

3. Make a figure similar to Figure 14.6b, but for three stages of the Reeds-Shepp car.

14.2. REACHABILITY AND COMPLETENESS

803

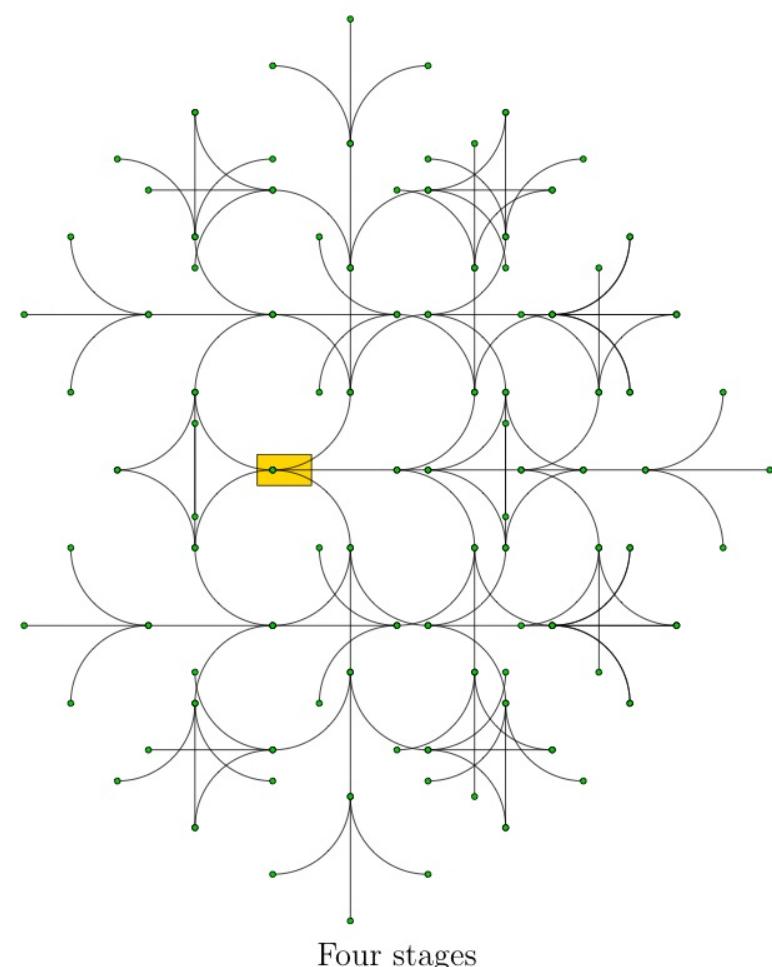
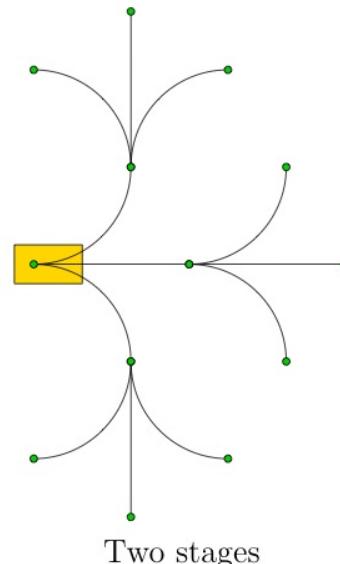
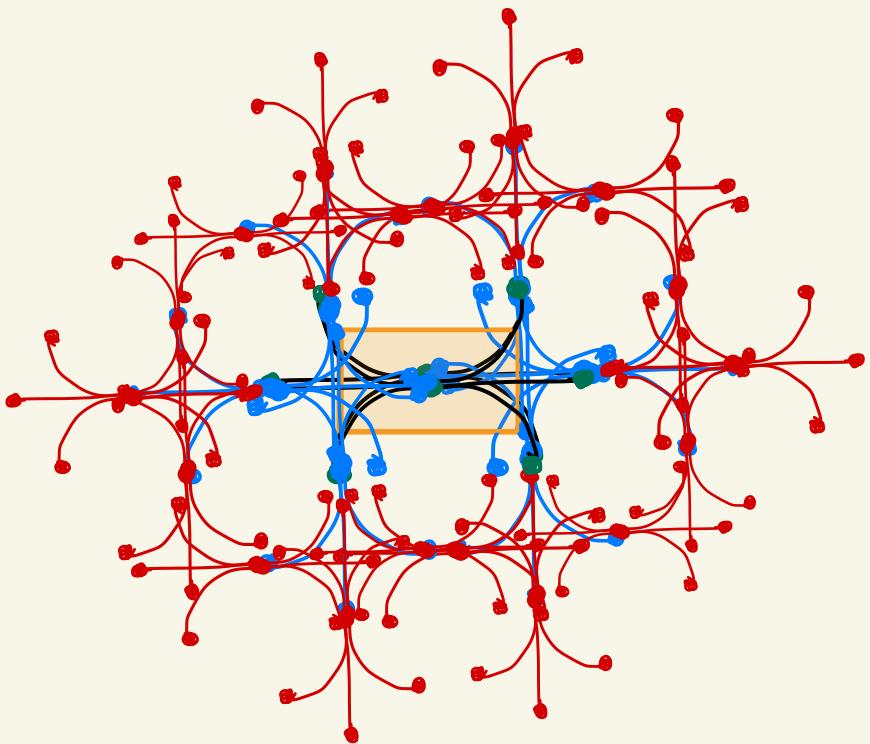


Figure 14.6: A reachability tree for the Dubins car with three actions. The k th stage produces 3^k new vertices.



3 - stage reachability tree for
Reeds-Shepp car

2. (10 points) Explain why it is more difficult to define a distance metric that leads to good performance for a non-holonomic motion planning problem than a holonomic one. Use a car as an example that illustrates this difficulty and include diagrams.

Car example:

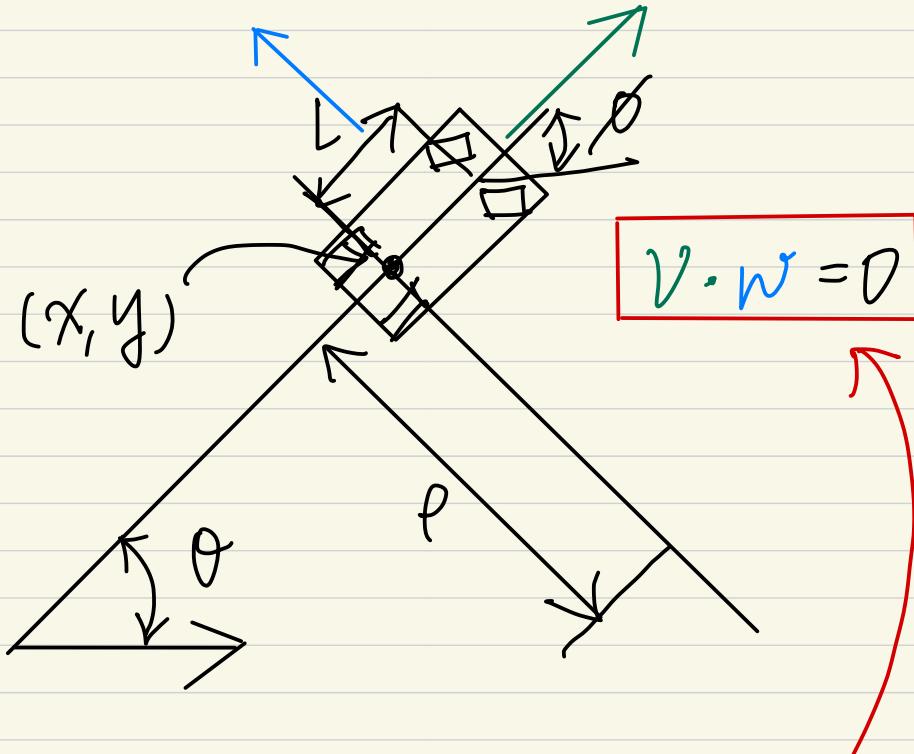
$$W = \begin{bmatrix} -\sin\theta & 1 \\ \cos\theta & 0 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

Motion model:

$$\dot{x} = u_s \cos \theta$$

$$\dot{y} = u_s \sin \theta$$

$$\dot{\theta} = \frac{u_s}{L} \tan u_\phi$$



u_s : Speed

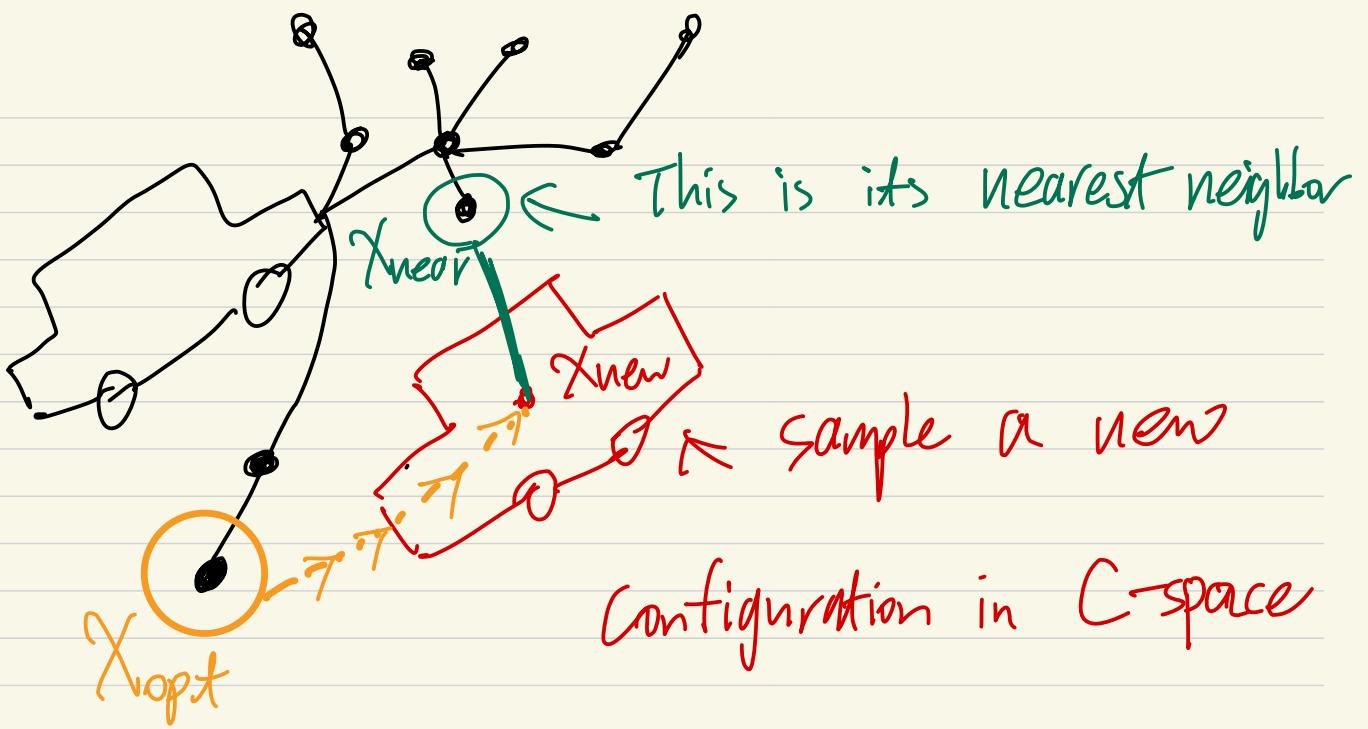
u_ϕ : steering angle

Non-holonomic Constraint:

$$-\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta = 0$$

It is more difficult to define a distance metric for non-holonomic problems since two points (states) in the configuration space might not be reached by a straight line due to some non-holonomic constraints. That is, if two points are close in C-space, they might be far in actual world. Hence, our distance metric in planning algorithm might fail if we set it the same way in holonomic problem.

