수치 해석

Spring 2013

Kyungsup Kim

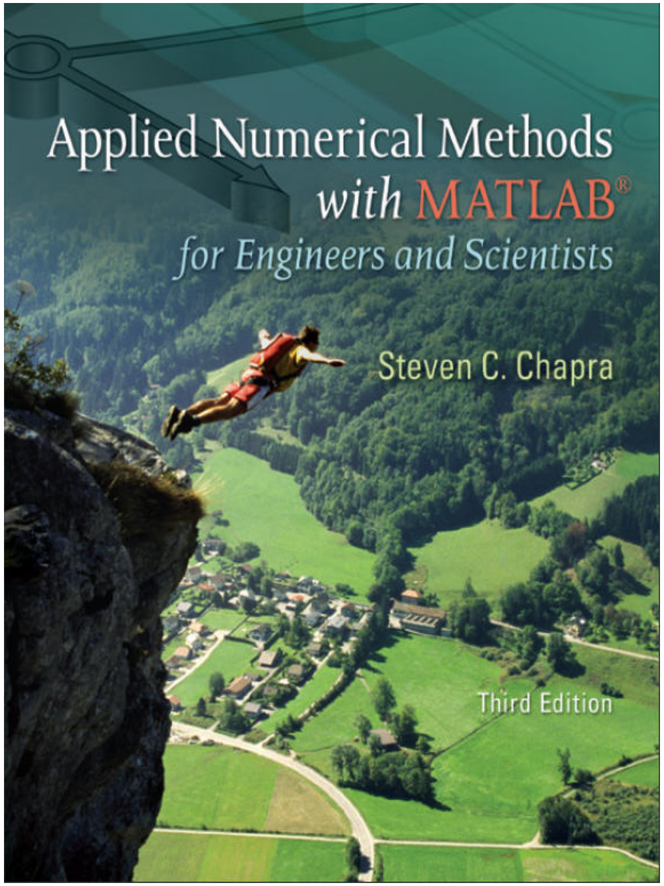
CNU

수치 해석 교수 계획

	강의 내용	실험 및 과제 내용
제1주	수학적 모델링, 수치해법과 문제풀이	
제2주	Matlab 기초, Matlab 프로그래밍	Matlab 이용 프로그램 과제
제3주	반올림오차와 절단오차	
제4주	방정식의 근 (구간법과 개방법)	방정식의 해 프로그램 과제
제5주	선형대수방정식과 행렬	
제6주	Gauss 소거법, LU분해법	선형방정식 직접법 프로그램 과제
제7주	역행렬과 조건, 연립방정식을 위한 반복법	선형방정식 반복법 프로그램 과제
제8주	중간고사 기간	
제9주	곡선접합: 직선의 접합, 회귀분석	
제10주	곡선접합: 다항식보간법	보간법 프로그램 과제
제11주	곡선접합: 스플라인 보간법, 수치적분 공식	
제12주	함수의 수치적분	수치미분과 수치적분 프로그램 과제
제13주	상미분방정식: 초기값 문제	
제14주	상미분방정식: 적응식 방법과 강성 시스템	초기값문제 프로그램 과제
제15주	기말고사 기간	

교재 소개

응용수치해석 3판, 손권, 최윤호, 김철 공역, McGraw-Hill Korea, 2012
(Applied Numerical Methods, Steven C. Chapra, McGraw-Hill, 2012)



<주교재>

수치해석

공학, 자연과학, 의학 그리고 사회과학 분야의 문제에서 수학적 해석방법으로 엄밀해를 구할 수 없는 비선형 방정식, 선형대수방정식, 미적분 방정식 등에 대해 컴퓨터를 이용하여 근사해를 구하는 방법

관련자료

- 실습은 Matlab통해 구현
- Octave 사용
  - Matlab과 90% 동일한 명령어를 사용함
- 교과목 게시판
  - e-learn.cnu.ac.kr
  - 관련 자료 게시
  - 숙제 제출

