

Instrumentación electrónica

Gonzalo Bastos González

77543085B

Índice

1. Corriente continua	2
1.1. Objetivos	2
1.2. Materiales y metodología	2
1.3. Análisis de datos	5
1.3.1. Medida de resistencias	5
1.4. Conclusión	5
2. Corriente alterna	6
2.1. Objetivos	6
2.2. Materiales y metodología	6
2.3. Análisis de datos	8
2.3.1. Frecuencia de corte	8
2.3.2. Desfase entre señales	13
2.4. Conclusión	14

1. Corriente continua

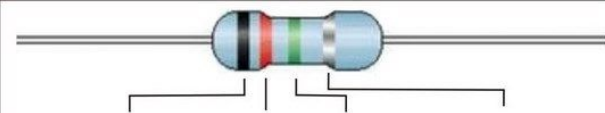
1.1. Objetivos

- Uso del polímetro para realizar mediciones
- Interpretación del código de colores para determinar el valor de las resistencias
- Comprobación de la ley de Ohm y de las leyes que rigen el funcionamiento de las resistencias a partir de los datos experimentales

1.2. Materiales y metodología

- Placa base y cables de conexión
- Polímetro
- Resistencias (2)
- Fuente de alimentación de corriente continua

El primer paso de nuestra práctica es obtener el valor de nuestras dos resistencias, tanto interpretando su código de colores como midiéndolos experimentalmente. El código de colores debe interpretarse a partir de una tabla como la siguiente:



Color	1ra. Banda	2da. Banda	3ra. Banda Multiplicador	Tolerancia %
Negro	0	0	x1	
Cafe	1	1	x10	
Rojo	2	2	x100	2%
Naranja	3	3	x1000	
Amarillo	4	4	x10000	
Verde	5	5	x100000	
Azul	6	6	x1000000	
Violeta	7	7	x10000000	
Gris	8	8	x100000000	
Blanco	9	9	x1000000000	
				Dorado 5%
				Plata 10%

Circuitos Básicos

Por www.areatecnologia.com

Figura 1: Código de colores de una resistencia

A continuación debemos comprobar los valores teóricos de las resistencias experimentalmente, conectándolas a la placa base y midiendo su valor con

el polímetro. El valor medido debería estar dentro del margen de tolerancia que indica el código de colores.

El otro método que usaremos para comprobar el valor de las resistencias consistirá en una medida indirecta, valiéndonos de la ley de Ohm ($V = IR$). Mediremos las diferentes intensidades de corriente que producen diferentes valores de voltaje. El valor de la resistencia lo obtendremos a partir de un ajuste por mínimos cuadrados. Para llevar a cabo nuestras mediciones construiremos un circuito simple como el siguiente:

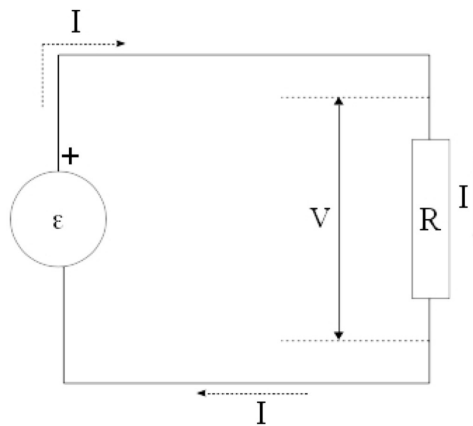


Figura 2: Esquema del circuito simple

La última parte de la práctica consiste en comprobar las diferencias en el cálculo de resistencias para un circuito en serie y otro en paralelo:

- El primer caso que vamos a analizar es el de las resistencias en serie, para ello crearemos un circuito con dos resistencias asociadas en serie como el de la Fig.3. El valor total de la resistencia del circuito es equivalente a un circuito con una sola resistencia que tenga como valor la suma de todas las R_i , es decir:

$$R_S = \sum_{k=1}^N R_k \quad (1)$$

Por otra parte, la intensidad de corriente que circula por las resistencias es la misma en ambas, mientras que la ddp (diferencia de potencial) en bornes del conjunto de resistencias cumple lo siguiente:

$$V = V_1 + V_2 \quad (2)$$

siendo V_1 y V_2 las ddp de R_1 y R_2 respectivamente.