See figure below as an example:



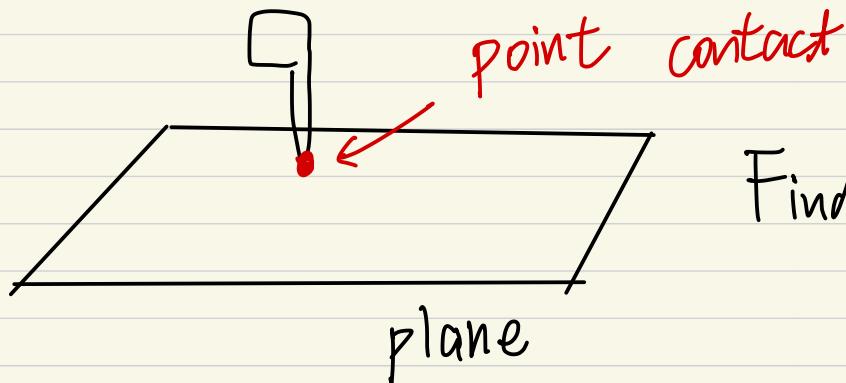
However, for X_{near} to reach X_{new}

might be farther than reaching X_{new}

from X_{opt} , which is hard to be
observed using normal distance metric.

(Euclidean distance)

3. (10 points) Consider a robot finger making a point contact on a plane made of homogeneous material. The friction coefficient between the finger and the plane is unknown and we would like to determine it. Assume that the robot can apply any force at the contact point and can sense the position of the contact point perfectly. Assuming the standard Coulomb friction model, write down an algorithm in pseudo-code for applying a series of forces at the contact that would determine the friction coefficient.



Find: friction coefficient
 $\mu = ?$

Assume: Standard Coulomb friction model

- Input: applied force (wrenches)
- Output: friction coefficient μ
 (between the finger and the plane)

$$\sqrt{f_{ti}^2 + f_{oi}^2} \leq \mu f_{ni}, f_{ni} \geq 0.$$

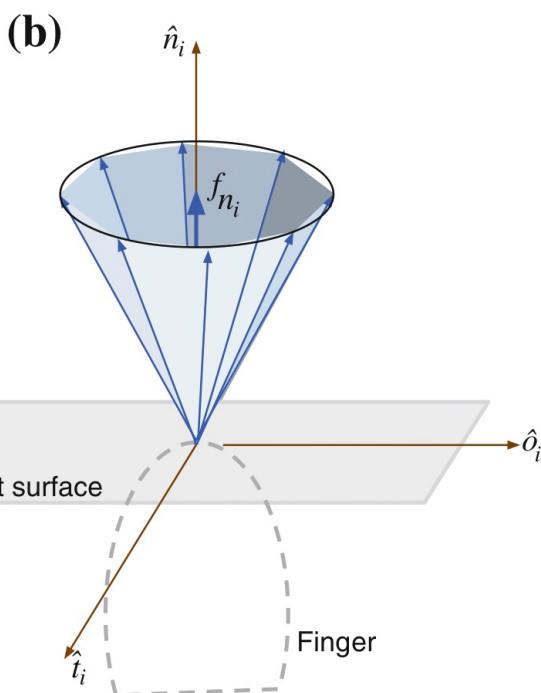
$$\mu \geq \frac{\sqrt{f_{ti}^2 + f_{oi}^2}}{f_{ni}}$$

f_{ti} : tangential force

f_{oi} : tangential force ($\perp f_{ti}$)

f_{ni} : normal force

μ : friction coefficient



$$\text{Wrench } w_i = \begin{bmatrix} f_i \\ z_i \\ t_i \end{bmatrix}$$

The wrench applied at contact point i .

Since we have only one contact point, define:

w_k :

f_{tk} :

f_{ok} :

f_{nk} :

at time k

Note: $\beta = \tan^{-1} \mu$

measure β to get μ !

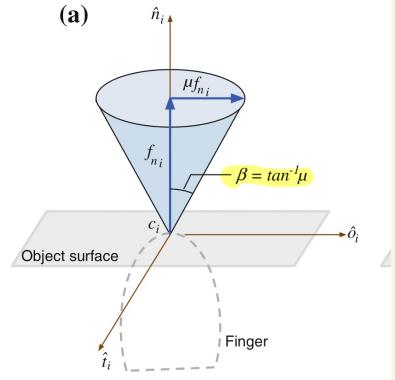
$$\mu = \tan \beta !$$

Algorithm: Find μ .

[Input: wrench w , initial angle β_{init} , $\Delta\beta$ (step size)]

[Output: friction coefficient μ]

Initialization: $\beta = \beta_{\text{init}}$ (usually start from 0°)



1. While finger not slip:
2. Applied wrench w at contact point with tilting angle β (β is the angle to the vertical axis)
3. Compute $\mu_k = \tan(\beta_k)$
4. if not slip:
 - record this β
 - update last β to β_k
 - $\beta = \beta + \Delta\beta$
 - else (slip:)
 - return μ
5. go to step 2.

Software Implementation:

I. IK

(c) Target = 0

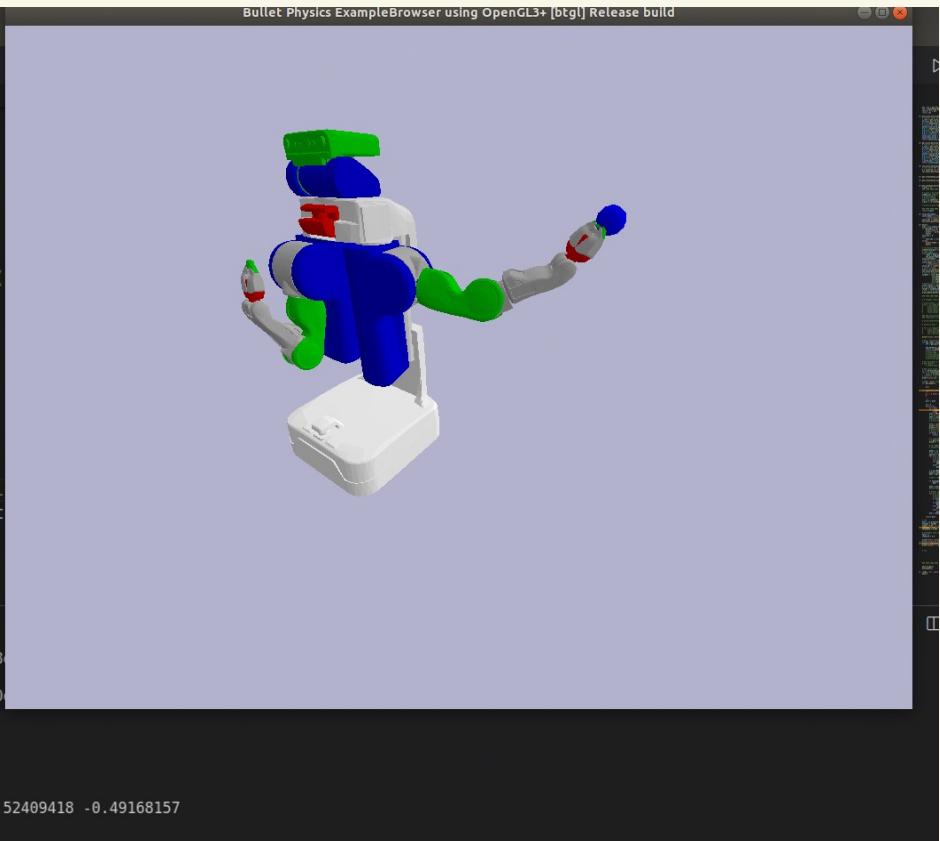
```
File Selection View Go Run Terminal Help
    ik_template.py      ik_template_nulspace.py x

ik > ik_template_nulspace.py > main
284 |           qcur = qnew
285 |
286 |       return qcur
287 |
288 |   # (d)
289 |   qint = np.array([0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0])
290 |   xtarger = target
291 |   alpha = 0.05 # step-size: scale of qdot (0.05)
292 |   MAX_ITER = 1000
293 |   threshold = 0.035
294 |
295 |   # Secondary task Parameters to be tuned
296 |   beta = 1
297 |   stepsize = 0.5
298 |
299 |   print("Start config:", qint)
300 |   print("Target ee position: ", xtarger) # a list
301 |   qfinal = Iterative_Inverse_Kinematics(robot)
302 |   print("qfinal: ", qfinal)
303 |
304 |
305 |   u_1_d1
```

OUTPUT PROBLEMS DEBUG CONSOLE TERMINAL

```
[ -2.83576828e-01  2.41594154e-01  8.76453626e-02  3.17379978
  4.14407578e-02  1.24642501e-01 -4.51028104e-17]
[  0.00000000e+00 -7.81094792e-01  7.10218149e-02 -3.64918360
 -8.61817101e-03 -1.01793427e-01  2.42861287e-17]
(7, 7)

===== Iteration: 102 =====
error: 0.034495330433190814 threshold: 0.035
qfinal: [ 1.82916969  0.10702319 -0.30729026 -0.60766686  0.5
  0.49444998]
n_1261.
```



$$q_{\text{final}}: [1.829, 0.107, -0.307, -0.608, 0.524, -0.492, 0.494]$$

(c) Target 1

Code editor showing Python script `ik_template.py`:

```

Edit Selection View Go Run Terminal Help
ik > ik_template.py > get_joint_position
8  ### YOUR IMPORTS HERE ####
9  import math
10 from numpy.linalg import norm
11 #####
12
13 from utils import draw_sphere_marker
14
15 def get_ee_transform(robot, joint_indices, joint_vals=None)
16     # returns end-effector transform in the world frame with
17     if joint_vals is not None:
18         set_joint_positions(robot, joint_indices, joint_val
19         ee_link = 'l_gripper_tool_frame'
20         pos, orn = get_com_pose(robot, link_from_name(robot, ee
21         res = quaternion_matrix(orn)
22         res[:3, 3] = pos
23     return res
24

