

5 MN - MODOS NORMAIS EN MEDIOS CONTINUOS

5.1. Obxectivos

Estudo dos modos normais de vibración en dous medios continuos distintos: unha corda tensa suxeita polos extremos e un plano ríxido vibrante.

Ao circular unha corrente alterna polo cabo de aceiro (densidade: $\rho = 7,85 \text{ g cm}^{-3}$) no campo magnético do imán permanente, créase unha forza vertical oscilante coa periodicidade do sinal do xerador. Podes variar a frecuencia do sinal e observar o resultado.

Co osciloscopio e o xerador de onda búscanse as frecuencias coas que a corda oscila de maneira estacionaria sen trocar o perfil. Ditas oscilacións denomínase *modos normais* e son como as que aparecen na práctica de Oscilacións Acopladas, pero no límite de infinitas masas puntuais apiladas de forma continua.

Nos modos normais, o medio entra en resonancia coa forza excitadora. Isto xa o tedes visto ou o ides ver na práctica de Oscilador Amortecido e Forzado, e na de Propagación do Son. A absorción de enerxía é óptima e prodúcese ventres de amplitude máxima e nodos de amplitude nula ben definidos.

5.2. Material

- Cabo de aceiro
- Xerador de funcións PHYWE
- Imán. - Vibrador - Placas de Chladni - Area
- Pesos para producir a tensión
- Osciloscopio

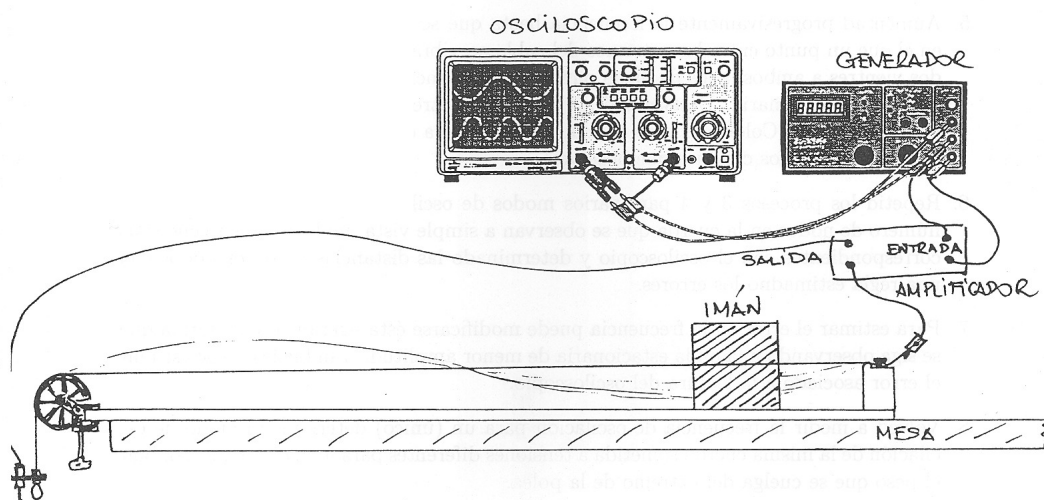


Figura 5.1: Montaxe experimental

5.3. Procedemento experimental

5.3.1. Primeira parte: Modos da corda vibrante

Antes de nada, le o *manual de uso do xerador de ondas* para familiarizarte co seu funcionamento básico: axustar a amplitude (voltaxe de saída) e a frecuencia da onda. Observa que hai un botón na esquerda que conmuta a saída por auriculares e por liña.

1. Pesa coa balanza as masas que tes a túa disposición. Colga unha delas do extremo do cabo para establecer a tensión.
2. No xerador, selecciona unha voltaxe pequena (3V para o peso pequeno). Aumenta a frecuencia ata observar unha onda estacionaria na que toda a corda oscila *cunha única frecuencia* e a parte central faino con máxima amplitude (ventre). Este é o modo fundamental, $n = 1$.
3. Aumenta lentamente a frecuencia ata que observes un modo cun nodo e dous ventres. Este será o modo $n = 2$. Repite o proceso anterior para modos de oscilación superiores caracterizándoos polo número n de nodos na corda que se observan a simple vista. Podes aumentar a amplitude do sinal para observar con máis nitidez os ventres. Obtén polo menos 6 modos normais para cada masa.
4. Para cada modo normal atopado, anota a frecuencia ν_n , e mide a lonxitude de onda $\lambda_n = 2d_n$ onde d_n é a media das distancias entre nodos.
5. Repite o procedemento anterior para catro *pesas distintas* m_i , $i = 1, \dots, 4$.

