

## Memoria IV: Campo magnético creado por dúas bobinas paralelas (bobinas Helmholtz)

Práctica realizada o 15 de marzo de 2022

### I. Obxectivos

Nesta práctica o noso principal obxectivo será obter de maneira experimental o campo magnético obtido por dúas bobinas paralelas variando a distancia que as separa. Estes datos comparáremoslos cos obtidos teoricamente e calcularemos a desviación cadrática media.

Por outra banda, deberemos obter, para unha distancia fixa entre as bobinas, a permeabilidade magnética do baleiro mediante un axuste por mínimos cadrados.

Cómpre especificar que, o campo magnético producido polas bobinas Helmholtz vén dado pola seguinte ecuación:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2R} \left[ \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z - a/2}{R}\right)^2\right)^{3/2}} + \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z + a/2}{R}\right)^2\right)^{3/2}} \right] \quad (61)$$

Onde:

- B é o campo magnético creado polas bobinas (T)
- $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$  é a permeabilidade magnética do baleiro.
- I é a intensidade que pasa polas bobinas (A).
- N é o número de espiras das bobinas ( $N = 154$ ).
- R é o raio das bobinas (0.20 m).
- a é a distancia que separa as bobinas.
- z é a distancia desde punto medio do segmento que une os centros das bobinas a un punto calquera do eixo das mesmas.

### II. Materiais e Procedemento experimental

Para realizar a práctica necesitaremos as seguintes ferramentas e instrumentos de medida:

- As dúas bobinas, que manteremos paralelas variando a distancia que as separa para obter diferentes valores do campo magnético.
- Unha fonte de alimentación, que proporcionará corrente ás bobinas.
- Un polímetro. Grazas a el mediremos a intensidade que percorre as bobinas.
- Un teslámetro con sonda Hall axial que nos permitirá medir o campo magnético.
- Un metro, que estará fixado á mesa do laboratorio para medir a distancia á que tomamos os diferentes valores de B (ao variar a posición da sonda con respecto as bobinas).

Procederemos de diferentes maneiras para as distintas partes da práctica:

### 1. Obtención do campo magnético experimental.

Para esta primeira parte da práctica deberemos obter datos do campo magnético creado polas dúas espiras experimentalmente, variando a distancia que as separa. Tomaremos medidas para  $a = R$ ,  $a = 2R$  e  $a = \frac{R}{2}$ . Para isto, primeiro acenderemos a fonte de alimentación para que entre as bobinas circule corrente. Esta non deberá superar os 3 amperios e deberá manterse constante ao longo do desenvolvemento da práctica. Por iso conectaremos o polímetro ao circuíto e iremos vixiando de cando en vez o valor de intensidade que percorre o circuíto, xa que pode variar.

Para cada un destes apartados tomaremos sobre 40 medidas de B en función da distancia á que se atopa a sonda ao centro das bobinas. Este é fácil de atopar, pois está determinado por un fío que une os extremos das bobinas. Así, colocaremos a sonda no eixo de simetría das bobinas ( $z=0$ ) e desprazaremos a sonda perpendicularmente ao longo do eixo das bobinas. A meirande parte das nosas medias serán tomadas á esquerda das bobinas, pois ao lado contrario non é posíbel tomar moitas debido á configuración da nosa montaxe.

A continuación realizaremos unha comparación entre os valores teóricos e experimentais obtidos, tanto numérica coma graficamente. Por último, calcularemos a desviación cadrática media dos nosos datos mediante a seguinte fórmula:

$$s = \frac{1}{N} \sqrt{\sum (B_{exp} - B_{th})^2} \quad (62)$$

O procedemento será análogo para as tres configuracións das bobinas.

### 2. Obtención da permeabilidade magnética do baleiro.

Ao contrario que na anterior parte, en lugar de variar a distancia á que tomamos os valores de campo magnético, modificaremos a intensidade. Así, situaremos o extremo da sonda no punto medio que une o centro das bobinas e, mentres variamos a intensidade, tomaremos medidas de campo magnético.