```

Output window:

```

OUTPUT PROBLEMS DEBUG CONSOLE TERMINAL
===== Iteration: 49 =====
[61, 62, 63, 65, 66, 68, 69]
J [[ 2.77555756e-17  3.61669407e-02 -2.42835777e-17  3.75332189e-01
 -9.15289290e-19  1.67351850e-01 -3.01991263e-18]
 [ 4.90281747e-01 -1.41333932e-18 -3.50098383e-01 -1.39047923e-17
 -1.70419479e-01 -3.91384975e-18  6.24500451e-17]
 [-0.00000000e+00 -3.90281747e-01 -6.62884422e-18 -1.78227664e-01
 -5.86657782e-18  6.62824140e-02 -1.19608537e-18]]
===== Iteration: 50 =====
qfinal: [-2.75380220e-17  1.02789503e+00 -1.07107690e-17 -1.75684462e+00
 3.00586248e-17 -1.26858371e+00  1.45350055e-17]

```

3D visualization window titled "Bullet Physics ExampleBrowser using OpenGL3+ [btgl] Release build" showing a white robotic arm with blue and green markers at its joints.

$q_{final} =$

$-5.86657782e-18 \quad 6.62824140e-02 \quad -1.19608537e-18]$

===== Iteration: 50 =====

qfinal: $[-2.75380220e-17 \quad 1.02789503e+00 \quad -1.07107690e-17 \quad -1.75684462e+00$
 $3.00586248e-17 \quad -1.26858371e+00 \quad 1.45350055e-17]$

(C) Target 2

Code editor showing Python script `ik_template.py`:

```

Edit Selection View Go Run Terminal Help
ik > ik_template.py > get_joint_position
8  ### YOUR IMPORTS HERE ####
9  import math
10 from numpy.linalg import norm
11 #####
12
13 from utils import draw_sphere_marker
14
15 def get_ee_transform(robot, joint_indices, joint_vals=None)
16     # returns end-effector transform in the world frame with
17     if joint_vals is not None:
18         set_joint_positions(robot, joint_indices, joint_val
19         ee_link = 'l_gripper_tool_frame'
20         pos, orn = get_com_pose(robot, link_from_name(robot, ee
21         res = quaternion_matrix(orn)
22         res[:3, 3] = pos
23     return res
24

```

Output window:

```

OUTPUT PROBLEMS DEBUG CONSOLE TERMINAL
===== Iteration: 49 =====
[61, 62, 63, 65, 66, 68, 69]
J [[ 2.77555756e-17  3.61669407e-02 -2.42835777e-17  3.75332189e-01
 -9.15289290e-19  1.67351850e-01 -3.01991263e-18]
 [ 4.90281747e-01 -1.41333932e-18 -3.50098383e-01 -1.39047923e-17
 -1.70419479e-01 -3.91384975e-18  6.24500451e-17]
 [-0.00000000e+00 -3.90281747e-01 -6.62884422e-18 -1.78227664e-01
 -5.86657782e-18  6.62824140e-02 -1.19608537e-18]]
===== Iteration: 50 =====
qfinal: [-2.75380220e-17  1.02789503e+00 -1.07107690e-17 -1.75684462e+00
 3.00586248e-17 -1.26858371e+00  1.45350055e-17]

```

3D visualization window titled "Bullet Physics ExampleBrowser using OpenGL3+ [btgl] Release build" showing a white robotic arm with blue and green markers at its joints.

$q_{final} =$

$-5.86657782e-18 \quad 6.62824140e-02 \quad -1.19608537e-18]$

===== Iteration: 50 =====

qfinal: [-2.75380220e-17 1.02789503e+00 -1.07107690e-17 -1.75684462e+00
 3.00586248e-17 -1.26858371e+00 1.45350055e-17]

(C) Target 3

A screenshot of the Bullet Physics ExampleBrowser application. The interface shows a 3D rendering of a humanoid robot torso and arms. The torso and right arm are primarily white, while the left arm and hand are blue and green respectively. A small red cube is positioned near the right hand. The application window has a title bar "Bullet Physics ExampleBrowser using OpenGL3+ [btgl] Release build". On the left, there is a code editor window titled "ik_template.py" with lines of Python code. The code includes comments like "# (c)" and "# (d)". At the bottom of the code editor, there are tabs for "OUTPUT", "PROBLEMS", and "DATA". Below the tabs, there is a command-line output window showing numerical data and iteration information.

$$g_{\text{final}} =$$

```
----- iteration: 44 -----
qfinal: [ 1.92719814e+00  7.22379928e-01 -2.30521190e-16 -1.38540989e-04
          2.11360542e-17 -4.97752055e-05  6.76430339e-17]
p,126]:
```

(c) Target 4

```

264
265     # (c)
266     qint = np.array([0, 0, 0, 0, 0, 0, 0])
267     xtarget = target
268     alpha = 0.05    # step-size: scale of qdot (joint angle moving)
269     MAX_ITER = 100
270     threshold = 0.1
271
272     print("Start config:", qint)
273     print("Target ee position: ", xtarget) # a list of position
274     qfinal = Iterative_Inverse_Kinematics(robot, joint_idx, JL,
275     print("qfinal: ", qfinal)
276
277

```

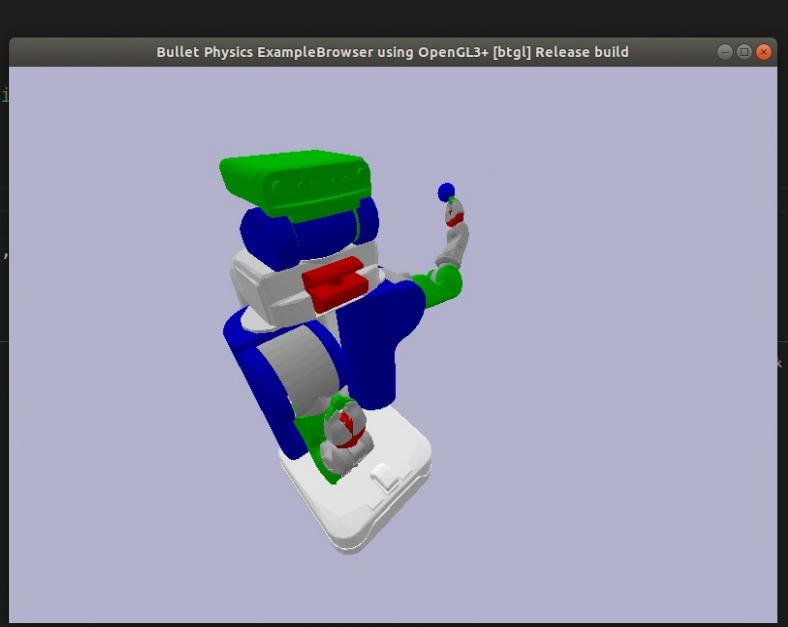
OUTPUT PROBLEMS DEBUG CONSOLE TERMINAL

```

6.72107546e-02 4.75292449e-02 -6.93889390e-18]
[-2.14496698e-01 2.40512983e-01 2.38700851e-02 3.78251667e-01
-5.65877582e-03 1.69235764e-01 -1.24900090e-16]
[ 0.00000000e+00 -6.89294335e-01 2.40920185e-01 -2.65273558e-01
 5.77497941e-02 -3.87327643e-02 5.55111512e-17]

===== Iteration: 67 =====
error: 0.09959347795956952 threshold: 0.1
qcur: [ 1.55766617e+00 1.32487136e-01 -5.84661551e-01 -8.26401103e-01
-1.77307632e-01 -4.92652937e-01 -3.83292235e-17]
xcur: [-1.02799694 0.91706113 1.29334062]
qfinal: [ 1.55766617e+00 1.32487136e-01 -5.84661551e-01 -8.26401103e-01
-1.77307632e-01 -4.92652937e-01 -3.83292235e-17]
p,126]:

```



$$q_{\text{final}} =$$

```

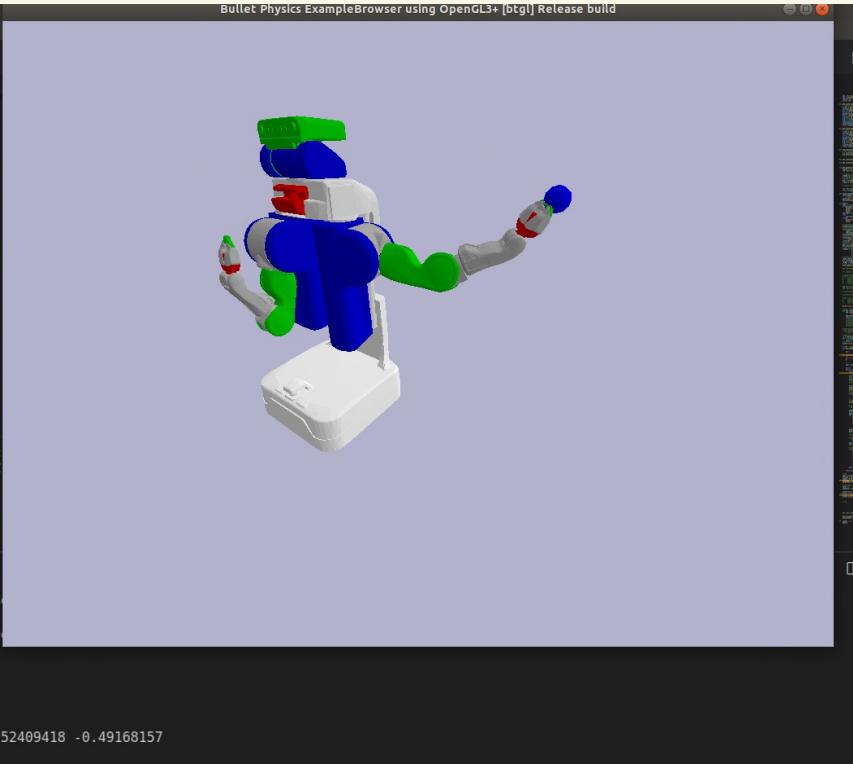
qfinal: [ 1.55766617e+00 1.32487136e-01 -5.84661551e-01 -8.26401103e-01
-1.77307632e-01 -4.92652937e-01 -3.83292235e-17]

