

АЛГОРИТМЫ И СТРУКТУРЫ ДАННЫХ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Математика.

1. Когда пишут алгоритм Евклида, как правило, используют либо вычитания ($\gcd(a, b) = \gcd(b, a - b)$), либо взятия по модулю ($\gcd(a, b) = \gcd(b, a \% b)$). Какая из реализаций быстрее? Какая асимптотика у реализаций? При каких входных данных одна из реализаций будет работать очень медленно?
2. $\gcd(a, b)$ – наибольший общий делитель – максимальное число, на которое делятся a и b одновременно. Как найти lcm – наименьшее общее кратное – минимальное число, которое делится на a и b ?
3. Докажите, что у любого натурального числа n есть $O(\log n)$ простых делителей.
4. Проверьте, правда ли, что у числа n ровно
 - (a) 2 делителя за $O(\sqrt{n})$
 - (b) 3 делителя за $O(\sqrt[4]{n})$
5. Докажите, что обычное решето Эратосфена работает за $O(n \log \log n)$.
- 6.* Реализуйте решето Эратосфена за $O(n)$.
7. Пусть n – фиксированно. При каких k биномиальный коэффициент будет максимальным? Чему равна его оценка?
8. Петя решил посчитать количество способов достать из n его любимых шариков ровно k . Т.к. ответ может быть достаточно большим, то посчитайте его по простому модулю p . Время $O(n + \log p)$.