4장 반올림오차와 절단오차

4.1 오차
4.2 반올림오차
4.3 절단오차
4.4 전체수치오차
4.5 실책, 모델오차와 자료의 불확실성

예제 4.1 (1/2)

Q. Maclaurin 급수전개로 $e^{0.5}$(=1.648721...)의 값을 계산할 때, 그 결과가 3자리 유효숫자까지 정확한 것에 해당하는 ε_s보다 작은 백분율 상대오차를 가지려면 몇 개의 항을 포함시켜야 하는가?

풀이) $$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}$$ Maclaurin 급수

$$\varepsilon_s = (0.5 \times 10^{2-n})\% = (0.5 \times 10^{2-3})\% = 0.05\%$$

예제 4.1 (2/2)

항 수	결과	오차 ε_t (%)	근사오차 ε_a (%)
1	1	39.3	
2	1.5	9.02	33.3
3	1.625	1.44	7.69
4	1.645800000	0.175	1.27
5	1.648437500	0.0172	0.158
6	1.648697917	0.00142	0.0158

예제 4.2

Q. 5자리수 계산을 수행하는 10진법의 가상컴퓨터

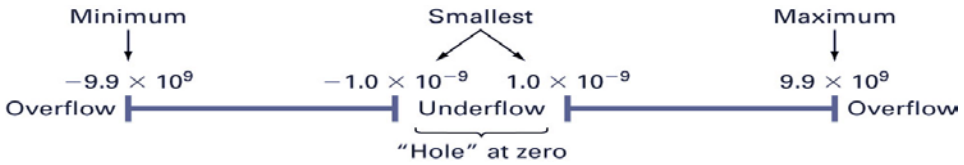
부호 : 1자리, 지수 : 2자리 (부호 : 1자리, 크기 : 1자리), 가수 : 2자리

풀이) 부동소수점 표현으로 나타낸다.

$$s_1\, d_1.d_2 \times 10^{s_0 d_0}$$

where s0, s1= 부호, d_0 = 지수의 크기, d_1과 d_2 = 유효숫자의 크기

- 최대값 : $+9.9\times10^{+9}$ if greater than this, *overflow error.*
- 양의 최소값 : $+1.0\times10^{-9}$



제한된 지수와 유효숫자의 자리수는 숫자의 범위와 정확도에 한계 초래 → 반올림오차

예제 4.3 (1/2)

Q. Taylor 급수를 이용하여 함수 f(x)=cos x의 $x_i = \pi/4$ 에서의 함수와 도함수 값으로 $x_{i+1} = \pi/3$ 에서의 함수 값을 n= 0에서 6 인 경우에 대해 계산하라. 여기서 $h = \pi/3 - \pi/4 = \pi/12$이다.

풀이) 2차 근사 $$f(x_{i+1}) \cong f(x_i) + f'(x_i)h + \frac{f''(x_i)}{2!}h^2$$

$$\underbrace{\underbrace{f\left(\frac{\pi}{3}\right) \cong \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}_{=0.707106781} - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{\pi}{12}\right)}_{=0.521986659} - \frac{\cos(\pi/4)}{2}\left(\frac{\pi}{12}\right)^2}_{=0.497754491}$$

단, $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0.5$

예제 4.3 (2/2)

차 수 n	f(π/3)	ε_t (%)
0	0.707106781	41.4
1	0.521986659	4.40
2	0.497754491	0.449
3	0.499869147	2.62×10^{-2}
4	0.500007551	1.51×10^{-3}
5	0.500000304	6.08×10^{-5}
6	0.499999988	2.44×10^{-6}

예제 4.5

- O(h)의 전향 및 후향 차분 근사와 $O(h^2)$의 중심 차분 근사를 사용하여 함수 f(x)에 대해 x=1에서의 1차 도함수 값을 계산하라.

$$f(x) = -0.1x^4 - 0.15x^3 - 0.5x^2 - 0.25x + 1.2$$

- 간격 크기가 감소함에 따라 어떻게 반올림오차가 지배적이 되는지를 보여주기 위해, 간격 크기를 10으로 계속해서 나누어라.

과제 1

- Cos x의 Maclaurin 급수전개는 다음과 같다.

