

Capítulo 1

Memoria detallada: momento de inercia

1.1. Objetivos e introducción

A lo largo de esta práctica estudiamos el momento de inercia, que podríamos definir como una magnitud que explica la distribución de la masa alrededor del elemento en torno al cual rota. Definimos el momento de inercia de un sólido rígido respecto a un punto, recta o plano por:

$$I = \int r^2 dm \quad (1.1)$$

En esta ecuación, r representa la distancia entre el diferencial de masa dm al punto, recta o plano respecto al que queremos calcular el momento de inercia.

Integrando esta expresión conseguimos las distintas expresiones para calcular el momento de inercia de los distintos cuerpos geométricos que estudiaremos a lo largo de la experiencia.

$$\begin{aligned} \text{Disco:} \quad I &= \frac{MR^2}{2} \\ \text{Cilindro:} \quad I &= \frac{MR^2}{2} \\ \text{Esfera:} \quad I &= \frac{2MR^2}{5} \\ \text{Barra:} \quad I &= \frac{ML^2}{12} \end{aligned}$$

Figura 1.1: Fórmulas de momento de inercia para distintos cuerpos geométricos

Donde R corresponde al radio, M a la masa y L a la longitud.

El momento de inercia a su vez está relacionado con los momentos de rotación. La siguiente ecuación se corresponde con la ecuación fundamental de estas:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (1.2)$$

Donde \vec{L} representa el momento angular. Este a su vez verifica la siguiente igualdad:

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad (1.3)$$

En nuestro caso se cumple la relación escalar ya que haremos girar los cuerpos geométricos sobre el eje principal.

También conviene tener en cuenta:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (1.4)$$

Como mediremos el momento de inercia a partir del período de oscilación de nuestros cuerpos sometidos a la fuerza recuperadora de un resorte se cumple la siguiente ecuación:

$$M = -D\phi \quad (1.5)$$

Aplicando las ecuaciones (1.2) y (1.3) llegamos a la siguiente igualdad:

$$\frac{d(I\omega)}{dt} = -D\phi \quad (1.6)$$

Lo cual implica lo siguiente:

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{D\phi}{I} \quad (1.7)$$

Resolviendo la ecuación diferencial llegamos a la siguiente expresión:

$$\phi(t) = \phi_0 \cos\left(\sqrt{\frac{D}{I}}t + \varphi_0\right)$$

Lo cual podemos relacionar con un movimiento armónico. Teniendo esto en cuenta y que trabajaremos con semiperíodos (ya que es lo que medimos), concluimos:

$$T_{1/2} = \pi \sqrt{\frac{I}{D}}$$

O lo que es lo mismo:

$$I = \left(\frac{T_{1/2}}{\pi}\right)^2 D \quad (1.8)$$

Esta será la igualdad que utilizaremos fundamentalmente a lo largo de la práctica. La segunda parte gira alrededor del teorema de Steiner. Este afirma lo siguiente:

'El momento de inercia de un sólido rígido respecto a un eje es igual al momento de inercia respecto a otro eje paralelo al anterior y que pasa por el centro de masas, más el producto de la masa del sólido por el cuadrado de la distancia que separa a ambos ejes'.

Matemáticamente, se corresponde con la siguiente expresión:

$$I = I_0 + md^2 \quad (1.9)$$

Nuestros principales objetivos son, por lo tanto, determinar experimentalmente el momento de inercia respecto al centro de masas de un disco, un cilindro, una esfera y una

barra y compararlos posteriormente con el valor teórico que obtenemos con las fórmulas presentadas en la figura (1.1); así como la verificación del teorema de Steiner para el caso de un disco y una barra.

1.2. Montaje y procedimiento

Utilizaremos el siguiente material para el estudio de sus propiedades:

- Disco perforado
- Esfera maciza
- Cilindro macizo
- Barra rígida

Contamos con las siguientes herramientas para hacer las medidas:

- Balanza
- Metro
- Soporte giratorio
- Detector de la barrera fotoeléctrica con contador de tiempo
- Dinamómetro



Figura 1.2: Montaje experimental

Para hallar los semiperíodos de los cuerpos los colocamos encima del soporte para poder someterlos a la fuerza recuperadora del resorte. El contador de tiempos se encargará de medirlos. Debemos procurar que los cuerpos estén alineados con el diafragma del detector para poder medir los semiperíodos correctamente.

Primero hallaremos la constante de recuperación del muelle D mediante un ajuste por mínimos cuadrados usando la ecuación (1.5), que necesitaremos aplicar en la ecuación (1.8). Con esto hallamos el resultado experimental de la I de los distintos cuerpos.

En la segunda parte seguiremos el mismo procedimiento para hallar las inercias con un disco perforado y una barra. Compararemos este resultado con el analítico que calcularemos mediante la ecuación del Teorema de Steiner (1.9).

Las incertidumbres serán calculadas mediante propagación de incertidumbres y serán indicadas a lo largo de la práctica.

1.3. Resultados experimentales y análisis

1.3.1. Constante del resorte D

Como se indicó con anterioridad, utilizaremos la ecuación (1.5) para realizar un ajuste por mínimos cuadrados. El momento lo calcularemos a través de la ecuación (1.4) asumiendo que se cumple que la fuerza y el vector posición son perpendiculares. Nos queda así la siguiente ecuación:

$$M = rF$$

Para el cálculo de la incertidumbre del momento M utilizaremos propagación de incertidumbres, por lo que la expresión que utilizaremos será la siguiente:

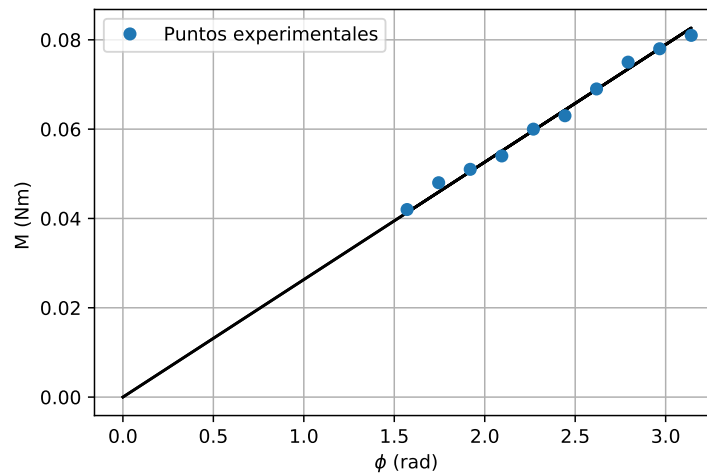
$$s(M) = \sqrt{F^2 \cdot s(r)^2 + r^2 \cdot s(F)^2}$$

A pesar de que $s(M)$ varía, podemos ver en la siguiente tabla que se mantiene prácticamente constante, por lo que podemos hacer un ajuste por mínimos cuadrados no ponderado con tranquilidad de que los resultados sean fiables.

