LICENCIATURA EN SISTEMAS DE LA INFORMACION

TRABAJO PRACTICO N°3

UNIDAD IV, V y VI

UADER FCyT

PROBABILIDAD Y ESTADISTA

GRUPO 3

ALUMNOS

ERRANDONEA GONZALO

ROMERO GONZALO

PROFESORA

FERHERR YANINA

15/09/2022

Ejercicio 1

Suponga que de un proceso de fabricación se seleccionan tres artículos de forma aleatoria. Cada artículo se inspecciona y se clasifica como defectuoso (D) o sin defectos (B); sabiendo que la probabilidad de que un artículo sea defectuoso es 0,20.

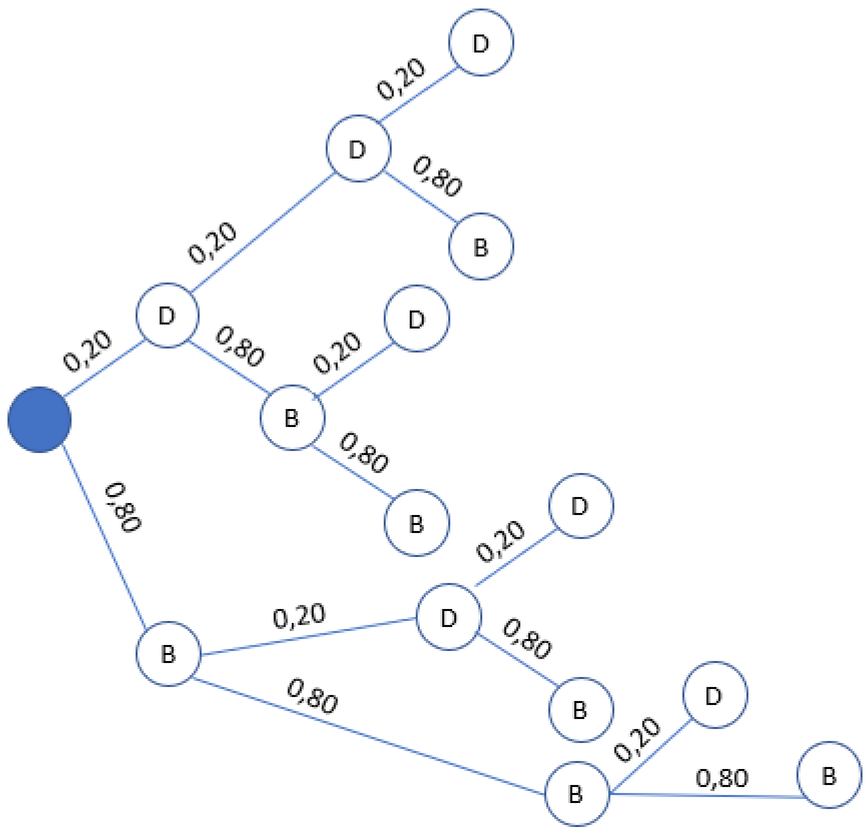
a) Con ayuda de un diagrama de árbol, escribir el espacio muestral del experimento.

b) Considerando éxito la obtención de artículos defectuosos, escribir el recorrido de la variable aleatoria.

c) Presentar mediante una tabla la distribución de probabilidades.

d) Se desea conocer la probabilidad de obtener exactamente 2 artículos defectuosos.

A)



$$E = \{DDD, DDB, DBD, BDD, BBB, BBD, BDB, DBB\}$$

B)

$$X = \{0,1,2,3\}$$

C)

Como las probabilidades están dadas, tenemos que multiplicar las probabilidades, ejemplo, para que haya 0 defectuosos, seria multiplicar tres veces su probabilidad, ahora bien, si fuera la probabilidad de que salga 1 por ejemplo, esto resultaría en la suma de las probabilidades de la cantidad de veces en las que salió 1 defectuoso.

x_i	0	1	2	3
P(A)	0,512	0,384	0,096	0,008

D) La probabilidad de que salgan 2 defectuosos es de 0,096

Ejercicio 2

El departamento de autopistas de Florida informa que un puente levadizo, permanece levantado, bloqueando el tránsito de vehículos 20% de las veces. Usted debe pasar en un auto por esa ruta, una vez al día, en los próximos siete días, y desea predecir el número de veces que el puente estará elevado cuando usted se aproxime.

a) ¿Esta situación satisface las condiciones de la distribución de probabilidad binomial?
b) Calcule la probabilidad de que el puente se halle levantado cada vez que usted se acerque.
c) Calcule la probabilidad de que el puente esté levantado en tres de las siete veces que usted llega ahí.
d) Determine la probabilidad de que esté levantado por lo menos una vez.