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{n!} + \frac{x^8}{8!} - \cdots$$

  - Cos($\pi/4$)를 근사시키기 위해 가장 간단한 형태인 cos x=1로 시작해서 한 번에 한 항씩 추가하라.
  - 항이 추가될 때마다 참 및 근사 백분율 상대오차를 계산하라.
  - 참값을 구하기 위해 휴대용 계산기나 MATLAB을 사용하라.
  - 근사오차 추정값의 절대값이 두 자리 유효숫자를 만족하는 오차 판정기준 이하로 될 때까지 항을 추가하라.

과제 2

- 구간 [-2, 2]에서 함수

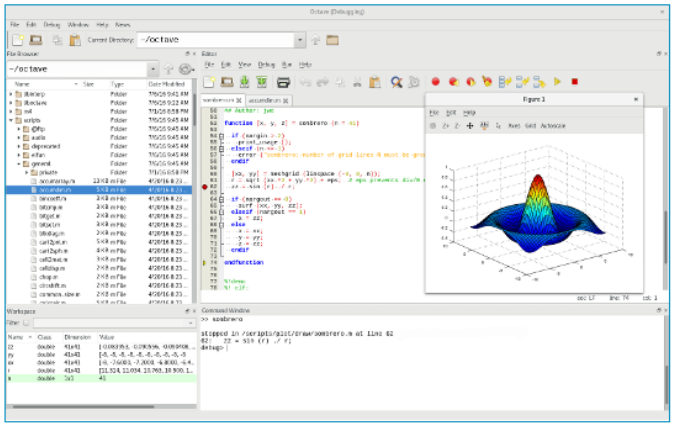
$$f(x) = x^3 - 2x + 4$$ 를 고려하자.

  - H = 0.25로 한다.
  - 전향, 후향, 중심차분 근사를 사용하여 1차, 2차 도함수를 구하라.
  - 어떤 근사법이 가장 정확한지 그래프를 그려 설명하여라.
  - 세가지 유한차분법으로 구한 1차 도함수의 결과를 정해와 함께 그래프로 나타내고, 2차 도함수의 경우에 대해서도 같은 방법을 반복하라.

Octave 설치(1/2)

- http://www.gnu.org/software/octave/

GNU Octave



GNU Octave is a high-level interpreted language, primarily intended for numerical computations. It provides capabilities for the numerical solution of linear and nonlinear problems, and for performing other numerical experiments. It also provides extensive graphics capabilities for data visualization and manipulation. Octave is normally used through its interactive command line interface, but it can also be used to write non-interactive programs. The Octave language is quite similar to Matlab so that most programs are easily portable.

Home
About
Download
Support
Get Involved

Donate

Your donations help to fund continuing maintenance tasks, development of new features and the organization of Octave conferences.

Continue

Following the Continue link will take you to a Free Software Foundation page for payment processing.

Donate Bitcoins

Bitcoin donations also accepted at this address.
1E6HchBMX1EfiJQhSUanuF4VYKk552tEHF

Download GNU Octave

GNU Octave 4.0.3 was released July 2, 2016. Please read the announcement on the front page of the Octave web site.

GNU/Linux systems

Executable versions of Octave for GNU/Linux systems are provided by the individual distributions. Distributions known to package Octave include: Debian, Fedora, Gentoo, and SuSE. These packages are created by volunteers. The delay between an Octave source release and the availability of a package for a particular GNU/Linux distribution varies. The Octave project has no control over that process.

BSD systems

Executable versions of Octave for BSD systems are provided by the individual distributions. Both FreeBSD and OpenBSD have Octave packages. These packages are created by volunteers. The delay between an Octave source release and the availability of a package for a particular GNU/Linux distribution varies. The Octave project has no control over that process.

OS X

The Wiki has some instructions for installing Octave on OS X systems.

Windows

Windows binaries with corresponding source code can be downloaded from https://ftp.gnu.org/gnu/octave/windows/

Sources

The latest released version of Octave is always available from ftp://ftp.gnu.org/gnu/octave.

If you are interested in working with the latest version of the Octave sources, check out the resources for developers.

Home
About
Download
Support
Get Involved

Donate

Your donations help to fund continuing maintenance tasks, development of new features and the organization of Octave conferences.

