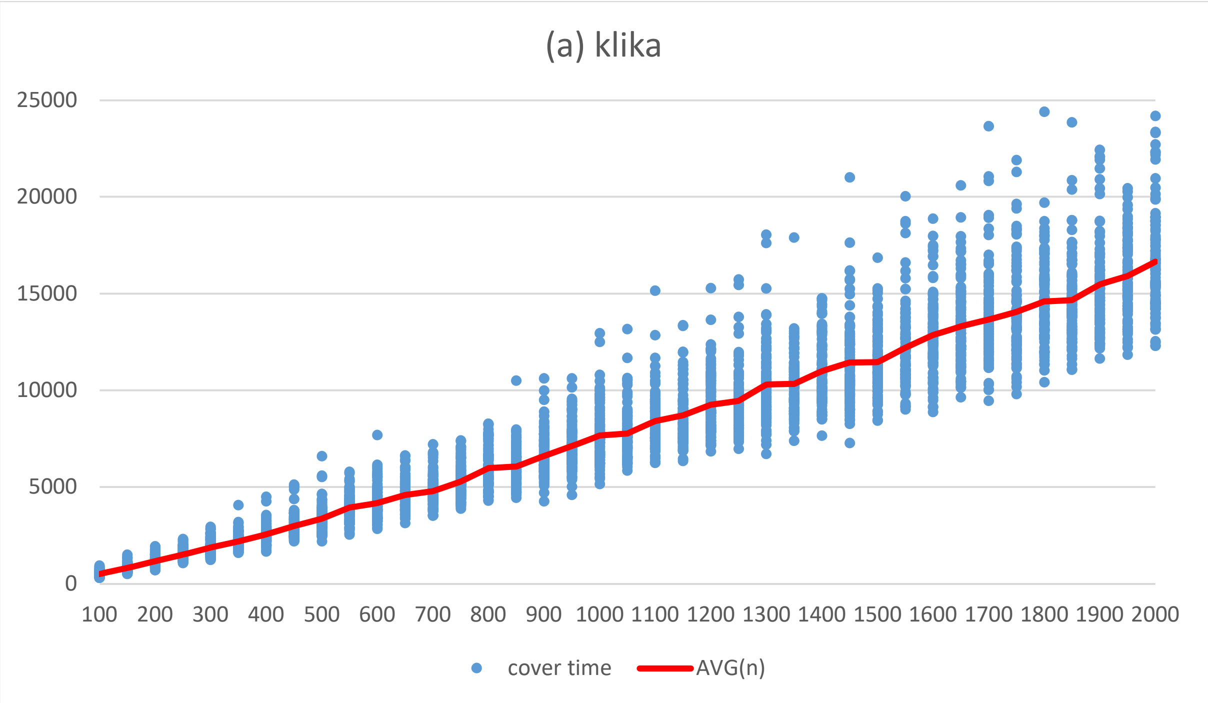
Zadanie 4

Łukasz Machnik 268456

Symulacje przeprowadziłem za pomocą napisanego przeze mnie programu w Javie. Dla każdego grafu, dla każdego z zadanych n przeprowadziłem po 100 prób w celu uzyskania akceptowalnej próbki statystycznej. Ilość przeprowadzonych prób mogłaby być większa bo szczególnie dla dużych n wartości średnie odbiegają od oczekiwanych, jednakowoż jestem ograniczony przez moc obliczeniową mojego laptopa który aby wygenerować dane do ostatniego grafu (lollipop) pracował na 100% zużycia procesora przez około 24 godziny a zatem próba 100 porcji danych dla każdego n musi być wystarczająca. Dla niektórych wykresów w celu zwiększenia czytelności obciąłem kilka najwyższych wartości.