수치해석

● 실제공학문제

1) 수학적모델 (방정식)의 설정
   - 공학, 자연과학, 의학, 사회과학에서 나타나는 기본가설과 법칙들을 이용하여 대수방정식, 미분방정식 등의 수학적 문제로 변환하는 단계. (대부분의 경우, 엄밀해를 구할 수 있는 경우는 한정되며 따라서 근사해를 구할 수 있는 수치방법에 의존)

2) 수치해법에 대한 검토
   - 수치해법에 대한 수학적 이해
   - 수치해법의 한계점 이해 (수렴성과 오차분석)

3) 수치해법의 실행
   - Programming (Step by step instruction to computer, <u>Matlab(Octave)</u>, C or Fortran)
   - Operation (Run the Job)

4) 결과 해석 (물리 현상의 이해)

수치해석

- 현대의 정보화/사이버 시대에서 컴퓨터 활용능력은 어느 때보다 중요하다. 특히 공학분야의 문제를 컴퓨터 활용능력을 이용하여 빠르게 처리할 수 있으면 더 나은 처우를 보장받고 능력을 인정받을 수 있다 (열역학, 유체역학, 고체역학, 열전달, 자동제어 등에의 응용)

- 본 강의의 주 목적은 step (2), (3)

- Numerical solutions were worked out by hand years before computers became available. This is still an important learning process, since it is dangerous to use a commercial code without understanding how and why it works.

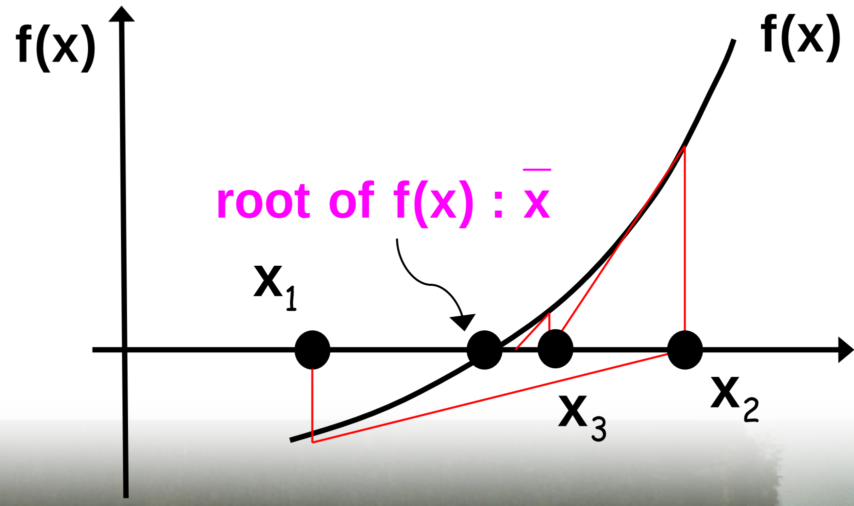
본 교과에서 다룰 수치해법

(1) Part 2 : 비선형 방정식의 해

- 비선형 방정식 : 대수 방정식, 초월 방정식, 다항식 등

(eg)
- **i) natural frequency of a vibrating string**
- **ii) the temperature of heated body from energy balance**
- **iii) the friction factor for a turbulent flow**

→ $f(x) = 0$



본 교과에서 다룰 수치해법

(2) Part 3 : 선형 대수방정식의 해

- 고체역학, 유체역학, 열전달, 정전기학, 연소 등의 분야에서 나타나는 지배방정식은 유한차분법 또는 유한요소법을 이용하여 푼다.

