第10讲

直线形面积2

**知识梳理**



本讲主要介绍利用燕尾定理解决直线形面积问题。

燕尾定理：

在三角形中，，，相交于同一点，那么．证明过程略。



上述定理给出了一个新的转化面积比与线段比的手段，因为和的形状很象燕子的尾巴，所以这个定理被称为燕尾定理．该定理在许多几何题目中都有着广泛的运用，它的特殊性在于，它可以存在于任何一个三角形之中，为三角形中的三角形面积对应底边之间提供互相联系的途径.

**典型例题**



**【例1】★（2009年第七届希望杯五年级一试试题）如图，三角形**的面积是，**是**的中点，点**在**上，且，**与**交于点**．则四边形**的面积等于 ．**

 

【解析】方法一：连接，

根据燕尾定理，，,

设份，则份，份，份，如图所标

所以

方法二：连接，由题目条件可得到，

，所以，

，

而．所以则四边形**的面积等于．

**【巩固】如图，已知，，三角形的面积是，求阴影部分面积.**



【解析】题中条件只有三角形面积给出具体数值，其他条件给出的实际上是比例的关系，由此我们可以初步判断这道题不应该通过面积公式求面积. 又因为阴影部分是一个不规则四边形，所以我们需要对它进行改造，那么我们需要连一条辅助线，

(法一)连接，因为，，三角形的面积是30，

所以，．

根据燕尾定理，，,

所以，，

所以阴影部分面积是．

(法二)连接，由题目条件可得到，

，所以，

，

而．所以阴影部分的面积为．

**【例2】★如图，已知，，与相交于点,则被分成的部分面积各占 面积的几分之几？**



【解析】连接,设份，则其他部分的面积如图所示，所以份，所以四部分按从小到大各占面积的

**【巩固】(年香港圣公会数学竞赛)如图所示，在中，，，与相交于点，若的面积为，则的面积等于 ．**



【解析】方法一：连接．

由于，，所以，．

由蝴蝶定理知，，

所以．

方法二：连接设份，根据燕尾定理标出其他部分面积，

所以

**【例3】★★三角形中，是直角，已知，，，，那么三角形(阴影部分)的面积为多少？**



【解析】连接．

的面积为

根据燕尾定理，；

同理

设面积为1份，则的面积也是1份，所以的面积是份，而的面积就是份，也是4份，这样的面积为份，所以的面积为．

**【巩固】如图，长方形的面积是平方厘米，，是的中点．阴影部分的面积是多少平方厘米?**



【解析】设份，则根据燕尾定理其他面积如图所示平方厘米.

**【例4】★★如图所示，在中，，是的中点，那么 ．**



【解析】连接．

由于，，所以，

根据燕尾定理，．

**【巩固】在中，， ，求？**

 

【解析】连接．

因为，根据燕尾定理，，即；

又，所以．则，

所以．

**【例5】★★★如右图，三角形中，，，求.**



【解析】根据燕尾定理得



（都有的面积要统一，所以找最小公倍数）

所以

**【巩固】如图，,,则**



【解析】根据燕尾定理有,,所以

**【例6】★★★(2009年第七届“走进美妙的数学花园”初赛六年级)如图，中，，，那么的面积是阴影三角形面积的 倍．**

 

【解析】如图，连接．

根据燕尾定理，，，

所以，，

那么，．

同理可知和的面积也都等于面积的，所以阴影三角形的面积等于面积的，所以的面积是阴影三角形面积的7倍．

【巩固】如图在中，,求的值．



【解析】连接*BG*,设1份，根据燕尾定理,,得(份)，(份),则(份)，因此,同理连接*AI*、*CH*得,,

所以

**课后作业**



**1.如图，三角形的面积是， 在*上*，点在上，且,**

**，与交于点．则四边形的面积等于 ．**



【解析】连接，

根据燕尾定理，，,

设份，则份,份，份，份，所以

**2.如图，**在**上，**在**上，且,，**与**交于点**．四边形**的面积等于，则三角形**的面积 ．**



【解析】连接,根据燕尾定理，，,

设份，则份，份，份， 份,份,如图所标,所以份,份

所以

**3.是边长为厘米的正方形，、分别是、边的中点，与交于，则四边形的面积是\_\_\_\_\_\_\_\_\_平方厘米．**

 

【解析】连接、，设份，根据燕尾定理得份，份，则份，份，所以

**4.在中，， ，求？**



【解析】题目求的是边的比值，一般来说可以通过分别求出每条边的值再作比值，也可以通过三角形的面积比来做桥梁，但题目没告诉我们边的长度，所以应该通过面积比而得到边长的比．本题的图形一看就联想到燕尾定理，但两个燕尾似乎少了一个，因此应该补全，所以第一步要连接．



因为，根据燕尾定理，，即；

又，所以．则，

所以．

**5.如右图，三角形**中，，且三角形的面积是，求角形** 的面积．**



【解析】连接*BG*，12份

根据燕尾定理，，

得(份)，(份)，则(份)，因此,

同理连接*AI*、*CH*得,,

所以

三角形*ABC*的面积是,所以三角形*GHI*的面积是