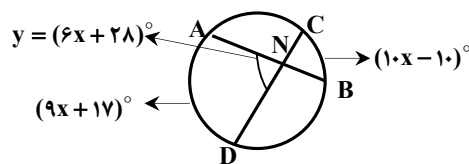
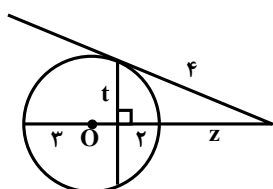


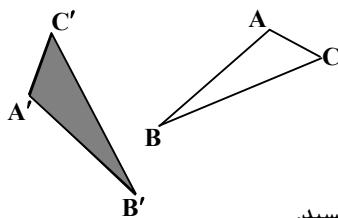
- ۱- قضیه‌ی زیر را به صورت شرطی نوشته و سپس عکس آن را نیز بنویسید.  
« در مثلث قائم الزاویه ، عمود منصف‌های ضلع‌ها در وسط وتر هم‌رسند »
- ۲- قضیه: ثابت کنید ، اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آنگاه زاویه‌ی مقابل به ضلع بزرگتر ، بزرگتر از زاویه‌ی مقابل به ضلع کوچکتر است.
- ۳- ثابت کنید ، در هر مثلث ، هر میانه از نصف مجموع دو ضلع مجاور آن کوچکتر است.
- ۴- قضیه: ثابت کنید ، در هر مثلث سه نیمساز زاویه‌های داخلی هم‌رسند.
- ۵- سکه‌ای به شعاع ۲ سانتی متر را روی صفحه‌ی مربع شکلی به ضلع ۱۲ سانتی متر پرتاب می‌کنیم. مکان هندسی نقطه‌ای درون مربع را تعیین کنید که اگر مرکز سکه در آنجا قرار گیرد ، سکه کاملاً داخل مربع واقع شود.
- ۶- ثابت کنید ، در هر دایره وترهای متساوی ، از مرکز دایره به یک فاصله‌اند.
- ۷- نشان دهید دو دایره  $C(O, R)$  و  $C'(O', R')$  با فرض  $OO' = d$  ,  $R > R'$  نسبت به هم چه حالت‌های دارند.
- ۸- در هر یک از شکل‌های زیر ، مقادیر  $x, y, z, t$  را به دست آورید.

(الف)



- ۹- کدامیک از گزاره‌های زیر درست و کدامیک نادرست است؟  
(الف) انتقال ایزومتری است.

- (ب) تبدیل نگاشتی از صفحه به روی خودش است.
- (ج) بازتاب نسبت به نقطه‌ی O، دوران به مرکز O و زاویه‌ی  $180^\circ$  می‌باشد.
- (د) اگر دو خط متمایز در فضا متقاطع نباشند، موازی‌اند.
- (ه) هر صفحه با یک نقطه از آن و یک خط عمود بر آن مشخص می‌شود.
- ۱۰- در شکل مقابل مثلث  $A'B'C'$  دوران یافته‌ی مثلث ABC است. مرکز دوران و زاویه‌ی دوران را مشخص کنید. (توضیح دهید).



- ۱۱- معادله‌ی تصویر خط  $2y = x - 8$  را تحت تقارن نسبت به محور x ها بنویسید.
- ۱۲- با استفاده از تبدیل‌ها ثابت کنید:  
قضیه: اگر خط مؤزبی دو خط موازی را قطع کند ، زاویه‌های نظیر برابر خواهند بود.
- ۱۳- نقاط  $A(-4, 1), B(2, 1), C(5, 2)$  سه رأس یک مثلث هستند:  
(الف) مثلث و تصویر مجانس آن را با در نظر گرفتن مرکز تجانس و  $\frac{1}{4}$  به عنوان عامل مقیاس رسم کنید.  
(ب) نوع تجانس را مشخص کنید.
- ۱۴- قضیه: ثابت کنید، اگر خط L با یکی از خطهای صفحه‌ی P موازی باشد ، آنگاه خط L با صفحه‌ی P موازی است.
- ۱۵- (الف) زاویه‌ی بین دو خط متناظر را تعریف کنید.  
(ب) از نقطه‌ی A روی خط L ، صفحه‌ای عمود بر خط L رسم کنید. (روش رسم را توضیح دهید)
- ۱۶- اگر دو صفحه‌ی P و P' بر هم عمود باشند ، هر خط عمود بر صفحه‌ی P با صفحه‌ی P' موازی است.

**پاسخ سؤالات امتحانی هماهنگ کشوری - شهریور ماه ۱۳۸۵**

۱- اگر مثلثی قائم الزاویه باشد، آنگاه عمودمنصف‌های اضلاع در وسط وتر هم‌رسند.  
اگر در مثلثی عمودمنصف‌های اضلاع در وسط ضلع بزرگترین هم‌رس باشند، آنگاه مثلث قائم‌الزاویه است.