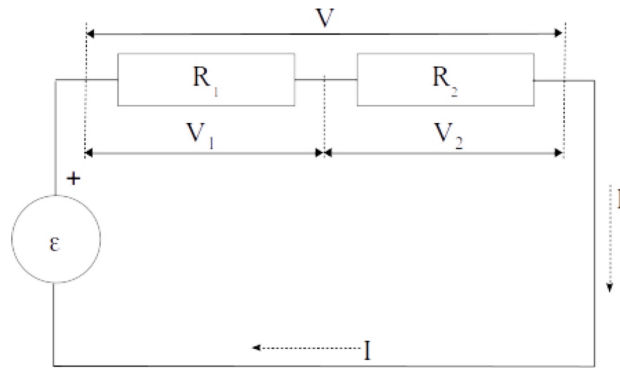


Figura 3: Esquema del circuito de resistencias asociadas en serie

- El segundo caso que vamos a estudiar es el de un circuito de dos resistencias asociadas en paralelo, para ello crearemos un circuito como el de la Fig.4. El valor total de la resistencia del circuito tiene la siguiente expresión:

$$\frac{1}{R_P} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k} \quad (3)$$

Por otra parte la ddp de potencial en bornes de cada resistencia es la misma y las intensidades de corriente cumplen la siguiente relación:

$$I = I_1 + I_2 \quad (4)$$

siendo I_1 y I_2 las intensidades que circulan por R_1 y R_2 respectivamente.

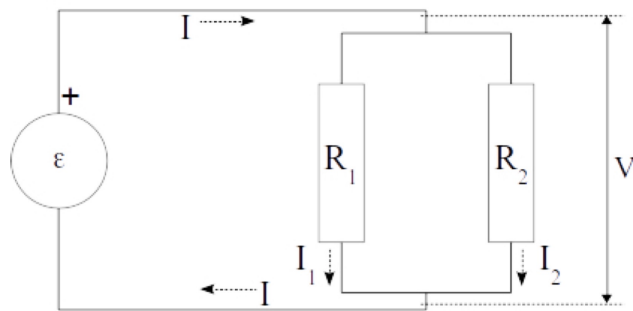


Figura 4: Esquema del circuito en paralelo

<i>Medida</i>	$V \pm s(V)$	$I \pm s(I)$
1	$1,083 \pm 0,001$	$2,6 \cdot 10^6 \pm 10^5$
2	$2,09 \pm 0,001$	$5,2 \cdot 10^6 \pm 10^5$
3	$3,08 \pm 0,001$	$7,7 \cdot 10^6 \pm 10^5$
4	$4,04 \pm 0,001$	$10,2 \cdot 10^6 \pm 10^5$
5	$5,09 \pm 0,001$	$12,8 \cdot 10^6 \pm 10^5$
6	$6,09 \pm 0,001$	$15,8 \cdot 10^6 \pm 10^5$
7	$7,05 \pm 0,001$	$17,7 \cdot 10^6 \pm 10^5$
8	$8,02 \pm 0,001$	$20,2 \cdot 10^6 \pm 10^5$
9	$9,05 \pm 0,001$	$22,8 \cdot 10^6 \pm 10^5$
10	$10,07 \pm 0,001$	$25,3 \cdot 10^6 \pm 10^5$

Tabla 1: Valores de intensidad para los diferentes voltajes con sus incertidumbres

1.3. Análisis de datos

1.3.1. Medida de resistencias

Una vez detallada la metodología que vamos a seguir comenzaremos con la medida de las resistencias. El primer método que usaremos será el del código de colores, guiándonos por una tabla como la de la Fig.1. Los datos que obtuvimos fueron los siguientes:

Resistencia	Valor nominal	Tolerancia	R
R1			
R2			

1.4. Conclusión

2. Corriente alterna

2.1. Objetivos

- Familiarizarse con el uso de un osciloscopio digital, así como con el manejo de circuitos de corriente alterna
- Obtener los parámetros característicos de un circuito de corriente alterna, como la frecuencia de corte, la impedancia o la reactancia capacitiva

2.2. Materiales y metodología

- Placa base y cables de conexión
- Resistencia ($10k\Omega$) y condensador ($12k\text{ pF}$)
- Generador de señales (fuente de fem senoidal)
- Osciloscopio digital

Para llevar a cabo nuestro experimento lo primero que haremos es construir un circuito muy básico con la resistencia y el condensador, conectados en serie, además de nuestro generador de señales. Este circuito nos servirá para medir los potenciales en bornes de la fuente, la resistencia y el condensador para los diferentes valores de frecuencia, como se muestra en la Fig.1 y en la Fig.2.

