## Alinhando a Estratégia de Busca com a Estrutura do Problema: Um Framework Metodológico para a Seleção de Algoritmos Meta-heurísticos

## Parte I: O Imperativo Teórico para a Seleção de Algoritmos

A seleção de um algoritmo de otimização em projetos de ciência e engenharia transcende a mera preferência ou conveniência; é uma decisão metodológica fundamental que exige uma justificação rigorosa. A necessidade dessa justificação não é uma questão de formalismo acadêmico, mas sim uma consequência direta de um dos resultados mais profundos e, por vezes, contraintuitivos da ciência da computação. Esta seção estabelece o alicerce teórico que torna a seleção de algoritmos uma etapa crítica e cientificamente defensável na pesquisa, fundamentando a discussão em princípios computacionais estabelecidos que governam os limites e o potencial dos métodos de busca heurística. A questão central a ser respondida é: "Por que devemos justificar nossa escolha de algoritmo?". A resposta reside nos Teoremas "No Free Lunch" (NFL), que definem o cenário para toda a disciplina de otimização heurística.

## 1.1 Os Teoremas "No Free Lunch" (NFL): Uma Fundação para a Especialização

Os Teoremas "No Free Lunch" (NFL), formulados por David Wolpert e William Macready, representam um pilar teórico na ciência da computação e otimização. O princípio central desses teoremas afirma que, quando o desempenho de qualquer algoritmo de otimização é calculado como uma média sobre o conjunto de todos os problemas possíveis, não há um algoritmo que seja superior a outro.¹ De forma ainda mais impactante, o teorema demonstra que, sob essas condições, nenhum algoritmo, por mais sofisticado que seja, pode ter um desempenho médio melhor do que uma busca aleatória simples.¹ Essa conclusão desafia diretamente as alegações históricas

de que um otimizador de "caixa-preta" poderia ser inerentemente superior a outro em um sentido universal.<sup>1</sup>

Formalmente, os teoremas NFL sustentam-se sob a condição de que a distribuição das funções objetivo seja invariante sob a permutação do domínio do problema.<sup>2</sup> Em termos mais simples, isso significa que os teoremas se aplicam se cada mapeamento possível de entradas para saídas for igualmente provável. Sob essa premissa, nenhum algoritmo pode explorar qualquer estrutura inerente ao problema para obter uma vantagem, pois, em média, não há estrutura a ser explorada.<sup>6</sup> Consequentemente, os teoremas NFL representam uma refutação formal e matemática da existência de um algoritmo de otimização de propósito geral que seja universalmente superior.<sup>3</sup>

Uma implicação crucial e direta dos teoremas NFL é a lei da conservação do desempenho. Se um algoritmo demonstra um desempenho superior em uma classe específica de problemas, ele deve, necessariamente, "pagar" por essa vantagem com um desempenho inferior em outras classes de problemas.<sup>2</sup> Isso estabelece a noção de um

trade-off de desempenho não como uma observação empírica, mas como uma lei fundamental da otimização. Não existe um "atalho" universal; a eficácia é sempre relativa ao contexto do problema.

A chave para superar as limitações impostas pelos teoremas NFL reside no uso de conhecimento *a priori* sobre a estrutura do problema. A melhoria do desempenho depende fundamentalmente do uso de informações prévias para alinhar os procedimentos de busca aos problemas específicos.<sup>2</sup> Quanto mais as suposições implícitas de um algoritmo estiverem alinhadas com a estrutura real do problema em questão, melhor será seu desempenho esperado.<sup>1</sup> Este princípio fornece a tese central para todo este relatório: a seleção de algoritmos não é uma escolha arbitrária, mas sim o processo deliberado e justificável de alinhar as suposições algorítmicas com a estrutura do problema.

Essa constatação teórica serve como o principal catalisador para o desenvolvimento e a aplicação da Análise da Paisagem de Fitness (Fitness Landscape Analysis - FLA). Se todos os algoritmos fossem, na prática, equivalentes para os problemas que enfrentamos, não haveria motivação científica ou prática para analisar a estrutura de um problema. O próprio surgimento e crescimento do campo da FLA é uma consequência direta da necessidade de escapar da condição de "média sobre todos os problemas" do teorema NFL. A FLA fornece as ferramentas necessárias para adquirir o conhecimento *a priori* que demonstra que um problema específico não é

uma amostra aleatória do conjunto de todos os problemas possíveis, justificando assim a seleção de um algoritmo especializado. Portanto, o teorema NFL não é apenas uma curiosidade teórica; é a justificação fundamental para toda a metodologia de projeto de algoritmos ciente da paisagem.

Adicionalmente, os teoremas NFL precipitaram uma mudança de paradigma no campo das meta-heurísticas. O foco da pesquisa expandiu-se da simples invenção de novos algoritmos para o desenvolvimento de uma ciência de *combinação* de algoritmos com problemas. Isso é evidenciado pelo surgimento de campos como meta-aprendizagem <sup>7</sup>, seleção automatizada de algoritmos <sup>8</sup> e hiper-heurísticas. <sup>10</sup> Esses campos tratam o "problema da seleção de algoritmos" como um desafio de pesquisa primário, um descendente intelectual direto das restrições impostas pelos teoremas NFL.

Uma compreensão nuançada dos teoremas também exige o conhecimento de quando eles *não* se aplicam. A literatura aponta para vários cenários de "almoço grátis" ("free lunch"), onde alguns algoritmos podem ser comprovadamente melhores que outros, mesmo em média, dentro de uma classe de problemas. Isso ocorre quando o conjunto de problemas não é fechado sob permutação ², como em contextos co-evolutivos ou em problemas com restrições fixas.<sup>4</sup> Para a maioria dos problemas práticos de engenharia, a presença de restrições e de uma estrutura inerente significa que quase nunca estamos operando em um verdadeiro mundo "sem almoço grátis". Isso torna a busca por um algoritmo superior uma empreitada científica válida e essencial, desde que seja fundamentada em uma análise rigorosa da estrutura do problema.

## Parte II: Quantificando o Espaço do Problema com a Análise da Paisagem de Fitness (FLA)

Tendo estabelecido no capítulo anterior *por que* é imperativo compreender a estrutura de um problema de otimização, esta seção aborda o *como*. A Análise da Paisagem de Fitness (Fitness Landscape Analysis - FLA) fornece o conjunto de ferramentas analíticas para caracterizar a topografia do espaço de busca. Ela permite traduzir conceitos abstratos e qualitativos, como "dificuldade" ou "rugosidade", em métricas concretas e quantificáveis. Este processo de quantificação é o que possibilita o alinhamento metodológico entre a estrutura do problema e a estratégia

de busca do algoritmo, transformando a seleção de algoritmos de uma arte em uma ciência.