```

(d)

Target 0

```
git Selection View Go Run Terminal Help
✖ ik_template.py ✖ ik_template_nulspace.py ✖
ik > ✖ ik_template_nulspace.py > ✖ main
284                                     qcur = qnew
285
286                                     return qcur
287
288                                     #
289                                     qint = np.array([0, 0, 0, 0, 0, 0, 0])
290                                     xtarget = target
291                                     alpha = 0.05    # step-size: scale of qdot (
292                                     MAX_ITER = 1000
293                                     threshold = 0.035
294
295                                     # Secondary task Parameters to be tuned
296                                     beta = 1
297                                     stepsize = 0.5
298
299                                     print("Start config:", qint)
300                                     print("Target ee position: ", xtarget) # a l
301                                     qfinal = Iterative_Inverse_Kinematics(robot
302                                     print("qfinal: ", qfinal)
303
304                                     # (d)
305                                     # (d)
306                                     # (d)
307                                     # (d)
308                                     # (d)
309                                     # (d)
310                                     # (d)
311                                     # (d)
312                                     # (d)
313                                     # (d)
314                                     # (d)
315                                     # (d)
316                                     # (d)
317                                     # (d)
318                                     # (d)
319                                     # (d)
320                                     # (d)
321                                     # (d)
322                                     # (d)
323                                     # (d)
324                                     # (d)
325                                     # (d)
326                                     # (d)
327                                     # (d)
328                                     # (d)
329                                     # (d)
330                                     # (d)
331                                     # (d)
332                                     # (d)
333                                     # (d)
334                                     # (d)
335                                     # (d)
336                                     # (d)
337                                     # (d)
338                                     # (d)
339                                     # (d)
340                                     # (d)
341                                     # (d)
342                                     # (d)
343                                     # (d)
344                                     # (d)
345                                     # (d)
346                                     # (d)
347                                     # (d)
348                                     # (d)
349                                     # (d)
350                                     # (d)
351                                     # (d)
352                                     # (d)
353                                     # (d)
354                                     # (d)
355                                     # (d)
356                                     # (d)
357                                     # (d)
358                                     # (d)
359                                     # (d)
360                                     # (d)
361                                     # (d)
362                                     # (d)
363                                     # (d)
364                                     # (d)
365                                     # (d)
366                                     # (d)
367                                     # (d)
368                                     # (d)
369                                     # (d)
370                                     # (d)
371                                     # (d)
372                                     # (d)
373                                     # (d)
374                                     # (d)
375                                     # (d)
376                                     # (d)
377                                     # (d)
378                                     # (d)
379                                     # (d)
380                                     # (d)
381                                     # (d)
382                                     # (d)
383                                     # (d)
384                                     # (d)
385                                     # (d)
386                                     # (d)
387                                     # (d)
388                                     # (d)
389                                     # (d)
390                                     # (d)
391                                     # (d)
392                                     # (d)
393                                     # (d)
394                                     # (d)
395                                     # (d)
396                                     # (d)
397                                     # (d)
398                                     # (d)
399                                     # (d)
400                                     # (d)
401                                     # (d)
402                                     # (d)
403                                     # (d)
404                                     # (d)
405                                     # (d)
406                                     # (d)
407                                     # (d)
408                                     # (d)
409                                     # (d)
410                                     # (d)
411                                     # (d)
412                                     # (d)
413                                     # (d)
414                                     # (d)
415                                     # (d)
416                                     # (d)
417                                     # (d)
418                                     # (d)
419                                     # (d)
420                                     # (d)
421                                     # (d)
422                                     # (d)
423                                     # (d)
424                                     # (d)
425                                     # (d)
426                                     # (d)
427                                     # (d)
428                                     # (d)
429                                     # (d)
430                                     # (d)
431                                     # (d)
432                                     # (d)
433                                     # (d)
434                                     # (d)
435                                     # (d)
436                                     # (d)
437                                     # (d)
438                                     # (d)
439                                     # (d)
440                                     # (d)
441                                     # (d)
442                                     # (d)
443                                     # (d)
444                                     # (d)
445                                     # (d)
446                                     # (d)
447                                     # (d)
448                                     # (d)
449                                     # (d)
450                                     # (d)
451                                     # (d)
452                                     # (d)
453                                     # (d)
454                                     # (d)
455                                     # (d)
456                                     # (d)
457                                     # (d)
458                                     # (d)
459                                     # (d)
460                                     # (d)
461                                     # (d)
462                                     # (d)
463                                     # (d)
464                                     # (d)
465                                     # (d)
466                                     # (d)
467                                     # (d)
468                                     # (d)
469                                     # (d)
470                                     # (d)
471                                     # (d)
472                                     # (d)
473                                     # (d)
474                                     # (d)
475                                     # (d)
476                                     # (d)
477                                     # (d)
478                                     # (d)
479                                     # (d)
480                                     # (d)
481                                     # (d)
482                                     # (d)
483                                     # (d)
484                                     # (d)
485                                     # (d)
486                                     # (d)
487                                     # (d)
488                                     # (d)
489                                     # (d)
490                                     # (d)
491                                     # (d)
492                                     # (d)
493                                     # (d)
494                                     # (d)
495                                     # (d)
496                                     # (d)
497                                     # (d)
498                                     # (d)
499                                     # (d)
500                                     # (d)
501                                     # (d)
502                                     # (d)
503                                     # (d)
504                                     # (d)
505                                     # (d)
506                                     # (d)
507                                     # (d)
508                                     # (d)
509                                     # (d)
510                                     # (d)
511                                     # (d)
512                                     # (d)
513                                     # (d)
514                                     # (d)
515                                     # (d)
516                                     # (d)
517                                     # (d)
518                                     # (d)
519                                     # (d)
520                                     # (d)
521                                     # (d)
522                                     # (d)
523                                     # (d)
524                                     # (d)
525                                     # (d)
526                                     # (d)
527                                     # (d)
528                                     # (d)
529                                     # (d)
530                                     # (d)
531                                     # (d)
532                                     # (d)
533                                     # (d)
534                                     # (d)
535                                     # (d)
536                                     # (d)
537                                     # (d)
538                                     # (d)
539                                     # (d)
540                                     # (d)
541                                     # (d)
542                                     # (d)
543                                     # (d)
544                                     # (d)
545                                     # (d)
546                                     # (d)
547                                     # (d)
548                                     # (d)
549                                     # (d)
550                                     # (d)
551                                     # (d)
552                                     # (d)
553                                     # (d)
554                                     # (d)
555                                     # (d)
556                                     # (d)
557                                     # (d)
558                                     # (d)
559                                     # (d)
560                                     # (d)
561                                     # (d)
562                                     # (d)
563                                     # (d)
564                                     # (d)
565                                     # (d)
566                                     # (d)
567                                     # (d)
568                                     # (d)
569                                     # (d)
570                                     # (d)
571                                     # (d)
572                                     # (d)
573                                     # (d)
574                                     # (d)
575                                     # (d)
576                                     # (d)
577                                     # (d)
578                                     # (d)
579                                     # (d)
580                                     # (d)
581                                     # (d)
582                                     # (d)
583                                     # (d)
584                                     # (d)
585                                     # (d)
586                                     # (d)
587                                     # (d)
588                                     # (d)
589                                     # (d)
590                                     # (d)
591                                     # (d)
592                                     # (d)
593                                     # (d)
594                                     # (d)
595                                     # (d)
596                                     # (d)
597                                     # (d)
598                                     # (d)
599                                     # (d)
600                                     # (d)
601                                     # (d)
602                                     # (d)
603                                     # (d)
604                                     # (d)
605                                     # (d)
606                                     # (d)
607                                     # (d)
608                                     # (d)
609                                     # (d)
610                                     # (d)
611                                     # (d)
612                                     # (d)
613                                     # (d)
614                                     # (d)
615                                     # (d)
616                                     # (d)
617                                     # (d)
618                                     # (d)
619                                     # (d)
620                                     # (d)
621                                     # (d)
622                                     # (d)
623                                     # (d)
624                                     # (d)
625                                     # (d)
626                                     # (d)
627                                     # (d)
628                                     # (d)
629                                     # (d)
630                                     # (d)
631                                     # (d)
632                                     # (d)
633                                     # (d)
634                                     # (d)
635                                     # (d)
636                                     # (d)
637                                     # (d)
638                                     # (d)
639                                     # (d)
640                                     # (d)
641                                     # (d)
642                                     # (d)
643                                     # (d)
644                                     # (d)
645                                     # (d)
646                                     # (d)
647                                     # (d)
648                                     # (d)
649                                     # (d)
650                                     # (d)
651                                     # (d)
652                                     # (d)
653                                     # (d)
654                                     # (d)
655                                     # (d)
656                                     # (d)
657                                     # (d)
658                                     # (d)
659                                     # (d)
660                                     # (d)
661                                     # (d)
662                                     # (d)
663                                     # (d)
664                                     # (d)
665                                     # (d)
666                                     # (d)
667                                     # (d)
668                                     # (d)
669                                     # (d)
670                                     # (d)
671                                     # (d)
672                                     # (d)
673                                     # (d)
674                                     # (d)
675                                     # (d)
676                                     # (d)
677                                     # (d)
678                                     # (d)
679                                     # (d)
680                                     # (d)
681                                     # (d)
682                                     # (d)
683                                     # (d)
684                                     # (d)
685                                     # (d)
686                                     # (d)
687                                     # (d)
688                                     # (d)
689                                     # (d)
690                                     # (d)
691                                     # (d)
692                                     # (d)
693                                     # (d)
694                                     # (d)
695                                     # (d)
696                                     # (d)
697                                     # (d)
698                                     # (d)
699                                     # (d)
700                                     # (d)
701                                     # (d)
702                                     # (d)
703                                     # (d)
704                                     # (d)
705                                     # (d)
706                                     # (d)
707                                     # (d)
708                                     # (d)
709                                     # (d)
710                                     # (d)
711                                     # (d)
712                                     # (d)
713                                     # (d)
714                                     # (d)
715                                     # (d)
716                                     # (d)
717                                     # (d)
718                                     # (d)
719                                     # (d)
720                                     # (d)
721                                     # (d)
722                                     # (d)
723                                     # (d)
724                                     # (d)
725                                     # (d)
726                                     # (d)
727                                     # (d)
728                                     # (d)
729                                     # (d)
730                                     # (d)
731                                     # (d)
732                                     # (d)
733                                     # (d)
734                                     # (d)
735                                     # (d)
736                                     # (d)
737                                     # (d)
738                                     # (d)
739                                     # (d)
740                                     # (d)
741                                     # (d)
742                                     # (d)
743                                     # (d)
744                                     # (d)
745                                     # (d)
746                                     # (d)
747                                     # (d)
748                                     # (d)
749                                     # (d)
750                                     # (d)
751                                     # (d)
752                                     # (d)
753                                     # (d)
754                                     # (d)
755                                     # (d)
756                                     # (d)
757                                     # (d)
758                                     # (d)
759                                     # (d)
760                                     # (d)
761                                     # (d)
762                                     # (d)
763                                     # (d)
764                                     # (d)
765                                     # (d)
766                                     # (d)
767                                     # (d)
768                                     # (d)
769                                     # (d)
770                                     # (d)
771                                     # (d)
772                                     # (d)
773                                     # (d)
774                                     # (d)
775                                     # (d)
776                                     # (d)
777                                     # (d)
778                                     # (d)
779                                     # (d)
780                                     # (d)
781                                     # (d)
782                                     # (d)
783                                     # (d)
784                                     <span style="color: #007
```

