

20. Даны α и буква x . Найти максимальное k , такое что в L есть слова, содержащие подслово x^k .

Решение:

Каждому регулярному выражению β , встретившемуся при разборе α , в стеке соответствует список из 4 элементов $[pref, suff, whole, substr]$, где

$pref = \{max\ k : \exists w \in L(\beta) \ x^k w \in L(\beta)\}$,

$suff = \{max\ k : \exists w \in L(\beta) \ wx^k \in L(\beta)\}$,

$whole = \{max\ k : x^k \in L(\beta)\}$,

$substr = \{max\ k : \exists w \in L(\beta) \ \exists u \in L(\beta) \ wx^k u \in L(\beta)\}$

1. Добавление элемента в стек:

- Если элемент равен x , то добавляем в стек $[1, 1, 1, 1]$
- Если элемент не совпадает с x , то добавляем $[0, 0, -INF, 0]$
- Если элемент является пустым словом, то добавляем $[0, 0, 0, 0]$

2. Выполнение операции $'*'$:

Берем значение последнего элемента стека. Он соответствует регулярному выражению $L(\beta)$.

- Если значение переменной $whole_\beta > 0$, то можно сделать сколь угодно большое слово, содержащее только символы x . Значит, кладем на стек новый элемент со значениями $[INF, INF, INF, INF]$
- Если же $whole_\beta = 0$, то посчитаем значения $pref$, $suff$, $whole$ и $substr$. Новый префикс максимальной длины будет совпадать со старым, т.е. $pref = pref_\beta$. Аналогично, максимальная длина суффикса не изменится, значит, $suff = suff_\beta$. Длина полного слова может стать равной 0, если степень будет равна 0, либо совпасть с предыдущей максимальной длиной. Тогда $whole = \max\{0, whole_\beta\}$. Новая подстрока максимальной длины может либо полностью входить в одно из слов $L(\beta)$ (тогда её длина не будет превышать $substr_\beta$), либо являться объединением суффикса одного слова из $L(\beta)$ с префиксом другого. В последнем случае длина подстроки не больше $suff_\beta + pref_\beta$. Следовательно, новая длина будет максимум этих величин, причем очевидно, что такая длина достигается. Добавим в стек элемент $[pref, suff, whole, substr]$.

3. Выполнение операции $'+'$:

Берём два значения со стека.

Каждое новое значение является максимальным из соответствующих ему значений, т.к. можно выбрать слово, на котором достигается указанное значение.

Кладем в стек элемент с получившимися значениями $pref, suff, whole$ и $substr$.

4. Выполнение операции $'.'$:

Берём два элемента со стека. Они соответствуют регулярным выражениям β и γ .

Максимальный префикс может либо полностью входить в одно из слов β , либо являться объединением слова из β , состоящего только из x , и префикса слова, принадлежащего $L(\gamma)$. В первом случае длина префикса не превышает $pref_\beta$, во втором — $whole_\beta + pref_\gamma$. В обоих случаях строится пример, в котором достигаются указанные значения. Следовательно, $pref = \max\{pref_\beta, whole_\beta + pref_\gamma\}$.

По аналогичным рассуждениям, $suff = \max\{suff_\beta + whole_\gamma, suff_\gamma\}$.

Длина максимального слова, полностью состоящего из x , равна сумме длин максимальных слов, состоящих из x , принадлежащих $L(\beta)$ и $L(\gamma)$. Таким образом, $whole = whole_\beta + whole_\gamma$.

Новая подстрока может полностью принадлежать слову из $L(\beta)$, либо принадлежать слову из $L(\gamma)$, либо являться объединением суффикса из $L(\beta)$ и префикса из $L(\gamma)$. В первом случае длина подстроки не превосходит $substr_\beta$, во втором — $substr_\gamma$, а в третьем — $suff_\beta + pref_\gamma$. Значит, значение $substr$ является максимумом этих трёх значений. Кладем в стек элемент $[pref, suff, whole, substr]$.

Ответом на задачу будет значение $substr$ после окончания чтения строки, задающей регулярное выражение α .