

GIROSCOPIO

Eva Benavente Fernández

26 de octubre de 2023

1. Introducción

El giroscopio es un dispositivo diseñado para medir o mantener la orientación de un objeto en el espacio. Funciona aprovechando el principio de conservación del momento angular, lo que significa que un objeto en movimiento tiende a mantener su orientación inicial a menos que se aplique una fuerza externa.

En esta práctica, nuestro propósito es observar el movimiento de un giroscopio y analizar sus respuestas ante diversas fuerzas. También estudiaremos los movimientos de precesión y nutación, y utilizamos varias técnicas para determinar los momentos de inercia más relevantes relacionados con el dispositivo.

2. Mecánica del giroscopio

En esta primera parte de la práctica nos hemos dedicado a observar el movimiento del giroscopio. Tras ponerlo en rotación, le aplicamos una fuerza perpendicular a su eje de giro. Variando el sentido de esta fuerza, comprobamos lo antiintuitivo que es el movimiento de este objeto: por ejemplo, al aplicar una fuerza $\vec{F} = -F\hat{k}$, el giroscopio se mueve en dirección $-\hat{j}$. Esto se debe a la variación del momento angular, que genera un torque. Para otras direcciones y sentidos de la fuerza, ocurre lo siguiente:

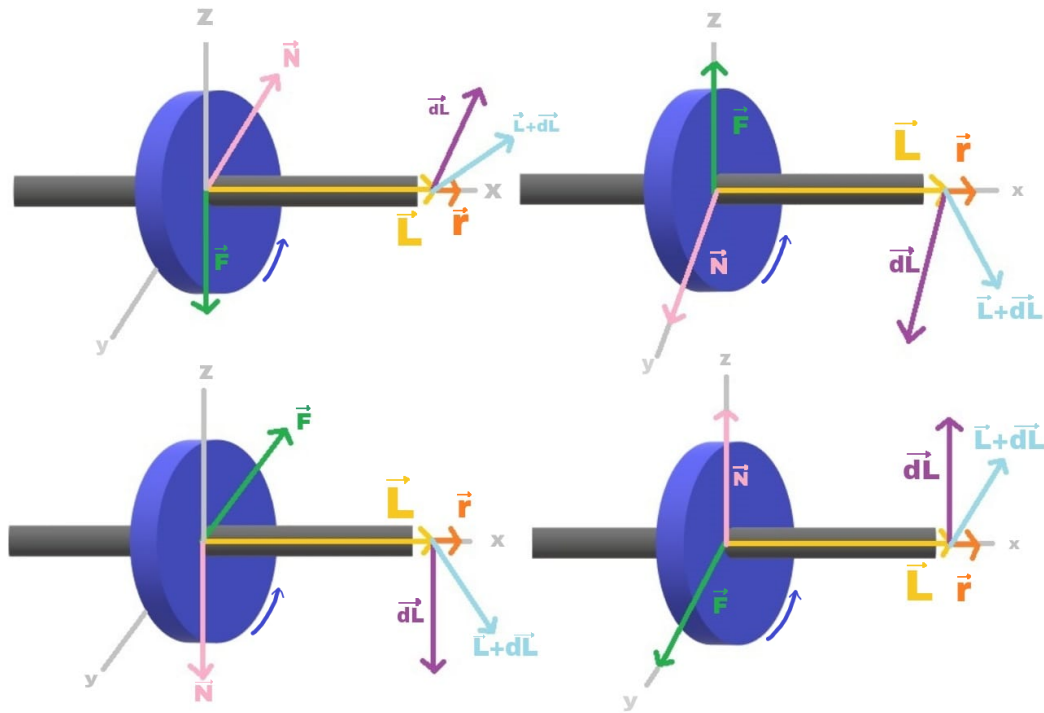


Figura 1: Diagrama de fuerzas para 4 direcciones de la fuerza que se aplica sobre el giroscopio.