(a) Klika

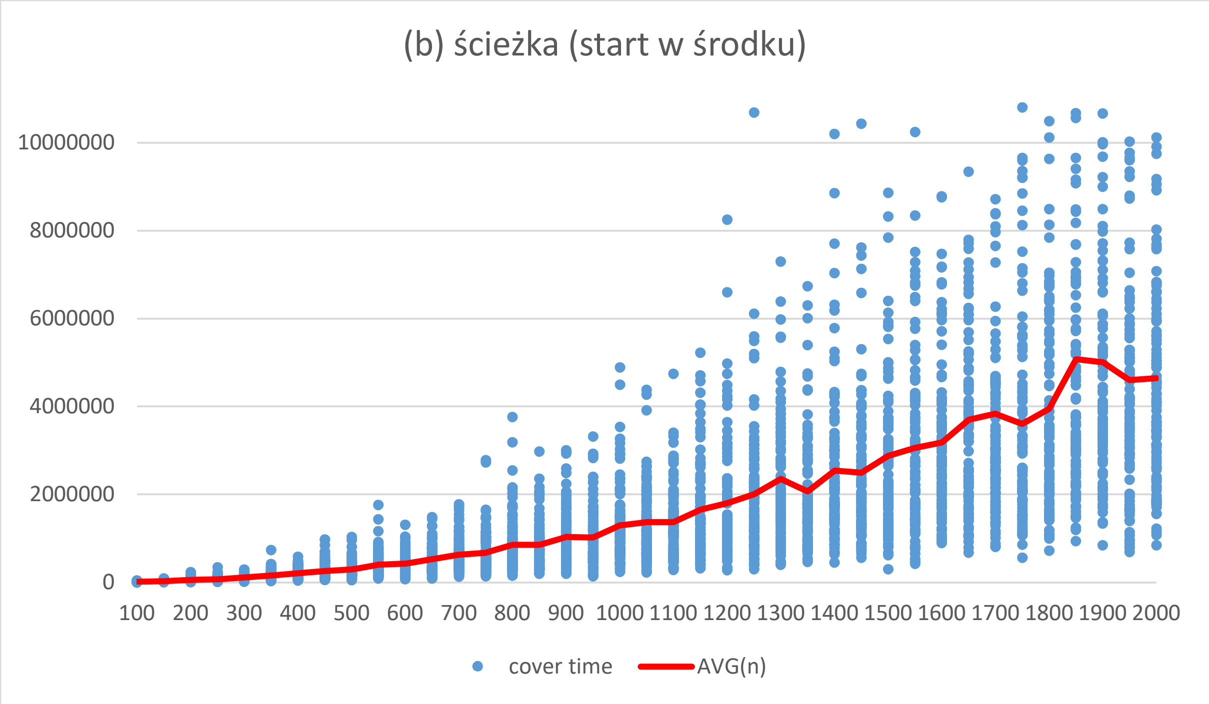
Klika – graf o n wierzchołkach spośród których każdy jest połączony z każdym. Zaczynam spacer losowy w dowolnym miejscu, gdyż nie robi to żadnej różnicy – wszystkie wierzchołki są podobne.



Na pierwszy rzut oka może wydawać się że wartość średnia rośnie liniowo jednak po głębszej analizie wywnioskowałem że „cover time” dla tego typu grafu jest rzędu *O(n ln n)*.

(b) Ścieżka (startując w środku)

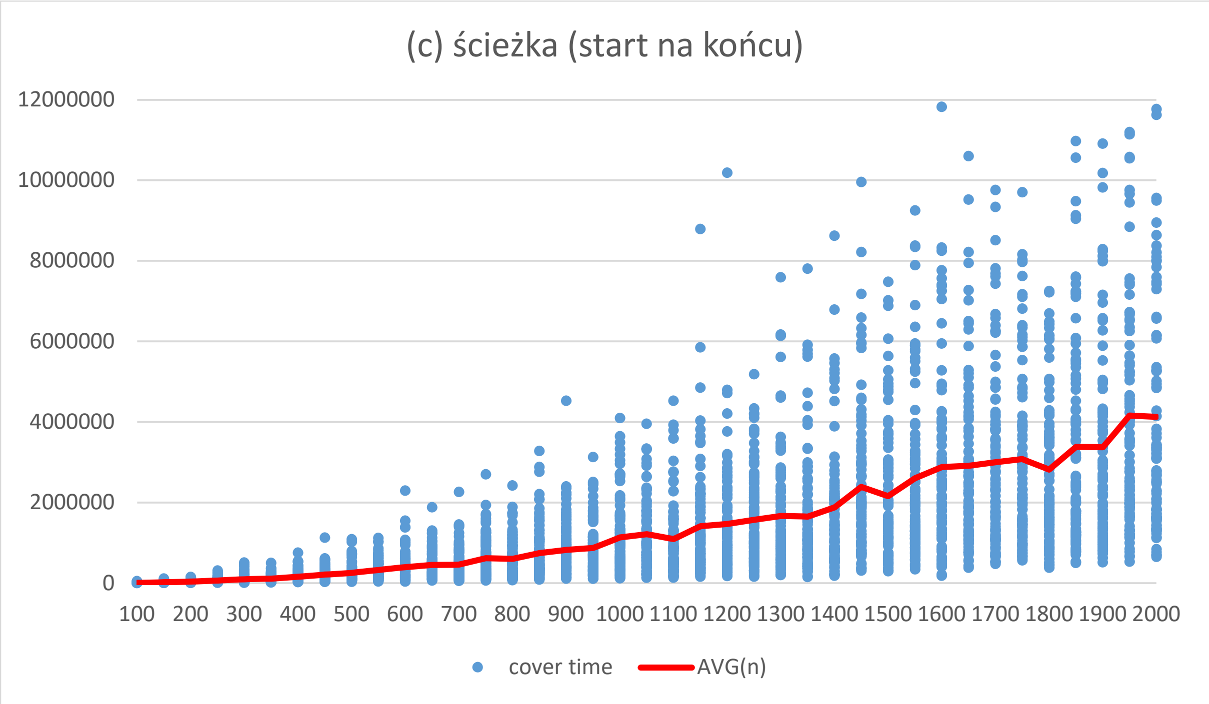
Ścieżka – graf o n wierzchołkach gdzie każdy oprócz dwóch wierzchołków jest połączony z dokładnie dwoma sąsiadami. Dwa skrajne wierzchołki mają tylko jednego sąsiada. W tym podpunkcie startujemy w połowie takiej ścieżki (taka sama ±1 odległość dzieli nas od obu wierzchołków krańcowych).