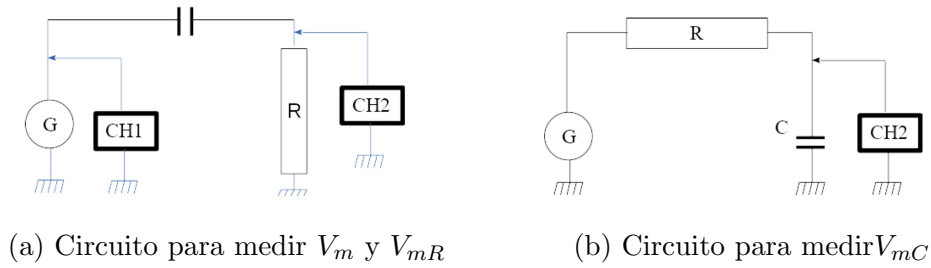


Figura 5: Esquemas de los circuitos realizados

Los datos de los potenciales calculados experimentalmente nos serán útiles para el cálculo de la impedancia (Z), magnitud que representaremos frente a la frecuencia para hacer una estimación de la frecuencia de corte, como se demostrará en el siguiente apartado.

La última parte de la práctica consiste en medir el desfase entre que existe entre las señales del generador (V_G) y de la resistencia (V_R). Para ello volveremos al primer circuito de la Fig.5 y mediremos los diferentes Δt con el osciloscopio en modo dual. Los valores de t_1 y t_2 se fijan cuando las señales cruzan el eje horizontal, como se muestra en la Fig.6.

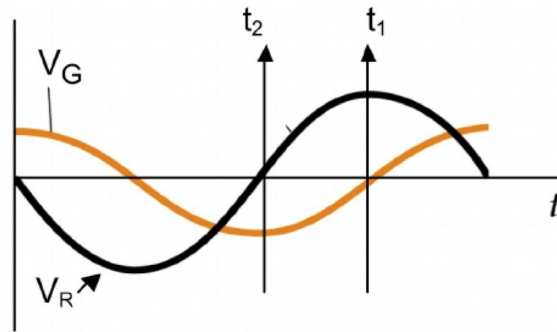


Figura 6: Representación del desfase entre señales

2.3. Análisis de datos

2.3.1. Frecuencia de corte

Para llevar a cabo el análisis de nuestros datos experimentales el primer paso es calcular el valor teórico de la frecuencia de corte, sustituyendo los valores de R y C:

$$f_C = \frac{1}{2\pi RC} \Rightarrow f_C = \frac{1}{2\pi \cdot 10^4 \cdot 12 \cdot 10^{-9}} = 1326,29 \text{ Hz} \quad (5)$$

Ahora vamos a calcular el valor de la constante de tiempo del circuito, que será una aproximación del valor real, puesto que no conocemos los datos de incertidumbre del condensador y de la fuente generadora de señales:

$$T = RC = 10^4 \cdot 12 \cdot 10^{-9} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ s} \quad (6)$$

Una vez calculado el valor teórico de la f_C vamos a compararlo con el valor que obtendremos a partir de nuestros datos experimentales de los potenciales en bornes de los diferentes elementos del circuito.

$f(\text{Hz})$	$\log_{10} f$	$V_m(\text{V})$	$V_{mR}(\text{V})$	$V_{mC}(\text{V})$	V_{mR}/V_{mC}
300	2,477	9	1,95	8,40	0,23
400	2,602	9	2,52	8,20	0,31
500	2,699	9	3,04	8,00	0,38
600	2,778	9	3,60	7,80	0,46
700	2,845	9	4,08	7,40	0,55
800	2,903	9	4,56	7,20	0,63
900	2,954	9	4,88	7,00	0,70
1000	3	9	5,28	6,80	0,78
1100	3,041	9	5,52	6,40	0,86
1200	3,079	9	5,81	6,20	0,94
1350	3,130	9	6,08	6,00	1,01
1400	3,146	9	6,16	5,80	1,06
1500	3,176	9	6,40	5,40	1,19
1700	3,230	9	6,72	5,20	1,29
2000	3,301	9	7,12	4,80	1,48
2400	3,380	9	7,52	4,40	1,71
2900	3,462	9	7,84	4,20	1,87
3500	3,544	9	8,00	3,80	2,10
3750	3,574	9	8,08	3,60	2,24
3999	3,602	9	8,16	3,40	2,40