Como no apartado anterior, tomaremos medidas para  $a = R$ ,  $a = 2R$  e  $a = \frac{R}{2}$ . Para cada un destes casos, tomaremos aproximadamente 15 medidas e, mediante o método de mínimos cadrados, realizaremos 3 regresións simples sen termo independente, mediante as cales obteremos o valor da permeabilidade magnética do baleiro experimentalmente. (ver ecuacións apéndice)

## III. Resultados experimentais e Análise de datos

### 1. Obtención do campo magnético experimental.

Todos os datos que presentamos a continuación foron tomados a unha intensidade constante  $I = 2,60$  A. Ademais, presentamos agora as incertezas de resolución dos datos recollidos:

$s(I)$ (A)	$s(B_{exp})$ (T)	$s(z)=s(a)$ (m)
0,01	0,00001	0,001

Antes de continuar, deberemos salientar, que, aínda que os datos tomados no laboratorio foran recollidos en mT (campo magnético) e cm (distancia z), nós empregaremos unidades do sistema internacional, xa que nos serán máis útiles á hora de obter os valores teóricos do campo magnético:

Presentamos os datos destas tres partes da práctica a continuación, así como os resultados de campo magnético teórico obtidos mediante a ecuación (61) e a desviación cadrática media (ecuación (62)).

i. Distancia  $a=R$ .

nº medida	z(m)	$B_{\text{exp}}$ (T)	$B_{\text{teor}}$ (T)
1	0,147	0,00144	0,00147
2	0,143	0,00146	0,00150
3	0,140	0,00148	0,00152
4	0,137	0,00150	0,00153
5	0,134	0,00153	0,00155
6	0,131	0,00154	0,00157
7	0,126	0,00158	0,00159
8	0,121	0,00158	0,00162
9	0,115	0,00161	0,00164
10	0,107	0,00165	0,00168
11	0,099	0,00168	0,00171
12	0,091	0,00170	0,00173
13	0,083	0,00173	0,00175
14	0,073	0,00175	0,00177
15	0,060	0,00175	0,00178
16	0,050	0,00175	0,00179
17	0,045	0,00175	0,00180
18	0,030	0,00174	0,00180
19	0,000	0,00175	0,00180
20	-0,010	0,00175	0,00180
21	-0,030	0,00175	0,00180
22	-0,050	0,00175	0,00179
23	-0,073	0,00174	0,00177
24	-0,090	0,00171	0,00173
25	-0,110	0,00162	0,00167
26	-0,130	0,00153	0,00157
27	-0,150	0,00142	0,00146
28	-0,170	0,00125	0,00132
29	-0,190	0,00114	0,00118
30	-0,210	0,00100	0,00105
31	-0,230	0,00088	0,00092
32	-0,250	0,00077	0,00080
33	-0,270	0,00066	0,00069
34	-0,290	0,00057	0,00060
35	-0,310	0,00049	0,00052

---

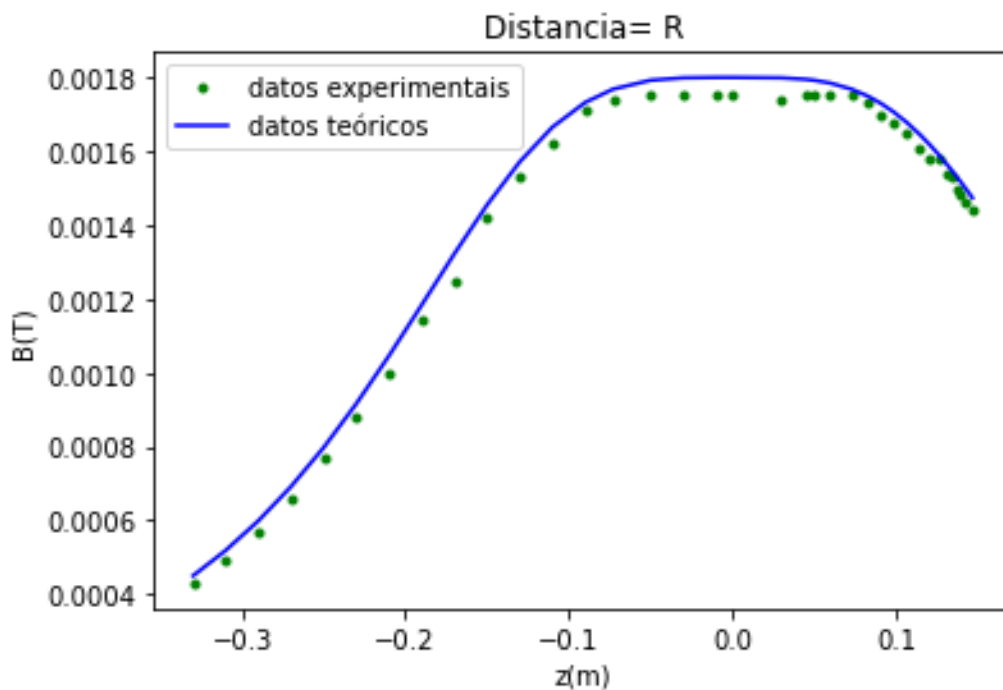
36      -0,330      0,00043      0,00045

---

Mediante a ecuación (62) obtemos que a desviación cadrática media da nosa mostra é:

$$s = 0,0000015 \, T$$

A continuación adxuntaremos unha representación gráfica dos puntos experimentais fronte as predicións teóricas:



ii. Distancia  $a=R/2$ .