Las medidas tomadas en el laboratorio y las magnitudes calculadas con las ecuaciones mencionadas con anterioridad se presentan en las siguientes tablas:

r (cm)	$s(r)$ (cm)	$s(F)$ (N)	$s(\phi)$ (°)	$s(\phi)$ (rad)
15,0	0,1	0,02	5	0,087

<i>Medida</i>	<i>Fuerza</i> (N)	ϕ (°)	ϕ (rad)	M (Nm)	$s(M)$ (Nm)
1	0,28	90	1,571	0,0420	0,0030
2	0,32	100	1,745	0,0480	0,0030
3	0,34	110	1,920	0,0510	0,0030
4	0,36	120	2,094	0,0540	0,0030
5	0,40	130	2,269	0,0600	0,0030
6	0,42	140	2,443	0,0630	0,0030
7	0,46	150	2,618	0,0690	0,0030
8	0,50	160	2,793	0,0750	0,0030
9	0,52	170	2,967	0,0780	0,0030
10	0,54	180	3,142	0,0810	0,0030

Figura 1.3: Determinación gráfica de la constante D

El mismo programa de python nos proporciona los coeficientes de la regresión. En nuestro caso:

D ($N \cdot m \cdot rad^{-1}$)	$s(D)$ ($N \cdot m \cdot rad^{-1}$)	r
0,02631	0,00016	0,9998

La constante D es la pendiente de nuestra recta. El coeficiente r es lo suficientemente próximo a 1 para considerar el ajuste satisfactorio.

Por lo tanto la constante D para nuestro resorte será:

$$D = (0,02631 \pm 0,00016) (N \cdot m \cdot rad^{-1})$$

1.3.2. Cálculo de los momentos de inercia

Una vez hallada la constante podemos comenzar a determinar los momentos de inercia de los distintos cuerpos geométricos escogidos. Compararemos el cálculo experimental y el analítico para poder valorar el éxito de la experiencia.

Disco

Los datos del disco son los siguientes:

R (cm)	$s(R)$ (cm)	M (g)	$s(M)$ (g)
15,0	0,1	397,37	0,01

Donde R representa el radio de este, $s(R)$ su incertidumbre, M su masa y $s(M)$ la incertidumbre asociada a esta magnitud.

Las medidas del semiperíodo de este tomadas en el laboratorio se presentan en la siguiente tabla:

<i>Medida</i>	$T_{1/2} (s)$
1	1,266
2	1,258
3	1,264
4	1,268
5	1,273
6	1,272
7	1,271
8	1,275
9	1,276
10	1,278
11	1,279
12	1,280
13	1,283
14	1,281
15	1,283

Para el correcto tratamiento de los datos calculamos el intervalo de confianza de estos. Para este grupo de valores obtenemos los siguientes coeficientes:

$\bar{x} (s)$	$s_A(x) (s)$
1,2738	0,0074

Donde x representa el semiperíodo.

Con ello obtenemos el intervalo de confianza $[1, 2590; 1, 2886] (s)$. Debemos descartar la segunda medida. Sin esta y teniendo en cuenta que $s_B(x) = 0,001 (s)$, los nuevos coeficientes son:

$\bar{x} (s)$	$s_A(x) (s)$	$s_A(\bar{x}) (s)$	$s_C(\bar{x}) (s)$
1,2749	0,0062	0,0057	0,0057

Donde x representa, nuevamente, al semiperíodo $T_{1/2}$. Por lo tanto nuestro semiperíodo experimental es el siguiente:

$$T_{1/2} = (1, 2749 \pm 0, 0057) (s)$$

Para determinar el momento de inercia experimental I solo nos falta conocer el valor de su incertidumbre. Como calcularemos el valor experimental mediante la ecuación (1.8), la expresión de la incertidumbre será la siguiente:

$$s(I) = \sqrt{\left(\frac{2T_{1/2}D}{\pi^2}\right)^2 s^2(T_{1/2}) + \left(\frac{T_{1/2}^2}{\pi^2}\right)^2 s^2(D)}$$

Así obtenemos el siguiente resultado:

$$I = (0,00433 \pm 0,00013) (kg \cdot m^2)$$

Ahora debemos hacer el cálculo teórico mediante la ecuación presente en la figura (1.1) correspondiente a un disco para compararlo. Para ello debemos, de nuevo, hacer propagación de incertidumbres:

$$s(I_{teo}) = \sqrt{\left(\frac{R^2}{2}\right)^2 s^2(M) + (MR)^2 s^2(R)}$$

Llegamos así al siguiente resultado:

$$I_{teo} = (0,004470 \pm 0,000060) (kg \cdot m^2)$$

Los resultados son bastante satisfactorios.

Cilindro

De nuevo, presentamos aquí los datos del cilindro:

$\varnothing (cm)$	$s(\varnothing) (cm)$	$M (g)$	$s(M) (g)$
9,8	0,1	373,19	0,01

Debido a que es más cómodo trabajar con radios por la forma en la que se presentan las ecuaciones de la figura (1.1) es conveniente calcular el radio así como su incertidumbre mediante las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\varnothing &= 2R \\ s(R) &= \frac{1}{2}s(\varnothing)\end{aligned}$$

De modo que:

$R (cm)$	$s(R) (cm)$
4,90	0,05

Por lo tanto M representa la masa del cilindro, $s(M)$ su incertidumbre, R su radio y $s(R)$ la incertidumbre de esta medida.

A continuación se muestran las medidas tomadas en el laboratorio de su semiperíodo $T_{1/2}$:

De nuevo, para el correcto tratamiento de los datos calculamos el intervalo de confianza y los distintos coeficientes. Para nuestros valores la media del semiperíodo (\bar{x}) y la desviación típica ($s_A(x)$) de este medida se muestran a continuación de la tabla.

