

Control System II

Motor Control Lab

106030009 葉蓁

本次實驗專題目的為：實作一個「馬達角度控制」的控制系統，並期望能使用控二所學的“State Space Design”設計補償器，並且轉換成數位控制器，實現到微控制器版上。

實驗器材：

1. 馬達
2. STM32 Nucleo-F446RE 開發板
3. 馬達驅動板
4. 筆電(使用 Mbed 撰寫程式、Serial oscilloscope 觀測實驗結果)
5. 電源供應器

實驗步驟：

分為三個階段：

- 一、熟悉 UART 及 STM32 LED 控制
- 二、測量轉速及計算轉移函數
- 三、完成控制器設計，實現馬達角度控制

以下將依這三個階段各別說明：

一、熟悉 UART 及 STM32 LED 控制

實驗一其實有個最重要的任務：焊接馬達驅動版。這部分如果沒做好，會影響後面實驗的進行。根據助教給的電路圖，我們依序把電子元件焊上去。因為是第一次焊接電路板，雖然有上網查很多教學，但實際操作起來還是沒那麼容易。也許是因為設備不夠高級，常常焊錫會黏在焊槍上無法焊上電路板，或是焊槍溫度太高(60 瓦)焊錫直接揮發掉。經過多次修正後，終於完成焊接。檢測方式：通 9V 電池，檢查三個 LED 燈會不會亮。

完成驅動版焊接後，接續兩個任務：

1.了解 UART 如何使用

比較重要的為以下三個部份的 code：

(1) 宣告 Serial 變數： bt(USBTX, USBRX)

```
1  #include "mbed.h"
2
3  //-----
4  //----- Hardware Declaration -----
5  //-----
6  Serial bt(USBTX, USBRX);
7  |
```

(2) 初始化 UART()：

- a. 設定 baudrate 為 115200
- b. Enable uart_rx_itr_read 函式

```

36
37 void init_UART(){
38
39     bt.baud(115200);
40     bt.attach(&uart_rx_itr_read, Serial::RxIrq);
41     printf("UART OK\r\n");
42
43 }
44

```

(3) uart 接收腳位的 Interrupt 函式

- a. 如果 `bt.readable()` (可以接收資料)
- b. 宣告一個 `char c`，接收使用者從電腦按下的鍵盤輸入，這邊我設定如果按下“u”，則 `Serial` 會印下此刻程式執行多少時間，完成 Lab1 第一個驗收。

```

46 void uart_rx_itr_read(){
47     while(bt.readable()) {
48         //type your code here
49         char c = bt.getc();
50         if(c == 'u'){
51             bt.printf("This program runs since %d seconds.\r\n", i);
52         }
53     }
54 }

```

2.用 stm32 控制馬達驅動版上的 LED 亮滅行為。

在第二個驗收，目的為：輸入兩種指令，使驅動版上的 LED 燈以兩種模式交替閃爍：(1)0.5 秒 (2) 2 秒

在程式撰寫部分，使用一個很簡單的 Finite state machine 架構，定義兩個 state: short(以 0.5 秒閃爍), Long(以 2 秒閃爍)

- Default: 預設 state 為 short (初始為 0.5 秒交替閃爍)

```
16  int state = 0;
17  #define short 0
18  #define long 1
19  float blink_half = 0.5; //0.5sec
20  float blink_two = 2;    //2sec.
21
```

接著宣告會用到的變數及函式：

```
1  #include "mbed.h"
2
3  //-----
4  //----- Hardware Declaration -----
5  //-----
6  Serial bt(USBTX, USBRX);
7  DigitalOut myled1(A4);
8  DigitalOut myled2(A5);
9  Ticker tim;
10
```

DigitalOut 的 myled1(A4)意思是 stm 對到的 A4 pin 腳位為我們要控制的閃爍的 myled1 燈。myled2(A5)以此類推。

Ticker tim 是用來控制秒數的。

```
26
27  void init_TIMER();
28  void init_UART();
29  void uart_rx_itr_read();
30  void timer_ITR();
31
```