Procedemos de maneira análoga ao apartado anterior:

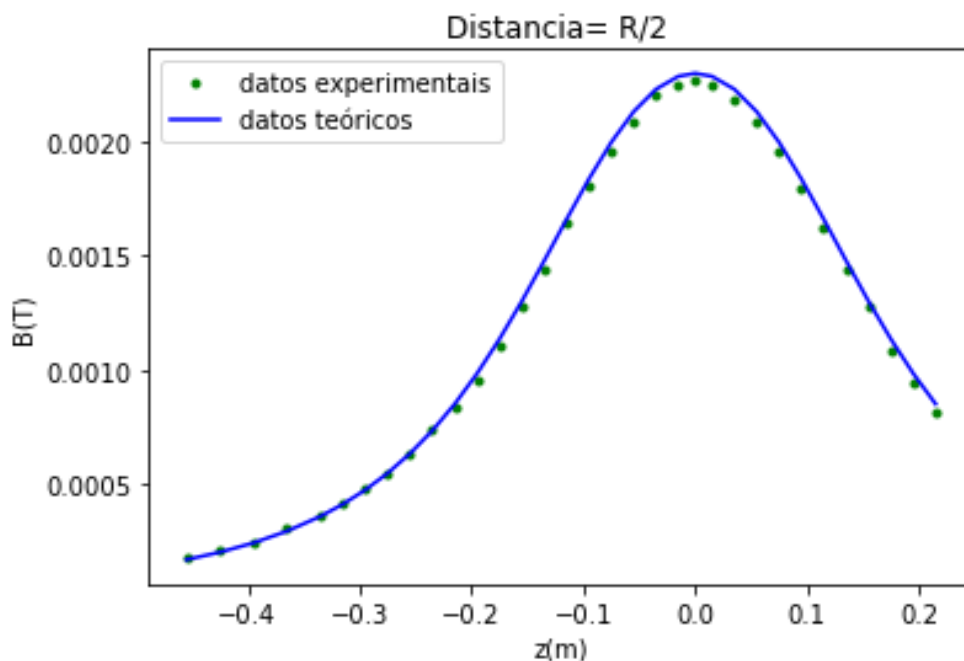
nº medida	z(m)	$B_{\text{exp}} \text{ (T)}$	$B_{\text{teor}} \text{ (T)}$
1	0,215	0,00082	0,00085
2	0,195	0,00095	0,00099
3	0,175	0,00109	0,00114
4	0,155	0,00128	0,00130
5	0,135	0,00144	0,00148
6	0,115	0,00162	0,00166
7	0,095	0,00179	0,00184
8	0,075	0,00196	0,00200
9	0,055	0,00209	0,00213
10	0,035	0,00218	0,00223
11	0,015	0,00225	0,00228
12	0,000	0,00227	0,00230
13	-0,015	0,00225	0,00228
14	-0,035	0,00220	0,00223
15	-0,055	0,00209	0,00213
16	-0,075	0,00196	0,00200
17	-0,095	0,00180	0,00184

18	-0,115	0,00164	0,00166
19	-0,135	0,00144	0,00148
20	-0,155	0,00128	0,00130
21	-0,175	0,00111	0,00114
22	-0,195	0,00096	0,00099
23	-0,215	0,00084	0,00085
24	-0,235	0,00074	0,00074
25	-0,255	0,00063	0,00064
26	-0,275	0,00055	0,00055
27	-0,295	0,00048	0,00048
28	-0,315	0,00042	0,00041
29	-0,335	0,00036	0,00036
30	-0,365	0,00031	0,00030
31	-0,395	0,00025	0,00025
32	-0,425	0,00021	0,00020
33	-0,455	0,00018	0,00017

Mediante a ecuación (62) obtemos que a desviación cadrática media da nosa mostra é:

$$s = 0,0000011 \text{ T}$$

A continuación adxuntaremos unha representación gráfica dos puntos experimentais fronte as predicións teóricas:



iii. Distancia  $a=2R$ .