5.3.2. Segunda parte: Estudo da polarización

Sitúa a corda no modo normal $n = 1$ (sen nodos) cunha amplitude de sinal baixa (de 1V) . Comproba que ves unha polarización plana da oscilación mirando a corda na dirección vertical e horizontal. Aumenta lentamente a intensidade do sinal ata que observes que a polarización deixa de ser plana. Mirando desde arriba observarás un engrosamento. Se miras ao trasluz verás a formación de elipses.

Este fenómeno indica que o movemento no plano vertical e no horizontal só son modos normais exactos no límite de baixa amplitude, no que a ecuación do movemento é linear. Cando a amplitude aumenta, hai un acoplamento (non linear) entre estes dous movementos, formando unha nova combinación de modos normais.

Concéntrate na transición de polarización plana a circular a frecuencia fixa, e intenta averiguar todo o que poidas dela.

5.3.3. Terceira parte: Figuras de Chladni

- Suxeita co parafuso a placa cadrada ao eixo do vibrador. Verte unha pouca area sobre a placa e distribúea uniformemente. Procura que a placa esté o máis horizontal posíbel.
- Co xerador de sinais a unha amplitude de 3V varre en frecuencias lentamente utilizando o dial sobre a cifra de decenas de Hz. Cando te aproximes a unha frecuencia de vibración normal da placa notarás un aumento do volume do son e un movemento dos grans de area. Intenta localizar a frecuencia de resonancia na que a axitación é máxima actuando sobre as unidades de Hz.

- Sube a amplitude do sinal para ver como se deposita a area nas liñas nodais escapando dos ventres. Esta operación debe durar pouco porque produce un estrondo que pode ser molesto. Cando remate de moverse a area corta rapidamente a saída do sinal presionando o botón “output”. Anota a frecuencia e debuxa a figura que forma a area.
- Volve repartir a area cos dedos e verificar a horizontalidade da placa. Presiona “output” de novo para volver aplicar un sinal de 3V e continúa o varrido de frecuencias ata que atopes a seguinte resonancia.
- Repite o proceso sen superar os 1000 Hz.

5.4. Resultados a presentar no relatorio

1. Para *cada masa*, m_i representa nunha gráfica a lonxitude de onda λ_n fronte ao período de oscilación $T_n = 1/\nu_n$ para $n = 1, 2, 3, \dots$, e obtén a velocidade de propagación da onda en dita corda, c_i , a partir da pendente

$$\lambda_n = c_i T_n.$$

2. Unha vez calculadas todas as velocidades de propagación, representa graficamente o cadrado da velocidade de propagación das ondas na corda fronte á tensión desta. Se o modelo de corda vibrante é correcto (ver apéndice), a predicción é que a pendente da seguinte relación linear é a inversa da densidade linear

$$c^2 = \rho_l^{-1} \tau.$$

3. A partir do valor obtido de ρ_l , e de que $\rho = 7,85 \text{ g cm}^{-3}$, obtén o diámetro do cabo. Compárao cunha medición directa do seu grosor.
4. **Polarización:** Resume de forma descritiva o resultado das túas observacións.
5. **Figuras de Chladni:** Resume de forma descritiva o resultado das túas observacións. Se identificas algún patrón descríbeo e trata de razoalo a súa causa. Adxunta fotografías se che é posíbel.

5.5. Apéndice: teoría da corda libre sometida a tensión constante.

Os desprazamentos verticais infinitesimais dunha corda libre ao redor da posición de equilibrio $y(x, t)$ en función da posición ao longo da corda x e do tempo t , satisfacen unha ecuación de ondas:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad c^2 = \frac{\tau}{\rho_l} \quad (5.1)$$

na que a velocidade de propagación de ondas sinusoidais (velocidade de fase) c depende da tensión do cable, τ , e da densidade **linear** (masa por unidade de **lonxitude**) do mesmo, ρ_l . A relación $c^2 = \tau/\rho_l$ é a única con dimensións correctas que pode obterse a partir das magnitudes con dimensión no problema, a tensión τ , a densidade ρ e a sección A .