<i>Medida</i>	$T_{1/2} (s)$
1	0,391
2	0,395
3	0,395
4	0,397
5	0,398
6	0,399
7	0,400
8	0,398
9	0,403
10	0,403
11	0,405
12	0,404
13	0,405
14	0,397
15	0,406

$\bar{x} (s)$	$s_A(x) (s)$
0,3997	0,0044

Para estos valores nuestro intervalo de confianza es $[0,3908; 0,4086] (s)$, por lo que debemos tener en cuenta todas las medidas para los cálculos. La incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 (s)$, por lo que:

$\bar{x} (s)$	$s_A(x) (s)$	$s_A(\bar{x}) (s)$	$s_C(\bar{x}) (s)$
0,3997	0,0044	0,0012	0,0016

Concluimos así con el cálculo del semiperíodo experimental:

$$T_{1/2} = (0,3997 \pm 0,0016) (s)$$

Procedemos ahora al cálculo de la inercia según la ecuación (1.8) con nuestro semiperíodo experimental así como la incertidumbre asociada a esta magnitud (usamos la fórmula mencionada en el apartado anterior):

$$I = (0,0004260 \pm 0,0000042) (kg \cdot m^2)$$

Ahora debemos hacer el cálculo teórico mediante la ecuación presente en la figura (1.1) correspondiente a un cilindro para compararlo. La incertidumbre ($s(I_{teo})$) se calcula por propagación de incertidumbres según la fórmula siguiente:

$$s(I_{teo}) = \sqrt{\left(\frac{R^2}{2}\right)^2 s^2(M) + (MR)^2 s^2(R)}$$

Llegamos así al siguiente resultado:

$$I_{teo} = (0,0004480 \pm 0,0000091) (kg \cdot m^2)$$

Los resultados en este caso difieren algo más que en el anterior, pero se ajustan bastante a lo esperado. Esto puede haber sido debido a errores en la medida que pueden haber afectado causando esta diferencia.

Esfera

Aquí se presenta una tabla con los datos de la esfera. La propagación de incertidumbres y la justificación para usar el radio y no el diámetro es análoga al caso anterior. En este caso la incertidumbre del diámetro es bastante elevada debido a las dificultades que tuvimos para medirlo derivadas de la geometría del cuerpo.

\varnothing (cm)	$s(\varnothing)$ (cm)	R (cm)	$s(R)$ (cm)	M (g)	$s(M)$ (g)
14,0	0,4	7,0	0,2	861,24	0,01

Ahora sí podemos empezar con el análisis de las medidas tomadas. Se presentan en la siguiente tabla:

Medida	$T_{1/2}$ (s)
1	0,763
2	0,763
3	0,762
4	0,765
5	0,773
6	0,779
7	0,778
8	0,777
9	0,771
10	0,767
11	0,763
12	0,765
13	0,768
14	0,769
15	0,767

Ahora debemos calcular el intervalo de confianza. En la siguiente tabla se presentan los datos necesarios:

\bar{x} (s)	$s_A(x)$ (s)
0,7687	0,0057

Donde x representa el semiperíodo.

Con ello obtenemos el intervalo de confianza $[0,7572; 0,7801]$ (s). Todas las medidas tomadas entran en este intervalo, por lo que, teniendo en cuenta que $s_B(x) = 0,001$ (s)

$\bar{x} \text{ (s)}$	$s_A(x) \text{ (s)}$	$s_A(\bar{x}) \text{ (s)}$	$s_C(\bar{x}) \text{ (s)}$
0,7687	0,0057	0,0015	0,0018

Por lo tanto:

$$T_{1/2} = (0,7687 \pm 0,0018) \text{ (s)}$$

Ahora calculamos la inercia según la ecuación (1.8) usando el semiperíodo que acabamos de calcular, así como su incertidumbre:

$$I = (0,001575 \pm 0,000012) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Calculamos ahora la inercia teórica mediante la ecuación presente en la figura (1.1) correspondiente a una esfera. Llegamos así al resultado siguiente:

$$I_{teo} = (0,001688 \pm 0,000096) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Como se puede observar los resultados difieren un poco, pero pese a eso siguen siendo bastante satisfactorios.

Barra

Aquí se presentan los datos tomados de las propiedades de la barra:

$L \text{ (cm)}$	$s(L) \text{ (cm)}$	$M \text{ (g)}$	$s(M) \text{ (g)}$
60,0	0,1	132,67	0,01

Las medidas tomadas en el laboratorio del semiperíodo del cuerpo son las siguientes:

<i>Medida</i>	$T_{1/2} (s)$
1	1,162
2	1,158
3	1,163
4	1,170
5	1,164
6	1,162
7	1,166
8	1,167
9	1,167
10	1,174
11	1,176
12	1,171
13	1,175
14	1,172
15	1,175

Con esas medidas tenemos un intervalo de confianza de $[1,1794; 1,1568] (s)$, por lo que todas las medidas son aptas para su uso en la determinación del semiperíodo. Teniendo en cuenta que la incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 (s)$

$\bar{x} (s)$	$s_A(x) (s)$	$s_A(\bar{x}) (s)$	$s_C(\bar{x}) (s)$
1,1681	0,0056	0,0015	0,0018

Concluimos así que nuestro semiperíodo experimental $T_{1/2}$ es el siguiente:

$$T_{1/2} = (1,1681 \pm 0,0018) (s)$$

El cálculo de la inercia así como de su incertidumbre es análogo a los casos anteriores, por lo que según la ecuación (1.8), la inercia experimental es la siguiente:

$$I = (0,003638 \pm 0,000025) (kg \cdot m^2)$$

Para el cálculo de I_{teo} utilizamos la fórmula presente en la figura (1.1) correspondiente a una barra. De ese modo su incertidumbre se calcula siguiendo la siguiente fórmula:

$$s(I_{teo}) = \sqrt{\left(\frac{L^2}{12}\right)^2 \cdot s^2(M) + \left(\frac{ML}{6}\right)^2 \cdot s^2(L)}$$

De ese modo:

$$I_{teo} = (0,003980 \pm 0,000013) (kg \cdot m^2)$$

Los resultados en este caso difieren bastante más que en los casos anteriores. Pese a que no es una diferencia preocupante, esta se pudo deber a un error al alinear la barra con el medidor de tiempos o cualquier otro desliz técnico.

1.3.3. Teorema de Steiner

En esta parte de la práctica nuestro objetivo es tratar de verificar el teorema de Steiner para nuestro disco perforado así como para nuestra barra. Seguiremos usando el procedimiento seguido hasta ahora para hallar el momento de inercia a distintas distancias del centro de masas que compararemos con el valor teórico que obtendremos mediante las ecuaciones pertinentes que serán mencionadas a medida que las utilicemos.