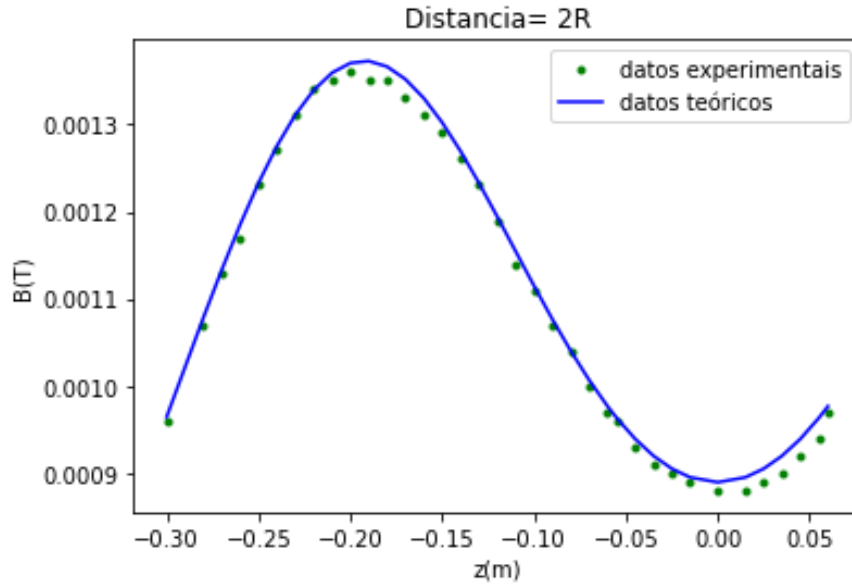
nº medida	z(m)	$B_{\text{exp}} \text{ (T)}$	$B_{\text{teor}} \text{ (T)}$
1	0,060	0,00097	0,00098
2	0,055	0,00094	0,00096
3	0,045	0,00092	0,00094

4	0,035	0,00090	0,00092
5	0,025	0,00089	0,00091
6	0,015	0,00088	0,00090
7	0,000	0,00088	0,00089
8	-0,015	0,00089	0,00090
9	-0,025	0,00090	0,00091
10	-0,035	0,00091	0,00092
11	-0,045	0,00093	0,00094
12	-0,055	0,00096	0,00096
13	-0,060	0,00097	0,00098
14	-0,070	0,00100	0,00101
15	-0,080	0,00104	0,00104
16	-0,090	0,00107	0,00108
17	-0,100	0,00111	0,00111
18	-0,110	0,00114	0,00115
19	-0,120	0,00119	0,00119
20	-0,130	0,00123	0,00123
21	-0,140	0,00126	0,00127
22	-0,150	0,00129	0,00130
23	-0,160	0,00131	0,00133
24	-0,170	0,00133	0,00135
25	-0,180	0,00135	0,00137
26	-0,190	0,00135	0,00137
27	-0,200	0,00136	0,00137
28	-0,210	0,00135	0,00136
29	-0,220	0,00134	0,00134
30	-0,230	0,00131	0,00131
31	-0,240	0,00127	0,00128
32	-0,250	0,00123	0,00123
33	-0,260	0,00117	0,00119
34	-0,270	0,00113	0,00113
35	-0,280	0,00107	0,00108
36	-0,300	0,00096	0,00096

Mediante a ecuación (62) obtemos que a desviación cadrática media da nosa mostra é:

$$s = 0,00000046 T$$

A continuación adxuntaremos unha representación gráfica dos puntos experimentais fronte as predicións teóricas:



## 2. Obtención da permeabilidade magnética do baleiro.

Nesta segunda parte da práctica deberemos obter, mediante un axuste polo método de mínimos cadrados, o valor da permeabilidade magnética do baleiro.

Como dixemos anteriormente, neste apartado a distancia  $z$  manterase constante, polo que a nosa ecuación (61) queda:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2R} \left[ \frac{2}{\left(1 + \left(\frac{a^2}{4R^2}\right)^2\right)^{3/2}} \right] \quad (63)$$

Para facilitar o tratamento dos datos á hora de realizar a regresión, denominaremos  $\gamma$  a:

$$\gamma = \frac{2}{\left(1 + \left(\frac{a^2}{4R^2}\right)^2\right)^{3/2}} \quad (64)$$

Así o campo magnético virá dado por:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2R} \gamma \quad (65)$$

Unha vez realizadas as regresións lineais, que serán sen termo independente ( $y = bx \rightarrow B = bI$ ), obteremos o valor de  $b$ . Con este deberemos obter  $\mu_0$ , pois é a única variable da ecuación que descoñecemos.

$$\frac{B}{I} = b = \frac{\mu_0 N}{2R} \gamma \rightarrow \mu_0 = \frac{2bR}{N\gamma} \quad (66)$$