Otro fenómeno característico del giroscopio que hemos observado es el hecho de que al moverlo en el aire en diferentes direcciones, la dirección del eje de giro permanece invariante. Esto es debido a la conservación del momento angular, el cual está orientado a lo largo del eje de giro.

2.1. Momento de inercia con respecto al eje de rotación del disco

En esta primer aparte de la práctica calcularemos el momento de inercia con respecto al eje de rotación del mismo (I_3) de distintas maneras.

Por aceleración con poleas

En primer lugar, enrollaremos un hilo alrededor del disco pequeño y colgaremos, de su extremo, una masa. A continuación soltaremos la masa, de manera que mientras el hilo se desenrolla, el disco girará y se generará un torque. Para cinco alturas distintas, mediremos el tiempo que tarda la masa en llegar al suelo, para así realizar un ajuste lineal a una recta del tipo $y=ax$, de acuerdo con la ecuación:

$$h = \frac{m_o g r^2}{2I_3} t^2 \quad (1)$$

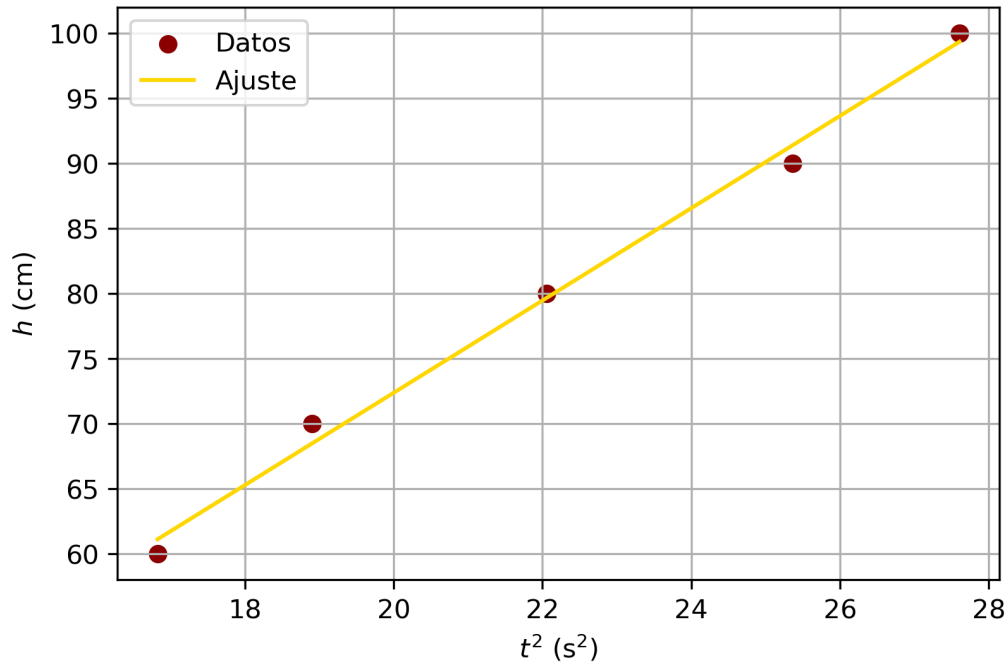


Figura 2: Representación de la altura frente al cuadrado del tiempo.

Sacamos entonces el primer valor para el momento de inercia:

$$I_3 = (0,00582 \pm 0,00051) \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

Mediante el movimiento de precesión

La precesión es el movimiento de rotación en un plano paralelo al nivel de la superficie de la mesa en la cual se encuentra ubicado el giroscopio. Tal como vimos en el primer apartado de la práctica, al ejercer una fuerza hacia abajo paralela al eje de giro, el giroscopio se mueve en el sentido negativo del eje y (siempre y cuando este rote con una velocidad angular como la que se indica en la figura 1). Para que la fuerza ejercida fuese constante (y en consecuencia el torque), colgamos una masa ($m=0,060 \pm 0,001 \text{ Kg}$) del extremo del eje de giro. A partir de este momento tomamos datos del período de precesión y de la frecuencia angular del disco en 3 tiradas distintas, para después hacer tres ajustes lineales.