接著進入主程式部分：

值得注意的是，main function 內除了初始化兩個 function，在無窮回圈內是不做事的，意思是任何行為都是用 interrupt 來觸發。

```
34  int main() {  
35      init_UART();  
36      init_TIMER();  
37  
38      while(1) {  
39      }  
40  }  
41
```

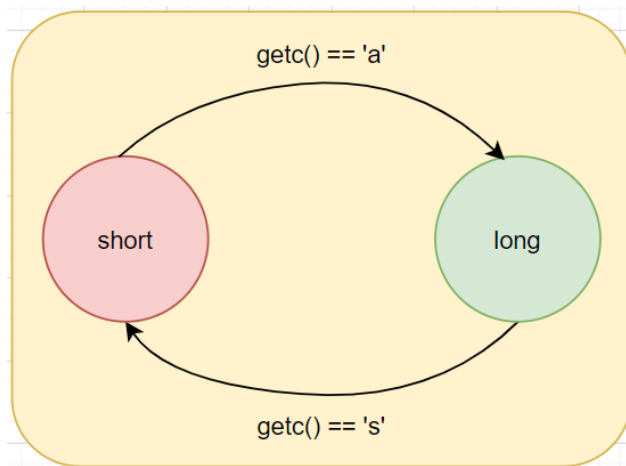
在 init_UART()中，和驗收一樣 baurate 設 115200，並且 attach 一個 interrupt function 來接收 uart 輸入。

```
43  
44  void init_UART()  
45      bt.baud(115200);  
46      bt.attach(&uart_rx_itr_read, Serial::RxIrq);  
47      printf("UART OK\r\n");  
48  
49  
50
```

Uart 輸入分為兩類，

若按下 a 鍵：進入 long state。

若按下 s 鍵：進入 short state。



```

52 void uart_rx_itr_read(){
53     while(bt.readable()) {
54         //type your code here
55         char c = bt.getc();
56         if(c == 'a'){
57             state = long;
58             bt.printf("Now switch to long pattern.\r\n");
59         }
60         if(c == 's'){
61             state = short;
62             bt.printf("Now switch to short pattern.\r\n");
63         }
64     }
65 }
66
67

```

初始化 Timer 部分，其實只有把一個 timer_ITR()函式已每 1000 μ s(1ms 秒觸發一次)。

```

70 void init_TIMER()
71 {
72     tim.attach_us(&timer_ITR, 1000);
73 }
74

```

而真正控制 LED 閃爍的函示在 timer_ITR 內：

在此宣告一個 static int aa 當作一個 counter，每次 interrupt 進來時 counter 會+1(多 1 毫秒)。使用 static 目的為：在下一次 interrupt 進來後，會紀錄上次的值，繼續加秒數。

接著用 `state` 來區分：

1. 若現在是 `short state`：當 `counter` 小於 `blink_half*1000` 的時候，使 A4 亮，A5 暗。因為 `blink_half` 為我們上面定義的 0.5 秒，所以 $0.5*1000(\text{ms}) = 0.5 \text{ second}$ 。又因為初始化 `aa` 是 0，表示：第 0 到第 0.5 秒中：是讓 A4 亮 A5 暗；第 0.5 到 1 秒，是 A4 暗 A5 亮。記得：1 秒後要把 `counter` 歸零，判斷式才會正常運作。
2. 若現在是 `long state`，程式邏輯相同，不同的是 `blink_two` = 2，所以第 0-2 秒是讓 A4 亮 A5 暗；第 2 到 4 秒，是 A4 暗 A5 亮。大於 4 秒後歸零重來。

```

76 void timer_ITR(){
77     static int aa = 0;
78     aa++;
79     switch(state){
80     case short:
81         if(aa < blink_half*1000) {
82             myled1 = 1;    //A4 high
83             myled2 = 0;    //A5 low
84         }
85         else {
86             if(aa < blink_half*2000){
87                 myled1 = 0; //A4 low
88                 myled2 = 1; //A5 high
89             }
90             else aa = 0;
91         }
92         break;
93     case long:
94         if(aa < blink_two*1000) {
95             myled1 = 1;    //A4 high
96             myled2 = 0;    //A5 low
97         }
98         else {
99             if(aa < blink_two*2000){
100                 myled1 = 0; //A4 low
101                 myled2 = 1; //A5 high
102             }
103             else aa = 0;
104         }
105         break;
106     }
107 }