## 2.1 Fundamentos da Análise da Paisagem de Fitness

O conceito de "paisagem de fitness" foi introduzido pela primeira vez no campo da genética por Sewall Wright em 1932. Originalmente, era uma metáfora visual para ajudar a compreender os processos evolutivos em espaços de alta dimensão. A analogia com paisagens reais provou ser tão intuitiva e poderosa que foi amplamente adotada na ciência da computação para descrever como os algoritmos de busca heurística operam e navegam em um espaço de soluções. 11

Formalmente, uma paisagem de fitness é definida por uma tupla composta por três elementos essenciais: (1) um conjunto X de todas as soluções candidatas (o espaço de busca); (2) uma função de vizinhança N, que define para cada solução x∈X um conjunto de soluções "vizinhas", estabelecendo uma noção de proximidade ou acessibilidade; e (3) uma função de fitness (ou objetivo) f:X→R, que atribui um valor de qualidade a cada solução.¹³ A definição da vizinhança

N é um componente crítico, pois é ela que induz a topologia da paisagem, determinando quais soluções estão "próximas" umas das outras. Essa vizinhança pode ser definida por operadores de busca (como uma mutação de bit) ou por uma métrica de distância subjacente.<sup>11</sup>

O objetivo principal da FLA e de sua implementação prática, a Análise Exploratória da Paisagem (Exploratory Landscape Analysis - ELA), é estimar e quantificar as características topográficas dessa paisagem a partir de uma amostra finita e limitada de soluções. Dado que a enumeração completa do espaço de busca é inviável para a maioria dos problemas interessantes, a ELA utiliza técnicas de amostragem para inferir as propriedades da paisagem global. Essa análise é de vital importância para uma variedade de tarefas subsequentes, incluindo a previsão do desempenho de meta-heurísticas, a automação da seleção de algoritmos, a classificação de problemas e o ajuste de parâmetros.

## 2.2 Métricas Chave da Paisagem para Caracterizar a Dificuldade do Problema

Para construir uma "imagem" quantitativa da paisagem de fitness, a FLA emprega um conjunto diversificado de métricas, cada uma capturando um aspecto diferente da estrutura do problema.

## 2.2.1 Estrutura Local e Rugosidade

A rugosidade de uma paisagem refere-se ao seu grau de irregularidade e, potencialmente, à sua capacidade de enganar um algoritmo de busca. Uma paisagem rugosa é caracterizada por um grande número de ótimos locais e uma alta variância no fitness de soluções vizinhas, o que pode dificultar a busca por um ótimo global.<sup>17</sup> A falha de meta-heurísticas na criptoanálise de cifras modernas, por exemplo, foi atribuída ao alto nível de rugosidade da paisagem de fitness das chaves criptográficas.<sup>17</sup> As principais métricas para quantificar a rugosidade incluem:

- Análise de Autocorrelação: Esta técnica mede o quão correlacionados são os valores de fitness de pontos separados por uma determinada distância ao longo de um passeio aleatório (random walk) na paisagem.<sup>18</sup> Uma função de autocorrelação que decai rapidamente indica que o fitness de pontos vizinhos é pouco correlacionado, sugerindo uma paisagem rugosa e difícil de navegar. Em contraste, um decaimento lento sugere uma paisagem mais suave e correlacionada.
- Medidas Entrópicas: Métricas como a Primeira Medida Entrópica de Rugosidade (First Entropic Measure - FEM) quantificam a rugosidade medindo o conteúdo de informação (entropia) de uma sequência de valores de fitness obtida a partir de um passeio aleatório.<sup>16</sup> Uma entropia alta corresponde a uma paisagem mais imprevisível e, portanto, mais rugosa.

#### 2.2.2 Estrutura Global e Modalidade

A modalidade de uma paisagem refere-se ao número de "picos" (ótimos locais) que ela possui. Uma paisagem unimodal tem apenas um pico, enquanto uma paisagem multimodal tem vários, o que representa um desafio significativo para algoritmos que tendem a convergir para o primeiro ótimo que encontram.<sup>20</sup> Para analisar essa

estrutura global, a seguinte ferramenta é particularmente poderosa:

• Redes de Ótimos Locais (Local Optima Networks - LONs): As LONs são uma abordagem sofisticada que modela a paisagem de fitness como um grafo. 12 Nesse grafo, os vértices representam os ótimos locais da paisagem, e as arestas indicam a possibilidade de transição entre suas respectivas bacias de atração por meio de um determinado mecanismo de busca. 21 As LONs comprimem a informação de todo o espaço de busca em uma estrutura de grafo gerenciável, revelando o número, a distribuição e o padrão de conectividade dos ótimos locais. 17 A visualização dessas bacias de atração pode fornecer uma imagem clara da estrutura global da paisagem, mostrando como as diferentes regiões ótimas estão interligadas. 11

## 2.2.3 Capacidade de Busca Global e Enganosidade

A capacidade de busca global (searchability) de uma paisagem está relacionada à existência de uma correlação global que possa guiar um algoritmo em direção a soluções melhores. Uma paisagem enganosa (deceptive) é aquela em que os gradientes locais apontam para longe do ótimo global.

- Correlação Fitness-Distância (Fitness-Distance Correlation FDC): Esta é uma das métricas mais críticas para avaliar a dificuldade global de uma paisagem. A FDC mede a correlação entre o valor de fitness de uma solução e sua distância até o ótimo global mais próximo conhecido.<sup>22</sup> A interpretação do coeficiente de correlação FDC é a seguinte:
  - Uma correlação forte e negativa (para problemas de maximização) ou positiva (para minimização) indica uma paisagem "fácil", onde a melhoria do fitness guia de forma confiável a busca em direção ao ótimo.
  - Uma correlação próxima de zero sugere que a paisagem oferece pouca ou nenhuma informação global para guiar a busca, resultando em um comportamento semelhante a um "passeio neutro".
  - Uma correlação forte e positiva (para maximização) ou negativa (para minimização) indica uma paisagem "enganosa" ou "desorientadora", onde a melhoria do fitness tende a afastar a busca do ótimo global.<sup>14</sup>