Disco perforado

Para el disco perforado verificaremos el teorema de Steiner para cuatro distancias: a 3, 6, 9 y 12 centímetros del centro de masas. Presento a continuación de nuevo sus dimensiones de nuevo:

$R \text{ (cm)}$	$s(R) \text{ (cm)}$	$m \text{ (g)}$	$s(m) \text{ (g)}$
15,0	0,1	397,37	0,01

Donde R representa el radio del disco, $s(R)$ su incertidumbre, m su masa y $s(m)$ la incertidumbre asociada a esta magnitud.

$$d = 3,0 \pm 0,1 \text{ cm}$$

Los datos tomados en el laboratorio son los siguientes:

$Medida$	$T_{1/2} \text{ (s)}$
1	1,255
2	1,267
3	1,262
4	1,264
5	1,26
6	1,261
7	1,263
8	1,261
9	1,263
10	1,265
11	1,27
12	1,272
13	1,268
14	1,259
15	1,268

Con los que obtenemos un intervalo de confianza de $[1,2548; 1,2729] \text{ (s)}$, por lo que todas las medidas son válidas para el cálculo experimental del semiperíodo. Debemos tener en cuenta que la incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 \text{ (s)}$. Los resultados de los cálculos de esa magnitud se presentan a continuación:

$\bar{x} (s)$	$s_A(x) (s)$	$s_A(\bar{x}) (s)$	$s_C(\bar{x}) (s)$
1,2639	0,0045	0,0012	0,0016

Donde x representa el semiperíodo $T_{1/2}$.

Entonces:

$$T_{1/2} = (1,2639 \pm 0,0016) (s)$$

Procedemos ahora al cálculo experimental de la inercia según la ecuación (1.8) así como de su incertidumbre análogamente a los casos anteriores:

$$I = (0,004258 \pm 0,000065) (kg \cdot m^2)$$

Debemos compararla ahora con la inercia calculada teóricamente a partir de la ecuación (1.9) (Teorema de Steiner). En nuestro caso es la siguiente:

$$I_{teo} = (0,004828 \pm 0,000060) (kg \cdot m^2)$$

El cálculo de la incertidumbre de la magnitud anterior se hizo utilizando la siguiente ecuación:

$$s(I_{teo}) = \sqrt{s^2(I_0) + d^4 \cdot s^2(m) + (2md)^2 \cdot s^2(d)}$$

Siendo I_0 la inercia en el centro de masas (calculada tanto esta como su incertidumbre teórica en apartados anteriores), m la masa del disco y d la distancia al centro de masas, para la que tomamos una incertidumbre $s(d) = 0,1 \text{ cm}$.

Podemos ver que los resultados, pese a no ser lo perfectos que podrían llegar a ser, se ajustan bastante a los esperados.

$$d = 6,0 \pm 0,1 \text{ cm}$$

Los datos tomados en el laboratorio son los siguientes:

<i>Medida</i>	$T_{1/2} \text{ (s)}$
1	1,331
2	1,331
3	1,332
4	1,339
5	1,341
6	1,340
7	1,346
8	1,342
9	1,347
10	1,347
11	1,346
12	1,341
13	1,342
14	1,341
15	1,346

Con esos datos obtenemos un intervalo de confianza de $[1,3297; 1,3519] \text{ (s)}$, por lo que todas las medidas son válidas para el cálculo experimental del semiperíodo. Debemos tener en cuenta que la incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 \text{ (s)}$. Los resultados de los cálculos de esa magnitud se presentan a continuación:

$\bar{x} \text{ (s)}$	$s_A(x) \text{ (s)}$	$s_A(\bar{x}) \text{ (s)}$	$s_C(\bar{x}) \text{ (s)}$
1,3408	0,0056	0,0015	0,0018

Donde x representa el semiperíodo $T_{1/2}$.

Por lo tanto nuestros resultados experimentales son los siguientes:

$$T_{1/2} = (1,3408 \pm 0,0018) \text{ (s)}$$

Calculamos la inercia utilizando la ecuación (1.8). La incertidumbre asociada se calcula análogamente a los casos anteriores.

$$I = (0,004793 \pm 0,000032) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Debemos compararla ahora con la inercia calculada teóricamente a partir de la ecuación (1.9) (Teorema de Steiner). En nuestro caso es la siguiente:

$$I_{teo} = (0,005901 \pm 0,000069) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Se puede ver una diferencia considerable. Esto puede ser debido al propio disco o a algún error cometido a lo largo de la realización de la práctica.

$$d = 9,0 \pm 0,1 \text{ cm}$$

Los datos tomados en el laboratorio se presentan en la siguiente tabla:

<i>Medida</i>	$T_{1/2} \text{ (s)}$
1	1,469
2	1,467
3	1,476
4	1,484
5	1,477
6	1,475
7	1,474
8	1,474
9	1,479
10	1,467
11	1,482
12	1,479
13	1,476
14	1,478
15	1,472

Con los que obtenemos un intervalo de confianza de $[1,4653; 1,4853] \text{ (s)}$, por lo que todas las medidas son válidas para el cálculo experimental del semiperíodo. Debemos tener en cuenta que la incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 \text{ (s)}$. Los resultados de los cálculos de esa magnitud se presentan a continuación:

$\bar{x} \text{ (s)}$	$s_A(x) \text{ (s)}$	$s_A(\bar{x}) \text{ (s)}$	$s_C(\bar{x}) \text{ (s)}$
1,4753	0,0050	0,0013	0,0017

Donde x representa el semiperíodo.

Por lo tanto:

$$T_{1/2} = (1,4753 \pm 0,0017) \text{ (s)}$$

Procedemos ahora al cálculo experimental de la inercia según la ecuación (1.8) así como de su incertidumbre análogamente a los casos anteriores:

$$I = (0,005802 \pm 0,000037) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Debemos compararla ahora con la inercia calculada teóricamente a partir de la ecuación (1.9) (Teorema de Steiner). En nuestro caso es la siguiente:

$$I_{teo} = (0,007689 \pm 0,000093) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Como se podía esperar, el resultado está cada vez más desplazado.

$$d = 12,0 \pm 0,1 \text{ cm}$$

Los datos tomados en el laboratorio se presentan en la siguiente tabla: Para estos datos

<i>Medida</i>	$T_{1/2} \text{ (s)}$
1	1,609
2	1,617
3	1,608
4	1,616
5	1,617
6	1,614
7	1,616
8	1,603
9	1,611
10	1,614
11	1,620
12	1,618
13	1,625
14	1,623
15	1,623

tenemos el intervalo de confianza $[1,6035; 1,6277] \text{ (s)}$, por lo que debemos descartar la medida 8 para realizar el cálculo experimental del semiperíodo. Descartando esa medida, tendríamos los siguientes coeficientes:

$\bar{x} \text{ (s)}$	$s_A(x) \text{ (s)}$	$s_A(\bar{x}) \text{ (s)}$	$s_C(\bar{x}) \text{ (s)}$
1,6165	0,0051	0,0014	0,0017

Donde x representa el semiperíodo.