```

二、測量轉速及計算轉移函數

第二部分的實驗：馬達鑑別。有三個驗收：

- 驗收 1: 僅需馬達會轉
- 驗收 2: pc.printf 的轉速需要與轉速計相同
- 驗收 3: 透過示波器找到轉移函數

驗收 1：

在驗收 1 部份，其實花了我們最多時間。因為馬達有時候轉，有時候不轉。本來以為是我們程式 PWM 輸入訊號打錯或其他問題，最後經助教協助，才發現應該是「馬達驅動板」沒焊好、假焊的問題。經過組員努力拯救，終於把驅動板補好。焊接電路板真的是一門學問!看來只有熟能生巧，沒有別的訣竅。

驗收 2：我們測量轉速的公式如下：

$$\text{velocityA} = \frac{\text{EncoderPositionA} * 60}{dt * \text{HALL_RESOLUTION} * \text{GEAR_RATIO}}$$

由於 TIM2 的 CNT(count) 每次進來時會歸零，每次進入這個 ReadVelocity 函式都確保式上次與這次的「相對位移」。

- (1) 除以 dt：轉速 = 單位時間的位移格數
- (2) 除以 HALL_RESOLUTION：因為 Encoder 轉一圈，會增加 60 格位置。所以除以 60 為了得到 revolutions per second。
- (3) 除以 GEAR_RATIO：因為 encoder 的轉速到馬達「指針轉速」有一個減速比的差距：因此要求馬達指針轉速，要除以他的減速比。
- (4) 乘以 60 原因是為了轉成 r.p.m. (revolutions per minute)。

```

void ReadVelocity() {
    short EncoderPositionA;
    short EncoderPositionB;

    EncoderPositionA = TIM2->CNT ;
    EncoderPositionB = TIM3->CNT ;

    // if you want count to zero you can do it
    TIM2->CNT = 0;
    // TIM3->CNT = 0;

    ////////////////////////////////////////////////// maybe you need to do something here

    //////////////////////////////////////////////////

    velocityA = EncoderPositionA*60/(dt*HALL_RESOLUTION*GEAR_RATIO); //unit:rpm
    // please refer to PPT. (then you will find out you may need to add some variables)
    velocityB = EncoderPositionB/you_need_to_do;

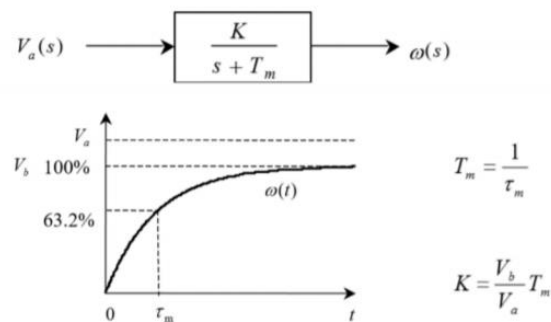
    // pc.printf("Velocity: %.3f rpm\r\n",velocityA);
}

```

驗收 3: 透過示波器找出轉移函數：

使用轉移函數公式如下：

馬達轉移函數



透過將示波器的資料輸出成文字檔，放入 excel 後計算。

使用公式求出我們馬達的 transfer function：

$$\text{Plant } G(s) = \frac{228.44}{s(s + 14.13)}$$

三、完成控制器設計，實現馬達角度控制

在 main 主程式中，若按下 button，則觸發 step_command 一次。另外每 $1000000 \mu s = 1second$ 觸發一次 position_control。(即 sample period = 1second)

```
74 int main() {
75     pc.baud(115200);           //default baud rate
76     InitEncoder();            //don't change it
77
78     InitMotor(PWM_FREQUENCY); // Set pwm period. Don't ch
79
80     mybutton.fall(&step_command); // if you push blue bot
81
82     main_function.attach_us(&position_control, dt*1000000);
83
84     while(1){}
85 }
```