#### 2.2.4 Dispersão e Neutralidade

- Métrica de Dispersão (Dispersion Metric DM): A DM mede o quão agrupadas ou espalhadas estão as melhores soluções encontradas no espaço de busca.<sup>14</sup> Se os ótimos estiverem concentrados em uma pequena região, estratégias de intensificação podem ser favorecidas. Se estiverem amplamente dispersos, uma exploração mais robusta pode ser necessária.
- Neutralidade: A neutralidade refere-se à presença de grandes regiões (platôs) de soluções que possuem o mesmo valor de fitness. Essa característica pode ser problemática para algoritmos de busca local que dependem de melhorias estritas de fitness para navegar, podendo causar estagnação.<sup>14</sup>

A aplicação dessas métricas revela que a "dificuldade" de um problema não é um conceito monolítico. Uma paisagem pode ser difícil de maneiras diferentes e, por vezes, contraditórias. Por exemplo, uma paisagem pode ter uma estrutura local suave (baixa autocorrelação), facilitando a subida de colinas, mas ser globalmente enganosa (FDC desfavorável), prendendo a busca em uma bacia de atração subótima. Inversamente, uma paisagem pode ser localmente muito rugosa (alta entropia), dificultando o ajuste fino, mas possuir um forte gradiente global em direção ao ótimo (FDC favorável). Essa distinção é fundamental, pois explica por que um algoritmo de busca local simples pode falhar na primeira paisagem e por que um algoritmo global pode ter dificuldades na segunda. Essa natureza multifacetada da dificuldade motiva diretamente a necessidade de algoritmos híbridos, que serão discutidos na Parte III.

Além disso, o campo da FLA está evoluindo de um papel puramente descritivo para um papel prescritivo. Inicialmente, o objetivo era descrever paisagens e prever o desempenho de algoritmos.<sup>15</sup> No entanto, abordagens mais avançadas estão usando a FLA para ativamente moldar o problema. Por exemplo, algumas pesquisas exploram a evolução de funções de fitness para

*criar* uma paisagem que seja mais fácil para um simples algoritmo de subida de colina resolver.<sup>12</sup> Outras utilizam a FLA para encontrar faixas de parâmetros sensatas para a regularização de redes neurais, moldando ativamente a paisagem de erro para facilitar o treinamento.<sup>25</sup> Isso representa uma mudança de uma análise passiva para uma engenharia ativa do próprio problema de busca.

Finalmente, é crucial reconhecer que a própria paisagem não é uma propriedade imutável apenas do problema. Ela é uma co-criação do problema e da escolha do analista sobre a representação da solução e a definição de vizinhança. Pesquisas em problemas estruturados complexos, como a Seleção Automatizada de Modelos de

Machine Learning (AutoML), mostram que a escolha da métrica de distância pode alterar fundamentalmente as propriedades da paisagem medidas (como FDC e DM).<sup>14</sup> Isso implica que a análise deve ser consciente da representação e que métricas específicas do problema podem ser necessárias para capturar verdadeiramente a complexidade de espaços de busca estruturados.

A tabela a seguir sistematiza as ferramentas analíticas discutidas, servindo como um glossário de referência que conecta propriedades abstratas da paisagem às suas métricas concretas e computáveis.

Tabela 1: Uma Taxonomia das Principais Métricas de Análise da Paisagem de Fitness

Nome da Métrica	Definição	Propriedade da Paisagem Medida		
Autocorrelação	Correlação dos valores de fitness de pontos separados por uma dada distância em um passeio aleatório.	Rugosidade Local, Suavidade	18	
Medidas Entrópicas (ex: FEM)	Conteúdo de informação da sequência de valores de fitness de um passeio aleatório.	Rugosidade Local/Macro	16	
Redes de Ótimos Locais (LONs)	Representação em grafo onde os nós são ótimos locais e as arestas representam transições entre suas bacias.	Estrutura Global, Modalidade, Conectividade dos Ótimos	17	
Correlação Fitness-Distância (FDC)	Correlação entre o fitness de uma solução e sua distância ao ótimo	Capacidade de Busca Global, Enganosidade	14	

	global mais próximo.		
Métrica de Dispersão (DM)	Distância média entre os p% melhores soluções em uma amostra.	Distribuição de Soluções de Alta Qualidade (Agrupadas/Dispersa s)	14
Taxa de Neutralidade	Mede a prevalência de vizinhos neutros (soluções com fitness idêntico).	Presença de Platôs, Potencial de Estagnação da Busca	14

## Parte III: Uma Taxonomia de Comportamentos de Busca e Seus Ambientes Ideais

Este capítulo constitui o núcleo do relatório, abordando diretamente a questão central da pesquisa: como alinhar a estratégia de busca de um algoritmo com as características estruturais de um problema. Utilizando as métricas quantitativas da Análise da Paisagem de Fitness (FLA) introduzidas na Parte II, esta seção estabelece uma taxonomia de comportamentos de busca. Ela conecta sistematicamente classes de algoritmos — aqueles que priorizam a exploração global e aqueles que se concentram na intensificação local — aos tipos de paisagens para os quais são mais adequados. Por fim, examina-se a sinergia entre esses dois comportamentos, justificando a necessidade e a eficácia de abordagens híbridas.

# 3.1 Exploração Global para Paisagens Complexas: O Papel dos Algoritmos Baseados em População

O conceito de **exploração** refere-se à capacidade de um algoritmo de visitar regiões diversas e amplamente distribuídas do espaço de busca. O objetivo principal da exploração é evitar a convergência prematura para um ótimo local, garantindo que a busca tenha a oportunidade de descobrir bacias de atração promissoras que possam

estar distantes do ponto de partida inicial.<sup>26</sup>

Os **Algoritmos Genéticos (AGs)** são o arquétipo de um algoritmo focado na exploração.<sup>28</sup> Sua força reside na manutenção de uma população de soluções candidatas, que é processada em paralelo a cada geração.<sup>20</sup> Essa abordagem populacional permite que o algoritmo mantenha um registro de múltiplas regiões promissoras simultaneamente. Os principais mecanismos que impulsionam a exploração nos AGs são:

- Recombinação (Crossover): O operador de crossover é um dos principais motores da exploração. Ao combinar material genético (ou seja, componentes da solução) de dois ou mais pais, ele pode gerar descendentes que estão em pontos do espaço de busca muito distantes de seus progenitores. Isso permite que a busca realize "saltos" significativos, explorando novas combinações de blocos de construção promissores.<sup>30</sup>
- Mutação: A mutação introduz variação aleatória na população, alterando pequenas partes de uma solução individual. Sua função é crucial para manter a diversidade genética, impedindo que a população se torne homogênea e perca a capacidade de explorar. A mutação é o mecanismo que permite ao AG escapar de ótimos locais e continuar a busca em outras áreas.<sup>31</sup>