Por lo tanto:

$$T_{1/2} = (1,6165 \pm 0,0017) \text{ (s)}$$

Procedemos ahora al cálculo experimental de la inercia según la ecuación (1.8) así como de su incertidumbre análogamente a los casos anteriores:

$$I = (0,006966 \pm 0,000045) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Debemos compararla ahora con la inercia calculada teóricamente a partir de la ecuación (1.9) (Teorema de Steiner). En nuestro caso es la siguiente:

$$I_{teo} = (0,01019 \pm 0,00011) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Como era de esperar, la diferencia se acentúa cada vez más.

Ajuste de los datos del disco

Debemos darnos cuenta de que la ecuación de nuestra recta coincide con la del teorema de Steiner (1.9), por lo que será una recta de pendiente m y término independiente I_0 (momento de inercia en el centro de masas). Los datos para realizar el ajuste se presentan en la siguiente tabla:

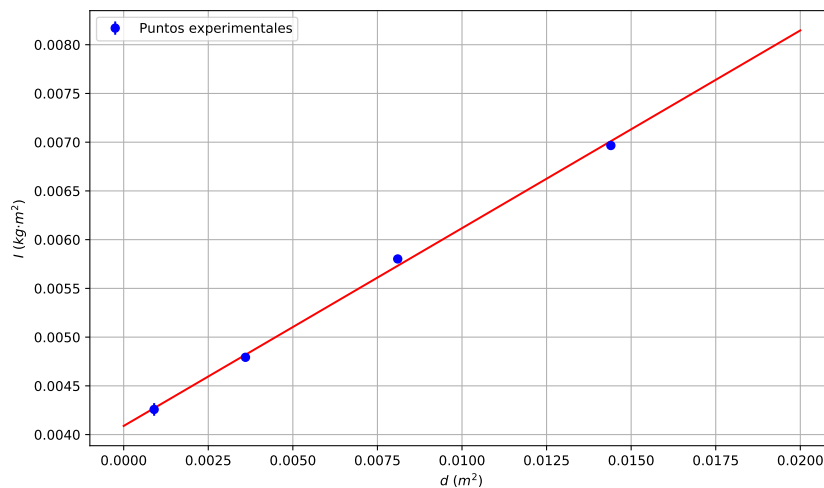
$I \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$	$s(I) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$	$d \text{ (cm)}$	$s(d) \text{ (cm)}$	$d^2 \text{ (cm}^2\text{)}$	$s(d^2) \text{ (cm}^2\text{)}$
0,004258	0,000065	3,0	0,1	9,0	1,8
0,004793	0,000032	6,0	0,1	36,0	7,2
0,005802	0,000037	9,0	0,1	81,0	16,2
0,006966	0,000045	12,0	0,1	144,0	28,8

Como podemos observar las incertidumbres no son constantes, por lo que recurrir a un ajuste ponderado.

La incertidumbre $s(d^2)$ ha sido calculada por propagación de incertidumbres mediante la siguiente fórmula:

$$s(d^2) = 2d \cdot s(d)$$

Como solo tenemos cuatro medidas es de esperar que el ajuste no sea demasiado fiable. A continuación se muestra mi resultado gráfico:



El programa de python nos proporciona los coeficientes de la recta. Obtenemos así los siguientes resultados:

$I_0 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$	$s(I_0) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$	$m \text{ (kg)}$	$s(m) \text{ (kg)}$	r
0,004089	0,000037	0,2029	0,0046	0,998

Como mencionamos con anterioridad, el ajuste no es representativo de los parámetros buscados, ya que la masa medida de nuestro disco es de $m = (0,39737 \pm 0,00001) \text{ kg}$ (prácticamente el doble). Podemos fijarnos en que el coeficiente de fiabilidad r solo presenta dos nueves, lo cual no es lo mas óptimo. En el caso del disco no pudimos tomar más de cuatro medidas por el número de agujeros que presentaba y eso pudo haber sido lo que ocasiona que el ajuste sea tan poco fiable. Para la barra se realizaron más medidas, así que esperemos que para ese cuerpo obtengamos unos resultados más fiables.

Barra

Para este caso, realizamos diez medidas. Utilizaremos una incertidumbre mayor debido a la dificultad para poner la barra exactamente a la distancia deseada. Los datos de la barra son los siguientes:

$L \text{ (cm)}$	$s(L) \text{ (cm)}$	$M \text{ (g)}$	$s(M) \text{ (g)}$
60,0	0,1	132,67	0,01

$$d = 2,5 \pm 0,2 \text{ cm}$$

Los datos tomados en el laboratorio se muestran en la siguiente tabla:

<i>Medida</i>	$T_{1/2} \text{ (s)}$
1	1,209
2	1,212
3	1,214
4	1,212
5	1,216
6	1,217
7	1,210
8	1,217
9	1,216
10	1,216
11	1,216
12	1,219
13	1,220
14	1,219
15	1,215

Con los que obtenemos un intervalo de confianza de $[1,2017; 1,2217] \text{ (s)}$, por lo que todas las medidas son válidas para el cálculo experimental del semiperíodo. Debemos tener en cuenta que la incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 \text{ (s)}$. Los resultados de los cálculos de esa magnitud se presentan a continuación:

$\bar{x} \text{ (s)}$	$s_A(x) \text{ (s)}$	$s_A(\bar{x}) \text{ (s)}$	$s_C(\bar{x}) \text{ (s)}$
1,2152	0,0033	0,00087	0,0013

Donde x representa el semiperíodo $T_{1/2}$.