Continue

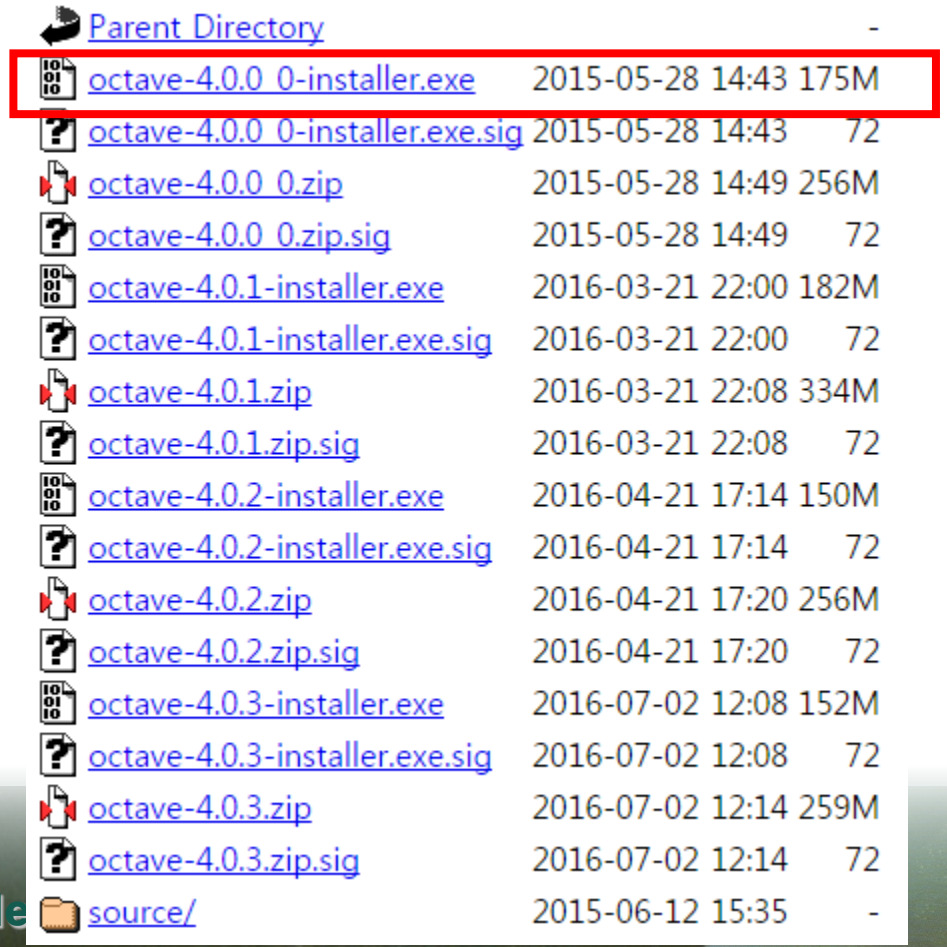
Following the Continue link will take you to a Free Software Foundation page for payment processing.

Donate Bitcoins

Bitcoin donations also accepted at this address.
1E6HchBMX1EfiJQhSUanuF4VYKk552tEHF

Octave 설치(2/2)

- Octave-버전-installer.exe 다운로드
- 실행 후 Next 버튼 계속 클릭



Octave 및 Matlab 참고사이트

- GNU Octave
  - http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter/
- Matlab 동영상 강좌
  - https://www.coursera.org/learn/machine-learning/supplement/Mlf3e/more-octave-matlab-resources

과제 제출 방법

- PDF 파일 포맷으로 제출

- 제출 형식 엄수
  - [수치해석_분반]과제번호_학번_이름
  - [수치해석_00]01_201501234_홍길동.pdf

- 제출 기한
  - 실습 시간 전, 자정까지(13일 인 경우, 13일 00:00시 까지)

- 결과 도출 과정 및 결과 화면을 정리하여 작성

실습 시간 및 조교

- 실습 시간
  - 00반 : 화요일 13:00 ~ 14:00 (공 5415)

- 조교
  - 채수성(garong5111@gmail.com), 공 5530호실