Devido a esses mecanismos, a literatura apoia fortemente a afirmação de que os AGs são particularmente eficazes em **paisagens de fitness rugosas e multimodais.**<sup>17</sup> Em uma paisagem rugosa, onde os gradientes locais são enganosos, a capacidade do AG de realizar saltos não locais através do crossover é uma vantagem distinta. Em paisagens multimodais, a abordagem baseada em população é inerentemente adequada para descobrir e manter múltiplos ótimos simultaneamente.<sup>20</sup>

No entanto, para problemas de otimização multimodal onde o objetivo é encontrar o maior número possível de ótimos (globais e/ou locais), um AG padrão ainda pode, eventualmente, convergir para um único pico dominante. Para resolver isso, foram desenvolvidas **técnicas de niching (formação de nichos)**. Métodos como *fitness sharing* e *crowding* modificam o processo de seleção para penalizar soluções em regiões densamente povoadas da paisagem, incentivando a formação e manutenção de subpopulações estáveis em torno de diferentes ótimos. Isso preserva a diversidade e permite a descoberta de múltiplas soluções de alta qualidade em uma única execução do algoritmo.<sup>20</sup>

## Algoritmos Baseados em Trajetória

Em contraste com a exploração, a **explotação** (ou **intensificação**) é o processo de refinar soluções dentro de uma região promissora do espaço de busca que já foi identificada. O foco aqui não é descobrir novas áreas, mas sim explorar minuciosamente a vizinhança de uma boa solução existente na esperança de encontrar uma ainda melhor.<sup>27</sup>

A **Busca Local (BL)** e seus derivados, como o **Hill Climbing (HC)**, são os arquétipos dos algoritmos de intensificação. Esses métodos operam em uma única solução candidata de cada vez, movendo-se iterativamente de uma solução para uma vizinha com melhor valor de fitness. Eles são os blocos de construção fundamentais da explotação. O mecanismo central é uma busca gulosa (greedy) dentro de uma vizinhança definida. O algoritmo segue um caminho de melhoria contínua na paisagem de fitness até atingir um ponto a partir do qual nenhum movimento para um vizinho resulta em melhoria — um ótimo local. 12

Os métodos de busca local são altamente eficazes e eficientes em **paisagens de fitness suaves, unimodais ou bem-estruturadas**, onde existe um gradiente claro em direção ao ótimo.<sup>40</sup> Em tais paisagens, o caminho para o ótimo não é enganoso, e a estratégia gulosa é suficiente para encontrá-lo rapidamente. Evidências sugerem que em paisagens mais suaves, a perda de diversidade (ou linhagens genéticas em um contexto evolutivo) é mais rápida, o que é um sinal de uma boa busca convergente.<sup>41</sup>

A principal fraqueza da busca local pura é sua tendência a ficar presa no primeiro ótimo local que encontra.<sup>29</sup> Como não possui um mecanismo inerente para escapar de picos subótimos, seu desempenho é severamente degradado em paisagens rugosas ou multimodais, tornando-a inadequada como um algoritmo autônomo para problemas complexos.

# 3.3 A Sinergia Exploração-Explotação: Justificando a Hibridização com Algoritmos Meméticos (AMs)

Uma busca eficaz para problemas de otimização complexos raramente depende exclusivamente de exploração ou de explotação. Em vez disso, requer um equilíbrio

delicado entre os dois.<sup>26</sup> Uma ênfase excessiva na exploração pode levar a uma busca errante que nunca converge para uma solução de alta qualidade. Por outro lado, uma ênfase excessiva na explotação leva à convergência prematura em ótimos locais, muitas vezes de baixa qualidade.<sup>27</sup>

Os **Algoritmos Meméticos (AMs)**, também conhecidos como Algoritmos Genéticos Híbridos, surgiram como uma solução sofisticada e poderosa para gerenciar esse dilema. Eles são frequentemente descritos como um "casamento entre uma busca global baseada em população e procedimentos de melhoria local".<sup>32</sup> Os AMs representam uma síntese dos dois comportamentos de busca, projetada para explorar suas sinergias.<sup>44</sup>

O mecanismo de sinergia nos AMs é a incorporação de um procedimento de busca local dentro do ciclo de vida de um algoritmo genético.<sup>28</sup> O processo funciona da seguinte forma:

- 1. **Exploração Global:** Os operadores do AG (crossover e mutação) atuam no nível da população para realizar a exploração ampla do espaço de busca, identificando bacias de atração promissoras.
- 2. **Intensificação Local:** Após a criação de um novo indivíduo (descendente) por meio de crossover ou mutação, um procedimento de busca local é aplicado a ele. Essa busca local rapidamente "sobe a colina" a partir do ponto inicial do descendente para encontrar o ótimo local dentro daquela bacia de atração.<sup>35</sup>

Essa hibridização permite que o algoritmo se beneficie da diversidade e da capacidade de exploração global da abordagem populacional, ao mesmo tempo que supera sua lentidão na convergência e no ajuste fino, graças à eficiência da busca local. Uma analogia poderosa é a que contrasta a "evolução biológica" dos AGs com a "evolução cultural" dos AMs. Em um AG, as características são passadas geneticamente no "nascimento" (crossover/mutação). Em um AM, um indivíduo pode "aprender" durante sua vida (a fase de busca local) e passar esse conhecimento adquirido. Esse mecanismo de tipo Lamarckiano é o que torna os AMs ordens de magnitude mais eficientes em muitos problemas.

A literatura demonstra consistentemente que os AMs superam tanto os AGs puros quanto as buscas locais puras em uma vasta gama de problemas NP-difíceis do mundo real, como o Problema do Caixeiro Viajante (TSP) e o Problema de Alocação Quadrática (QAP), que exibem uma mistura de estrutura global e local.<sup>18</sup>

A tabela a seguir resume e compara as estratégias de meta-heurísticas discutidas, fornecendo um framework claro para a seleção de algoritmos com base no

comportamento de busca e nas características da paisagem.