A) • El numero finito de pruebas hechos son en total 7, siendo estos los días se la semana,
• La probabilidad de que el puente este elevado siempre es de 0,2, es constante
• Cada día es independiente entre si

B) n = 7, p = 0,2 k = 7
L = puente levantado cuando llegue
P(L) = 0,0000128 (calculado por infostat)

C) n = 7, p = 0,2 k = 3
L = puente levantado cuando llegue
P(L) = 0,114688 (calculado por infostat)

D) n = 7, p = 0,2 k >= 3
L = puente levantado cuando llegue
P(L) = 0,367 + 0,423 = 0,79 (calculado por infostat)

Ejercicio 3

La probabilidad de que un automóvil necesite un cambio de aceite es de 0,25, la que requiera un nuevo filtro de aceite es de 0,40 y de que haga falta un cambio de aceite y un nuevo filtro es de 0,14.

a) Si debe cambiar el aceite, ¿cuál es la probabilidad de que necesite un nuevo filtro?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga que hacerle nada al auto?
c) Si se necesita un nuevo filtro, ¿cuál es la probabilidad de que requiera un cambio de aceite?

A) P(A) = 0,25 P(F) = 0,40 $P(A \cap F) = 0{,}14$
$P(F|A) = 0{,}56$

La probabilidad de que le tenga que cambiar el filtro, siendo que se le debe de cambiar el aceite es de 0,56

B) $P(A \cup F) = 0,25 + 0,40 - 0,14 = 0,51$

$1 - P(A \cup F) = 0,49$

La probabilidad de que no tenga que hacerle nada al auto es de 49%

C) $P(A|F) = 0,35$

La probabilidad de que le tenga que cambiar el aceite, siendo que se le debe de cambiar el filtro es de 0,35

Ejercicio 4

De una urna que contiene 2 bolas blancas, 5 negras y 1 roja, realizamos 6 extracciones de una bola (sustituyendo la bola extraída a la urna, antes de realizar la siguiente extracción). Calcule la probabilidad:

a) de obtener 3 veces bola negra, 2 veces roja y una vez blanca.

b) de obtener bola blanca en 4 ocasiones.

c) ¿Cuál es la diferencia entre el problema que se plantea en el ítems a) y el que se plantea en el b)? ¿A qué distribución corresponde la situación del ítems a) y al cual la del b)?

A) Se tendría que usar el modelo multinommial, ya que estamos hablando mas de dos posibles resultados.

n = 6, k1 = 3, k2 = 2, k1 = 1 $P_1 = (\frac{5}{8})^3$ $P_2 = (\frac{1}{8})^2$ $P_3 = (\frac{2}{8})^1$

$$\frac{6!}{3!\,.\,2!\,.\,1} \cdot (\frac{5}{8})^3 \cdot (\frac{1}{8})^2 \cdot (\frac{2}{8})^1 = \frac{1875}{32768} = 0,057$$

La probabilidad de obtener 3 bolas negras, 2 rojas y una blanca, reemplazando la bola que se saca en la urna por otra, es de 5,7%

B) Como el punto b) habla de obtener solamente bolas blancas en 4 ocasiones, ya estamos hablando de el caso de éxito y fracaso, siendo el modelo binomial a usarse, además de poseer pruebas finitas, y de que la probabilidad permanece constante

n = 6, p = 0,25 k = 4

P(k = 4) = 0,0329 (calculad en infostat)

C) Las diferencias que se plantean entre los ítems A y B, es simplemente que, A tiene mas de dos resultados, mientras que el punto B corresponde solo al éxito o fracaso de sacar bolas blancas, por eso mismo el punto A corresponde al modelo multinomial y el punto B al modelo binomial

Ejercicio 5

En una clínica el promedio de atención es 16 pacientes por 4 horas, encuentre la probabilidad que en:

a) 30 minutos se atiendan menos de 3 personas.

b) que en 180 minutos se atiendan 12 pacientes.

El modelo que corresponde para el ejercicio es el modelo de Poisson, debido a que el tamaño de la muestra es grande, y las probabilidades son pequeñas

A) Siendo que se atienden 16 pacientes en 4 horas, se entenderían 4 pacientes por hora, significa que en media hora se atenderían 2, por lo $\lambda = 2$
P(x<3) = 0,857 - 0,180 = 0,677 (calculado en infostat)

B) Si en media hora se atienden 2 personas, además de que siendo 180 6 veces mas de media hora, nos daría que se atienden 12 personas en 180 minutos
$\lambda = 12$
P(x = 12) = 0,1143679155 (Calculado por infostat)

Ejercicio 6

Una caja contiene 10 focos, de los cuales 3 son defectuosos. ¿Cuál es la probabilidad de que si se toma una muestra aleatoria sin reemplazo de tamaño 2, se extraiga cuando mucho un foco defectuoso?