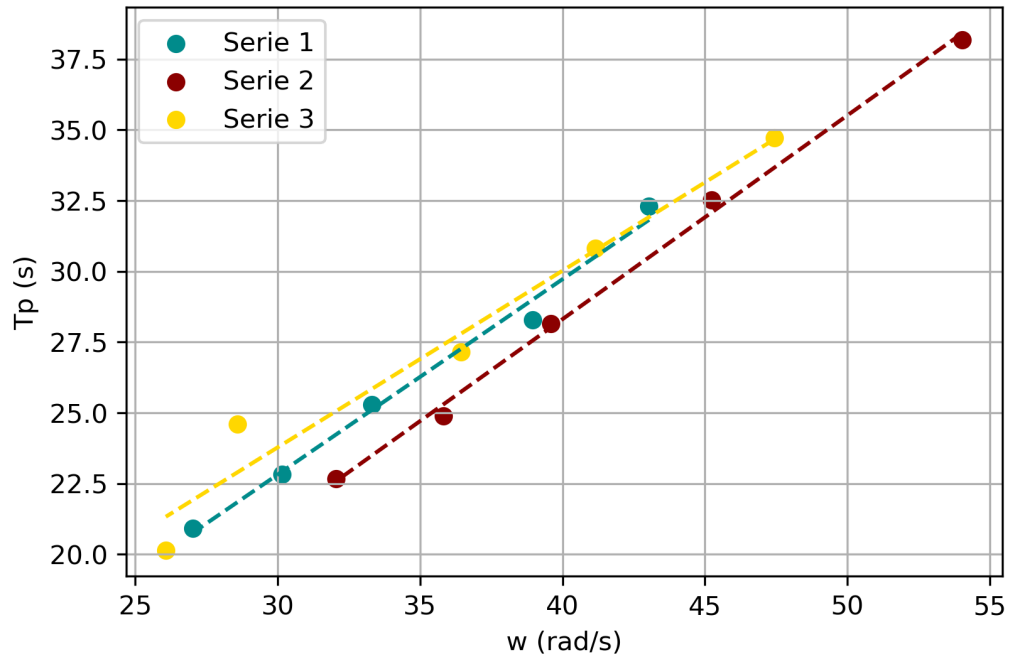


Figura 3: Representación del período de rotación del giroscopio frente a la velocidad angular del disco.

Una vez obtenidos los valores de la pendiente b de cada uno de los ajustes, utilizamos la siguiente ecuación para sacar los momentos de inercia:

$$I_3 = \frac{mgdb}{2\pi} \quad (2)$$

$$I_3 = (0,0208 \pm 0,0018) \text{ Kg}\cdot\text{m}^2.$$

$$I_3 = (0,0200 \pm 0,0014) \text{ Kg}\cdot\text{m}^2.$$

$$I_3 = (0,0224 \pm 0,0030) \text{ Kg}\cdot\text{m}^2.$$

Si realizamos el promedio de estos valores, obtenemos que

$$I_3 = (0,0211 \pm 0,0038) \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

Obtención teórica

El valor teórico se obtiene a partir de la ecuación

$$I_3 = \frac{MR^2}{2} \quad (3)$$

Quedándonos un valor de

$$I_3 = (0,0141511 \pm 0,0000090) \text{ Kg}\cdot\text{m}^2.$$

2.2. Momento de inercia con respecto a un eje perpendicular al anterior

Por oscilaciones con resortes

En esta parte de la práctica engancharemos el brazo del giroscopio a dos muelles colocados verticalmente a una distancia D del eje de giro. Tras poner a oscilar el instrumento, mediremos su período de oscilación, a partir del cual calcularemos la frecuencia. Necesitamos calcular la constante k del muelle, a través de la ecuación

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = (12,2 \pm 2,8) N/m. \quad (4)$$