Tabela 2: Um Framework Comparativo de Estratégias Meta-heurísticas

Classe de Algoritmo	Comporta mento de Busca Primário	Mecanism o(s) Central(is)	Tipo de Paisagem Ideal	Pontos Fortes	Pontos Fracos	Referência s Chave
Algoritmo Genético (AG)	Exploraçã o (Global)	Busca baseada em população , Crossover, Mutação	Rugosa, Multimoda I, Enganosa	Evita ótimos locais, Encontra soluções diversas	Convergê ncia lenta, Ruim em ajuste fino (explotaçã o)	20
Busca Local / Hill Climbing	Explotaçã o (Local)	Busca baseada em trajetória, Moviment os gulosos na vizinhança	Suave, Unimodal, Alto FDC	Convergê ncia rápida, Ajuste fino eficiente	Facilment e preso em ótimos locais, Exploraçã o pobre	12
Algoritmo Memético (AM)	<b>Híbrido</b> (Balancea do)	AG para exploraçã o + BL para intensifica ção dentro das gerações	Complexa, Estrutura mista (Problema s NP-difícei s do mundo real)	O melhor de ambos os mundos, Robusto, Alto desempen ho	Mais parâmetro s para ajustar, Computac ionalment e intensivo	35

## Parte IV: Da Teoria à Prática: Validação e Conceitos Avançados

Após estabelecer o framework teórico que conecta a estrutura do problema aos

comportamentos de busca, esta parte final ancora toda a discussão na prática. Ela demonstra como os princípios de seleção de algoritmos ciente da paisagem são aplicados a problemas de otimização combinatória bem conhecidos e desafiadores. Além disso, projeta o olhar para o estado da arte e o futuro da seleção de algoritmos, onde o próprio processo de escolha está sendo automatizado por meio de metodologias adaptativas e de alto nível, como as hiper-heurísticas.

## 4.1 Estudos de Caso em Seleção de Algoritmos Ciente da Paisagem

A aplicação prática da Análise da Paisagem de Fitness (FLA) para guiar a seleção e o projeto de algoritmos é melhor ilustrada por meio de estudos de caso em problemas canônicos da literatura. Esses exemplos demonstram um ciclo virtuoso onde a análise informa o projeto, levando a soluções de maior desempenho.

- O Problema de Alocação Quadrática (QAP): O QAP é um problema NP-difícil clássico com vastas aplicações, frequentemente usado para testar a eficácia de novas meta-heurísticas. A literatura mostra que a FLA é uma ferramenta indispensável para entender as instâncias do QAP. Pesquisas realizam análises detalhadas da paisagem para classificar diferentes instâncias do QAP de acordo com sua dificuldade para heurísticas de busca local. 18 Métricas como a epistasia (a interdependência entre as decisões de alocação), a rugosidade (medida pela autocorrelação) e a Correlação Fitness-Distância (FDC) são calculadas para prever o desempenho de diferentes tipos de Algoritmos Meméticos (AMs). Por exemplo, a análise pode revelar que uma instância específica possui uma paisagem globalmente enganosa, mas com bacias de atração suaves, sugerindo que um AM com um operador de recombinação forte (para exploração global) e uma busca local simples (para intensificação) seria a escolha mais eficaz.<sup>18</sup> Outros estudos utilizam a FLA para realizar comparações justas entre solucionadores comerciais e implementações de código aberto em variantes do QAP, como o Problema de Alocação Quadrática Generalizado (GQAP), fornecendo uma base objetiva para a seleção de algoritmos em cenários práticos.9
- O Problema do Caixeiro Viajante (TSP): Sendo um caso especial do QAP <sup>48</sup>, o
  TSP é outro problema canônico que tem sido um campo de testes fértil para a
  FLA. A análise da paisagem no TSP vai além da simples previsão de desempenho;
  ela inspira o projeto de algoritmos fundamentalmente novos. Um estudo de caso
  notável analisou a "nuvem de fitness" das soluções do TSP, observando a

contribuição de arestas individuais (ou seja, conexões entre duas cidades) para a qualidade das rotas ótimas. Essa análise levou ao desenvolvimento de um novo AG baseado na ponderação de arestas, onde o algoritmo aprende quais arestas são mais propensas a fazer parte de soluções de alta qualidade e as favorece durante a recombinação. Essa abordagem, diretamente inspirada pela análise da paisagem, demonstrou superar significativamente muitas outras abordagens heurísticas para o TSP.<sup>49</sup> Isso exemplifica um nível mais profundo de interação, onde a FLA não apenas guia a seleção de um algoritmo existente, mas também catalisa a invenção de um novo.

Esses estudos de caso revelam um ciclo de feedback sofisticado e poderoso. A FLA não é apenas uma ferramenta de análise post-hoc. Os resultados da análise da paisagem em problemas como o TSP e o QAP informam diretamente o projeto de algoritmos novos e superiores. <sup>18</sup> Isso demonstra um processo científico maduro, onde a compreensão da estrutura do problema (a "ciência") leva diretamente a melhores soluções de engenharia (o "algoritmo").

### 4.2 O Futuro da Seleção de Algoritmos: Hiper-Heurísticas Adaptativas

Em muitos cenários do mundo real, especialmente em ambientes dinâmicos onde as características do problema (como custos, restrições ou objetivos) mudam ao longo do tempo, uma escolha estática de um algoritmo ou de seus parâmetros é inerentemente subótima. A paisagem de fitness pode se transformar, tornando um algoritmo que era eficaz em um momento, ineficaz no momento seguinte. Isso motiva a necessidade de automatizar e adaptar o processo de seleção de algoritmos em tempo real.

As **hiper-heurísticas** representam uma resposta a esse desafio. Elas são metodologias de busca de alto nível que não operam diretamente no espaço de soluções do problema, mas sim no espaço de heurísticas.<sup>7</sup> Uma hiper-heurística gerencia, seleciona ou gera um conjunto de heurísticas de baixo nível (por exemplo, diferentes operadores de mutação, várias estratégias de busca local, ou até mesmo meta-heurísticas completas) para resolver o problema.

O poder das hiper-heurísticas modernas reside em seus **mecanismos adaptativos**. Em vez de usar uma regra fixa, uma hiper-heurística adaptativa emprega aprendizado online para escolher inteligentemente qual heurística de baixo nível aplicar em qualquer momento, com base em seu desempenho recente.<sup>51</sup> Isso cria um sistema que pode equilibrar dinamicamente a exploração e a explotação. Por exemplo, o sistema pode aprender que, após uma mudança no ambiente, aplicar um operador de mutação forte (exploração) é mais útil para encontrar novas regiões promissoras. Uma vez que uma nova área promissora é localizada, o sistema pode mudar para uma busca local específica (explotação) para refinar rapidamente a solução naquela área.<sup>53</sup>

Implementações de ponta, como o HyperDE, utilizam uma estrutura de duas camadas: um algoritmo genético de alto nível explora o espaço de possíveis configurações de algoritmos (por exemplo, diferentes conjuntos de parâmetros para o algoritmo de Evolução Diferencial), enquanto os agentes de baixo nível, cada um com uma configuração diferente, realizam a busca real no problema.<sup>54</sup> Isso automatiza todo o processo de adequação do algoritmo ao estado do problema, representando o ápice da seleção de algoritmos ciente da paisagem.