Por lo tanto nuestros resultados experimentales son los siguientes:

$$T_{1/2} = (1,2152 \pm 0,0013) \text{ (s)}$$

Calculamos la inercia utilizando la ecuación (1.8). La incertidumbre asociada se calcula análogamente a los casos anteriores.

$$I = (0,003937 \pm 0,000025) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Debemos compararla ahora con la inercia calculada teóricamente a partir de la ecuación (1.9) (Teorema de Steiner). En este caso es la siguiente:

$$I_{teo} = (0,004063 \pm 0,000019) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Podemos ver que los resultados experimentales se ajustan bastante bien a los resultados teóricos.

$$d = 5,0 \pm 0,2 \text{ cm}$$

Los datos tomados en el laboratorio se muestran en la siguiente tabla:

<i>Medida</i>	$T_{1/2} \text{ (s)}$
1	1,267
2	1,259
3	1,265
4	1,270
5	1,270
6	1,268
7	1,272
8	1,272
9	1,274
10	1,266
11	1,272
12	1,273
13	1,274
14	1,275
15	1,274

Con los que obtenemos un intervalo de confianza de $[1,2613; 1,2788] \text{ (s)}$. Por lo que debemos repetir los cálculos sin la segunda medida. Debemos tener en cuenta que la incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 \text{ (s)}$. Los resultados de los cálculos de esa magnitud se presentan a continuación:

$\bar{x} (s)$	$s_A(x) (s)$	$s_A(\bar{x}) (s)$	$s_C(\bar{x}) (s)$
1,2709	0,0033	0,00090	0,0013

Donde x representa el semiperíodo $T_{1/2}$.

Por lo tanto nuestros resultados experimentales son los siguientes:

$$T_{1/2} = (1,2709 \pm 0,0013) (s)$$

Calculamos la inercia utilizando la ecuación (1.8). La incertidumbre asociada se calcula análogamente a los casos anteriores.

$$I = (0,004306 \pm 0,000027) (kg \cdot m^2)$$

Debemos compararla ahora con la inercia calculada teóricamente a partir de la ecuación (1.9) (Teorema de Steiner). En este caso es la siguiente:

$$I_{teo} = (0,004312 \pm 0,000030) (kg \cdot m^2)$$

Los resultados se ajustan bastante a los datos teóricos calculados.

$$d = 7,5 \pm 0,2 \text{ cm}$$

Los datos tomados en el laboratorio se muestran en la siguiente tabla:

<i>Medida</i>	$T_{1/2} (s)$
1	1,353
2	1,335
3	1,350
4	1,353
5	1,356
6	1,357
7	1,353
8	1,354
9	1,355
10	1,352
11	1,355
12	1,356
13	1,357
14	1,359
15	1,362

Con los que obtenemos un intervalo de confianza de $[1,3418; 1,3658] (s)$. Por lo que debemos repetir los cálculos sin la segunda medida. Debemos tener en cuenta que la incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 (s)$. Los resultados de los cálculos de esa magnitud se presentan a continuación:

$\bar{x} \text{ (s)}$	$s_A(x) \text{ (s)}$	$s_A(\bar{x}) \text{ (s)}$	$s_C(\bar{x}) \text{ (s)}$
1,3551	0,0031	0,00085	0,0013

Donde x representa el semiperíodo $T_{1/2}$.

Por lo tanto nuestros resultados experimentales son los siguientes:

$$T_{1/2} = (1,3551 \pm 0,0013) \text{ (s)}$$

Calculamos la inercia utilizando la ecuación (1.8). La incertidumbre asociada se calcula análogamente a los casos anteriores.

$$I = (0,004896 \pm 0,000031) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Debemos compararla ahora con la inercia calculada teóricamente a partir de la ecuación (1.9) (Teorema de Steiner). En este caso es la siguiente:

$$I_{teo} = (0,004726 \pm 0,000042) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Los resultados son bastante satisfactorios.

$$d = 10,0 \pm 0,2 \text{ cm}$$

Los datos tomados en el laboratorio se muestran en la siguiente tabla:

<i>Medida</i>	$T_{1/2} \text{ (s)}$
1	1,403
2	1,396
3	1,412
4	1,409
5	1,408
6	1,394
7	1,409
8	1,412
9	1,406
10	1,411
11	1,414
12	1,414
13	1,417
14	1,420
15	1,422

Con los que obtenemos un intervalo de confianza de $[1,3942; 1,4254] \text{ (s)}$. Por lo que debemos repetir los cálculos sin la sexta medida. Debemos tener en cuenta que la incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 \text{ (s)}$. Los resultados de los cálculos de esa magnitud se presentan a continuación:

$\bar{x} \text{ (s)}$	$s_A(x) \text{ (s)}$	$s_A(\bar{x}) \text{ (s)}$	$s_C(\bar{x}) \text{ (s)}$
1,4109	0,0067	0,0019	0,0021

Donde x representa el semiperíodo $T_{1/2}$.

Por lo tanto nuestros resultados experimentales son los siguientes:

$$T_{1/2} = (1,4109 \pm 0,0021) \text{ (s)}$$

Calculamos la inercia utilizando la ecuación (1.8). La incertidumbre asociada se calcula análogamente a los casos anteriores.

$$I = (0,005307 \pm 0,000036) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Debemos compararla ahora con la inercia calculada teóricamente a partir de la ecuación (1.9) (Teorema de Steiner). En este caso es la siguiente:

$$I_{teo} = (0,005307 \pm 0,000013) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Por el momento, todos los resultados se están ajustando bastante bien al valor teórico.

$$d = 12,5 \pm 0,2 \text{ cm}$$

Los datos tomados en el laboratorio se muestran en la siguiente tabla:

<i>Medida</i>	$T_{1/2} \text{ (s)}$
1	1,495
2	1,469
3	1,491
4	1,498
5	1,500
6	1,498
7	1,499
8	1,504
9	1,504
10	1,484
11	1,497
12	1,516
13	1,503
14	1,480
15	1,489

Con los que obtenemos un intervalo de confianza de $[1,472; 1,518] \text{ (s)}$. Por lo que debemos repetir los cálculos sin la segunda medida. Debemos tener en cuenta que la incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 \text{ (s)}$. Los resultados de los cálculos de esa magnitud se presentan a continuación:

$\bar{x} (s)$	$s_A(x) (s)$	$s_A(\bar{x}) (s)$	$s_C(\bar{x}) (s)$
1,4970	0,0091	0,0025	0,0021

Donde x representa el semiperíodo $T_{1/2}$.