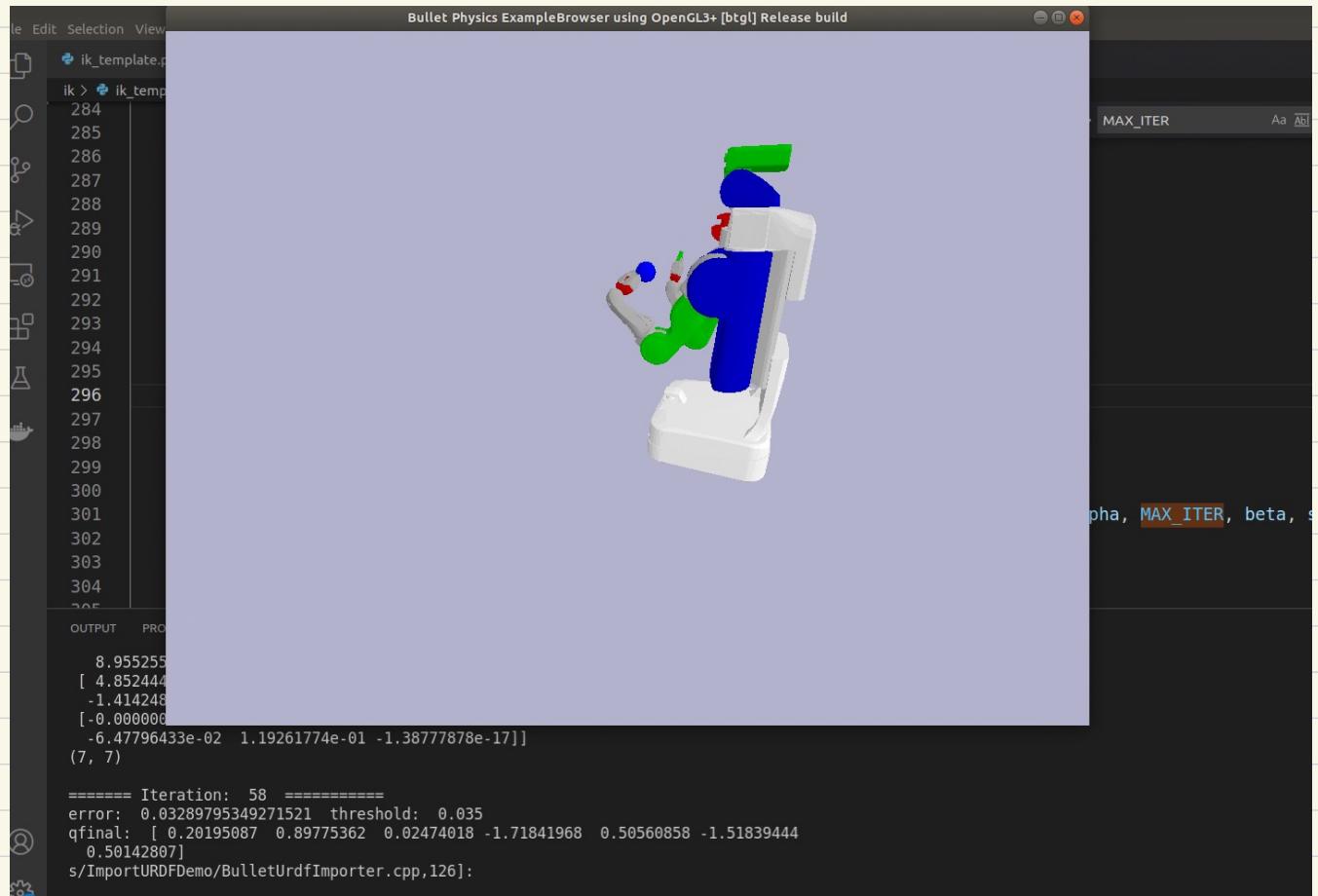


g_{final} :

```
error: 0.054495550455190814 threshold: 0.055  
qfinal: [ 1.82916969  0.10702319 -0.30729026 -0.60766686  0.52409418 -0.49168157  
 0.49444998]
```

(d)

Target 1



q_{final} :

```
error: 0.03289795349271521 threshold: 0.035
qfinal: [ 0.20195087 0.89775362 0.02474018 -1.71841968 0.50560858 -1.51839444
0.50142807]
```

(d)

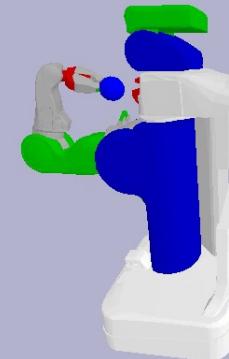
Target 2

Edit Selection View Go Run Terminal Help

ik > ik_template.py x ik_template_nullspace.py x

```
284     qcur = qnew
285
286     return qcur
287
288 # (d)
289 qint = np.array([0, 0, 0, 0, 0, 0])
290 xtarget = target
291 alpha = 0.05    # step-size: scale
292 MAX_ITER = 1000
293 threshold = 0.035
294
295 # Secondary task Parameters to be
296 beta = 1
297 stepsize = 0.5
298
299 print("Start config:", qint)
300 print("Target ee position: ", xtarget)
301 qfinal = Iterative_Inverse_Kinema
302 print("qfinal: ", qfinal)
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
```

Bullet Physics ExampleBrowser using OpenGL3+ [btogl] Release build



OUTPUT PROBLEMS DEBUG CONSOLE TERMINAL

```
1.26956682e-02 1.73596679e-01 -1.38777878e-17]]
(7, 7)

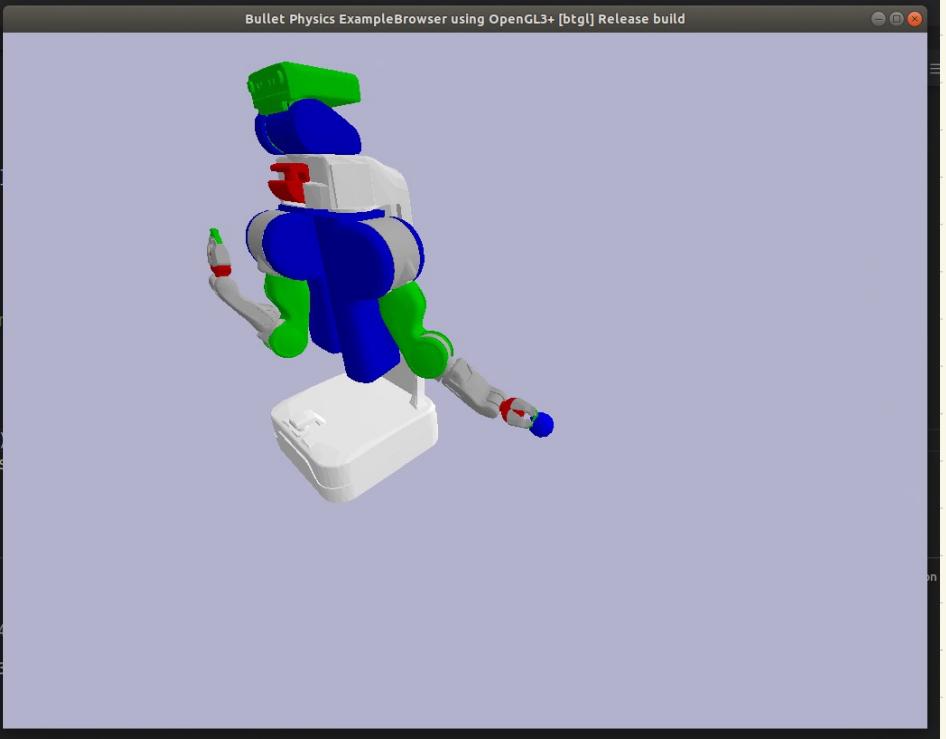
===== Iteration: 81 =====
error: 0.03401385169658833 threshold: 0.035
qfinal: [-0.01286311  0.00844059  0.0688453 -1.83101589  0.48440607 -1.6098968
 0.4910853 ]
s/ImportURDFDemo/BulletUrdfImporter.cpp,126]:
```

$q_{final}:$

```
qfinal: [-0.01286311  0.00844059  0.0688453 -1.83101589  0.48440607 -1.6098968
 0.4910853 ]
```

(d)

Target 3



The image shows a screenshot of a development environment and a Bullet Physics simulation window. On the left, there are two code editors: 'ik_template.py' and 'ik_template_nullspace.py'. The 'ik_template.py' editor has several lines of code visible, including parameter definitions like 'qint', 'xtarget', 'alpha', 'MAX_ITER', 'threshold', and a print statement for 'qfinal'. The 'ik_template_nullspace.py' editor has some code as well. Below the editors are tabs for 'OUTPUT', 'PROBLEMS', 'DEBUG CONSOLE', and 'TERMINAL'. The 'TERMINAL' tab shows command-line output from the simulation, including numerical values for initial configuration, target position, and final joint angles. To the right of the code editors is a window titled 'Bullet Physics ExampleBrowser using OpenGL3+ [btgl] Release build', displaying a 3D visualization of a humanoid robot torso and arms in various colors (green, blue, white) standing on a white base, with its right arm extended forward holding a small red and white object.

```
8.03497910e-02 -3.80182327e-02 -2.08166817e-17]
[-2.50551095e-01 -5.27766451e-01 1.16797080e-01 -1.4
2.18506574e-02 -3.32222816e-02 -1.38777878e-17]
[ 0.00000000e+00 -6.37846943e-01 2.17055912e-02 -4.3
-2.18822466e-02 -1.72774113e-01 -5.55111512e-17]
(7, 7)

===== Iteration: 152 =====
error: 0.03477763018805971 threshold: 0.035
qfinal: [ 1.85236795 1.05716644 -0.31122508 -0.48130822 0.52803124 -0.47993758
 0.50012753]
s/ImportURDFDemo/BulletUrdfImporter.cpp,126]:
```

q final:

```
error: 0.03477763018805971 threshold: 0.035
qfinal: [ 1.85236795 1.05716644 -0.31122508 -0.48130822 0.52803124 -0.47993758
 0.50012753]
```