Essa evolução em direção às hiper-heurísticas revela uma generalização poderosa do conceito central de exploração-explotação. Enquanto uma meta-heurística padrão equilibra exploração e explotação no espaço de soluções, uma hiper-heurística faz o mesmo em um nível mais alto de abstração: ela equilibra a exploração e a explotação no espaço de heurísticas. Ela deve "explorar" ao tentar heurísticas que não foram usadas recentemente, mas que podem ser eficazes agora, e "explotar" ao continuar usando as heurísticas que estão apresentando bom desempenho no momento.

A trajetória da pesquisa em otimização revela uma natureza recursiva fascinante. Primeiro, projetamos algoritmos (como AGs e BL) para buscar em uma paisagem de soluções. Em seguida, descobrimos que selecionar e parametrizar esses algoritmos é, em si, um problema de busca difícil. Então, projetamos meta-algoritmos (como meta-aprendizagem e hiper-heurísticas) para buscar na paisagem de algoritmos. <sup>14</sup> Isso sugere que os princípios da FLA e o trade-off exploração-explotação são conceitos fundamentais que se aplicam em múltiplos níveis de abstração no campo da inteligência computacional.

## Conclusão

Este relatório estabeleceu um framework metodológico para a seleção de algoritmos meta-heurísticos, fundamentado na premissa de que a escolha de um algoritmo de

otimização é uma decisão científica, baseada em dados e rigorosamente justificável. A análise demonstrou que essa justificação não é arbitrária, mas sim uma necessidade imposta pelos princípios teóricos da computação e uma prática possibilitada por um conjunto robusto de ferramentas analíticas.

A jornada começou com os Teoremas "No Free Lunch", que estabelecem o imperativo teórico para a especialização. Ao provar que nenhum algoritmo pode ser universalmente superior em todos os problemas, os teoremas NFL nos forçam a abandonar a busca por uma "bala de prata" e, em vez disso, nos concentrar em alinhar a estratégia de busca com a estrutura inerente do problema em questão.

A Análise da Paisagem de Fitness (FLA) foi apresentada como o conjunto de ferramentas que nos permite realizar esse alinhamento. Através de métricas como autocorrelação, redes de ótimos locais e correlação fitness-distância, a FLA transforma a paisagem de busca de uma metáfora abstrata em um objeto de análise quantitativa. Ela nos permite caracterizar um problema em termos de sua rugosidade local, estrutura global, modalidade e grau de enganosidade, fornecendo o conhecimento *a priori* necessário para escapar das garras dos teoremas NFL.

Com base nessa caracterização, o framework de exploração-explotação fornece a lógica para a seleção. Foi demonstrado que algoritmos baseados em população, como os Algoritmos Genéticos, com sua ênfase na exploração global, são naturalmente adequados para paisagens rugosas e multimodais, onde a capacidade de realizar saltos não locais e manter a diversidade é primordial. Em contrapartida, algoritmos baseados em trajetória, como a Busca Local, com sua ênfase na intensificação, são mais eficazes em paisagens suaves e bem-estruturadas, onde podem convergir rapidamente para o ótimo.

A síntese final dessa dicotomia é encontrada nos Algoritmos Meméticos, que hibridizam a exploração global dos AGs com a intensificação local da BL. Essa abordagem sinérgica, que combina a evolução biológica geracional com o aprendizado cultural ao longo da vida, provou ser uma das estratégias mais robustas e de maior desempenho para os complexos problemas de otimização NP-difíceis encontrados na ciência e na engenharia.

Portanto, uma abordagem ciente da paisagem, que alinha o poder exploratório dos AGs com paisagens rugosas e o poder de intensificação da BL com paisagens mais suaves — idealmente em um híbrido sinérgico como um AM — constitui uma metodologia robusta e justificável para enfrentar problemas de otimização complexos. A evolução contínua em direção a hiper-heurísticas adaptativas, que

automatizam esse processo de alinhamento em tempo real, representa o próximo passo lógico neste paradigma rigoroso e baseado em evidências, prometendo sistemas de otimização ainda mais inteligentes e autônomos para os desafios do futuro.

#### Referências citadas

- No Free Lunch Theorem for Machine Learning Machine Learning Mastery.com, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://machinelearningmastery.com/no-free-lunch-theorem-for-machine-learning">https://machinelearningmastery.com/no-free-lunch-theorem-for-machine-learning/</a>
- 2. No free lunch in search and optimization Wikipedia, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/No free lunch in search and optimization">https://en.wikipedia.org/wiki/No free lunch in search and optimization</a>
- 3. No Free Lunch Theorem in Optimization Number Analytics, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.numberanalytics.com/blog/no-free-lunch-theorem-optimization-algorithms">https://www.numberanalytics.com/blog/no-free-lunch-theorem-optimization-algorithms</a>
- (PDF) No Free Lunch Theorem: A Review ResearchGate, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.researchgate.net/publication/333007007\_No\_Free\_Lunch\_Theorem\_A Review">https://www.researchgate.net/publication/333007007\_No\_Free\_Lunch\_Theorem\_A Review</a>
- 5. Simple explanation of the no free lunch theorem of optimization ..., acessado em julho 28, 2025, <a href="https://faculty.cc.gatech.edu/~isbell/reading/papers/nfl-optimization-explanation.pdf">https://faculty.cc.gatech.edu/~isbell/reading/papers/nfl-optimization-explanation.pdf</a>
- 6. medium.com, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://medium.com/@adnanmasood/no-free-lunch-theorem-and-its-foundation-al-implications-for-algorithm-selection-in-artificial-5fc49c218d76#:~:text=ln%20-optimization%20terms%2C%20%E2%80%9Cthere%20is.get%20an%20edge%20%5B24%5D.
- 7. Meta-learning on Flowshop using Fitness Landscape Analysis CMAP, acessado em julho 28, 2025, <a href="http://www.cmap.polytechnique.fr/~nikolaus.hansen/proceedings/2019/GECCO/proceedings/proceedings/files/pap524s3-file1.pdf">http://www.cmap.polytechnique.fr/~nikolaus.hansen/proceedings/2019/GECCO/proceedings/proceedings/files/pap524s3-file1.pdf</a>
- 8. Fitness Histograms of Expert-Defined Problem Classes in Fitness Landscape Classification SciTePress, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.scitepress.org/Papers/2024/129239/129239.pdf">https://www.scitepress.org/Papers/2024/129239/129239.pdf</a>
- Algorithm Selection on Generalized Quadratic Assignment Problem Landscapes -CMAP, acessado em julho 28, 2025, <a href="http://www.cmap.polytechnique.fr/~nikolaus.hansen/proceedings/2018/GECCO/proceedings/proceedings/pap488s3-file1.pdf">http://www.cmap.polytechnique.fr/~nikolaus.hansen/proceedings/2018/GECCO/proceedings/proceedings/pap488s3-file1.pdf</a>
- 10. Evolutionary Algorithm-Based Iterated Local Search Hyper-Heuristic for Combinatorial Optimization Problems MDPI, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.mdpi.com/1999-4893/15/11/405">https://www.mdpi.com/1999-4893/15/11/405</a>
- 11. (PDF) A Comprehensive Survey on Fitness Landscape Analysis, acessado em