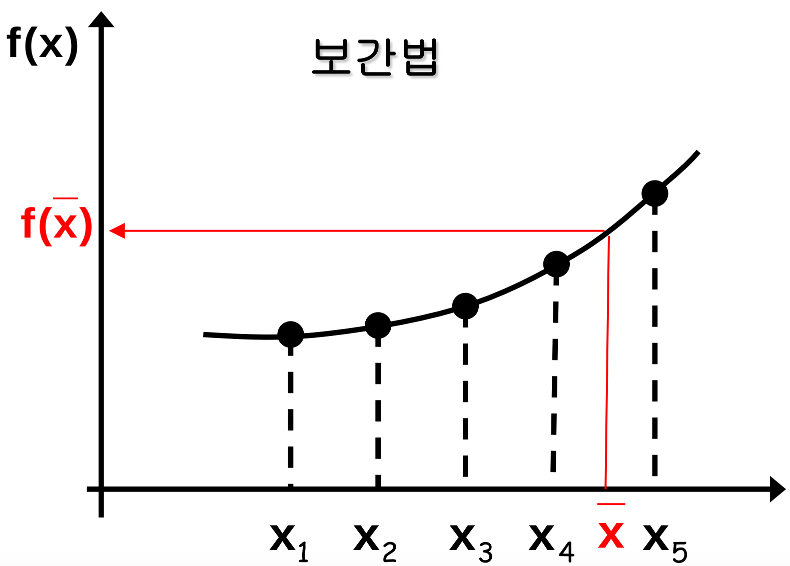
- 이들 방법은 지배방정식을 선형 대수방정식으로 변환시킨다.

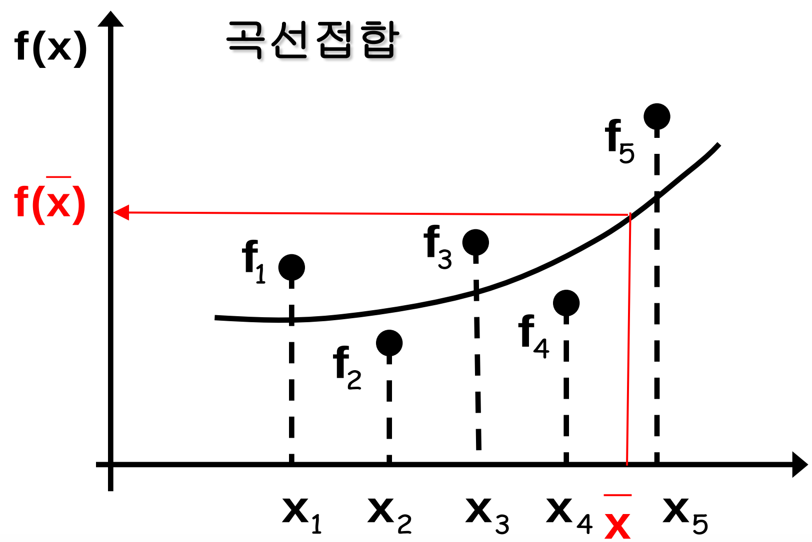
$$\left\{ \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= b_2 \end{aligned} \right\}$$

본 교과에서 다룰 수치해법

(3) Part 4 : 보간법과 곡선접합

- 먼저 데이터 점들에서 함수값을 이용하여 곡선을 접합하고,
  이 접합선으로부터 구하고자 하는 함수값을 추정한다.