Tabla 2: Medidas de los potenciales en bornes de la fuente, la resistencia y el condensador

Para estimar la frecuencia de corte experimentalmente debemos representar la impedancia (Z) frente a la frecuencia (ambas magnitudes en escala logarítmica), en una gráfica RC. Esta gráfica constará de tres curvas:

- La curva RC
- La curva R, que representará el valor de la resistencia frente a la frecuencia
- La curva C, que representará a la reactancia capacitiva frente a la frecuencia

Estas dos últimas curvas serán asíntotas de la curva RC y su intersección debería coincidir con el valor teórico de la frecuencia de corte.

Para nuestra representación necesitamos conocer los valores de la impedancia y la reactancia capacitiva para frecuencia en escala logarítmica:

$$Z = R \left(\frac{V_R}{V_{mR}} \right) \quad X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow X_C = \frac{1}{2\pi f C} \quad (7)$$

$f(Hz)$	$\log_{10} f$	$Z(\Omega)$	$20 \log Z$	$X_C(\Omega)$	$20 \log X_C$
300	2,477	46153,85	93,28	44209,71	92,91
400	2,602	35714,29	91,06	33157,28	90,41
500	2,699	29605,26	89,43	26525,82	88,47
600	2,778	25000,00	87,96	22104,85	86,89
700	2,845	22058,82	86,87	18947,02	85,55
800	2,903	19736,84	85,91	16578,64	84,39
900	2,954	18442,62	85,32	14736,59	83,37
1000	3,000	17045,45	84,63	13262,91	82,45
1100	3,041	16304,35	84,25	12057,19	81,62
1200	3,079	15490,53	83,80	11052,43	80,87
1350	3,130	14802,63	83,41	9824,34	79,85
1400	3,146	14610,39	83,30	9473,51	79,53
1500	3,176	14062,50	82,96	8841,94	78,93
1700	3,230	13392,86	82,54	7801,71	77,84
2000	3,301	12640,45	82,03	6631,46	76,43
2400	3,380	11968,09	81,56	5526,21	74,85
2900	3,462	11479,59	81,20	4573,42	73,20
3500	3,544	11250,00	81,02	3789,40	71,57
3750	3,574	11138,61	80,94	3536,78	70,97
3999	3,602	11029,41	80,85	3316,56	70,41

Tabla 3: Cálculo de la impedancia y la reactancia capacitiva

El valor teórico de la frecuencia de corte es de 1326,29 Hz, que debería coincidir con el punto de corte de las curvas R y C. Para calcularlo analíticamente

necesitamos conocer la ecuación de ambas curvas. La ecuación de la curva R se obtiene de forma trivial, pues la resistencia tiene un valor constante de $10k\Omega$. Para ello debemos calcular el valor de $20 \log_{10}(R)$:

$$20 \log_{10}(R) = 20 \log_{10}(10,000) = 80,00 \quad (8)$$

Por tanto la ecuación de la curva R es $y = 80$. Para conocer la ecuación de la curva C tendremos que hacer una aproximación por el método de los mínimos cuadrados a partir de los datos de la reactancia capacitiva. Con eso obtendremos una recta del tipo $y = a + bx$, con la que podremos calcular la intersección.

$$20 \log X_C = a + b \log(f) \quad (9)$$

$$a = \frac{(\sum_i y_i)(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)(\sum_i x_i y_i)}{n(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)^2} = 142,45277771188293 \quad (10)$$

$$b = \frac{n(\sum_i x_i y_i) - (\sum_i x_i)(\sum_i y_i)}{n(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)^2} = -19,999999999999496 \quad (11)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_i (y_i - a - bx_i)^2}{n - 2}} = 7,7 \cdot 10^{-13} \quad (12)$$

$$s(a) = s \sqrt{\frac{\sum_i x_i^2}{n(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)^2}} = 1,7 \cdot 10^{-12} \quad (13)$$

$$s(b) = s \sqrt{\frac{n}{n(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)^2}} = 5,4 \cdot 10^{-13} \quad (14)$$

$$r = \frac{n(\sum_i x_i y_i) - (\sum_i x_i)(\sum_i y_i)}{\sqrt{[n(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)^2][n(\sum_i y_i^2) - (\sum_i y_i)^2]}} = -0,999999999999996 \quad (15)$$

Obtenemos así la ecuación aproximada de la curva C, de la forma:

$$y = 142,45277771188293 - 19,999999999999496x \quad (16)$$

Para obtener el valor de $\log_{10} f$ en donde las curvas R y C interseccionan debemos resolver la siguiente ecuación:

$$80 = 142,45277771188293 - 19,999999999999496x \quad (17)$$

Al resolverla obtenemos un valor de $x = 3,12264$, que corresponde con un valor para la frecuencia de corte de $10^{3,12264} = 1326,294596 \text{ Hz}$, muy similar al calculado teóricamente.