- iulho 28, 2025.
- https://www.researchgate.net/publication/225336568\_A\_Comprehensive\_Survey\_on\_Fitness\_Landscape\_Analysis
- 12. From fitness landscapes evolution to automatic local search ..., acessado em julho 28, 2025.
  - https://www.researchgate.net/publication/347118384\_From\_fitness\_landscapes\_e\_volution\_to\_automatic\_local\_search\_algorithm\_generation\_
- 13. A Survey of Advances in Landscape Analysis for Optimisation MDPI, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.mdpi.com/1999-4893/14/2/40">https://www.mdpi.com/1999-4893/14/2/40</a>
- 14. (PDF) On the Effect of Solution Representation and Neighborhood ..., acessado em julho 28, 2025, https://www.researchgate.net/publication/369683579. On the Effect of Solution
  - https://www.researchgate.net/publication/369683579 On the Effect of Solution Representation and Neighborhood Definition in AutoML Fitness Landscapes
- 15. Fitness landscape measures for analysing the topology of the feasible region of an optimisation problem SciELO SA, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://scielo.org.za/scielo.php?script=sci\_arttext&pid=S2224-789020230003000">https://scielo.org.za/scielo.php?script=sci\_arttext&pid=S2224-789020230003000</a> 21
- 16. (PDF) Fitness Landscape Analysis of Weight-Elimination Neural ..., acessado em julho 28, 2025,
  - https://www.researchgate.net/publication/320649032\_Fitness\_Landscape\_Analysis\_of\_Weight-Elimination\_Neural\_Networks
- 17. Fitness Landscape Analysis of Block Ciphers for Cryptanalysis using Metaheuristics International Journal of Engineering Trends and Technology, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://ijettjournal.org/archive/ijett-v70i6p227">https://ijettjournal.org/archive/ijett-v70i6p227</a>
- 18. Fitness landscape analysis and memetic algorithms for the quadratic ..., acessado em julho 28, 2025,
  - https://www.researchgate.net/publication/3418611\_Fitness\_landscape\_analysis\_and\_memetic\_algorithms for the quadratic assignment\_problem
- 19. fitness landscapes and the andrews-curtis conjecture Graham Kendall, acessado em julho 28, 2025,
  - https://www.graham-kendall.com/papers/sgke2012.pdf
- 20. Effect of a Push Operator in Genetic Algorithms for Multimodal Optimization Michigan State University, acessado em julho 28, 2025, https://www.egr.msu.edu/~kdeb/papers/c2017008.pdf
- 21. Exploring Structural Similarity in Fitness Landscapes via Graph Data Mining: A Case Study on Number Partitioning Problems IJCAI, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.iicai.org/proceedings/2023/0621.pdf">https://www.iicai.org/proceedings/2023/0621.pdf</a>
- 22. (PDF) Fitness Distance Correlation as a Measure of Problem ..., acessado em julho 28, 2025,
  - https://www.researchgate.net/publication/216300862\_Fitness\_Distance\_Correlation\_as\_a\_Measure\_of\_Problem\_Difficulty\_for\_Genetic\_Algorithms
- 23. Fitness Distance Correlation, as statistical measure of Genetic Algorithm ResearchGate, acessado em julho 28, 2025,
  <a href="https://www.researchgate.net/publication/220837481\_Fitness\_Distance\_Correlation\_as\_statistical\_measure\_of\_Genetic\_Algorithm">https://www.researchgate.net/publication/220837481\_Fitness\_Distance\_Correlation\_as\_statistical\_measure\_of\_Genetic\_Algorithm</a>

- 24. Towards a theory of landscapes | Request PDF ResearchGate, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.researchgate.net/publication/226990104\_Towards\_a\_theory\_of\_landscapes">https://www.researchgate.net/publication/226990104\_Towards\_a\_theory\_of\_landscapes</a>
- 25. Fitness Landscape Analysis of Weight-Elimination Neural Networks University of Pretoria, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://repository.up.ac.za/server/api/core/bitstreams/55c8a647-bb46-403e-a657">https://repository.up.ac.za/server/api/core/bitstreams/55c8a647-bb46-403e-a657</a> -ddafbad9710d/content
- 26. (PDF) Exploration-Exploitation Tradeoffs in Metaheuristics: A Review, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.researchgate.net/publication/388477030\_Exploration-Exploitation\_Tradeoffs">https://www.researchgate.net/publication/388477030\_Exploration-Exploitation\_Tradeoffs</a> in Metaheuristics A Review
- 27. Exploration-exploitation tradeoffs in metaheuristics: Survey and analysis ResearchGate, acessado em julho 28, 2025,
  <a href="https://www.researchgate.net/publication/286650592">https://www.researchgate.net/publication/286650592</a> Exploration-exploitation\_tradeoffs\_in\_metaheuristics\_Survey\_and\_analysis
- 28. On the performance of a hybrid genetic algorithm in dynamic environments Digital Commons @ Wayne State, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://digitalcommons.wayne.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1045&context=ma">https://digitalcommons.wayne.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1045&context=ma</a> thfrp
- 29. A review on genetic algorithm: past, present, and future PMC, acessado em julho 28, 2025, https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC7599983/
- 30. (PDF) A Comparative Study of Evolutionary Algorithms ResearchGate, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.researchgate.net/publication/260984091\_A\_Comparative\_Study\_of\_Evolutionary\_Algorithms">https://www.researchgate.net/publication/260984091\_A\_Comparative\_Study\_of\_Evolutionary\_Algorithms</a>
- 31. (PDF) A saw-tooth genetic algorithm combining the effects of variable population size and reinitialization to enhance performance ResearchGate, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.researchgate.net/publication/3418865">https://www.researchgate.net/publication/3418865</a> A saw-tooth genetic algorit hm combining the effects of variable population size and reinitialization to enhance performance
- 32. A Memetic Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows dodccrp.org, acessado em julho 28, 2025, <a href="http://www.dodccrp.org/events/7th-ICCRTS/Tracks/pdf/035.PDF">http://www.dodccrp.org/events/7th-ICCRTS/Tracks/pdf/035.PDF</a>
- 33. A Cumulative Multi-Niching Genetic Algorithm for ... Matt Hall, acessado em julho 28, 2025, <a href="http://matt-hall.ca/docs/hall">http://matt-hall.ca/docs/hall</a> 2012 acm.pdf
- 34. A Species-Conserving Genetic Algorithm for Multimodal Optimization NSUWorks, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://nsuworks.nova.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1103&context=gscis\_etd">https://nsuworks.nova.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1103&context=gscis\_etd</a>
- 35. Memetic Algorithms Université Angers, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://leria-info.univ-angers.fr/~jinkao.hao/papers/MetaHeuristicsHaoLai2023.pdf">https://leria-info.univ-angers.fr/~jinkao.hao/papers/MetaHeuristicsHaoLai2023.pdf</a>
- 36. An Intensive and Comprehensive Overview of JAYA Algorithm, its Versions and Applications, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC8155802/">https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC8155802/</a>