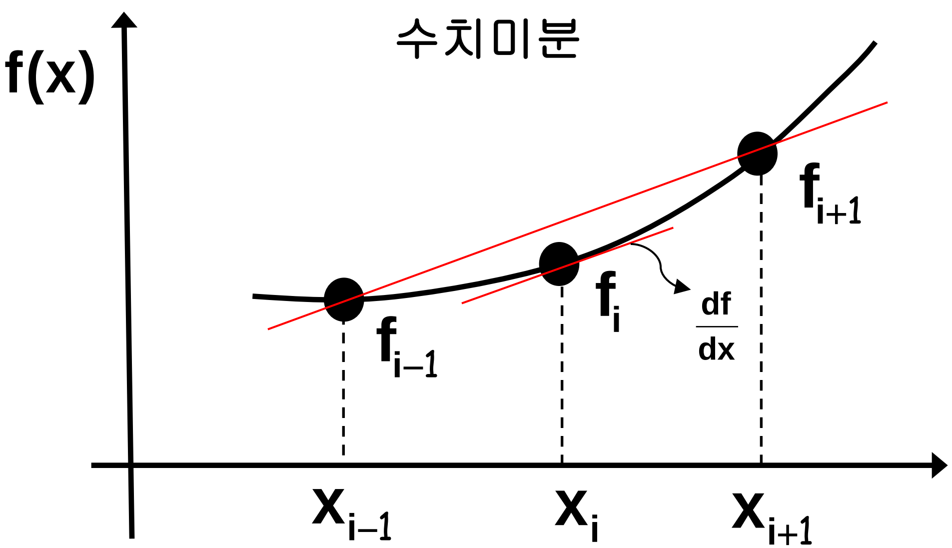




본 교과에서 다룰 수치해법

(4-1) Part 5 : 수치미분과 수치적분

– 함수 식을 모를 경우, 이산점에서만 함수값이 주어짐



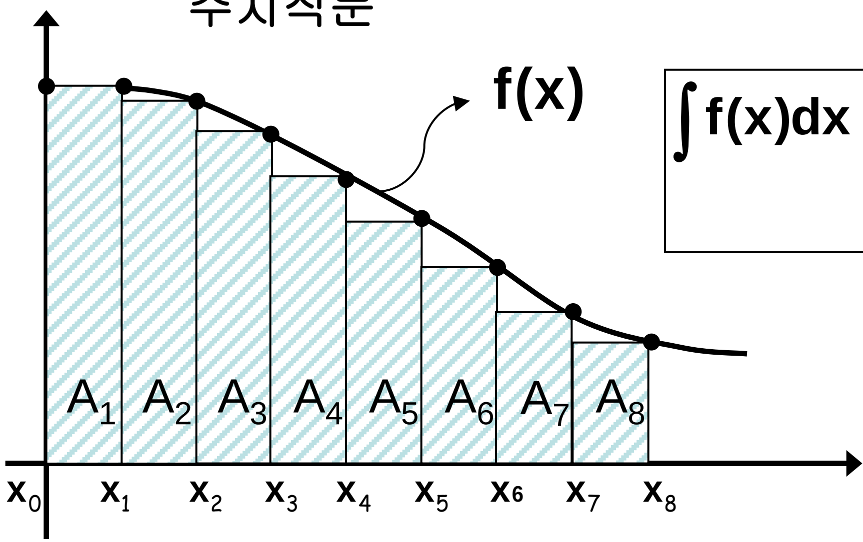
$$\boxed{\frac{df}{dx} \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}}}$$

본 교과에서 다룰 수치해법

(4-2) Part 5 : 수치미분과 수치적분

- 원적분 함수가 매우 복잡함
- 함수값이 이산점에서만 주어지는 경우

수치적분



$$\int f(x)dx \approx A_1 + A_2 + A_3 + \cdots + A_7 + A_8$$

본 교과에서 다룰 수치해법

(5) Part 6 : 상미분방정식의 해

- 동역학, 열 및 물질 전달, 전기회로 내의 전류 그리고 화학반응과 같은 많은 물리 현상의 연구에서 **ODE**가 나타난다.

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y)$$

$$y_{i+1} = y_i + \Delta x \, f(x_i, y_i)$$

본 교과에서 다룰 수치해법

(6) 편미분방정식의 해

(eg) i) the transient temperature distribution in a rod
ii) fluid flow around the airplane
iii) the displacement of a plate under load

$$c^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}$$

– 유한차분법

$$\frac{c^2}{\Delta x^2}(\omega_{i-1}^{n} - 2\omega_i^n + \omega_{i+1}^{n}) = \frac{1}{\Delta t^2}(\omega_i^{n-1} - 2\omega_i^n + \omega_i^{n+1})$$

선형대수방정식

학습 평가 방법

과제 30%

과제는 스스로…

중간 35%

기말 35%

학습 평가