

OpenGL Lighting Equation

Pixel Shading과 Lighting(Rendering) Equation

*Rasterization*을 통해서 생성된 fragment와 주어진 per-fragment attribute를 통해 각 fragment의 최종 색을 계산하는 작업을 **Pixel Shading**이라고 부른다.

Pixel Shading 의 목표는 물체에 반사되는 (혹은 직접 방출하는) 빛을 계산하여 물체의 자연스러운 색을 화면에 표현하는 것인데, 이를 위해서는 여러 광원으로부터의 빛이 물체로부터 어떻게 반사되거나 방출되어 관찰자(카메라) 방향으로 도달하는 빛의 강도를 계산하는 것이 중요하다. 그러나 엄밀한 물리 기반의 빛 계산(full global illumination)을 정확하게 계산하는 것은 매우 높은 연산량을 요구하며, GPU가 발달한 현재에도 이를 바탕으로 하는 real time rendering은 정복해야할 과제이다.

따라서, 적절한 양의 계산을 통해 빠르게 어느 정도 정확한 색을 계산하는 중용이 필요한데, 이를 위한 대표적인 근사식이 바로 Phong's Illumination Model (풍의 조명 모델)이다.

OpenGL Lighting Equation

OpenGL Lighting Equation은 풍의 조명 모델에 Halfway Vector, Light Attenuation, Multiple Light Source 등을 추가하여 확장한 근사식이다.

$$\mathbf{c}_{pri} = \mathbf{e}_{cm} + (\mathbf{a}_{cm} * \mathbf{a}_{cs}) + \sum_{i=0}^{n-1} (att_i)(spot_i)[\mathbf{a}_{cm} * \mathbf{a}_{cli} + (\mathbf{n} \odot \overrightarrow{VP_{pli}})\mathbf{d}_{cm} * \mathbf{d}_{cli} + (f_i)(\mathbf{n} \odot \hat{\mathbf{h}}_i)^{s_{rm}}\mathbf{s}_{cm} * \mathbf{s}_{cli}]$$

Multiple Light Source

$$\sum_{i=0}^{n-1} (att_i)(spot_i)[F_i]$$

OpenGL Lighting Equation은 다중 광원을 처리할 수 있도록 설계되어 있다.  $(att_i)(spot_i)[F_i]$  은  $i$  번 광원으로부터의 빛이 물체에 반사되었을 때 결과이며 1 번 광원 부터  $n$  번 광원까지의 반사 결과의 합을 이용한다. 각 각의 요소는 아래에서 자세히 설명한다.

Emission & Global Ambient Reflection

$$\mathbf{e}_{cm} + (\mathbf{a}_{cm} * \mathbf{a}_{cs})$$

풍의 조명 모델에서는 광원으로부터 반사되는 빛에 더해 1) 물체 자체가 방출하는 빛, 2) 모든 광원들이 장면 전체에 종합적으로 영향을 미치는 간접 조명을 추가로 고려한다.

$\mathbf{e}_{cm}$  는 물질 스스로가 방출하는 빛에 대한 material parameter 로 자동차의 헤드라이트와 같은 발광 물체를 표현하는데 유용하다.

$\mathbf{a}_{cm} * \mathbf{a}_{cs}$  는 장면 전체에 존재하는 간접 조명으로, 이를 Global Ambient Reflection이라고 칭하며, 풍의 조명 모델의 ambient reflection과 동일하게 material parameter와 광원의 색의 곱으로 이루어진다.

Halfway Vector

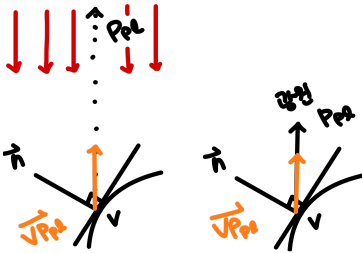
$$\mathbf{a}_{cm} * \mathbf{a}_{cl} + (\mathbf{n} \odot \overrightarrow{VP_{pl}})\mathbf{d}_{cm} * \mathbf{d}_{cl} + (f)(\mathbf{n} \odot \hat{\mathbf{h}})^{s_{rm}}\mathbf{s}_{cm} * \mathbf{s}_{cl}$$

OpenGL Lighting Equation도 풍의 조명 모델과 같이 ambient, diffuse, specular 세가지 reflection의 합으로 반사되는 색을 결정한다.

Ambient Reflection -  $\mathbf{a}_{cm} * \mathbf{a}_{cl}$

풍의 조명 모델과 완전히 동일하게 material parameter와 광원의 색의 곱으로 이루어진다. 이때 해당 Ambient Reflection은 Global Ambient Reflection과 구분하기 위해 Local Ambient Reflection이라고 칭한다.

Diffuse Reflection -  $(\mathbf{n} \odot \overrightarrow{VP_{pl}})\mathbf{d}_{cm} * \mathbf{d}_{cl}$



풍의 조명 모델과 마찬가지로 material parameter와 광원의 색의 곱, 그리고 각도 기반의 함수로 이루어진다. 이때  $n$ 은 빛이 반사되는 지점에서의 물체 평면의 수직 벡터,  $V$ 는 조명 계산을 하려는 꼭지점의 좌표, 그리고  $P_{pl}$  은 광원의 위치이다.

