para hallar el punto de corte realizaremos el ajuste lineal mediante el método de los mínimos cuadrados para ambas rectas.

En el caso de la curva R no hace falta ya que es una recta horizontal constante de la forma:

$$y = 79{,}965$$

Para la curva C debemos tener en cuenta las fórmulas correspondientes a esta clase de ajuste que nos fueron dadas en las clases expositivas. En ellas, "a" corresponderá con la ordenada en el origen, mientras que "b" será la pendiente de nuestra recta:

$$a = \frac{(\sum_i y_i)(\sum_i x_i^2)-(\sum_i x_i)(\sum_i x_i y_i)}{n(\sum_i x_i^2)-(\sum_i x_i)^2}$$ Ec.9

$$b = \frac{n(\sum_i x_i y_i) - (\sum_i x_i)(\sum_i y_i)}{n(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)^2}$$ Ec.10

La desviación típica del ajuste para la muestra viene dada por:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_i (y_i - a - bx_i)^2}{n-2}}$$ Ec.11

Donde (n-2) representa los grados de libertad, que en este caso son dos, debido a que son los dos parámetros que aparecen en la función (a y b).

Las incertidumbres de los parámetros a y b se calculan a partir de las siguientes expresiones:

$$s(a) = s\sqrt{\frac{(\sum_i x_i^2)}{n(\sum_i x_i^2)-(\sum_i x_i)^2}}$$ Ec.12

$$s(b) = s\sqrt{\frac{n}{n(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)^2}}$$ Ec.13

Por último, el coeficiente de regresión lineal, r, nos indica en qué grado el conjunto de datos ($x_i y_i$) verifican la funcionalidad propuesta, es decir, la recta de ajuste:

$$r = \frac{n(\sum_i x_i y_i)-(\sum_i x_i)(\sum_i y_i)}{\sqrt{[n(\sum_i x_i^2)-(\sum_i x_i)^2][n(\sum_i y_i^2)-(\sum_i y_i)^2]}}$$ Ec.14

Teniendo en cuenta que $x_i$equivale al los valores de las distintas frecuencias en escala logarítmica e y_i los valores de la impedancia también en escala logarítmica, los datos obtenidos para la regresión lineal fueron:

Medidas	x	y (dB)	xy	x²	y² (dB²)
1	2,00	1,02E+02	2,05E+02	4,00E+00	1,05E+04
2	2,30	9,64E+01	2,22E+02	5,29E+00	9,30E+03
3	2,48	9,29E+01	2,30E+02	6,14E+00	8,63E+03
4	2,60	9,04E+01	2,35E+02	6,77E+00	8,17E+03
5	2,70	8,85E+01	2,39E+02	7,28E+00	7,83E+03
6	2,78	8,69E+01	2,41E+02	7,72E+00	7,55E+03
7	2,85	8,56E+01	2,43E+02	8,09E+00	7,32E+03
8	2,90	8,44E+01	2,45E+02	8,43E+00	7,12E+03
9	2,95	8,34E+01	2,46E+02	8,73E+00	6,95E+03
10	3,00	8,25E+01	2,47E+02	9,00E+00	6,80E+03
11	3,04	8,16E+01	2,48E+02	9,25E+00	6,66E+03
12	3,08	8,09E+01	2,49E+02	9,48E+00	6,54E+03
13	3,11	8,02E+01	2,50E+02	9,70E+00	6,43E+03
14	3,20	7,84E+01	2,51E+02	1,03E+01	6,14E+03
15	3,28	7,69E+01	2,52E+02	1,08E+01	5,91E+03
16	3,34	7,56E+01	2,53E+02	1,12E+01	5,72E+03
17	3,40	7,45E+01	2,53E+02	1,15E+01	5,55E+03
18	3,45	7,35E+01	2,53E+02	1,19E+01	5,40E+03
19	3,49	7,26E+01	2,54E+02	1,22E+01	5,27E+03
20	3,53	7,18E+01	2,54E+02	1,25E+01	5,16E+03
21	3,57	7,11E+01	2,54E+02	1,27E+01	5,05E+03
22	3,60	7,04E+01	2,54E+02	1,30E+01	4,96E+03
23	3,63	6,98E+01	2,54E+02	1,32E+01	4,87E+03

Tabla 7: valores necesarios realizar la regresión lineal.

Sumatorios	$\sum_i x_i$ =7,03E+01	$\sum_i y_i$ =1,87E+03 (dB)	$\sum_i x_i y_i$ =5,63E+03	$\sum_i x_i^2$ =2,19E+02	$\sum_i y_i^2$ =1,54E+05 (dB²)

Tabla 8: sumatorios para el cálculo de la regresión lineal.

Mediante las ecuaciones presentadas anteriormente (Ec.9, Ec.10, Ec.11, Ec.12, Ec.13, Ec.14), calculamos:

a (dB)	b	s	s(a) (dB)	s(b)	r
142,4528	-20	5,54E-13	8,30E-13	2,69E-13	-1

Tabla 9: valores de la regresión lineal.

Lo que más me llama la atención de estos datos es el valor exacto de r=-1, esto implica que la medición es perfecta, cuando se supone que el valor de r tiende a uno y cuantos más se acerque a este valor, más fiable será la medida (al menos tres nueves seguidos al principio). Por lo tanto, de acuerdo con los datos de la tabla 9, la recta quedaría de la siguiente forma:

$$y = -20\log_{10} x + 142{,}4528$$

Una vez calculadas las dos rectas procederemos a obtener el punto de corte mediante la resolución del sistema de ecuaciones formado por ambas rectas:

$$\left\{\begin{array}{l} y = -20\log_{10} x + 142{,}4528 \\ y = 79{,}965 \end{array}\right. \longrightarrow \boxed{x=1331{,}646}$$

Teniendo en cuenta que el valor teórico de la frecuencia de corte era: f_C=1326,618Hz, podemos concluir que nuestros cálculos son correctos ya que este valor es casi idéntico al valor práctico que acabamos de obtener: f_C=1331,646Hz.

4. Conclusiones

Mediante la realización de esta práctica he podido profundizar en el funcionamiento de los circuitos de corriente alterna y como se relaciona la impedancia con la frecuencia. Además, querría destacar en esta práctica la comprobación de la coincidencia entre el dato teórico de la frecuencia de corte y el valor obtenido de forma experimental. Durante el transcurso de la práctica he trabajado con aparatos que desconocía, como el osciloscopio, con los que me he podido familiarizar y que seguramente haré uso en el futuro.

En general, hemos cumplido los objetivos marcados al principio de la práctica y disfrutar de la experiencia que ha sido satisfactoria.