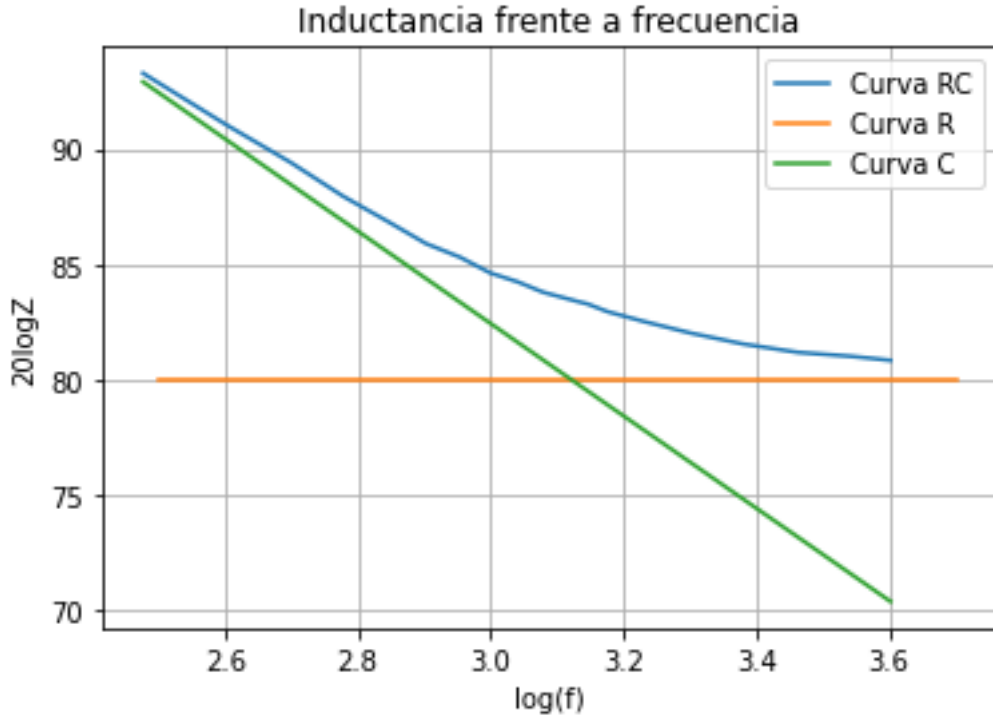


Figura 7: Curvas RC, R y C

Por último, cabe destacar que el coeficiente de regresión tiene un valor negativo por ser x_C y la frecuencia magnitudes inversamente proporcionales.

Para terminar con nuestro cálculo de la frecuencia de corte a partir de los datos experimentales vamos a representar la función $\frac{V_{mR}}{V_{mC}}$ respecto a la frecuencia. Para ello vamos a realizar un ajuste lineal por el método de los mínimos cuadrados de los datos obtenidos, aproximando nuestros datos a una recta del tipo $y = bx$, ya que no tenemos término independiente. El valor de la frecuencia de corte se corresponde con la frecuencia que verifique que $\frac{V_{mR}}{V_{mC}} = 1$.

$$b = \frac{\sum_i x_i y_i}{\sum_i x_i^2} = 0,0006555746874182195 \quad (18)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_i (y_i - bx_i)^2}{n - 1}} = 0,14315488119093 \quad (19)$$

$$s(b) = \frac{s}{\sqrt{\sum_i x_i^2}} = 1,6437544976917146 \cdot 10^{-5} \quad (20)$$

$$r = \frac{\sum_i x_i y_i}{\sqrt{(\sum_i x_i^2)(\sum_i y_i^2)}} = 0,994 \quad (21)$$