Calcularemos entonces el momento de inercia como

$$I_1 = \frac{2kD^2}{\omega^2} \quad (5)$$

Obtenemos entonces

$$I_1 = (0,50 \pm 0,16) \text{ Kg}\cdot\text{m}^2.$$

Mediante el movimiento de nutación

El movimiento de nutación en un giroscopio consiste en una ligera oscilación periódica en el ángulo de inclinación del eje de rotación del giroscopio. Esta oscilación se produce como resultado de la interacción de las fuerzas externas y la conservación del momento angular en el giroscopio. Para provocar este tipo de movimiento en el instrumento, lo pusimos a precesar y le dimos pequeños golpes en el eje. Tomando datos de la frecuencia de nutación Ω_p y de la frecuencia angular ω podemos realizar un ajuste lineal a una recta del tipo $y=ax$, para después relacionar I_1 e I_3 como $I_1 = \frac{I_3}{a}$.

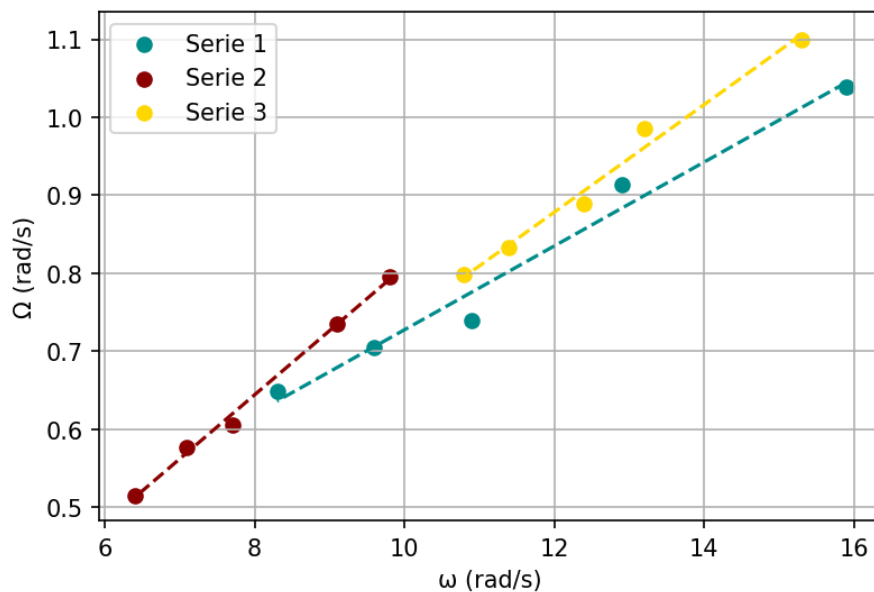


Figura 4: Representación de la frecuencia de nutación frente a la frecuencia angular.

A partir de estos ajustes hemos obtenido tres valores de I_1 :

$$I_1 = (0,264 \pm 0,024) \text{ Kg}\cdot\text{m}^2.$$

$$I_1 = (0,1722 \pm 0,0067) \text{ Kg}\cdot\text{m}^2.$$

$$I_1 = (0,205 \pm 0,015) \text{ Kg}\cdot\text{m}^2.$$

Si realizamos un promedio de estos valores obtenemos:

$$I_1 = (0,214 \pm 0,029) \text{ Kg}\cdot\text{m}^2.$$

De forma teórica

En esta parte supondremos el disco y el contrapeso como objetos puntuales, de forma que mediante la ecuación

$$I_1 = MD^2 + md^2 \quad (6)$$

Obtengamos el valor teórico de I_1 :

$$I_1 =$$

3. Comparación de resultados y conclusiones

$I_3 \text{ (Kg}\cdot\text{m}^2)$			$I_1 \text{ (Kg}\cdot\text{m}^2)$		
Poleas	Precesión	Teórico	Directo	Nutación	Teórico
$(58,2 \pm 5,1) \cdot 10^{-4}$	$(21,1 \pm 3,8) \cdot 10^{-3}$	$(1415,11 \pm 0,9) \cdot 10^{-5}$	$0,50 \pm 0,16$	$0,214 \pm 0,029$	si