Con esta última ecuación obteremos o valor da permeabilidade magnética do baleiro. Mediante a fórmula de propagación de incertezas(69) obteremos a incerteza asociada ao noso parámetro  $\gamma$  e, con ela, a incerteza asociada ao cálculo de  $\mu_0$ .

$$s(\gamma) = \frac{3a}{2R^2 \left(1 + \frac{a^2}{4R^2}\right)^{5/2}} s(a) \quad (67)$$

$$s(\mu_0) = \mu_0 \sqrt{\frac{s^2(b)}{b^2} + \frac{s^2(\gamma)}{\gamma^2}} \quad (68)$$

i. Distancia  $a=R$ .

A continuación presentamos los puntos experimentales que recogimos en el laboratorio para realizar la regresión lineal:

nº medida	I (A)	s(I) (A)	B (mT)	B(T)	s(B) (T)
1	0,25	0,01	0,20	0,00020	0,00001
2	0,40	0,01	0,31	0,00031	0,00001
3	0,55	0,01	0,41	0,00041	0,00001
4	0,70	0,01	0,51	0,00051	0,00001
5	0,85	0,01	0,61	0,00061	0,00001
6	1,05	0,01	0,75	0,00075	0,00001
7	1,25	0,01	0,88	0,00088	0,00001
8	1,55	0,01	1,09	0,00109	0,00001
9	1,85	0,01	1,29	0,00129	0,00001
10	2,10	0,01	1,47	0,00147	0,00001
11	2,45	0,01	1,70	0,00170	0,00001
12	2,80	0,01	1,94	0,00194	0,00001
13	3,15	0,01	2,17	0,00217	0,00001

Al realizar la regresión con estos datos obtenemos los siguientes resultados:

- En bruto:

Datos regresión	
b (T/A)	0,000696778
s (T)	0,000003134
s(b) (T/A)	0,000019421
r	0,9998786390

- Aproximados en función de las dos primeras cifras significativas de la incertidumbre:

Datos regresión	
b (T/A)	0,000697
s (T)	0,0000031
s(b) (T/A)	0,000019
r	0,9998

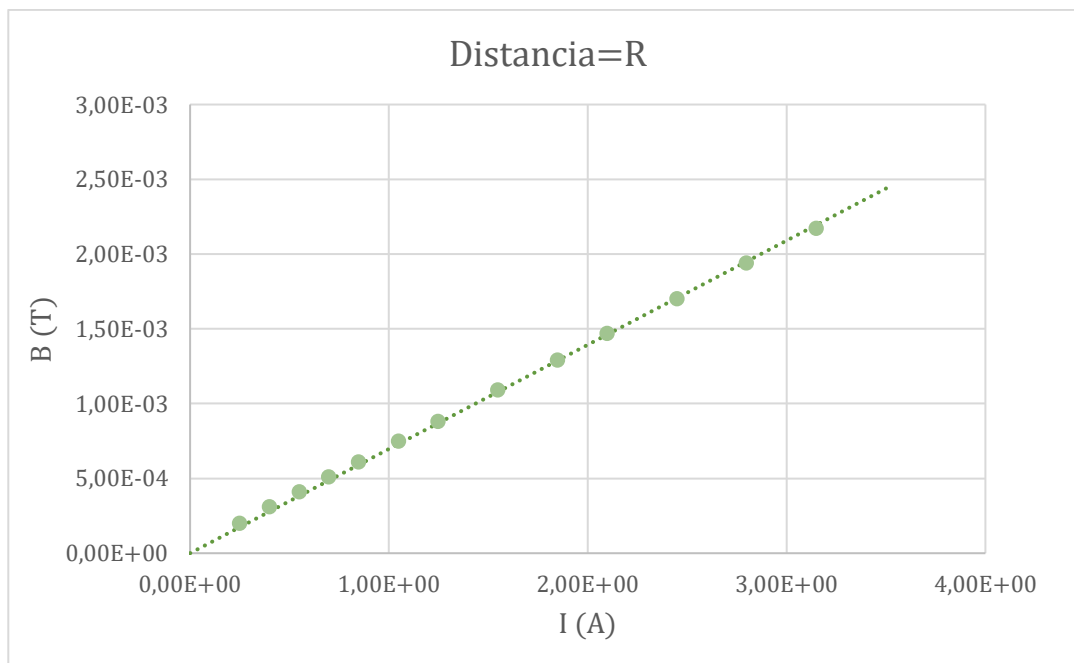
Se empleamos las ecuaciones (64),(66),(67),(68), obtenemos los siguientes resultados de  $\gamma$  e  $\mu_0$ :



$\mu_0^3$ (T·m/A)	1,265E-06
$s(\mu_0)$ (T·m/A)	3,5E-08
$\gamma$	1,4311
$s(\gamma)$	0,0043

Se representamos graficamente a intensidade fronte o campo magnético, vemos que os puntos se axustan correctamente a unha recta, polo que podemos concluír en os resultados do axuste son verosímiles.

