

Zadanie 1.7

Łukasz Machnik

27 listopada 2023

1 Treść zadania

Udowodnić, że DFA akceptujący język słów nad alfabetem 0, 1, w których piąty symbol od prawego końca jest jedynką, musi mieć co najmniej 32 stany.

2 Rozwiązanie

Aby zbudować taki działający automat potrzebujemy aby każdemu 5-literowemu słowu odpowiadał jakiś stan. Jest $2^5 = 32$ różnych 5-literowych słów. Załóżmy nie wprost, że automat ma mniej niż 32 stany. To oznacza, że istnieje co najmniej jedna para różnych słów, które spowodują przejście automatu do tego samego stanu. Oznaczmy te słowa jako a i b oraz ten stan jako \tilde{q} . Bez utraty ogólności załóżmy, że te słowa różnią się dokładnie jedną literą t.j.:

$$\begin{array}{rcccccc} a & = & a_1 & a_2 & 0 & a_4 & a_5 \\ b & = & b_1 & b_2 & 1 & b_4 & b_5 \end{array}$$

Gdzie $a_1 = b_1$, $a_2 = b_2$, $a_4 = b_4$ i $a_5 = b_5$. Po wczytaniu dowolnego z tych dwóch słów automat znajduje się w stanie \tilde{q} . Jako że rozważany jest automat deterministyczny to po wczytaniu kolejnych dwóch dowolnych znaków c i d znajdzie się on w stanie \hat{q} . Jednak w takiej sytuacji stan \hat{q} będzie reprezentował wczytanie obu następujących ciągów znaków:

$$\begin{array}{rcccccc} a' & = & 0 & a_4 & a_5 & c & d \\ b' & = & 1 & b_4 & b_5 & c & d \end{array}$$

Przy czym dla b' automat powinien przejść do stanu akceptującego, a dla a' nie. Pojedynczy stan nie może być jednak jednocześnie akceptujący i nieakceptujący zatem otrzymujemy sprzeczność.

3 Wniosek

Taki automat musi mieć co najmniej 32 stany.