Od razu widać że „cover time" dla tego typu grafu jest rzędu *$O(n^2)$*.

(c) Ścieżka (startując na krańcu)

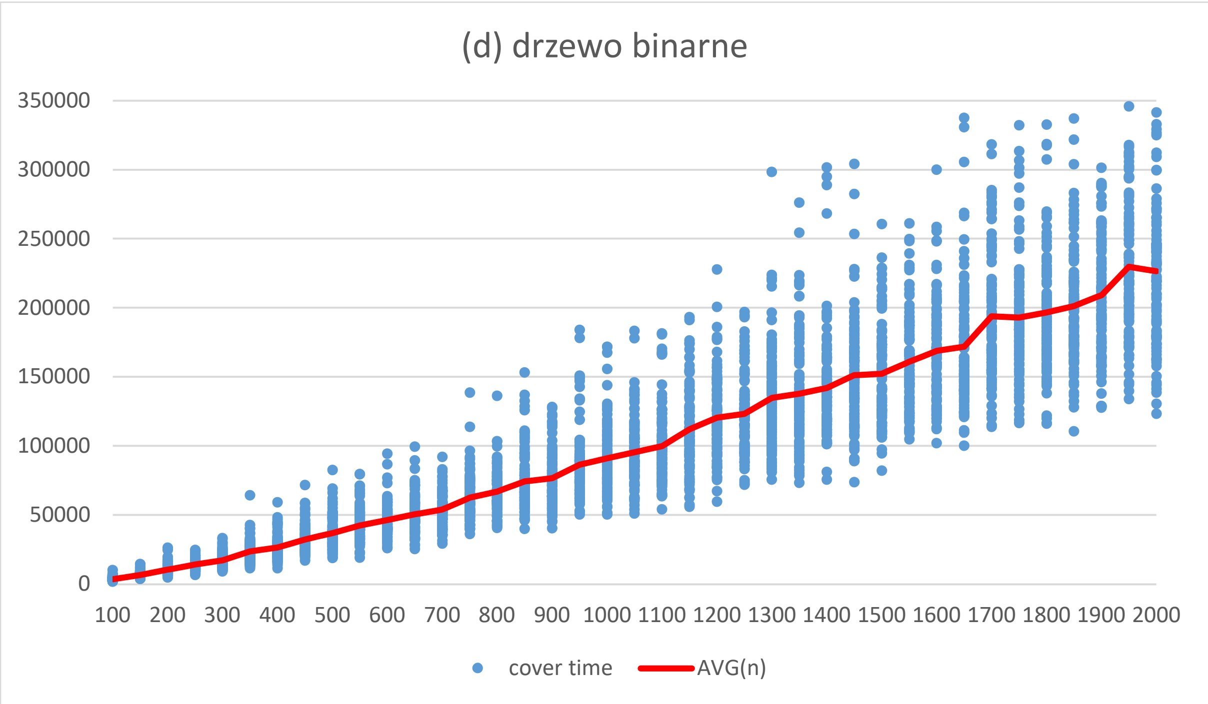
Graf ten sam co w poprzednim podpunkcie jednak tym razem startujemy na jednym z dwóch końcowych wierzchołków.



W tym wypadku „cover time" wydaje się rosnąć wolniej niż gdy startujemy w środku – jednak funkcja ta również jest rzędu *$O(n^2)$* – może mieć tylko mniejszy współczynnik przy n^2 jednak różnica w obu wykresach jest niewielka.