۲- فرض  $AC > AB$  و حکم  $\hat{B} > \hat{C}$

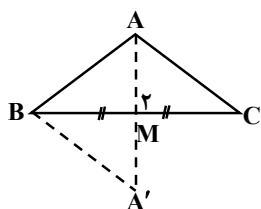
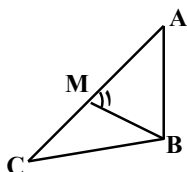
پاره خط  $AM$  را باندازه  $AB$  روی  $AC$  جدا می‌کنیم و از نقطه  $M$  به  $B$  وصل می‌کنیم چون  $AB = AM$  پس مثلث  $ABM$  متساوی‌الساقین است.

سپس  $\hat{B}_1 = \hat{M}_1$  از طرفی چون  $\hat{M}_1$  یک زاویه خارجی مثلث  $MBC$  است.

در نتیجه  $\hat{M}_1 > \hat{C}$  و  $\hat{B}_1 > \hat{C}$  است. و چون  $\hat{B} > \hat{B}_1$  است، پس  $\hat{B} > \hat{C}$

۳- میانه  $AM$  را از طرف  $M$  امتداد داده نقطه‌ی  $A'$  را طوری

اختیار کنیم که  $AM = A'M$



$$\left. \begin{array}{l} AM = A'M \\ BM = CM \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{array} \right\} \text{ض. ض. ض.} \Rightarrow \Delta AMC \cong \Delta A'MB \Rightarrow AC = BA'$$

$$\Delta ABA' \Rightarrow A'A < AB + BA' \Rightarrow 2AM < AB + AC \Rightarrow AM < \frac{AB + AC}{2}$$

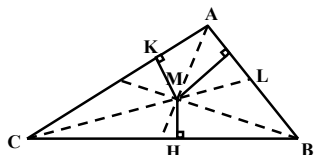
۴- در مثلث  $ABC$  نیمسازهای زاویه‌های داخلی  $C, B$  را رسم کرده

تا یکدیگر را در نقطه  $M$  قطع کنند از  $M$  بر ضلعهای  $AB, AC, BC$

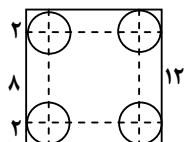
عمود می‌کنیم آنها را در نقاط  $H, K, L$  قطع کنند چون  $M$  روی نیمساز

زاویه  $B$  است پس  $MH = ML$ ، چون  $M$  روی نیمساز زاویه  $C$  قرار دارد پس  $MH = MK$  در نتیجه  $MK = ML$  پس  $M$  روی

نیمساز زاویه  $A$  قرار دارد.



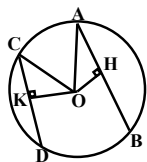
۵- مطابق شکل مکان هندسی سطح مربعی به ضلع  $8 = 12 - 4$  است.



۶- چون  $OH, OK$  به ترتیب بر  $AB, CD$  عمود شده‌اند پس آنها را نصف می‌کنند. (قضیه)

$$\left. \begin{array}{l} AB = CD \Rightarrow AH = CK \\ OA = OC = R \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta OAH \cong \Delta OCK$$

$$OH = OK$$



(۳) دو دایره متقاطع

(۶) دو دایره هم مرکز

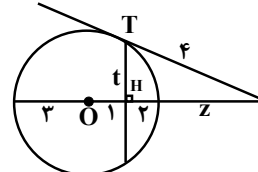
(۲) دو دایره مماس بیرون

(۵) دو دایره متداخل

(۱-۷) دو دایره بیرون هم

(۴) دو دایره مماس درون

-۸



$$\text{الف) } OT^2 = OH^2 + TH^2 \Rightarrow 9 = 1 + TH^2 \Rightarrow TH = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{یا } t^2 = (3+1) \times 2 = 8 \Rightarrow T = 2\sqrt{2}$$

$$z(z+6) = 16 \Rightarrow (z-2)(z+8) = 0 \Rightarrow z = 2, z = -8 \text{ (غ ق)}$$

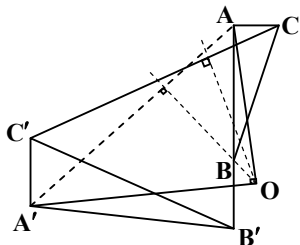
$$\text{ب) } \frac{9x + 17 + 10x - 10}{2} = 6x + 28 \Rightarrow 9x + 17 + 10x - 10 = 12x + 56 \Rightarrow x = 7$$

$$x = 7 \Rightarrow y = (6x + 28)^\circ \Rightarrow y = 70^\circ$$

۹- الف) درست      ب) نادرست      ج) درست      د) نادرست      هـ) درست

برای تفهیم نادرست بودن قسمت ب به صفحه ۸۵ کتاب هندسه ۲ رجوع کنید.

