

1. Проблема

Задача 3. Оптимальный состав

Требуется рассчитать состав шихты для выплавки стали, нормированной по ГОСТу:

$$16\% \leq Cr \leq 18\%$$

$$Ni \leq 9\%$$

$$P \leq 0.5\%$$

	Cr, %	Ni, %	P, %	Стоимость, \$
1	15	10	0,7	300
2	15	8	0,3	200
3	17	9	0,5	150

Выплавка ведется в 200 тонной печи и в наличии имеется ограниченное количество материалов:

Вид материала	1	2	3
Количество	150	100	75

2. Содержательная постановка задачи

Необходимо определить процентный состав шихты для выплавки стали, нормированной по ГОСТ'у и обладающей минимальной стоимостью материалов с учётом ограничений на кол-во материалов.

3. Формальная мат. модель

$C = c_1, c_2, c_3$ - веса (цены) компонентов шихты для выплавки стали.

$x = x_1, x_2, x_3$ - кол-во материалов(тонн) для выплавки стали.

Целевая функция - минимальная стоимость материалов:

$$(C, x) = - \sum_{i=1}^3 c_i x_i \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 200$$

$$0.15x_1 + 0.15x_2 + 0.17x_3 \geq 0.16(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$0.15x_1 + 0.15x_2 + 0.17x_3 \leq 0.18(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$0.10x_1 + 0.08x_2 + 0.09x_3 \leq 0.09(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$0.007x_1 + 0.003x_2 + 0.005x_3 \leq 0.005(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$0 \leq x_1 \leq 150$$

$$0 \leq x_2 \leq 100$$

$$0 \leq x_3 \leq 75$$

Запишем наши условия с помощью линейной алгебры:

$$A = \begin{pmatrix} 0.15 & 0.15 & 0.17 \\ 0.1 & 0.08 & 0.09 \\ 0.007 & 0.003 & 0.005 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} 0.16 \\ 0.18 \\ 0.09 \\ 0.005 \end{pmatrix}$$

4. Алгоритм и ПО

В качестве ПО будем использовать Python с подключенными модулями:

- numpy - для работы с линейной алгеброй
- cvxpy - для работы с линейным программированием

5. Решение задачи

```
In [1]: import numpy as np
import cvxpy
```

```
In [2]: def solution(A, b, c, stock):
    x = cvxpy.Variable(shape=len(c), integer = False)
    minimum = min(stock)
    constraints = [(A[0] @ x >= b[0]*sum(x)),
                  (A[0] @ x <= b[1]*sum(x)),
                  (A[1] @ x <= b[2]*sum(x)),
                  (A[2] @ x <= b[3]*sum(x)),
                  (sum(x) <= 200),
                  (sum(x) >= minimum),
                  (x >= 0),
                  (x[0] <= stock[0]),
                  (x[1] <= stock[1]),
                  (x[2] <= stock[2])]

    total_value = -(c @ x)

    problem = cvxpy.Problem(cvxpy.Maximize(total_value), constraints=constraints)
    print('Минимальная стоимость', -round(problem.solve(), 3))
    print('Кол-во тонн материалов', np.abs(np.round(x.value, 3)))
    #print(problem.solve())
    #print(x.value)
```

6. Анализ

Проверим наш алгоритм на реальных данных:

```
In [3]: c = np.array([300,200,150]) # вектор стоимости
A = np.array([[0.15,0.15,0.17],
              [0.1,0.08,0.09],
              [0.007,0.003,0.005]]) # матрица кол-ва составов материалов
b = np.array([0.16, 0.18, 0.09, 0.005]) # вектор ограничений по ГОСТу
stock = np.array([150,100,75])
```

```
In [4]: solution(A, b, c, stock)
```

Минимальная стоимость 11250.0
Кол-во тонн материалов [0. 0. 75.]

Как мы видим, выплавка производится только из 3 материала, т.к. только его состав подходит по ограничениям. Необходимо пересмотреть состав материалов, чтобы ограничения по ГОСТу выполнялись.