在 step_command()中，用一個 counter 判斷。若按下次數為奇數次，命令為「轉 90 度」。若按下次數為偶數次，命令為「轉 0 度」。

```
87 int counter=0;
88 void step_command() {
89     counter++;
90     if(counter%2 ==0){
91         command = 0;
92     }else{
93         command = 90;
94     }
95     led1 = !led1;
96     button_state = !button_state;
97     // reset = true; // should reset now.
98     // tracking = 1;
99     //////////////////////////////////////
100
101     // you may change your command in here.
102
103     //////////////////////////////////////|
104 }
105
```

```

107 void position_control() {
108 > #if CONTROLLER == 0...
120 #endif
121
122 #if CONTROLLER == 1
123     ReadPosition();
124     e = positionA - command;
125     u = Controller(e);
126     motor_drive(u, 0);
127

```

首先因為要進行馬達角度控制，為了取得 Sensor 回授之角度訊號，要撰寫 ReadPosition()，如下：

```

198
199 void ReadPosition() {
200     short EncoderPositionA;
201     short EncoderPositionB;
202
203     EncoderPositionA = TIM2->CNT;
204     EncoderPositionB = TIM3->CNT;
205
206     // if you want count to zero you can do it
207     // if(reset== true){
208     //     reset = false; // already reset.
209     //     TIM2->CNT = 0;
210     //     TIM3->CNT = 0;
211     // }
212
213     // Be careful if you always don't set the register to zero, it might overflow.
214
215     positionA = EncoderPositionA*360/(HALL_RESOLUTION*GEAR_RATIO); //output
216     positionB = EncoderPositionB / you_need_to_do;
217
218
219     // pc.printf("%d\r\n",positionA);
220 }

```

只需將 velocityA 的 dt 部分與 60 部分拿掉，因為需要讀取每個當下的位移 counter 讀數。要注意的是 Encoder 讀數是「相對」而非絕對的。

補償器設計思路：

我們最初使用 state space 設計一組 Compensator，設計思路如下：

Plant: $\frac{228.44}{s(s+14.13)}$

1° $M_p = 2\% \Rightarrow e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.02 \Rightarrow \zeta = 0.7797$
 $0 \leq \zeta \leq 1$
 $\zeta \approx 0.78$

2° let settling time $t_s < 0.1$ second.
 $0.1 > \frac{4.6}{\zeta\omega_n} \approx \frac{4.6}{0.78\omega_n}$
 $\Rightarrow \omega_n > \frac{4.6}{0.78 \times 0.1} > 58.994$

3° Place control poles at $-\sigma \pm j\omega_d = -46 \pm j36.9$
 $\sigma = \zeta\omega_n = 45.999 \approx 46$
 $\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2} \cdot \omega_n \approx 36.9472$
 ≈ 36.9
 $(-45, -45)$

4° Control Law K : $\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{228.44}{s(s+14.13)} \Rightarrow \ddot{y} + 14.13\dot{y} = 228.44u$
 recall: from tf: $\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{228.44}{s(s+14.13)} \Rightarrow \ddot{y} = -14.13\dot{y} + 228.44u$

Let $\theta = \frac{1}{228.44}y$
 $\dot{\theta} = \frac{1}{228.44}\dot{y}$
 $\ddot{\theta} = \frac{1}{228.44}\ddot{y}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14.13 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$

$y = \begin{bmatrix} 0 & 228.44 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \theta \end{bmatrix}$

$\det[sI - (A - BK)] = \alpha_c(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} s+14.13+K_1 & +K_2 \\ -1 & s \end{bmatrix} = s^2 + (14.13+K_1)s + K_2 = s^2 + 91.99s + 3477.926$
 $\Rightarrow K = [K_1 \ K_2] = [77.86 \quad 3477.93]$

