

Дз

Егор Постников

00:53 22 февраля 2023 г.

Task1

1. $a \oplus t \otimes (b \ominus a) =$

$$a \oplus t \otimes (b - a)(1 + \delta_1)$$

(a) $b - a = 0$

Умножение на ноль и сложение с нулем происходит без погрешности, соответственно получится просто a .
Соответственно, результат точный.

(b) $t = 1.f$

Умножение на единицу точное. Тогда

$$a \oplus (b - a)(1 + \delta_1) =$$

$$(a + (b - a)(1 + \delta_1))(1 + \delta_2) =$$

$$(a + (b - a) + (b - a)\delta_1)(1 + \delta_2) =$$

$$(b + (b - a)\delta_1)(1 + \delta_2)$$

Поскольку в задании требуется показать, что результат может быть неточным, возьмем какое-нибудь a , например $a = 0.5b$

$$(b + (b - 0.5b)\delta_1)(1 + \delta_2) = (b + 0.5b\delta_1)(1 + \delta_2) = b(1 + 0.5\delta_1)(1 + \delta_2)$$

Ясно, что результат неточный.

2. $(1 \ominus t) \otimes a \oplus t \otimes b$

(a) $t = 1$

$$(1 \ominus t) \otimes a \oplus t \otimes b =$$

$$(1 - t)(1 + \delta_1) \otimes a \oplus t \otimes b =$$

$$0 \oplus t \otimes b =$$

$$1 \otimes b = b$$

Получаем точный результат

(b) $a == b$

Возьмем $t = 0.5$, чтобы показать, что функция может дать неточный результат

$$(1 \ominus t) \otimes a \oplus t \otimes b =$$

$$(1 - t)(1 + \delta_1) \otimes a \oplus t \otimes b =$$

$$0.5(1 + \delta_1) \otimes a \oplus 0.5 \otimes a =$$

$$0.5a((1 + \delta_1)(1 + \delta_3) + (1 + \delta_4))(1 + \delta_2) =$$

$$a(1 + (\delta_1 + \delta_3 + \delta_1\delta_3 + \delta_4)/2)(1 + \delta_2) =$$

Результат не точный.

Task2

$$fma(a, b, c) = (ab + c)(1 + \delta_1)$$

$$fma(fma(fma(a_3, x, a_2), x, a_1), x, a_0) =$$

$$fma(fma((a_3x + a_2)(1 + \delta_1), x, a_1), x, a_0) =$$

$$fma(((a_3x + a_2)(1 + \delta_1)x + a_1)(1 + \delta_2), x, a_0) =$$

$$(((a_3x + a_2)(1 + \delta_1)x + a_1)(1 + \delta_2)x + a_0)(1 + \delta_3) =$$

$$(((a_3x^2 + a_2x)(1 + \delta_1) + a_1)(1 + \delta_2)x + a_0)(1 + \delta_3) =$$

$$((a_3x^2 + a_2x + a_1 + \delta_1(a_3x^2 + a_2x))(1 + \delta_2)x + a_0)(1 + \delta_3) =$$

$$((a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + \delta_1(a_3x^3 + a_2x^2))(1 + \delta_2) + a_0)(1 + \delta_3) =$$

$$(a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 + \delta_1(a_3x^3 + a_2x^2) + \delta_2(a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + \delta_1a_3x^3 + \delta_1a_2x^2))(1 + \delta_3) =$$

$$(a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 + \delta_1(a_3x^3 + a_2x^2) + \delta_2((1 + \delta_1)(a_3x^3 + a_2x^2) + a_1x))(1 + \delta_3) =$$

Ясно, что если погрешности нулевые, то решение точное.