A partir de nuestro análisis por mínimos cuadrados podemos aproximar nuestros datos de $\frac{V_{mR}}{v_{mC}}$ a una recta de ecuación:

$$y = 0,0006555746874182195x \quad (22)$$

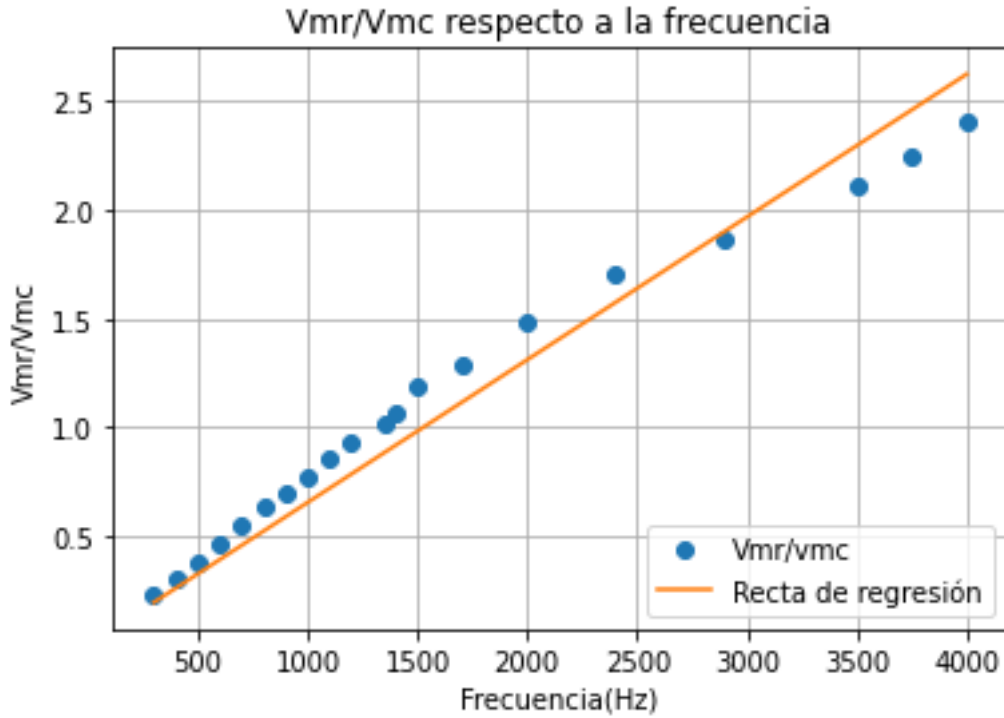


Figura 8: Representación de $\frac{V_{mR}}{V_{mC}}$ frente a la frecuencia

El valor de la frecuencia de corte coincide con el valor de frecuencia para el que $\frac{V_{mR}}{V_{mC}} = 1$, es decir:

$$1 = 0,0006555746874182195x \quad (23)$$

Si resolvemos esta ecuación obtenemos un valor para la frecuencia de corte de $x = 1525,379211845708 \text{ Hz}$, algo mayor que el valor teórico ($1326,29 \text{ Hz}$). Esta discordancia se debe probablemente a un error a la hora de realizar las mediciones, que es sustancialmente mayor al error cometido en el método de las curvas R y C (se puede observar por los coeficientes de regresión, siendo el del primer método mucho más próximo a 1).

2.3.2. Desfase entre señales

La otra parte de la práctica consiste en medir el desfase que existe entre las señales del generador (V_G) y de la resistencia (V_R). Para ello debemos medir Δt entre las dos señales para los diferentes valores de frecuencia, pues ambas magnitudes están relacionadas mediante la siguiente fórmula:

$$\varphi = -2\pi f \Delta t \quad (24)$$

Donde φ es la diferencia de fase de las señales de V_G , de fase ωt_1 , y V_R , de fase $\omega t_2 + \varphi$.

$f(Hz)$	$\log_{10} f$	$\Delta t(\mu s)$	$\varphi(rad)$	$\varphi(^{\circ})$
300	2,477	680	1,282	73,45
400	2,602	520	1,206	69,10
500	2,699	360	1,131	64,80
600	2,778	320	1,206	69,10
700	2,845	240	1,056	60,50
800	2,903	200	1,005	57,58
900	2,954	164	0,927	53,11
1000	3,000	152	0,955	54,72
1100	3,041	128	0,885	50,7
1200	3,079	104	0,784	44,92
1350	3,130	88	0,764	43,77
1400	3,146	84	0,739	42,34
1500	3,176	72	0,679	38,9
1700	3,230	60	0,641	36,73
2000	3,301	48	0,603	34,55
2400	3,380	32	0,482	27,62
2900	3,462	28	0,510	29,22
3500	3,544	20	0,440	25,21
3750	3,574	16	0,377	21,6
3999	3,602	12	0,302	17,3