Ao realizar a representación gráfica en Excel vemos que a regresión é satisfactoria:



ii. Distancia  $a=R/2$ .

Datos experimentais que obtivemos no laboratorio:

nº medida	I (A)	s(I) (A)	B (mT)	B(T)	s(B) (T)
1	0,25	0,01	0,25	0,00025	0,00001
2	0,40	0,01	0,38	0,00038	0,00001
3	0,55	0,01	0,51	0,00051	0,00001
4	0,70	0,01	0,64	0,00064	0,00001
5	0,85	0,01	0,77	0,00077	0,00001
6	1,05	0,01	0,94	0,00094	0,00001
7	1,25	0,01	1,11	0,00111	0,00001
8	1,55	0,01	1,38	0,00138	0,00001
9	1,85	0,01	1,64	0,00164	0,00001
10	2,10	0,01	1,85	0,00185	0,00001
11	2,45	0,01	2,15	0,00215	0,00001

<sup>3</sup> No apartado de conclusións recollerase a comparación da permeabilidade magnética do baleiro experimental fronte o valor teórico.

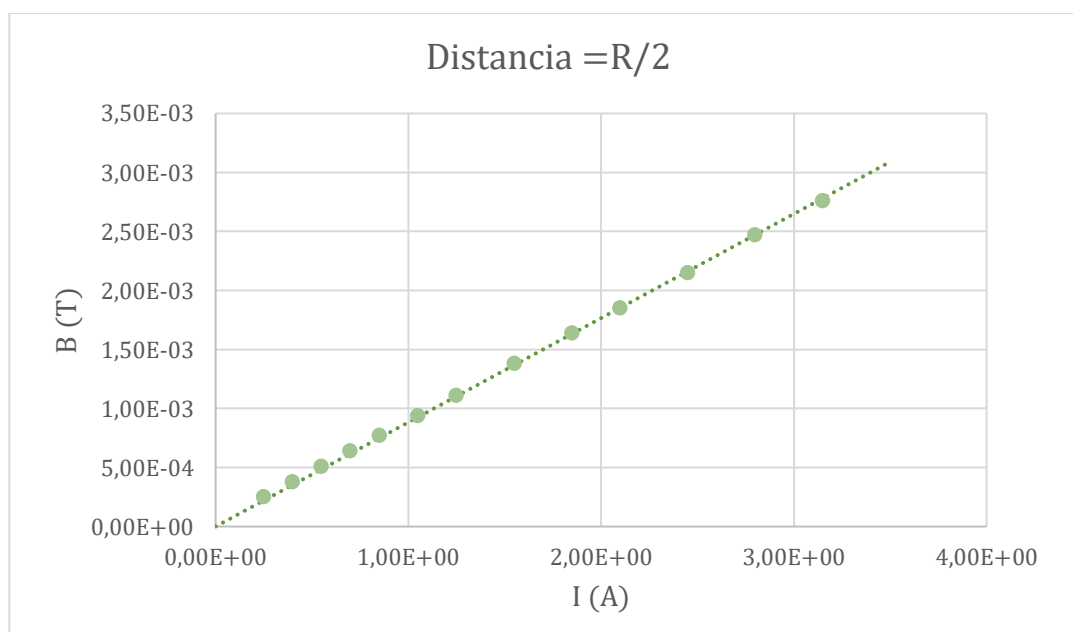
12	2,80	0,01	2,47	0,00247	0,00001
13	3,15	0,01	2,76	0,00276	0,00001

Con estes datos, obtemos os seguintes parámetros de regresión lineal:

Datos regresión	
$b \text{ (T/A)}$	0,0008830
$s \text{ (T)}$	0,000018
$s(b) \text{ (T/A)}$	0,0000030
$R$	0,99993

Se calculamos con estes datos a permeabilidade magnética do baleiro chegamos aos seguintes resultados:

$\mu_0 \text{ (T·m/A)}$	1,2559E-06
$s(\mu_0) \text{ (T·m/A)}$	4,8E-09
$\gamma$	1,8262
$s(\gamma)$	0,0032