(d)

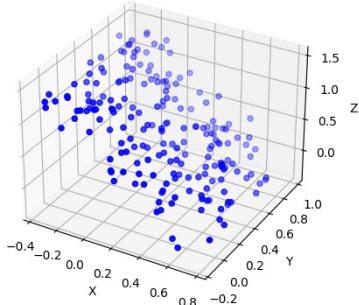
Target 4

g_{final} :

```
error: 0.034495330433190814 threshold: 0.035
qfinal: [ 1.82916969  0.10702319 -0.30729026 -0.60766686  0.52409418 -0.49168157
          0.49444998]
```

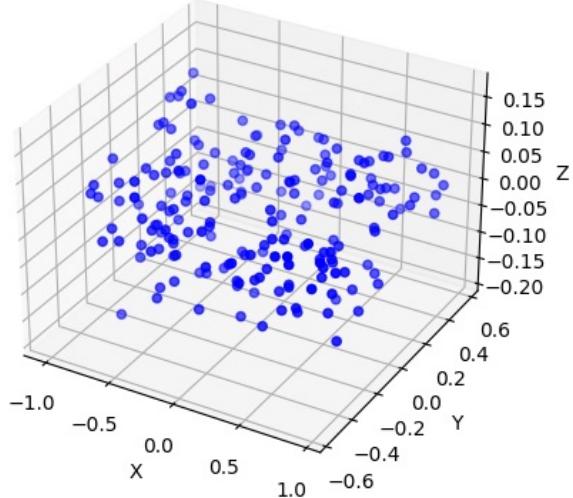
2. PCA

Original point cloud :



rotated PC :

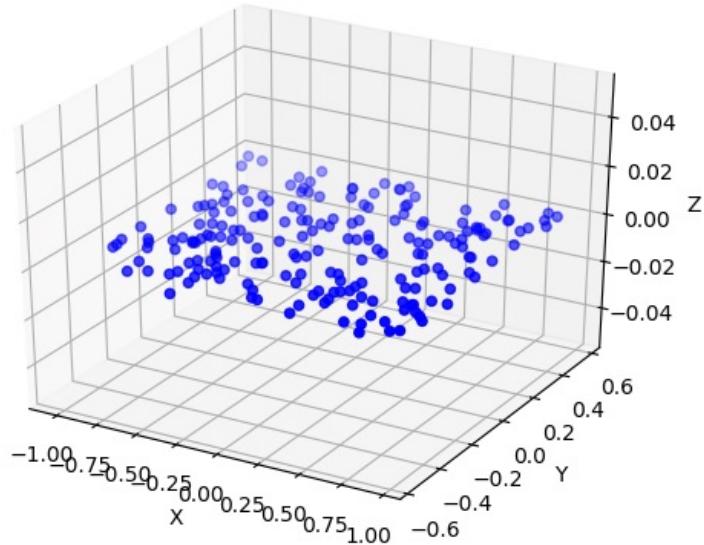
(a)



V^T :

```
First V.T: [[-0.52935026 -0.00253698  0.84839959]
 [-0.05809333 -0.99754007 -0.0392297 ]
 [ 0.84641211 -0.0700526   0.52790071]]
```

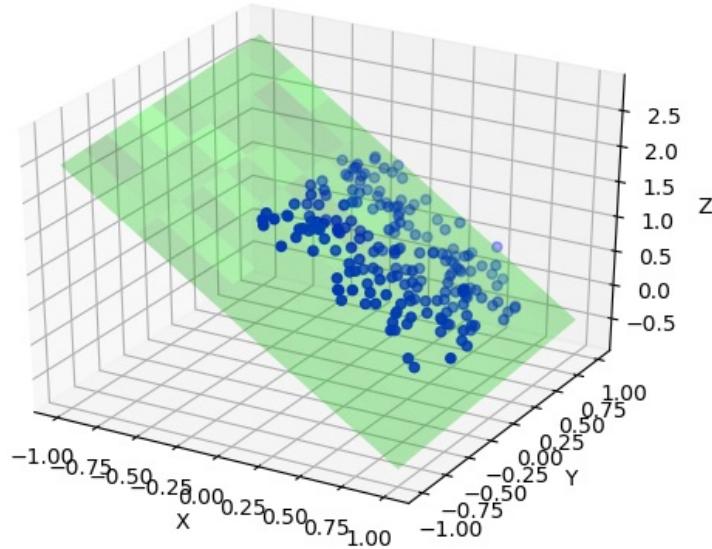
(b)



$\sqrt{\zeta} T$:

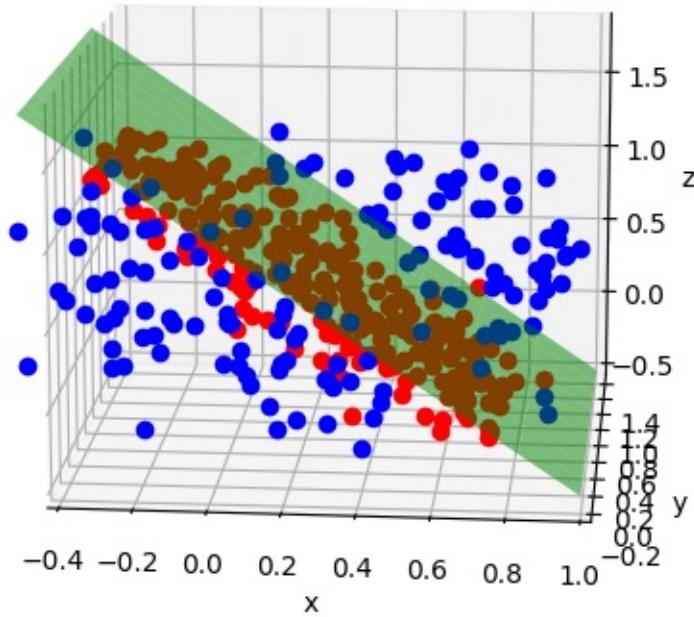
```
Final VsT: [[-0.52935026 -0.00253698  0.84839959]
 [-0.05809333 -0.99754007 -0.0392297 ]
 [ 0.          0.          0.        ]]
```

(c)