(d)Drzewo binarne

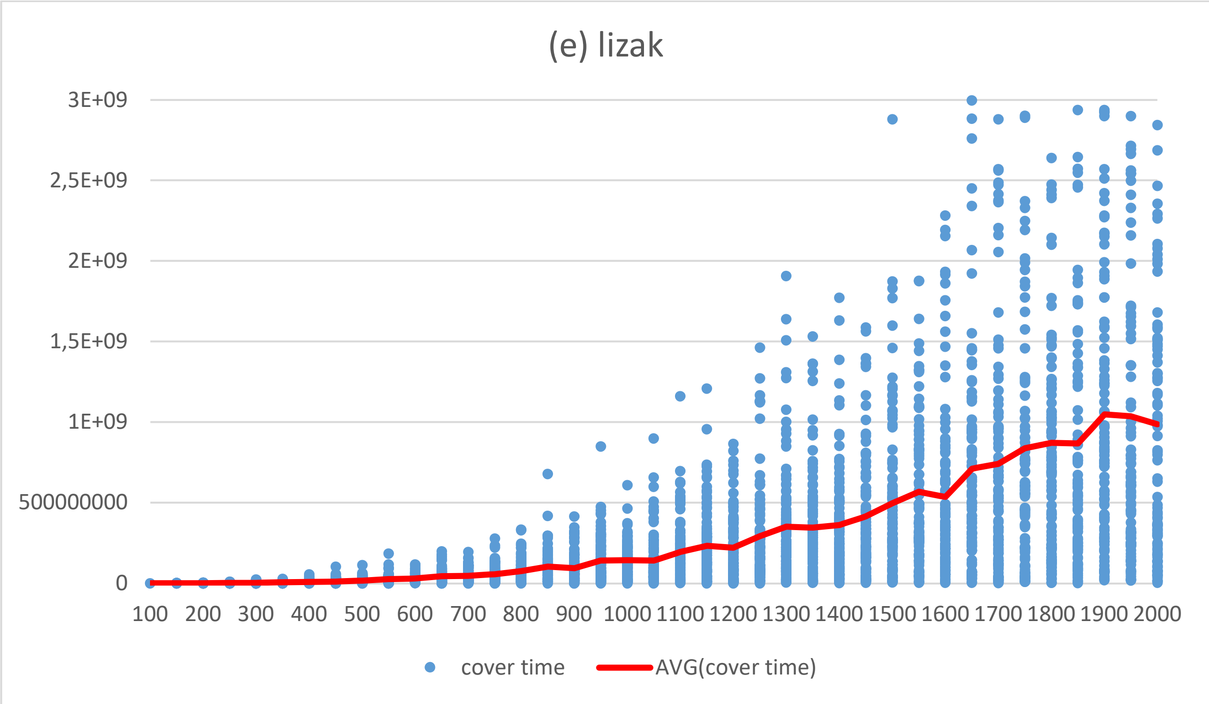
Drzewo binarne – graf w którym wyróżniamy jeden wierzchołek który jest korzeniem – w tym wierzchołku startujemy, jest on połączony z dwoma innymi wierzchołkami (swoimi „dziećmi”). Każdy wierzchołek ma do 2 „dzieci” z zatem każdy wierzchołek jest połączony z maksymalnie 3 innymi (2 „dzieci” i „rodzic”). Drzewo wypełniam jak najgęściej idąc od korzenia, tak żeby miało jak najmniej warstw – zgodnie z poleceniem.



Na pierwszy rzut oka może się wydawać że mamy do czynienia z funkcją liniową jednak nic bardziej mylnego. Rośnie ona dosyć powoli – metodą prób i błędów doszedłem do wniosku że jest rzędu *O(n ln(n) ln(n))* lub $O(n^{4/3})$.

(e)Lollipop

Graf będący połączeniem dwóch grafów – część wierzchołków jest ułożona w klikę, a pozostałe w ścieżkę mają jeden wierzchołek wspólny – wierzchołek będący jednym z wierzchołków końcowych ścieżki. Startujemy w dowolnym wierzchołku kliki niebędącym wierzchołkiem należącym jednocześnie do ścieżki.



Nie bez powodu wygenerowanie danych do tego przykładu zajęło tak wiele czasu. Widać na wykresie że „cover time" szybko osiąga bardzo duże wartości wykraczające nawet dla n > 1500 poza rozmiar integera, te wartości skorygowałem odpowiednio ręcznie. Funkcja średniego czasu pokrycia jest w tym przypadku rzędu *O*(n^3).