5° Observer = \mathcal{L}

$$\textcircled{D} \text{ Let } p_e = s w_n = -5.58.974 = -294.87$$

$$\Rightarrow \det [sI - (A - \mathcal{L}C)] = \alpha_e(s) = (s + 294.87) = s^2 + 589.74s + 86948.3169$$

$$= \det \begin{bmatrix} s+14.3 & 228.4461 \\ -1 & s+228.4462 \end{bmatrix} = (s+14.3)(s+228.4462) + 228.4461$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{L}_1 \\ \mathcal{L}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 228.4461 \end{bmatrix} = s^2 + (14.3 + 228.4462)s + 228.4461$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 228.4461 \\ 0 & 228.4462 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathcal{L} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_1 \\ \mathcal{L}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 380.62 \\ 2.519 \end{bmatrix}$$

6° $\bar{N} = N_u + K N_x$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{if } x_{ss}=0 \\ \text{if } y_{ss}=1, x_{ss} \end{matrix} = \begin{bmatrix} -14.3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 228.44 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0044 \\ 1 & 14.13 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0044 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{N} = 0 + [71.86 \text{ sm}^2] \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0044 \end{bmatrix}$$

$$\approx 15.302892 \approx \boxed{15.3}$$

7° Case I = Let $M = B\bar{N} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} 15.3 = \begin{bmatrix} 15.3 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow \dot{\hat{x}} = (A - \mathcal{L}C)\hat{x} + B(-K\hat{x} + \bar{N}r) + \mathcal{L}y = (A - BK - \mathcal{L}C)\hat{x} + B\bar{N}r + \mathcal{L}y$$

$$u = -K\hat{x} + \bar{N}r \quad \uparrow \text{input}$$

$$\textcircled{D} \frac{U(s)}{Y(s)} = -K(sI - (A - BK - \mathcal{L}C))^{-1}\mathcal{L} \quad ; \quad \frac{U(s)}{R(s)} = -K(sI - (A - BK - \mathcal{L}C))^{-1}B\bar{N} + \bar{N}$$

CS 掃描全能王 創建

轉成差分方程後，不知為何馬達不會動。因此我們先使用 P control

嘗試控制成效。只用 P control 就已經可將穩態誤差降到最小。

(理論上因為系統 system type 是 Type 1，追 step command 應該無穩

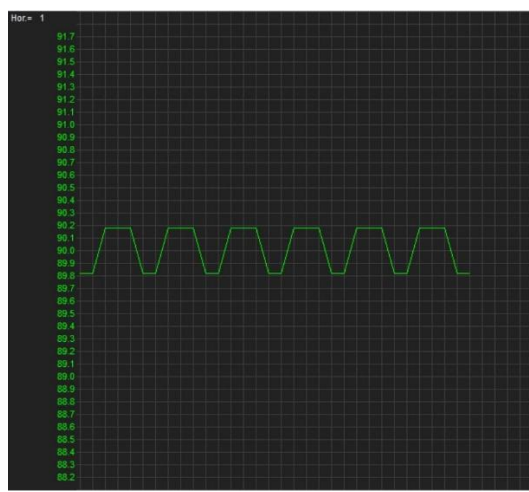
態誤差，但因為有摩擦力的影響，如上解釋，會有些微誤差。)

注意：在 Lab2 有要我們找出馬達的最低可動電壓，目的即為為克服摩擦力造成的非線性影響。在誤差很小時，透過控制算出的驅動信號 u ，若小於「馬達可動最低電壓」e.x. 1 伏特，馬達即使有收到此信號，也無法動，因為摩擦力會抵消這個信號造成的驅動力。因次我們需要手動限制邊界條件：