이때 3차원에서 두 개의 동치 좌표  $P_1$  과  $P_2$  에 대하여,  $P_1$  과  $P_2$  모두  $w$  좌표가 0 이 아닌 경우  $\overrightarrow{P_1P_2}$  는  $P_1$  에서  $P_2$  로 향하는 단위 벡터가 된다. 따라서 점 광원의 경우  $\overrightarrow{VP_{pl}}$  는 풍의 조명 모델의  $L$  과 정확히 대응되게 된다.

더 나아가  $P_2$  의  $w$  좌표가 0인 경우  $\overrightarrow{P_1P_2}$  는  $P_2$  벡터의 단위 벡터가 되는데, 이에 따라 평행 광원의 경우에도  $\overrightarrow{VP_{pl}}$  는 풍의 조명 모델의  $L$  과 정확히 대응되게 된다.

$(\mathbf{n} \odot \overrightarrow{VP_{pl}})$ 에서 내적을 하는 이유는 풍의 조명 모델에서 Lambert's cosine law에 따라  $(N \circ L)$ 를 하는 이유와 동일하므로이에 대한 설명은 생략한다.

Specular Reflection -  $(f)(\mathbf{n} \odot \hat{\mathbf{h}})^{s_{rm}}\mathbf{s}_{cm} * \mathbf{s}_{cl}$

풍의 조명 모델과 마찬가지로 material parameter와 광원의 색, 각도 기반의 함수에 더해  $f$  라는 인자의 곱으로 이루어진다. 이때  $h$  는 다음과 같이 정의되는데

$$\mathbf{h} = \begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{VP}_{pl}} + \overrightarrow{\mathbf{VP}_e}, & v_{bs} = \mathbf{TRUE}, \\ \overrightarrow{\mathbf{VP}_{pl}} + (0 \ 0 \ 1 \ 0)^t, & v_{bs} = \mathbf{FALSE}. \end{cases}$$

Diffuse Reflection에서 언급했듯이  $\overrightarrow{VP_{pl}}$  은 풍의 조명 모델의  $L$ , 그러니까 물체의 꼭짓점으로부터 광원을 향하는 단위 벡터이다. 이때 식의 나머지 요소인  $\overrightarrow{VP_e}$  와  $(0 \ 0 \ 1 \ 0)^t$  은 모두 관찰자를 향하는 단위 벡터로,  $v_{bs} = \mathbf{TRUE}$  의 경우 지역 관찰자를 사용하는 경우이며,  $v_{bs} = \mathbf{FALSE}$  일 경우 무한 관찰자를 사용하는 경우이다. 먼저 지역 관찰자의 경우,  $P_e = (0 \ 0 \ 0 \ 1)^t$  이므로  $\overrightarrow{VP_e}$  는 물체의 꼭짓점에서 동차좌표상의 원점을 향하여, 자연스럽게 지역 관찰자를 향하는 방향이 된다. 다음으로 무한관찰자의 경우 눈 좌표계의  $z_e$  축 방향인  $(0 \ 0 \ 1 \ 0)^t$  가 자연스럽게 관찰자 방향이 된다.

이때 풍의 조명모델에서는 물체에 반사된 빛의 벡터  $R$ 과 관찰자를 향하는 벡터  $V$ 의 내적을 이용한 반면, 본 모델에서는 관찰자를 향하는 벡터와 광원을 향하는 벡터의 합을 이용하는데, 이를 Halfway Vector라고 칭한다. Halfway Vector는 풍의 조명 모델 기준으로  $\frac{L+V}{|L+V|}$  이며, Halfway Vector를 사용하먼 정반사 방향의 단위 벡터  $R$ 을  $2(N \cdot L)N - L$ 을 통해 매번 계산할 필요가 없어 보다 효율적인 계산이 가능하다는 장점이 있다.

마지막으로  $f$ 는 다음과 같이 정의 되는데

$$f = \begin{cases} 1, & \mathbf{n} \odot \overrightarrow{VP_{pl}} \geq 0, \\ 0, & \mathbf{n} \odot \overrightarrow{VP_{pl}} < 0, \end{cases}$$

$\mathbf{n} \odot \overrightarrow{VP_{pl}} < 0$  은  $\mathbf{n}$  과  $\overrightarrow{VP_{pl}}$  간의 각도가 90도 보다 큼을 뜻하므로, 다시 말해 Diffuse Reflection은 빛이 뒤에서 들어올 때  $f$ 가 0이 되어 반사가 고려되지 않음을 의미한다.

