Balanza de Torsión

Iván Cambón Bouzas

9 de outubro de 2018

1. Breve Introducción e Obxectivos

O obxetivo da práctica é determinar a constante de gravitación universal G_N utilizando unha balanza de torsión. O sistema consta de 2 masas m atraídas gravitatoriamente por 2 masas M. A atracción perturba o equilibrio do sistema facendo que a balanza xere un torque recuperador que fai oscilar as masas m arredor dun novo punto de equilibrio. Sabendo a separación do punto de equilibrio Δx e o período de oscilación T, obtemos G_N como:

$$G_N = \frac{\pi^2 b^2 d}{ML} \frac{\Delta x}{T^2} \frac{1}{(1-\beta)} \quad , \quad \beta = \frac{b^3}{(b^2 + 4d^2)^{3/2}} \tag{1}$$

Sendo b a separación típica entre as bolas pequena e grande, d a distancia entre o centro da bola pequena e o eixo de xiro , L a separación entre a balanza e a parede onde se proxectan as oscilacións e β é un factor de corrección debido a que cada bola grande non só atrae a bola pequena á cal esta pegada, tamén atrae á outra pequena influíndo así no torque recuperador.

2. Datos Experimentais e Análise

Debido a sensibilidade da balanza de torsión, parte das variables das que G_N depende proporcionáronse antes da realización da práctica co obxetivo de non agregar erros sistemáticos as medicións. Os datos proporcionados coa súa incerteza son os seguintes:

$$d = 5 \text{ cm} \qquad b = (4,65 \pm 0,50) \text{ cm} \qquad M = (1,50 \pm 0,01) \text{ kg}$$

A distacia d non se nos proporciounou con incerteza, asi que a hora de propagar incertezas supoñemos que $u(d) = 0$ cm.

2.1. Obtención dos puntos de equilibrio e do período

A continuación obtendremos os puntos de equilibrio x_{eq} e os períodos T para dúas posicións distintas das masas M. Para ambas posicións das masas M tomaremos, de acordo coa resolución dos instrumentos e con factores externos (tempo de reacción humano, ancho do reflexo das osciliacións, etc.), as seguintes incertezas de tipo B:

$$\Delta x = 0,7 \text{ cm} \Rightarrow u_b(x) = \Delta x/\sqrt{12} = 0{,}20 \text{ cm} \quad , \quad \Delta t = 0,25 \text{ s} \Rightarrow u_b(t) = \Delta t/\sqrt{12} = 0,072 \text{ s}$$

Unha vez obtidos os datos correspondentes de t e x para ambas posicións, realizaremos un axuste non lineal para obter a relación funcional entre a posición e o tempo. Debido a gran cantidade de datos, presentamos directamente as gráficas máis os parámetros dos axustes

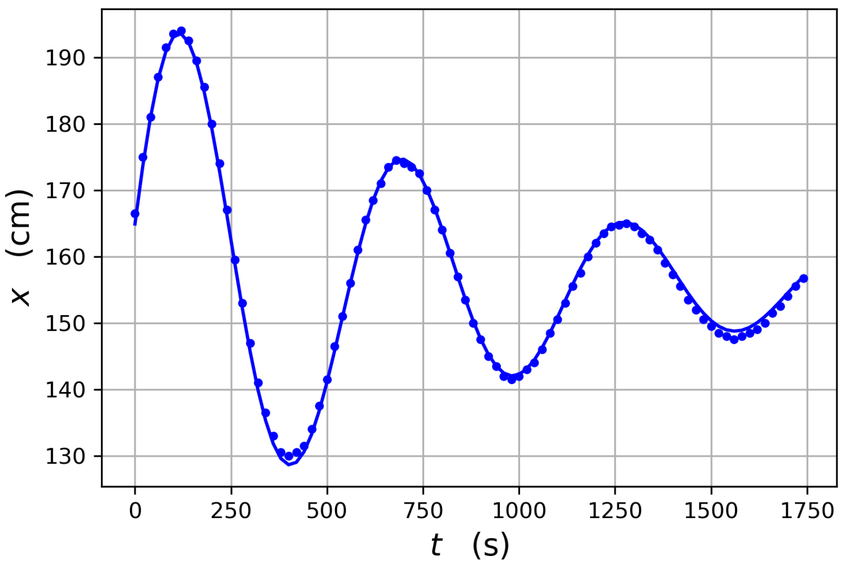

Figura 1: x vs t para a Posición 1

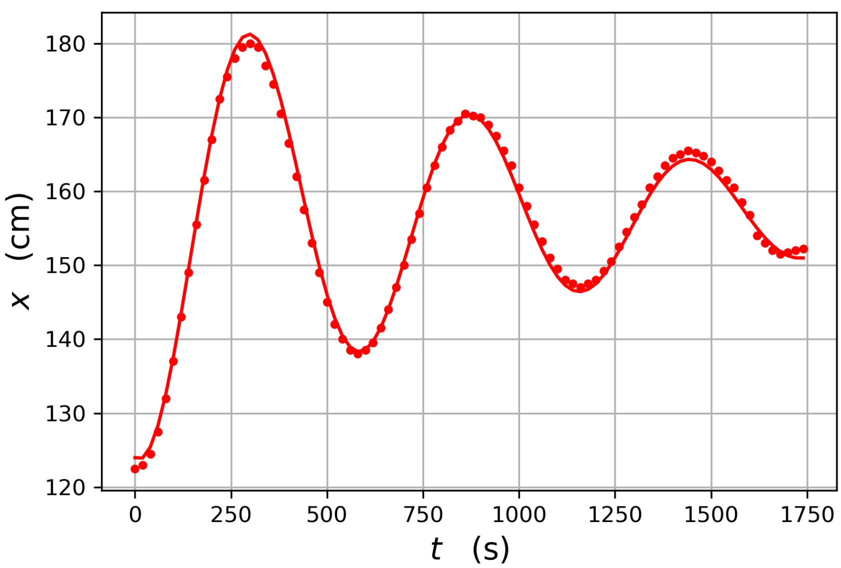

Figura 2: x vs t para a Posición 2

Para cada axuste, a ecuación utilizada máis os parámetros correspondentes coas súas incertezas son os seguintes:

$$x(t) = x_0 + Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t + \phi) \tag{2}$$