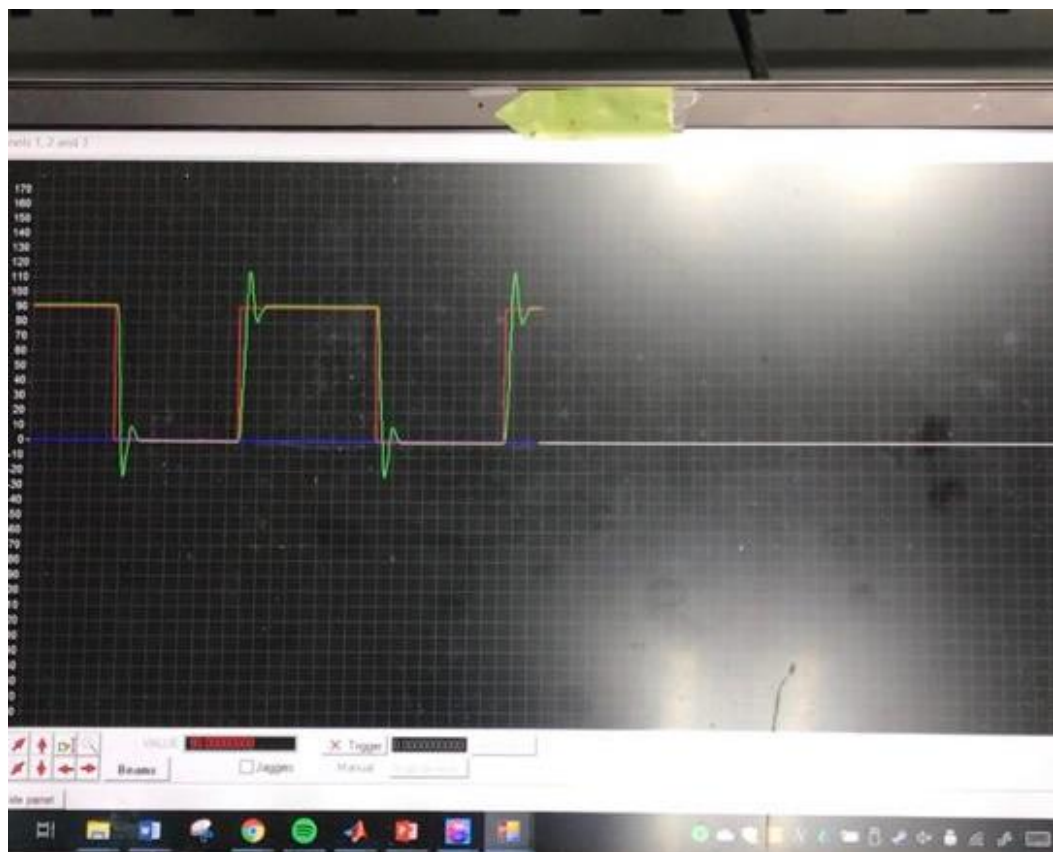
```
223 float Controller(float e) {  
224     // if you want, you can add parameters by yourself  
225     u = 0.35*e;  
226  
227     if(u<=2 && u >0) u = 2;  
228     else if(u<0 && u>-2) u = -2;  
229  
230     return u;  
231  
232 }
```

觀測波型圖可發現未有下方震盪行為(因為我們手動設定邊界條件)

解析度為：0.2 度左右(89.8-90.2)