Light Attenuation -  $att_i$

Light Attenuation은 빛과 물체의 거리에 따른 감쇄 효과를 의미한다. 감쇄 효과 인자인  $att$  는 다음과 같이 정의된다.

$$att = \begin{cases} \frac{1}{k_0 + k_1 \|\mathbf{VP}_{pl}\| + k_2 \|\mathbf{VP}_{pl}\|^2}, & \mathbf{P}_{pli}'s \ w \neq 0, \\ 1.0, & otherwise. \end{cases}$$

$P_{pl}$ 의  $w = 0$  인 경우는 광원이 무한 거리 만큼 떨어진 평행 광원이라는 뜻이며, 당연히 평행 광원에 대해서는 감쇄 효과를 적용하지 않는다. 반면에 점 광원을 사용할 때,  $\|\mathbf{VP}_{pl}\|$  는 꼭짓점으로부터 광원 까지의 거리가 되며, 해당 거리에 대한 이차식의 역수를 사용하여 점 광원에 대한 감쇄 효과를 나타낸다. 이때  $k_0, k_1, k_2$  는 각 각 감쇄 효과의 정도를 조절하기 위한 인자이며, 이들을 통해 감쇄 그래프의 기울기를 조절하여 감쇄 정도를 조절할 수 있다.

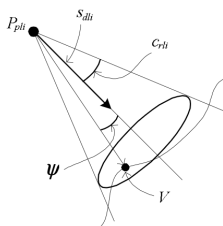
예를 들어, 다음은 각각  $\frac{1}{x+x^2}$  (보라색),  $\frac{1}{1+x+x^2}$  (빨간색),  $\frac{1}{1+2x+4x^2}$  (파란색)의 그래프로, 파란색 그래프가 두 그래프에 비해 빛의 거리에 따른 감쇄효과가 큰 것을 알 수 있다.



Spot Light -  $spot_i$

$$spot = \begin{cases} \left( \overrightarrow{\mathbf{P}_{pl}\mathbf{V}} \odot \hat{\mathbf{S}}_{dl} \right)^{s_{rl}}, & c_{rl} \neq 180.0 \ \& \ \overrightarrow{\mathbf{P}_{pl}\mathbf{V}} \odot \hat{\mathbf{S}}_{dl} \geq \cos c_{rl}, \\ 0.0, & c_{rl} \neq 180.0 \ \& \ \overrightarrow{\mathbf{P}_{pl}\mathbf{V}} \odot \hat{\mathbf{S}}_{dl} < \cos c_{rl}, \\ 1.0, & c_{rl} = 180.0. \end{cases}$$

마지막으로,  $spot$ 은 스폿 광원을 위한 인자이다.



스폿 광원은 광원에서  $s_{dl}$  방향으로,  $c_{rl}$  범위 내에서 원뿔 형태로 비춘다.  $c_{rl}$ 은 0과 90도 사이의 값을 갖거나 180도로 설정이 되는데 180도로 설정되는 경우 해당 스폿 광원은 점 광원임을 알 수 있다.

만약  $c_{rl}$ 은 0과 90도 사이의 값을 갖는 경우, 특정 점이 절단 각도 범위 내에 들어있는 경우에만 광원의 효과를 받을 수 있는데, 이전에 계속 설명했듯이  $\overrightarrow{\mathbf{P}_{pl}\mathbf{V}}$  는 조명에서 꼭짓점을 향하는 단위 벡터이고  $\hat{s}_{dl}$  은 스폿 광원의 중심을 향하는 단위 벡터이므로  $\overrightarrow{\mathbf{P}_{pl}\mathbf{V}} \odot \hat{\mathbf{S}}_{dl} = \cos \psi$  이다. 따라서  $\cos \psi \geq \cos \theta$  인 경우만 V가 스폿 광원의 영향을 받는 경우이다.

V가 스폿 광원의 영향을 받는 경우,  $s_{dl}$  방향으로부터 점차 멀어질 수록 강도가 약해져야 한다, 따라서  $\left( \overrightarrow{\mathbf{P}_{pl}\mathbf{V}} \odot \hat{\mathbf{S}}_{dl} \right)^{s_{rl}}$  를 통해 이를 표현하며, 이때  $s_{rl}$  은 이 조절을 위한 인자이다.

정리하자면, OpenGL Lighting Equation 은 어떤 물체에, 품의 기본 모델을 따르는 다중의 광원으로 부터의 빛 반사에 대한 식이다. 품의 기본 모델에 더해, 자체적으로 발광하도록 설정할 수 있고, global ambient reflection 을 설정할 수 있으며, 각 광원마다 Light Attenuation 과 Spot Light 관련 설정들을 추가할 수 있다. 마지막으로 OpenGL Lighting Equation 은 Specular Reflection 의 계산을 위해 Halfway Vector를 채택하고 있다.

아래는 인자들에 대한 전체적인 설명이다.

인자		인자	
$e_{cm}$	물질의 방사 색깔	$a_{cs}$	글로벌 앰비언트 색깔
$a_{cm}$	물질의 앰비언트 색깔	$a_{cl}$	광원의 앰비언트 색깔
$d_{cm}$	물질의 난반사 색깔	$d_{cl}$	광원의 난반사 색깔
$s_{cm}$	물질의 정반사 색깔	$s_{cl}$	광원의 정반사 색깔
$s_{rm}$	물질의 정반사 지수		