- 37. Discovering new robust local search algorithms with neuro-evolution arXiv, acessado em julho 28, 2025, https://arxiv.org/html/2501.04747v1
- 38. Landscape Analysis and Solver Reconfiguration ... Université de Lille, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://pepite-depot.univ-lille.fr/LIBRE/EDMADIS/2023/2023ULILB040.pdf">https://pepite-depot.univ-lille.fr/LIBRE/EDMADIS/2023/2023ULILB040.pdf</a>
- 39. Discovering new robust local search algorithms with neuro-evolution arXiv, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://arxiv.org/pdf/2501.04747">https://arxiv.org/pdf/2501.04747</a>
- 40. Juan Julián Merelo Guervós National Academic Digital Library of Ethiopia, acessado em julho 28, 2025, <a href="http://ndl.ethernet.edu.et/bitstream/123456789/32754/1/325.Juan%20Juli%C3%A1n%20Merelo%20Guerv%C3%B3s.pdf">http://ndl.ethernet.edu.et/bitstream/123456789/32754/1/325.Juan%20Juli%C3%A1n%20Merelo%20Guerv%C3%B3s.pdf</a>
- 41. An Analysis of Diversity in Genetic Programming Graham Kendall, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.graham-kendall.com/papers/g2004.pdf">https://www.graham-kendall.com/papers/g2004.pdf</a>
- 42. Classification of Adaptive Memetic Algorithms: A Comparative Study, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://sci2s.ugr.es/sites/default/files/files/Teaching/OtherPostGraduateCourses/FutureDirectionsinSoftComputing/Bibliografia/Classification%20of%20AMA-2.pdf">https://sci2s.ugr.es/sites/default/files/files/Teaching/OtherPostGraduateCourses/FutureDirectionsinSoftComputing/Bibliografia/Classification%20of%20AMA-2.pdf</a>
- 43. Exploration-Exploitation Tradeoffs in Metaheuristics: A Review Asian Online Journals, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://ajouronline.com/index.php/AJAS/article/view/7338">https://ajouronline.com/index.php/AJAS/article/view/7338</a>
- 44. (PDF) Memetic algorithms ResearchGate, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.researchgate.net/publication/332109262">https://www.researchgate.net/publication/332109262</a> Memetic algorithms
- 45. SCI 379 Memetic Algorithms in Discrete Optimization, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://cse.tongji.edu.cn/\_upload/article/files/57/2b/a419b6c140d3b3798e72b2ef601c/0243f123-eee4-4638-9e36-5f5ff232368e.pdf">https://cse.tongji.edu.cn/\_upload/article/files/57/2b/a419b6c140d3b3798e72b2ef601c/0243f123-eee4-4638-9e36-5f5ff232368e.pdf</a>
- 46. Combining Genetic Algorithm with Local Search Method in Solving Optimization Problems, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.mdpi.com/2079-9292/13/20/4126">https://www.mdpi.com/2079-9292/13/20/4126</a>
- 47. Memetic Algorithms for Combinatorial Optimization Problems, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/dissts/Siegen/Merz2000.pdf">https://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/dissts/Siegen/Merz2000.pdf</a>
- 48. arXiv:2403.02783v1 [cs.Al] 5 Mar 2024, acessado em julho 28, 2025, https://arxiv.org/pdf/2403.02783
- 49. Fitness Landscape Analysis and Edge Weighting-Based Optimization of Vehicle Routing Problems MDPI, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.mdpi.com/2227-9717/8/11/1363">https://www.mdpi.com/2227-9717/8/11/1363</a>
- 50. Selection Hyper-heuristics for Population-based Meta-heuristics in Continuous Dynamic Environments Andries Engelbrecht, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://engel.pages.cs.sun.ac.za/files/stefanVanDerStockt.pdf">https://engel.pages.cs.sun.ac.za/files/stefanVanDerStockt.pdf</a>
- 51. Hyper-Heuristic Based on ACO and Local Search for Dynamic Optimization Problems, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.mdpi.com/1999-4893/15/1/9">https://www.mdpi.com/1999-4893/15/1/9</a>
- 52. A Flexible and Adaptive Hyper-heuristic Approach for (Dynamic) Capacitated Vehicle Routing Problems | Request PDF ResearchGate, acessado em julho 28, 2025,
  - https://www.researchgate.net/publication/262276940\_A\_Flexible\_and\_Adaptive\_H

- yper-heuristic Approach for Dynamic Capacitated Vehicle Routing Problems
- 53. Active Exploration in Dynamic Environments Carnegie Mellon University's Robotics Institute, acessado em julho 28, 2025, <a href="https://www.ri.cmu.edu/pub\_files/pub1/thrun\_sebastian\_1992\_2/thrun\_sebastian\_1992\_2.pdf">https://www.ri.cmu.edu/pub\_files/pub1/thrun\_sebastian\_1992\_2/thrun\_sebastian\_1992\_2.pdf</a>
- 54. HyperDE: An Adaptive Hyper-Heuristic for Global Optimization MDPI, acessado em julho 28, 2025, https://www.mdpi.com/1999-4893/16/9/451