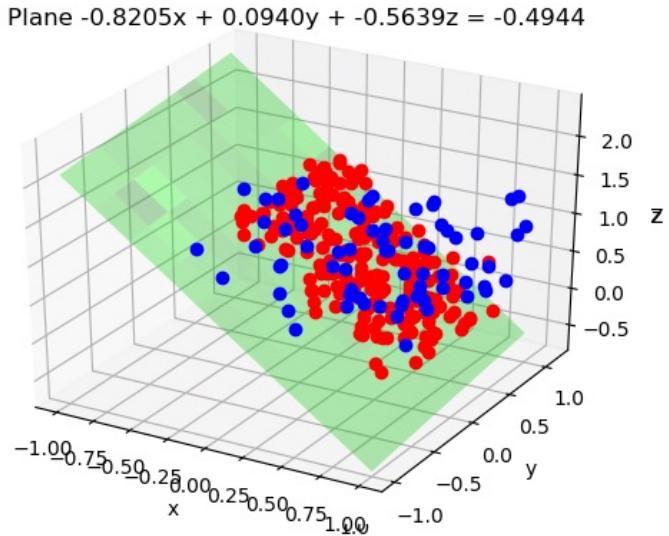
3. RANSAC

Plane $0.7844x + 0.0269y + 0.5154z = 0.5030$

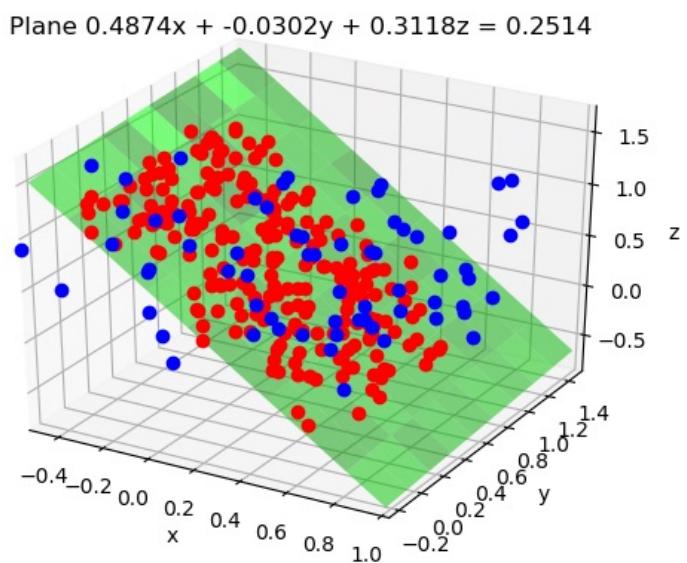


4. PCA vs. RANSAC

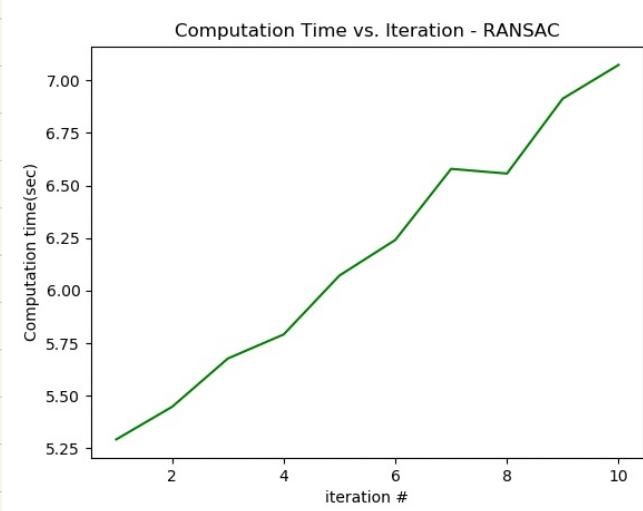
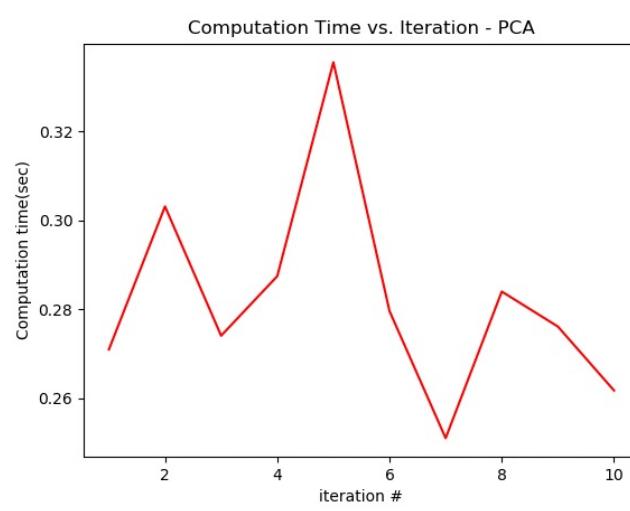
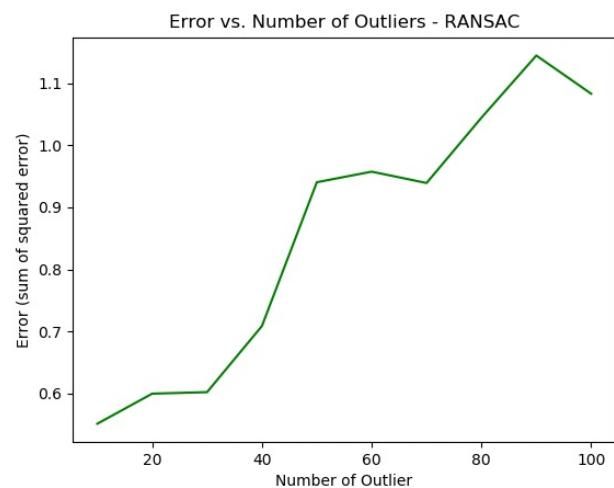
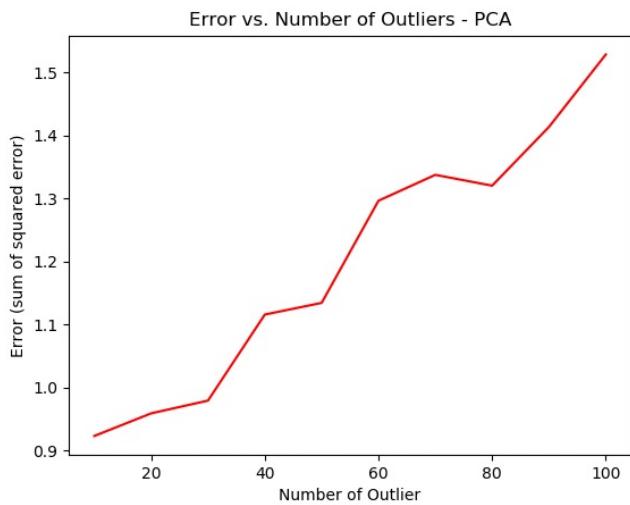
PCA result:



RANSAC result:



b.



c. In terms of error v.s. # outliers:

both PCA and RANSAC's error increase as # outliers increase.

RANSAC has smaller error compared to PCA

However, for computation time,

since PCA just compute the

principle components and perform

transformation, its computation time is

nearly constant. i.e. independent of # points.

For RANSAC, since it needs to

iterate through each point and

compute its distance to the model

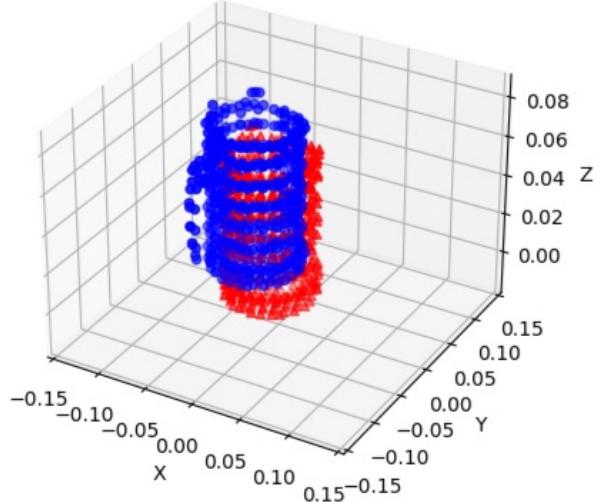
(plane here), its computation time is

proportional to # points.

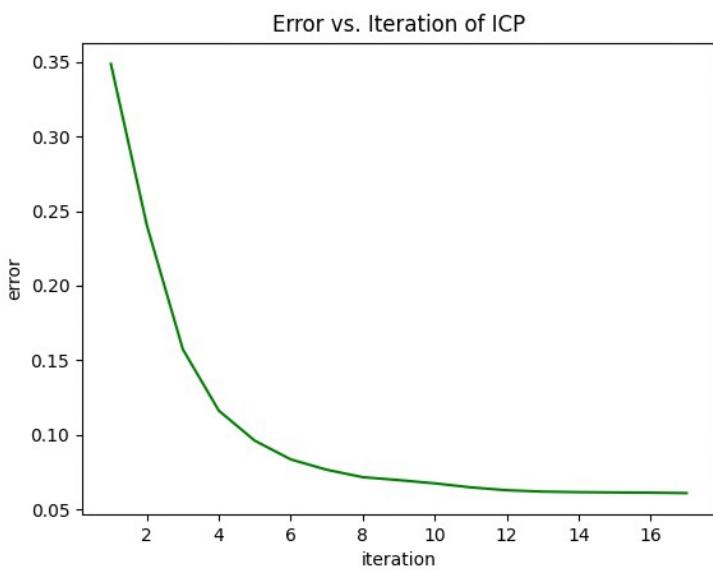
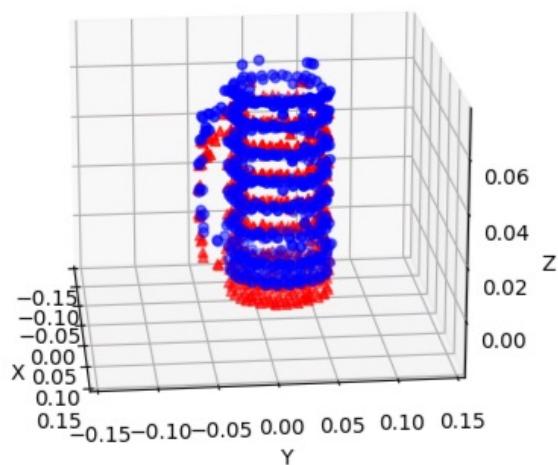
when finding consensus.

S. ICP

Target 0 before



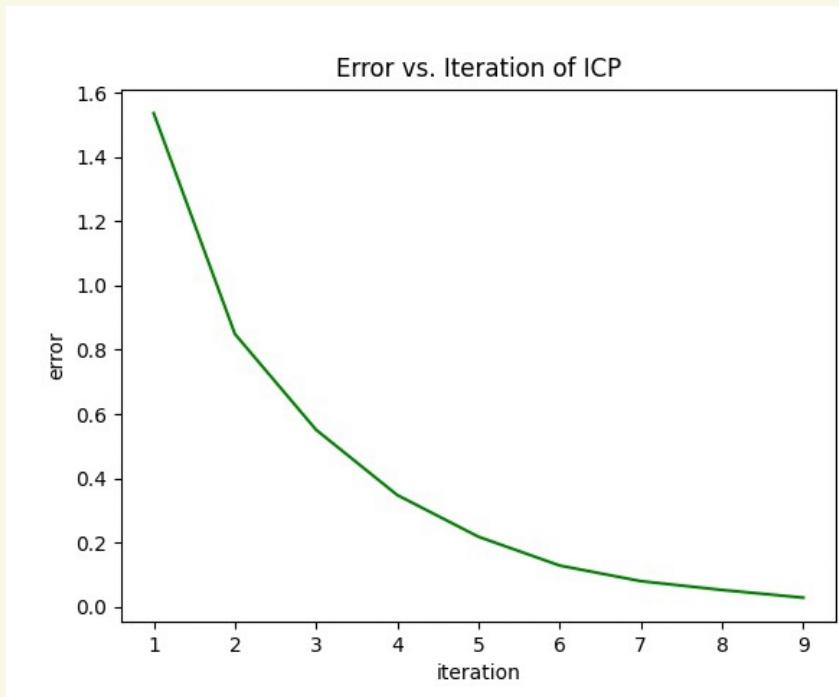
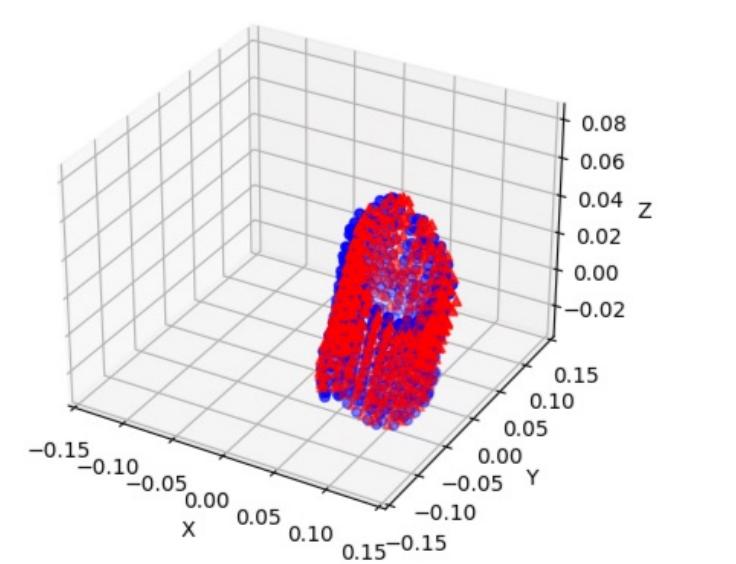
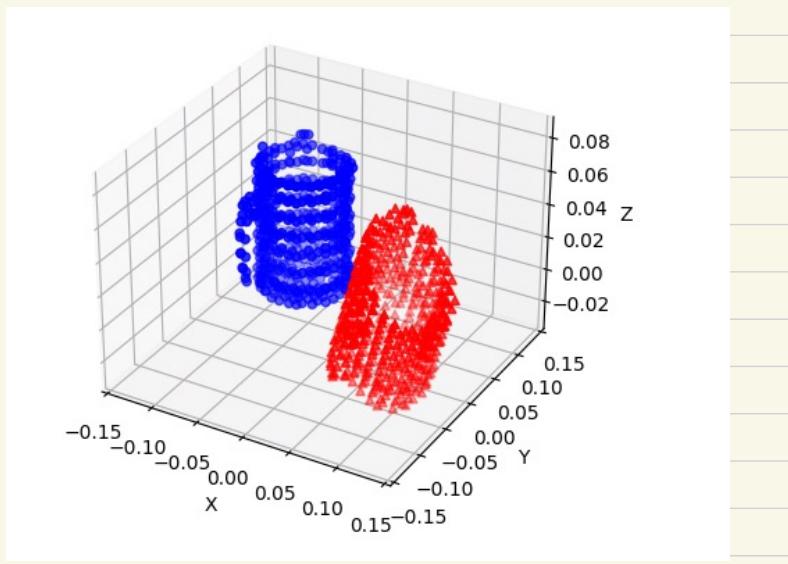
after ICP