### iii. Distancia $a=2R$ .

Procederemos de maneira análoga ao apartado anterior. Primeiramente, presentamos os datos que medimos no laboratorio:

nº medida	I (A)	s(I) (A)	B (mT)	B(T)	s(B)
1	0,25	0,01	0,12	0,00012	0,00001
2	0,40	0,01	0,16	0,00016	0,00001
3	0,55	0,01	0,22	0,00022	0,00001
4	0,70	0,01	0,26	0,00026	0,00001
5	0,85	0,01	0,32	0,00032	0,00001
6	1,05	0,01	0,39	0,00039	0,00001
7	1,25	0,01	0,45	0,00045	0,00001
8	1,55	0,01	0,56	0,00056	0,00001

9	1,85	0,01	0,66	0,00066	0,00001
10	2,10	0,01	0,75	0,00075	0,00001
11	2,45	0,01	0,86	0,00086	0,00001
12	2,80	0,01	0,98	0,00098	0,00001
13	3,15	0,01	1,09	0,00109	0,00001

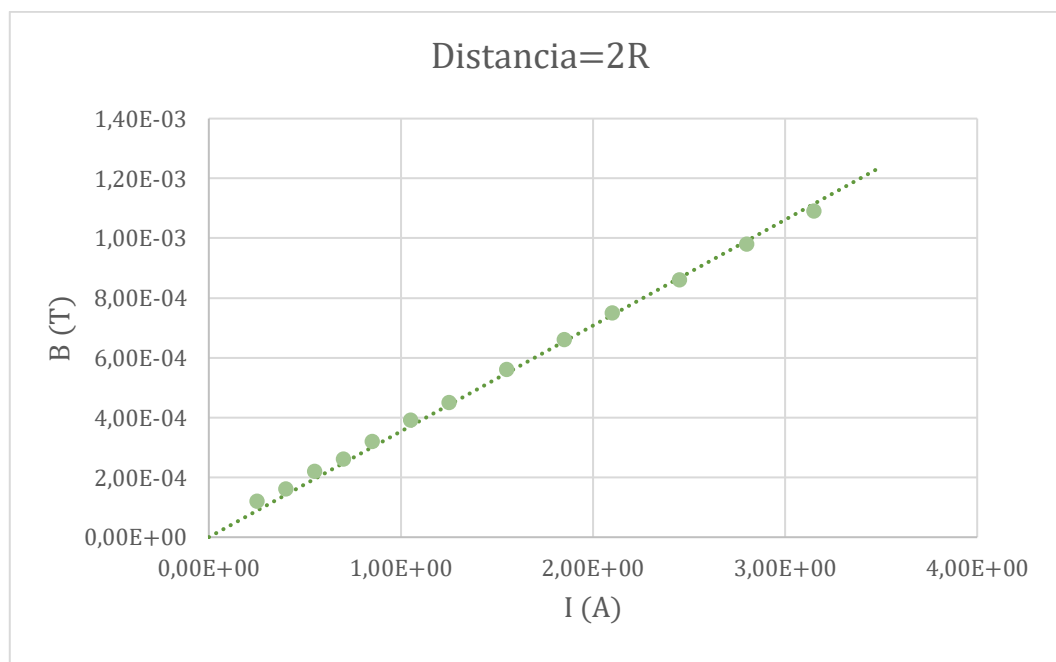
Con estes datos realizaremos un axuste polo método de mínimos cadrados, que nos proporcionará os seguintes resultados, xa tratados en función das cifras significativas da incerteza: redondeamos o valor da incerteza só tomando dúas cifras significativas e redondeamos o valor ao que se refire dita incerteza en función desta. No caso do coeficiente de regresión lineal  $r$ , non redondearemos nada, senón que “cortaremos” o número na primeira cifra distinta de 9 (ver procedemento nos datos da regresión do apartado i. desta sección).

Datos regresión	
$b (T/A)$	0,0003539
$s (T)$	0,000018
$s(b) (T/A)$	0,0000029
$r$	0,9995

Se empregamos as ecuacións (64),(66),(67),(68), obtemos os seguintes resultados de  $\gamma$  e  $\mu_0$ :

$\mu_0 (T \cdot m/A)$	1,300E-06
$s(\mu_0) (T \cdot m/A)$	1,2E-08
$\gamma$	0,7071
$s(\gamma)$	0,0027

Representación gráfica de B fronte I:

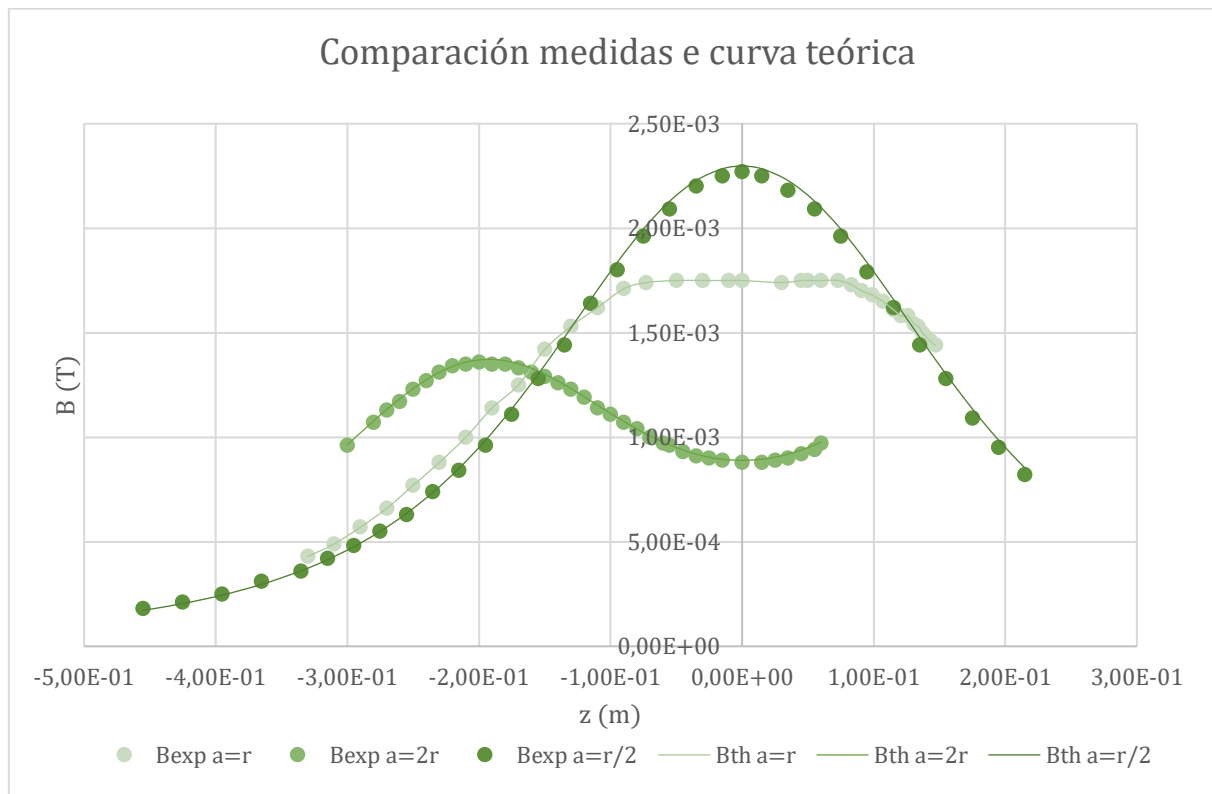


#### IV. Conclusións

##### 1. Obtención do campo magnético experimental.

Se comparamos os resultados de campo magnético obtidos experimentalmente cos teóricos esperados, vemos que ningún dato se desvía moito da curva teórica, polo que

podemos concluír que as medidas tomadas, así coma os cálculos que realizamos, foron satisfactorias. Se ademais temos en conta os valores das desviacións calculadas, vemos que son moi baixos e moi parecidos.



## 2. Obtención da permeabilidade magnética do baleiro.

Antes de proceder a comentar os valores da permeabilidade magnética do baleiro obtidos, debemos concluír en que as tres regresións lineais realizadas son fiábeis, pois o coeficiente de regresión  $r$ , nestes tres casos presenta polo menos 3 noves (cantos máis 9 teña, máis axustados estarán os puntos á recta e máis satisfactoria será).

Recollemos a continuación os valores de  $\mu_0$  obtidos nesta sección:

$$\mu_{0i} = (1,265E - 06 \pm 3,5E - 08) T \cdot m \cdot A^{-1}$$

$$\mu_{0ii} = (1,2559E - 06 \pm 4,8E - 09) T \cdot m \cdot A^{-1}$$

$$\mu_{0iii} = (1,300E - 06 \pm 1,2E - 08) T \cdot m \cdot A^{-1}$$

O valor teórico desta magnitude é:

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \approx 1,2566E - 6 T \cdot m \cdot A^{-1}$$

Como podemos ver, é unha diferenza ínfima, polo que podemos concluír en que os resultados obtidos mediante a realización da práctica son verosímiles con respecto ás predicións teóricas.