Se usará el modelo distribución hipergeométrica debido a que cumple las condiciones de que, se toma la muestra sin reemplazo, además de que la probabilidad varia de una prueba a otra.

tamaño lote = 10 m
cantidad de lotes para tener exito = 3 k
tamaño de muestra = 2 n
condicion que se tiene que cumplir x = 1

P(x <= 1) = 0,933

Ejercicio 7

Sean los eventos A y B, correspondientes a mismo espacio muestral, tales que: $P(A^C)$= 0,60, $P(B^C)$= 0,70 y $P(A \cap B)$ 0,20. Calcule $P(A \cup B)$.

$P(A) = 1 - P(A^C) = 0{,}4$
$P(B) = 1 - P(B^C) = 0{,}3$

Siendo que A intersección B no es vacío, se deduce que no son mutuamente excluyentes, por lo que:
$P(A \cup B) = 0{,}4 + 0{,}3 - 0{,}20 = 0{,}5$

Ejercicio 8

En una universidad se realiza un estudio para determinar qué relación existe, en caso de haberla, entre la habilidad matemática y el interés por las matemáticas. Se determina la habilidad y el interés de 150 estudiantes, con los resultados de la tabla siguiente:

	Interés		
Habilidad	Escaso	Medio	Mucho
Escasa	40	8	12
Media	15	17	18
Mucha	5	10	25

Si se escoge al azar uno de los participantes en el estudio, determinar la probabilidad de:

a) Elegir una persona que tenga escaso interés en matemática.
b) Seleccionar a una persona con habilidad media y con escaso interés.
c) Que la persona tenga mucha habilidad para las matemáticas dado que manifieste mucho interés por esa disciplina.
d) Que la persona tenga mucho interés en las matemáticas dado que posea habilidad media.

A) Las probabilidades de elegir una persona que tenga escaso interés en matemáticas es de $\frac{60}{150} \,.\, 100 = 40\%$

B) Las probabilidades de elegir una persona que tenga habilidad media escaso interés en matemáticas es de $\frac{15}{150} \,.\, 100 = 10\%$

C) La probabilidad de que tenga mucha habilidad en matemáticas, siendo que tiene mucho interés es de $\frac{25}{55} \,.\, 100 = 45{,}45\%$

D) La probabilidad de que tenga mucho interés en las matemáticas siendo que la habilidad es media es de $\frac{18}{50} \,.\, 100 = 36\%$

Ejercicio 9

Sean $P(\mathrm{N})$= $0{,}5$; $P(\mathrm{P})$= $0{,}6$; $P(N \cap P)$ $0{,}1$.

a) ¿Son eventos independientes N y P ? ¿Por qué?
b) ¿Son mutuamente excluyentes N y P ? ¿Por qué?

A) SI los eventos sin independientes significarían que tendríamos que hacer lo siguiente:

$\mathrm{P}(\mathrm{N} \cap \mathrm{P}) = \mathrm{P}(\mathrm{N}).\mathrm{P}(\mathrm{P})$

$0{,}1 = 0{,}5 \,.\, 0{,}6$

$0{,}1 \neq 0{,}3$

Por lo tanto, se comprueba que no independientes

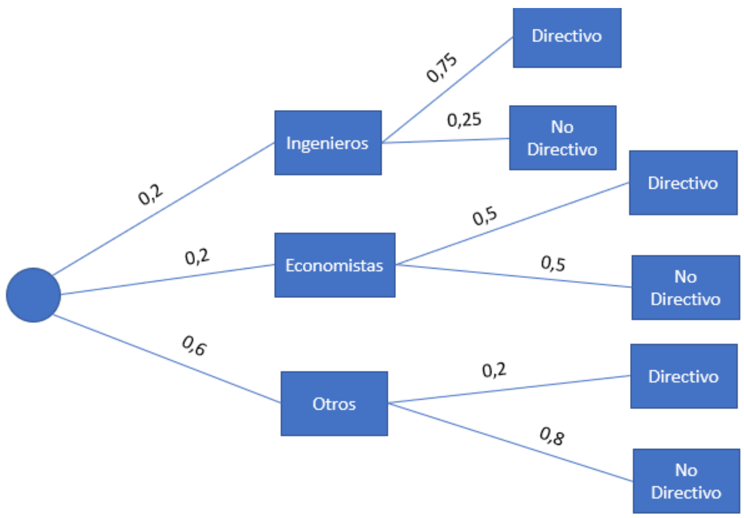
B) $\mathrm{P}(\mathrm{N} \cap \mathrm{P}) \neq \emptyset$ Por lo que comprobamos que no son mutuamente excluyentes