Target |

before

after

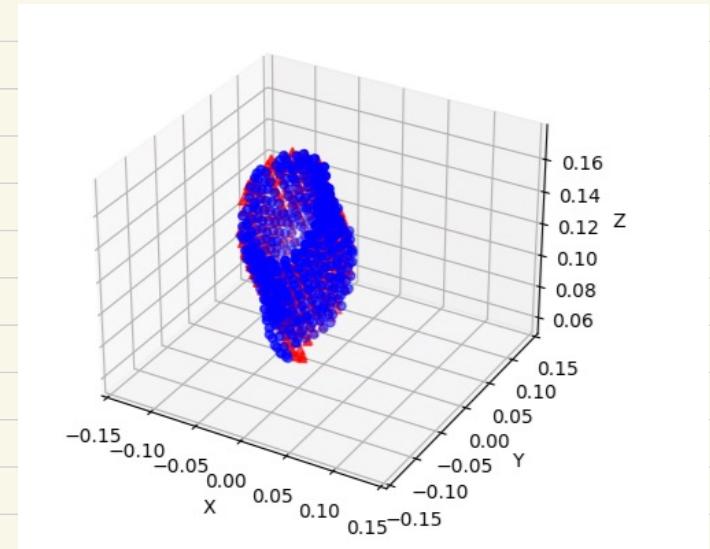
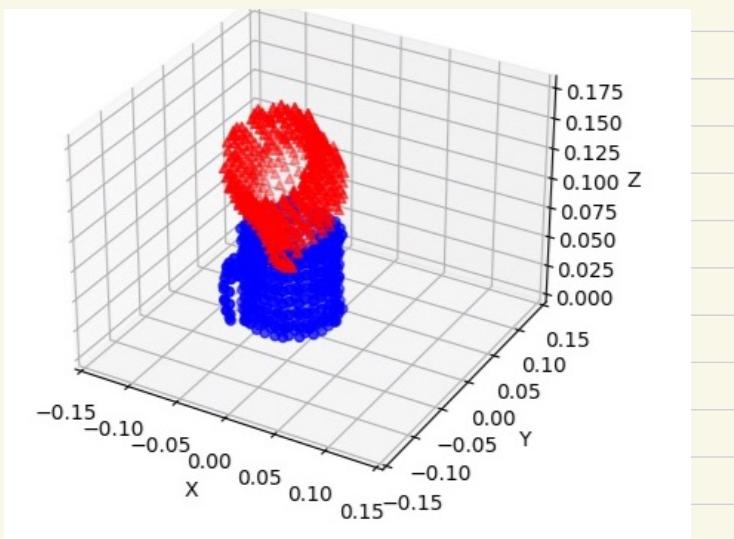


Target 2

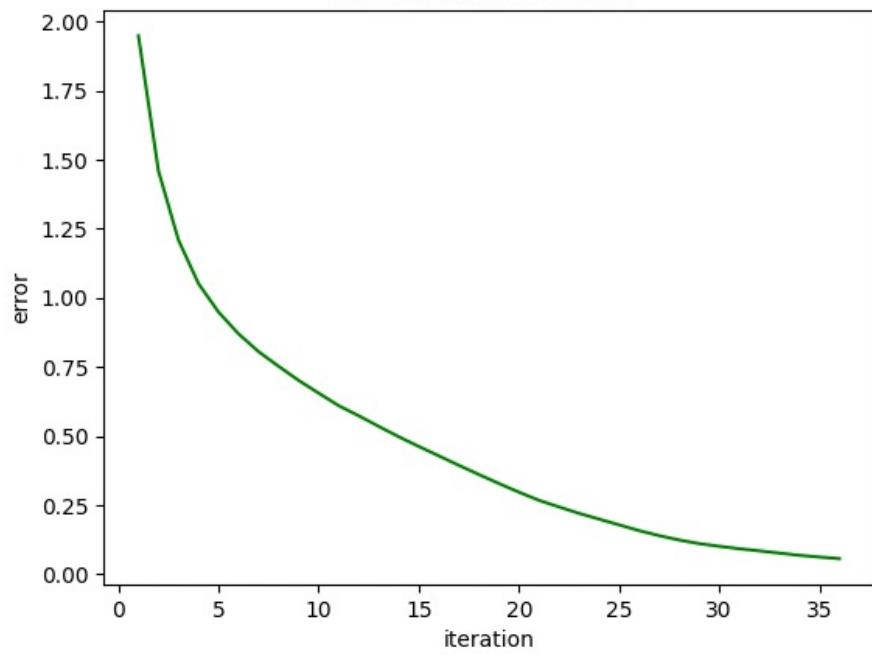
blue source pc
red: target pc

before

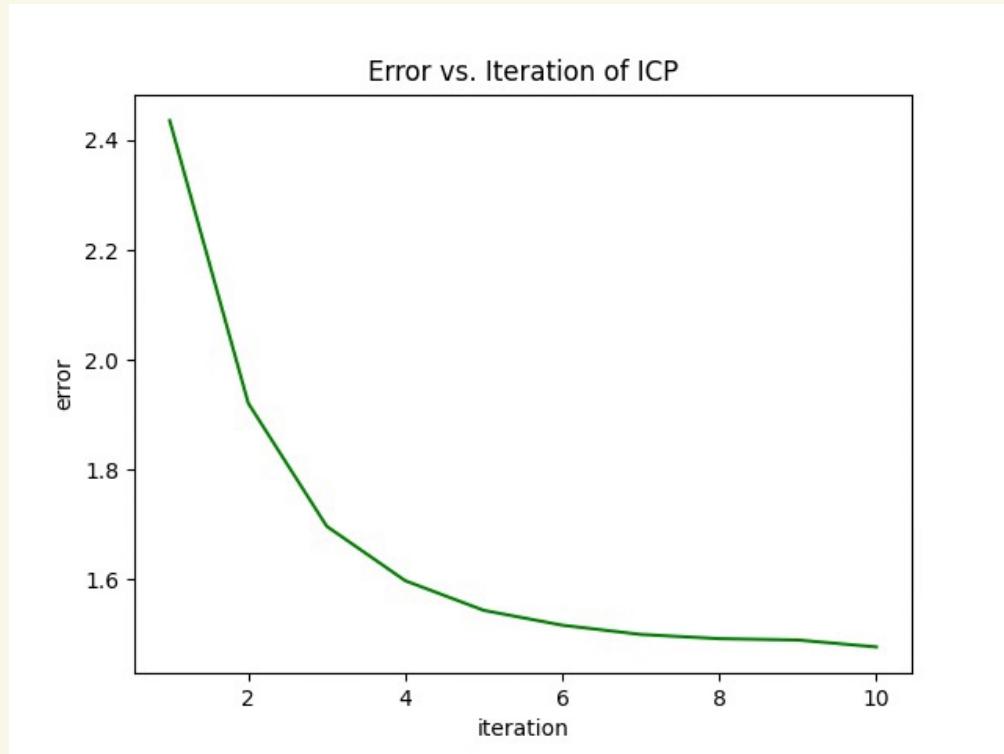
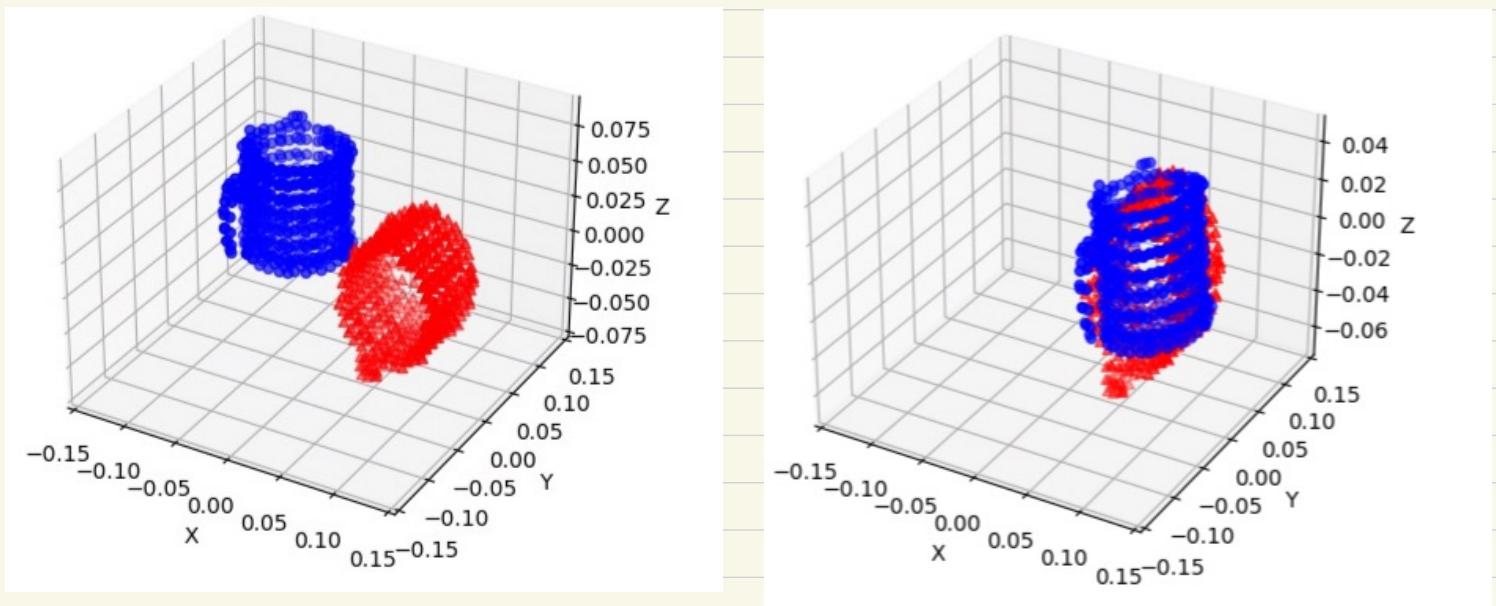
after



Error vs. Iteration of ICP



Target 3



C. Discuss:

Target 2 needs more iterations

for ICP than others;

while for target 3, though the

error converges, it is hard for

ICP to clearly match the

target point cloud since it's about

90° to the source point cloud and

thus get bad results.