Tabla 4: Medidas de Δt y cálculo del desfase

A partir de los datos obtenidos experimentalmente podemos representar gráficamente el desfase (en grados sexagesimales), frente a la frecuencia (en escala logarítmica). El valor de la frecuencia de corte debería coincidir con un valor de $\varphi = 45$. Para calcular el valor del desfase a partir de nuestros datos los hemos ajustado al siguiente polinomio de orden tres mediante Python:

$$y = 50,388x^3 - 464,717x^2 + 1364,764x - 1220,366 \quad (25)$$

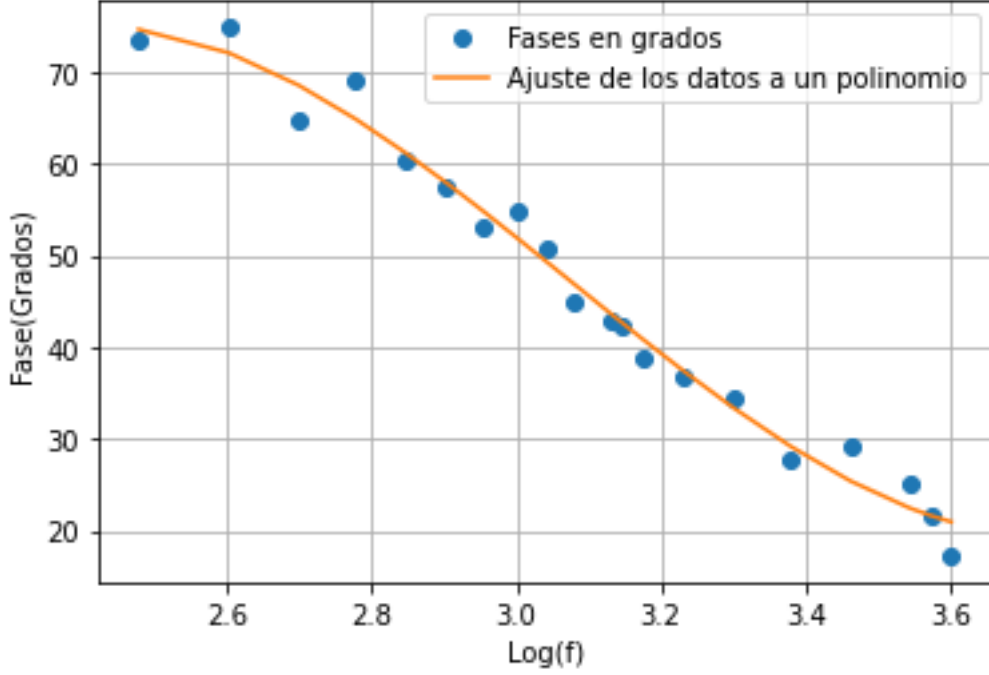


Figura 9: Representación del desfase frente a la frecuencia en escala logarítmica

Para calcular el valor aproximado de la frecuencia de corte a partir de nuestro polinomio de grado 3 tenemos que resolver la siguiente ecuación:

$$45 = 50,388x^3 - 464,717x^2 + 1364,764x - 1220,366 \quad (26)$$

Esta ecuación tiene dos raíces reales, pero nos interesa solo la que se encuentra en nuestro rango de frecuencias, $x = 3,10892$. La frecuencia asociada a ese valor es:

$$10^{3,10892} = 1285,0499232 \text{ Hz} \quad (27)$$

Este valor de la frecuencia de corte se acerca bastante al calculado teóricamente, de $1326,29 \text{ Hz}$, el error se debe seguramente a la aproximación por el polinomio y a los errores a la hora de tomar las medidas experimentales.

2.4. Conclusión

Como conclusión de nuestra práctica podemos afirmar que hemos comprobado experimentalmente el valor de la frecuencia de corte con los dos métodos

propuestos, mediante la intersección de las curvas R y C y mediante la representación del cociente $\frac{V_{mR}}{V_{mC}}$ para los diferentes valores de frecuencia. Además de eso pudimos medir los diferentes desfases entre la señal del generador y de la resistencia para cada valor de frecuencia, comprobando con bastante éxito que el desfase para la frecuencia de corte es de 45° .