Ejercicio 10

En la empresa “Alimentos Mr Pollo” el 20% de los empleados son ingenieros y otro 20% son economistas. El 75% de los ingenieros ocupan un cargo directivo y el 50% de los economistas también, mientras que los demás trabajadores (no ingenieros y no economistas) solamente el 20% ocupa un puesto directivo.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado al azar sea directivo?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado directivo elegido al azar sea ingeniero?

A)



D = directivo

P(D) = 0,2 . 0,75 + 0,2 . 0,5 + 0,6 . 0,2

P(D) = 0,2 . (0,75 + 0,5 + 0,6) -> fac. común

La probabilidad de que un empleado sea directivo es de 37%

B) $\boldsymbol{P(I \mid D)} = \frac{0{,}2\ .\ 0{,}75}{0{,}37} = \frac{15}{37} = 0{,}41$

La probabilidad de elegir un ingeniero, siendo que este ya es director, es de 41%

Ejercicio 11

Sea X el tiempo en horas que funciona adecuadamente la pila de una calculadora solar entre exposiciones a la luz suficientes para recargarla. Suponga que la función de densidad de probabilidad de X está dada por:

$$f(x)\begin{cases} \frac{50}{6}x^{-3} & 2 < x < 10 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

a) Verificar que se trata de una función de densidad de probabilidad válida.

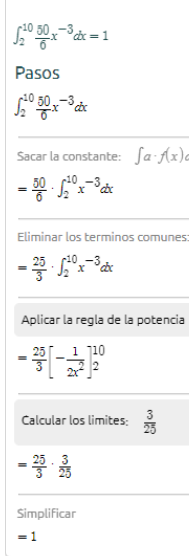
b) Obtener la función de distribución acumulada.

c) Calcular la probabilidad de que la carga de una pila solar seleccionada aleatoriamente dure como mucho, cuatro horas antes de que sea necesario recargarla.
d) Obtener la esperanza, la varianza y la desviación típica de X.

A)

1. $\forall x \in \Re \Rightarrow f(X) \geq 0$ 2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(X) \ dx = 1$

3. Si a < b, siendo a y b números reales, resulta: $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(X) \ dX$ ”


$\int_2^{10} \frac{50}{6} x^{-3} dx = 1$

Pasos

$\int_2^{10} \frac{50}{6} x^{-3} dx$

Sacar la constante: $\int a \cdot f(x)$

$= \frac{50}{6} \cdot \int_2^{10} x^{-3} dx$

Eliminar los terminos comunes:

$= \frac{25}{3} \cdot \int_2^{10} x^{-3} dx$

Aplicar la regla de la potencia

$= \frac{25}{3}\left[-\frac{1}{2x^2}\right]_2^{10}$

Calcular los limites: $\frac{3}{25}$

$= \frac{25}{3} \cdot \frac{3}{25}$

Simplificar

$= 1$

$$\frac{50}{6}\int_2^{10} x^{-3} dx = 1$$

1=1 (resuelto en symbolab)

B) $\frac{50}{6}\int_2^x x^{-3} dx = \frac{25}{3}\int_2^x x^{-3}\,dx = \frac{25}{24} - \frac{25}{6x^2}$ (resuelto en symbolab)

$$F(x)\begin{cases} \frac{25}{24} - \frac{25}{6x^2} & 2 < x < 10 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

C) Para que la pila dure cuando mucho 4 horas seria

$$F(X \leq 4) = \frac{25}{24} - \frac{25}{6\,.\,4^2} = \frac{25}{23}$$

D) $E(X) = \frac{50}{6}\int_2^{10} x^{-3}\,dx = 1$ (Ya sabemos que es 1 cuando comprobamos si es igual a 1 para ver si es una función de densidad)

$$Var(x) = \frac{50}{6}\int_2^{10} x^2 . x^{-3}\,dx - 1^2$$

$$Var(x) = \frac{50}{6}\int_{2}^{10} x^{-1}\, dx - 1^2 = \frac{25\,.\ln(5)}{3} - 1 = 12{,}41198$$