Posición 1	Posición 2
$x_0 = (155,574 \pm 0,022)$ cm	$x_0 = (156,667 \pm 0,022)$ cm
$A = (43,843 \pm 0,097)$ cm	$A = (-33,408 \pm 0,080)$ cm
$\gamma = (1188,4 \cdot 10^{-6} \pm 4,2 \cdot 10^{-6})$ s^{-1}	$\gamma = (1017,6 \cdot 10^{-6} \pm 4,2 \cdot 10^{-6})$ s^{-1}
$\omega = (10889,4 \cdot 10^{-6} \pm 3,9 \cdot 10^{-6})$ rad $\cdot$ s^{-1}	$\omega = (10958,2 \cdot 10^{-6} \pm 4,8 \cdot 10^{-6})$ rad $\cdot$ s^{-1}
$\phi = (4,9266 \pm 0,0021)$ rad	$\phi = (-12,7749 \pm 0,0029)$ rad

Unha vez obtidos os parámetros, calcularemos os puntos de equilibrio, Δx e o período T. Sabendo que os puntos de equilibrio correspóndense ao valor de x para tempos longos, concluimos que $x_{eq} = x_0$, $u(x_{eq}) = u(x_0)$, sendo os seus valores:

$$x_{eq}^{I} = (155,574 \pm 0,022) \text{ cm} \quad , \quad x_{eq}^{II} = (156,667 \pm 0,022) \text{ cm}$$

Por outra banda, sabemos que $\Delta x = |x_{eq}^{II} - x_{eq}^{I}|$ e propagando incertezas obtemos que $u(\Delta x) = \sqrt{u^2(x_{eq}^{II}) + u^2(x_{eq}^{I})}$. Polo tanto, o valor de Δx coa súa incerteza e o seguinte:

$$\Delta x = (1,093 \pm 0,031) \text{ cm}$$

Por último, para o cálculo do período sabemos que $T = 2\pi/\omega$. Utilizando as ω de cada axuste e propagando incertezas, calculamos os períodos para ambos axustes cuxos valores obtidos ca súa incerteza son:

$$T_1 = (578,7967 \pm 0{,}0023) \text{ s} \quad , \quad T_2 = (573,3759 \pm 0,0028) \text{ s}$$

Para o valor de T faremos unha media aritmética entre os periódos presentados con anterioridade e calcularemos a incerteza de T como $u(T) = \sqrt{u^2(T_1)/4 + u^2(T_2)/4}$. O valor do periodo obtido é o seguinte:

$$T = (576,0863 \pm 0{,}0018) \text{ s}$$

2.2. Obtención da distancia L

Unha vez calculados T e Δx , calcularemos ao final a distancia L. Para o cálculo utilizaremos a expresión $L = A + B - C$ sendo A, B e C lonxitudes intermedias xa que a distancia L é maior a distacia máxima da cinta métrica.

Como as distancias foron medidas ca misma cinta métrica, tomaremos a mesma incerteza tipo B para as 3 sendo esta $u_b = 0,1/\sqrt{12} = 0,029$ cm. Os datos preséntanse nesta táboa:

A (cm)	B (cm)	C (cm)
189,200	409,500	16,600
188,500	409,200	16,400
189,500	409,400	16,600
189,700	409,700	16,600
189,100	409,400	16,400

Neste caso temos incertezas tipo A e tipo B. Polo tanto tomaremos os valores medios das 3 distancias e faremos a incerteza combinada. Os valores das lonxitudes cas súas incertezas correspondentes son os seguintes:

$$A = (189,20 \pm 0,21) \text{ cm} \quad B = (409,440 \pm 0,086) \text{ cm} \quad C = (16,520 \pm 0,057) \text{ cm}$$

Utilizando a expresión de L e aplicando propagación de incertezas, obtemos o seguinte valor:

$$L = (582,12 \pm 0,23) \text{ cm}$$

3. Cálculo de G_N

Por último, unha vez obtidas todas as variables das que depende G_N, calculamos o seu valor aplicando a ecuación (1). A hora de obter a súa incerteza, aplicaremos a lei de propagación de incertezas. Como as expresións de G_N e da súa incerteza son moi complexas e ao ser este un informe breve, presentamos directamente o valor obtido da constante de gravitación:

$$\boxed{G_N = 4,35 \cdot 10^{-12} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \quad u(G_N) = 1,00 \cdot 10^{-12} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}}$$

4. Breve Conclusión

A modo de conclusión, podemos comprobar que o valor obtido da constante de gravitación universal encóntrase un orde de magnitude por debaixo do valor real. Isto indica que a hora de realizar a experiencia houbo unha presencia de ruido nas nosas medicións.

Como se comentou con anterioridade, a balanza de torsión é un instrumento especialmente delicado ante condicións externas tales como as vibracións ou as temperaturas. A hora de medir estábanse realizando prácticas ruidosas a carón da balanza que, sumado ao propio factor humano a hora de medir, puido perturbar as medicións.

Non obstante, para as condicións do experimento e para a balanza utilizada, os valores de G_N razonables que se obteñen atópanse entre 10^{-11} e 10^{-12} ordes de magnitude, polo que o valor obtido, a pesar de afastarse do valor real convencional, encóntrase dentro do esperado.