

# 1. Проблема

## Задача 2. Оптимальный состав

Требуется рассчитать состав шихты для выплавки стали, нормированной по ГОСТу:

$$16\% \leq Cr \leq 18\%$$

$$Ni \leq 9\%$$

$$P \leq 0.5\%$$

	Cr, %	Ni, %	P, %	Стоимость, \$
1	15	10	0,7	300
2	15	8	0,3	200
3	17	9	0,5	150

Нахождение оптимального состава шихты сводится к решению задачи линейного программирования в классическом виде. В распоряжении имеется стандартное ПО, позволяющее решить ЗЛП в следующем виде:

$$(C, x) \rightarrow \max$$

$$Ax = B$$

$$x \geq 0$$

## 2. Содержательная постановка задачи

Необходимо определить процентный состав шихты для выплавки стали, нормированной по ГОСТ'у и обладающей минимальной стоимостью материалов.

## 3. Формальная мат. модель

$C = c_1, c_2, c_3$  - веса (цены) компонентов шихты для выплавки стали.

$x = x_1, x_2, x_3$  - доли компонентов шихты для выплавки стали.

$$(C, x) = - \sum_{i=1}^3 c_i x_i \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$0.15x_1 + 0.15x_2 + 0.17x_3 \geq 0.16(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$0.15x_1 + 0.15x_2 + 0.17x_3 \leq 0.18(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$0.10x_1 + 0.08x_2 + 0.09x_3 \leq 0.09(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$0.007x_1 + 0.003x_2 + 0.005x_3 \leq 0.005(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$x \geq 0$$

Запишем наши условия с помощью линейной алгебры:

$$A = \begin{pmatrix} 0.15 & 0.15 & 0.17 \\ 0.1 & 0.08 & 0.09 \\ 0.007 & 0.003 & 0.005 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} 0.16 \\ 0.18 \\ 0.09 \\ 0.005 \end{pmatrix}$$

## 4. Алгоритм и ПО

В качестве ПО будем использовать Python с подключенными модулями:

- numpy - для работы с линейной алгеброй
- cvxpy - для работы с линейным программированием

## 5. Решение задачи

```
In [5]: import numpy as np
import cvxpy
```

```
In [64]: def solution(A, b, c):
    x = cvxpy.Variable(shape=len(c), integer = False)

    constraints = [(A[0] @ x >= b[0]),
                   (A[0] @ x <= b[1]*sum(x)),
                   (A[1] @ x <= b[2]*sum(x)),
                   (A[2] @ x <= b[3]*sum(x)),
                   (sum(x) == 1),
                   (x >= 0)]

    total_value = -(c @ x)

    problem = cvxpy.Problem(cvxpy.Maximize(total_value), constraints=constraints)
    print('Минимальная стоимость', -round(problem.solve()))
    print('Используемые доли материалов', np.abs(np.round(x.value)))
```

## 6. Анализ

Проверим наш алгоритм на реальных данных:

```
In [65]: c = np.array([300,200,150]) # вектор стоимости
A = np.array([[0.15,0.15,0.17],[0.1,0.08,0.09],[0.007,0.003,0.005]]) # матрица кол-ва составов материалов
b = np.array([0.16, 0.18, 0.09, 0.005]) # вектор ограничений по ГОСТу
```

```
In [66]: solution(A, b, c)
```

```
Минимальная стоимость 150.0
Используемые доли материалов [0. 0. 1.]
```

Как мы видим, выплавка производится только из 3 материала, т.к. только его состав подходит по ограничениям. Необходимо пересмотреть состав материалов, чтобы ограничения по ГОСТу выполнялись.