Por lo tanto nuestros resultados experimentales son los siguientes:

$$T_{1/2} = (1,4970 \pm 0,0021) (s)$$

Calculamos la inercia utilizando la ecuación (1.8). La incertidumbre asociada se calcula análogamente a los casos anteriores.

$$I = (0,005974 \pm 0,000040) (kg \cdot m^2)$$

Debemos compararla ahora con la inercia calculada teóricamente a partir de la ecuación (1.9) (Teorema de Steiner). En este caso es la siguiente:

$$I_{teo} = (0,006053 \pm 0,000013) (kg \cdot m^2)$$

Los resultados siguen siendo bastante satisfactorios.

$$d = 15,0 \pm 0,2 \text{ cm}$$

Los datos tomados en el laboratorio se muestran en la siguiente tabla:

Medida	$T_{1/2} (s)$
1	1,664
2	1,647
3	1,678
4	1,682
5	1,681
6	1,682
7	1,679
8	1,687
9	1,676
10	1,672
11	1,672
12	1,671
13	1,674
14	1,675
15	1,675

Con los que obtenemos un intervalo de confianza de $[1,6555; 1,6931] (s)$. Por lo que debemos repetir los cálculos sin la segunda medida. Debemos tener en cuenta que la incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 (s)$. Los resultados de los cálculos de esa magnitud se presentan a continuación:

$\bar{x} \text{ (s)}$	$s_A(x) \text{ (s)}$	$s_A(\bar{x}) \text{ (s)}$	$s_C(\bar{x}) \text{ (s)}$
1,6763	0,0058	0,0016	0,0019

Donde x representa el semiperíodo $T_{1/2}$.

Por lo tanto nuestros resultados experimentales son los siguientes:

$$T_{1/2} = (1,6763 \pm 0,0019) \text{ (s)}$$

Calculamos la inercia utilizando la ecuación (1.8). La incertidumbre asociada se calcula análogamente a los casos anteriores.

$$I = (0,007491 \pm 0,000048) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Debemos compararla ahora con la inercia calculada teóricamente a partir de la ecuación (1.9) (Teorema de Steiner). En este caso es la siguiente:

$$I_{teo} = (0,006965 \pm 0,000013) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

En este caso los resultados difieren algo más. Aunque no sea una diferencia preocupante está bien considerarla.

$$d = 17,5 \pm 0,2 \text{ cm}$$

Los datos tomados en el laboratorio se muestran en la siguiente tabla:

<i>Medida</i>	$T_{1/2} \text{ (s)}$
1	1,716
2	1,744
3	1,764
4	1,758
5	1,753
6	1,761
7	1,765
8	1,767
9	1,767
10	1,753
11	1,762
12	1,769
13	1,773
14	1,760
15	1,747

Con los que obtenemos un intervalo de confianza de $[1,729; 1,785] \text{ (s)}$. Por lo que debemos repetir los cálculos sin la primera medida. Debemos tener en cuenta que la incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 \text{ (s)}$. Los resultados de los cálculos de esa magnitud se presentan a continuación:

$\bar{x} \text{ (s)}$	$s_A(x) \text{ (s)}$	$s_A(\bar{x}) \text{ (s)}$	$s_C(\bar{x}) \text{ (s)}$
1,7602	0,0084	0,0023	0,0025

Donde x representa el semiperíodo $T_{1/2}$.

Por lo tanto nuestros resultados experimentales son los siguientes:

$$T_{1/2} = (1,7602 \pm 0,0025) \text{ (s)}$$

Calculamos la inercia utilizando la ecuación (1.8). La incertidumbre asociada se calcula análogamente a los casos anteriores.

$$I = (0,008260 \pm 0,000055) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Debemos compararla ahora con la inercia calculada teóricamente a partir de la ecuación (1.9) (Teorema de Steiner). En este caso es la siguiente:

$$I_{teo} = (0,008043 \pm 0,000013) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Los resultados son bastante satisfactorios.

$$d = 20,0 \pm 0,2 \text{ cm}$$

Los datos tomados en el laboratorio se muestran en la siguiente tabla:

<i>Medida</i>	$T_{1/2} \text{ (s)}$
1	1,840
2	1,835
3	1,848
4	1,847
5	1,841
6	1,841
7	1,847
8	1,840
9	1,854
10	1,849
11	1,817
12	1,843
13	1,863
14	1,835
15	1,822

Con los que obtenemos un intervalo de confianza de $[1,818; 1,864] \text{ (s)}$. Por lo que debemos repetir los cálculos sin la undécima medida. Debemos tener en cuenta que la incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 \text{ (s)}$. Los resultados de los cálculos de esa magnitud se presentan a continuación:

$\bar{x} \text{ (s)}$	$s_A(x) \text{ (s)}$	$s_A(\bar{x}) \text{ (s)}$	$s_C(\bar{x}) \text{ (s)}$
1,8432	0,0096	0,0027	0,0029

Donde x representa el semiperíodo $T_{1/2}$.

Por lo tanto nuestros resultados experimentales son los siguientes:

$$T_{1/2} = (1,8432 \pm 0,0029) \text{ (s)}$$

Calculamos la inercia utilizando la ecuación (1.8). La incertidumbre asociada se calcula análogamente a los casos anteriores.

$$I = (0,009057 \pm 0,000061) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Debemos compararla ahora con la inercia calculada teóricamente a partir de la ecuación (1.9) (Teorema de Steiner). En este caso es la siguiente:

$$I_{teo} = (0,009287 \pm 0,000013) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Sigue existiendo una pequeña diferencia. Pese a eso los resultados se ajustan bastante bien a lo esperado.

$$d = 22,5 \pm 0,2 \text{ cm}$$

Los datos tomados en el laboratorio se muestran en la siguiente tabla:

<i>Medida</i>	$T_{1/2} \text{ (s)}$
1	1,944
2	1,919
3	1,933
4	1,941
5	1,949
6	1,954
7	1,956
8	1,948
9	1,946
10	1,955
11	1,955
12	1,944
13	1,950
14	1,935
15	1,947

Con los que obtenemos un intervalo de confianza de $[1,925; 1,965] \text{ (s)}$. Por lo que debemos repetir los cálculos sin la segunda medida. Debemos tener en cuenta que la incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 \text{ (s)}$. Los resultados de los cálculos de esa magnitud se presentan a continuación:

$\bar{x} \text{ (s)}$	$s_A(x) \text{ (s)}$	$s_A(\bar{x}) \text{ (s)}$	$s_C(\bar{x}) \text{ (s)}$
1,9469	0,0072	0,0020	0,0022

Donde x representa el semiperíodo $T_{1/2}$.