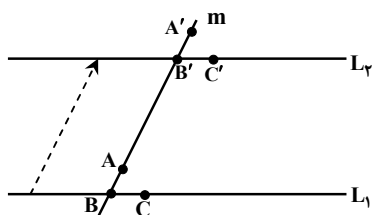
۱۰- از هر نقطه به تصویرش وصل کرده و عمودمنصف‌های پاره‌خطهای  $AA'$  و  $BB'$  و  $CC'$  را رسم کرده نقطه‌ی تقاطع عمودمنصف‌ها مرکز دوران است. زاویه‌های  $AOA'$  یا  $BOB'$  یا  $COC'$  را اندازه گرفته که  $90^\circ$  می‌شود.



-۱۱

$$A(0, -4) \quad B(8, 0) \quad A'(0, 4) \quad B'(8, 0) \quad M = \frac{0-4}{8-0} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{4}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2$$



۱۲- تحت انتقالی به موازات خط  $m$  که خط  $L_1$  را بر روی

$L_2$  می‌نگارد خواهیم داشت:

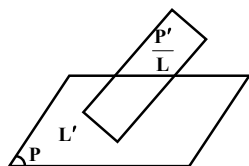
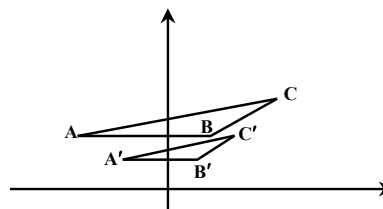
$$A \longrightarrow A', \quad B \longrightarrow B', \quad C \longrightarrow C'$$

$$\triangle ABC \longrightarrow \triangle A'B'C' \quad \text{در نتیجه زاویه:}$$

-۱۳

$$\text{الف) } A'(-2, \frac{1}{3}) \quad B'(1, \frac{1}{3}) \quad C'(\frac{5}{3}, 1)$$

ب) انقباض



۱۴- اگر خط  $L$  در صفحه  $P$  باشد حکم برقرار است. پس فرض خط  $L$  در صفحه  $P$  قرار

ندارد. اگر  $L'$  خطی از صفحه  $P$  باشد که با  $L$  موازی است و  $L'$  متمایزند صفحه‌ای

را که از این دو خط موازی می‌گذرد  $P'$  می‌نامیم. فصل مشترک دو صفحه  $P$  و  $P'$  همان خط

$L'$  است اگر خط  $L$  صفحه  $P$  را قطع کند محل تقاطع روی فصل مشترک این دو صفحه قرار دارد یعنی دو خط  $L$  و  $L'$  متقاطع خواهند

شد که خلاف فرض است پس خط  $L$  با صفحه  $P$  موازی است.

۱۵- الف) دو خط متناظر  $L$  و  $L'$  را در نظر گرفته اگر از هر نقطه روی  $L$  یا  $L'$

خطی موازی دیگری رسم شود زاویه حاده یا قائمه بین این دو خط متقاطع

زاویه این دو خط است.

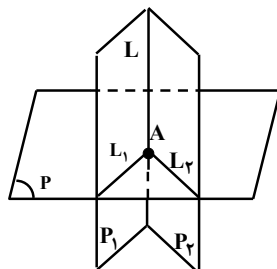
ب) می توانیم از خط  $L$  بی شمار صفحه بگذرانیم دو صفحه متمایز از این صفحه ها

را  $P_1$  و  $P_2$  نامیده از نقطه  $A$  در صفحه  $P_1$  خط  $L_1$  را عمود بر  $L$  رسم

می کنیم بطور مشابه از نقطه  $A$  در صفحه  $P_2$  خط  $L_2$  عمود بر  $L$  رسم کرده

خطهای  $L_1$  و  $L_2$  متقاطعند و خط  $L$  بر هر دوی آنها عمود است بنا بر قضیه تعامد

خط  $L$  بر صفحه گذرنده  $L_1$  و  $L_2$  عمود است.



۱۶- فرض کنید خط  $d$  بر صفحه  $P$  عمود است اگر خط  $d$  در صفحه  $P'$  باشد

آنگاه با آن موازی هم هست اگر خط  $d$  در صفحه  $P'$  نباشد چون طبق فرض

دو صفحه  $P$  و  $P'$  بر هم عمودند پس خطی مانند  $d'$  در صفحه  $P'$  هست که

بر صفحه  $P$  عمود است بنابراین  $d' \perp P$  و  $d \perp P$  چون دو خط عمود بر یک

صفحه با هم موازی هستند نتیجه  $d \parallel d'$  پس خط  $d$  با یکی از خطوط صفحه  $P'$

موازی است بنابراین با صفحه  $P'$  نیز موازی است.