Como pode comprobarse, calquera función $y = f(x \pm ct)$ satisface a ecuación diferencial e describe un perfil arbitrario que se propaga con velocidade c en calquera de ambos sentidos. Porén, estas solucións non son as relevantes para este experimento xa que as cordas están suxeitas nos extremos $x = 0, L$ e, por tanto, $y(0, t) = y(L, t) = 0$ para todo t . Mediante separación de variábeis é posíbel demostrar que calquera solución que respecte estas condicións de contorno pode expresarse como unha combinación lineal dunha base de funcións que tamén o fagan, denominada base de modos normais

$$y_n(x, t) = \sin \frac{n\pi x}{L} \left(A_n \cos \frac{n\pi ct}{L} + B_n \sin \frac{n\pi ct}{L} \right),$$

onde $n = 1, 2, 3, \dots$. A_n, B_n son constantes que se fixan en función da posición e velocidade iniciais. Esta solución representa unha evolución da corda na que todos os puntos oscilan coa mesma frecuencia $\omega = n\pi c/L$ e unha amplitude que varía sinusoidalmente ao longo dela. A solución máis xeral pódese expresar como unha combinación lineal

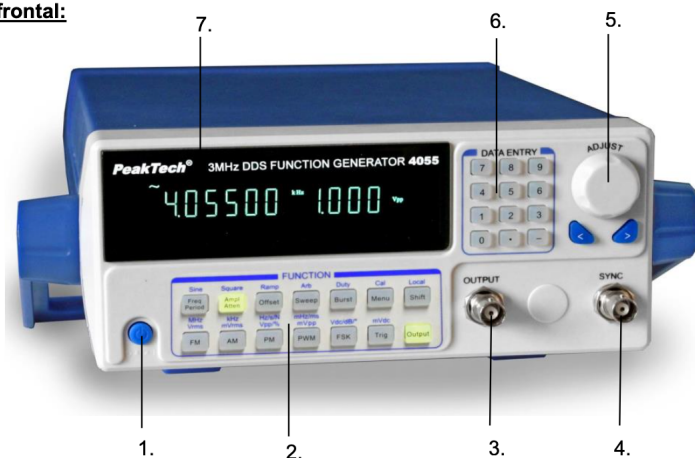
$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n y_n(x, t).$$

5.6. Apéndice: xerador de funcións Peak Tech

O forzado da corda conséguese mediante un Xerador de Funcións modelo Peak Tech. O sinal sácase da saída OUTPUT e reintrodúcese pola parte traseira en P-input. A saída de P-output ven amplificada e é a que se introduce no circuito pechado do cabo de aceiro.

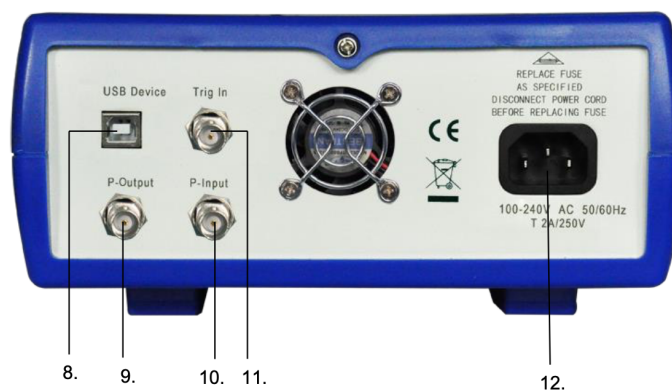
1. Prende o xerador de funcións Peak Tech. Preme o botón [Output] para cortar a saída do sinal. Na pantalla acenderase ou apagarase a lenda Output.
2. Para introducir unha frecuencia, por exemplo 20 Hz, pulsar o botón [Freq]. No teclado numérico anotamos 20 e despois pulsamos a tecla que ten as unidades de Hz. Co dial pódese modificar esta cantidade de maneira continua. Usar as teclas [$<$] e [$>$] para situar o cursor na cifra que queremos variar co dial.
3. Para fixar unha amplitude de saída, preme [Amp]. Co dial pódese seleccionar dende 0 ata 20 Vpp.
4. Cando teñas todo configurado, preme [Output] para dar saída ao sinal. Esta tecla permite un corte rápido da subministración se fose necesario.

2.2.1 Panel frontal:



- | | |
|------------------------------|-----------------------|
| 1. Interruptor de encendido. | 5. Perilla de ajuste. |
| 2. Teclas de función. | 6. Teclado numérico. |
| 3. Salida de forma de onda. | 7. Pantalla. |
| 4. Salida de sincronización. | |

2.2.2 Panel trasero:



- | |
|--|
| 8. Dispositivo USB. |
| 9. Salida de amplificador de potencia. |
| 10. Entrada de amplificador de potencia. |
| 11. Entrada de disparador. |
| 12. Conector de alimentación CA. |

Figura 5.2: Xerador de funcións Peak Tech