Por lo tanto nuestros resultados experimentales son los siguientes:

$$T_{1/2} = (1,9469 \pm 0,0022) \text{ (s)}$$

Calculamos la inercia utilizando la ecuación (1.8). La incertidumbre asociada se calcula análogamente a los casos anteriores.

$$I = (0,010105 \pm 0,000065) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Debemos compararla ahora con la inercia calculada teóricamente a partir de la ecuación (1.9) (Teorema de Steiner). En este caso es la siguiente:

$$I_{teo} = (0,010697 \pm 0,000013) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Los resultados siguen siendo bastante satisfactorios.

$$d = 22,5 \pm 0,2 \text{ cm}$$

Los datos tomados en el laboratorio se muestran en la siguiente tabla:

<i>Medida</i>	$T_{1/2} \text{ (s)}$
1	2,034
2	2,088
3	2,115
4	2,134
5	2,180
6	2,197
7	2,000
8	2,055
9	2,143
10	2,151
11	2,122
12	2,141
13	2,108
14	2,005
15	2,063

Con los que obtenemos un intervalo de confianza de $[1,982; 2,223] \text{ (s)}$. Por lo que todos los datos tomados son aptos para realizar los cálculos de los coeficientes. Debemos tener en cuenta que la incertidumbre asociada al aparato es $s_B(x) = 0,001 \text{ (s)}$. Los resultados de los cálculos de esa magnitud se presentan a continuación:

$\bar{x} \text{ (s)}$	$s_A(x) \text{ (s)}$	$s_A(\bar{x}) \text{ (s)}$	$s_C(\bar{x}) \text{ (s)}$
2,102	0,060	0,016	0,016

Donde x representa el semiperíodo $T_{1/2}$.

Por lo tanto nuestros resultados experimentales son los siguientes:

$$T_{1/2} = (2,102 \pm 0,0016) \text{ (s)}$$

Calculamos la inercia utilizando la ecuación (1.8). La incertidumbre asociada se calcula análogamente a los casos anteriores.

$$I = (0,01178 \pm 0,00019) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Debemos compararla ahora con la inercia calculada teóricamente a partir de la ecuación (1.9) (Teorema de Steiner). En este caso es la siguiente:

$$I_{teo} = (0,012272 \pm 0,000013) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

Para esta última medida os resultados siguen siendo bastante satisfactorios.

Ajuste de los datos de la barra

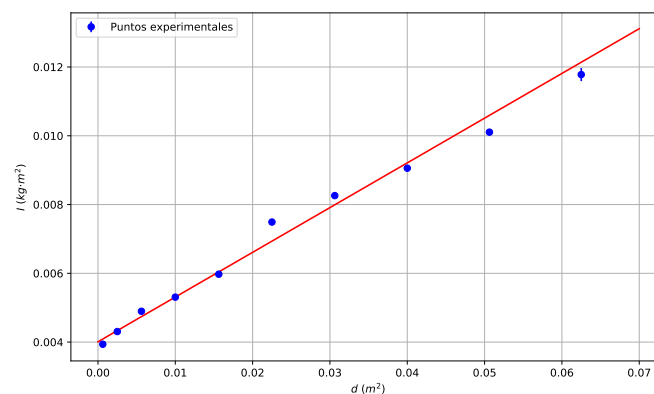
Como en el caso anterior, la ecuación de nuestra recta será la del Teorema de Steiner (1.9). La pendiente será la masa de la barra (m) y el término independiente la inercia en el centro de masas (I_0). Los datos necesarios para el ajuste se presentan en la siguiente tabla:

$I \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$	$s(I) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$	$d \text{ (cm)}$	$s(d) \text{ (cm)}$	$d^2 \text{ (cm}^2\text{)}$	$s(d^2) \text{ (cm}^2\text{)}$
0,003937	0,000025	2,5	0,2	6,3	1,0
0,004306	0,000027	5,0	0,2	25,0	2,0
0,004896	0,000031	7,5	0,2	56,3	3,0
0,005307	0,000036	10,0	0,2	100,0	4,0
0,005974	0,000040	12,5	0,2	156,3	5,0
0,007491	0,000048	15,0	0,2	225,0	6,0
0,008260	0,000055	17,5	0,2	306,3	7,0
0,009057	0,000061	20,0	0,2	400,0	8,0
0,010105	0,000065	22,5	0,2	506,3	9,0
0,01178	0,00019	25,0	0,2	625	10

La incertidumbre de la distancia al cuadrado fue calculada mediante propagación de incertidumbres siguiendo la siguiente ecuación:

$$s(d^2) = 2d \cdot s(d)$$

Debido a que esta varía considerablemente, debemos realizar un ajuste ponderado para obtener los resultados más fiables. se muestra a continuación la gráfica que nos proporciona el programa de python:



El propio programa de python nos proporciona los coeficientes de la recta. Llegamos así a la siguiente conclusión:

$I_0 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$	$s(I_0) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$	$m \text{ (kg)}$	$s(m) \text{ (kg)}$	r
0,00414	0,00014	0,1236	0,0044	0,995

Nuestra masa experimental se acerca bastante a la masa real, siendo esta $m = (0,13267 \pm 0,00001) \text{ kg}$. Pese a que nunca llegan a solaparse por sus incertidumbres, estas son bastante similares. El coeficiente r solo muestra dos nueves, lo que indica que nuestro resultado no es el más óptimo. Pese a eso hemos conseguido una aproximación bastante buena de esta magnitud. El momento respecto al centro de masas es también bastante próximo al teórico ($I_{0 \text{ teo}} = 0,003980 \pm 0,000013 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$) por lo que en general, estoy satisfecho con los resultados aunque estos no fuesen los más óptimos.

1.4. Conclusiones

A lo largo de la práctica nuestro objetivo fue determinar los momentos de inercia de diferentes cuerpos geométricos sólidos a través de su semiperíodo en rotación. Por lo general los resultados se acercaban bastante a los valores teóricos como fuimos comprobando a lo largo de la práctica. Las pequeñas fluctuaciones pudieron haber sido causadas por errores humanos en la medida como por imperfecciones que podrían haber tenido los objetos de estudio. También conviene tener en cuenta que el cálculo teórico se da en situaciones y para objetos ideales, condiciones que no podemos replicar.

La segunda parte consistía en la verificación del Teorema de Steiner. Como pudimos comprobar, en el caso del disco los resultados no fueron los mejores. Esto puede haber sido causado por las pocas medidas que pudimos realizar así como errores que se nos escapan de las manos (los mencionados anteriormente). En el caso de la barra los resultados fueron bastante más satisfactorios, acercándonos con solo diez puntos experimentales a la masa real del cuerpo. Sorprende que nuestro coeficiente de fiabilidad r para ese caso haya tenido solo dos nueves.

Concluimos así que hemos cumplido los objetivos principales de la práctica, teniendo siempre en cuenta los errores que pudimos haber cometido a lo largo de esta.