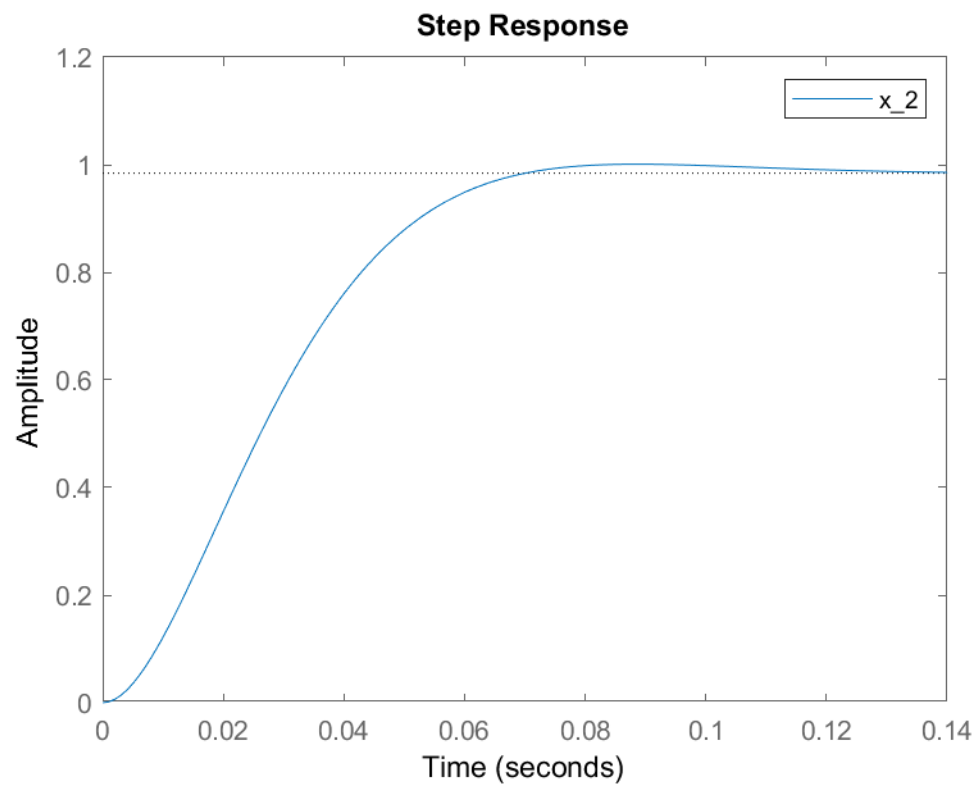
Overall response(紅色：command, 綠色：response)



後

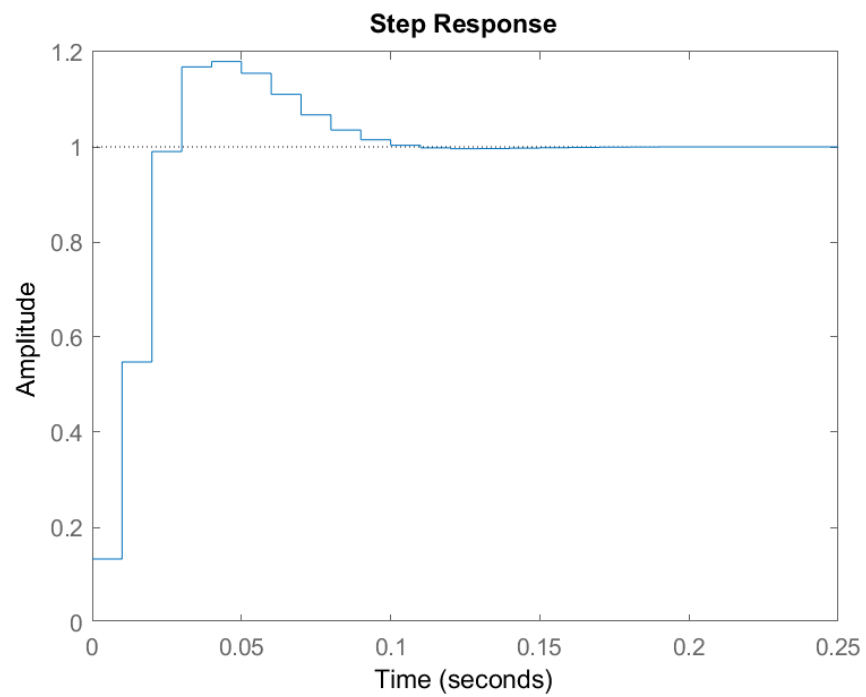
來嘗試 PD control，從 matlab 上 trial and error 後響應效果如下：

PD controller：



將此 PD control 用 Tustin 近似後結果：

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{4.317z - 3.159}{z + 1}$$



轉成差分方程式： $u[k] = 4.317e[k] - 3.159e[k - 1] - u[k - 1]$

寫入 MCU 後，馬達響應結果不甚理想。

我們最後決定再試一次 State Space Design 的 Compensator。

$p_c = [-44, -45]$

$p_e = [-300, -310]$

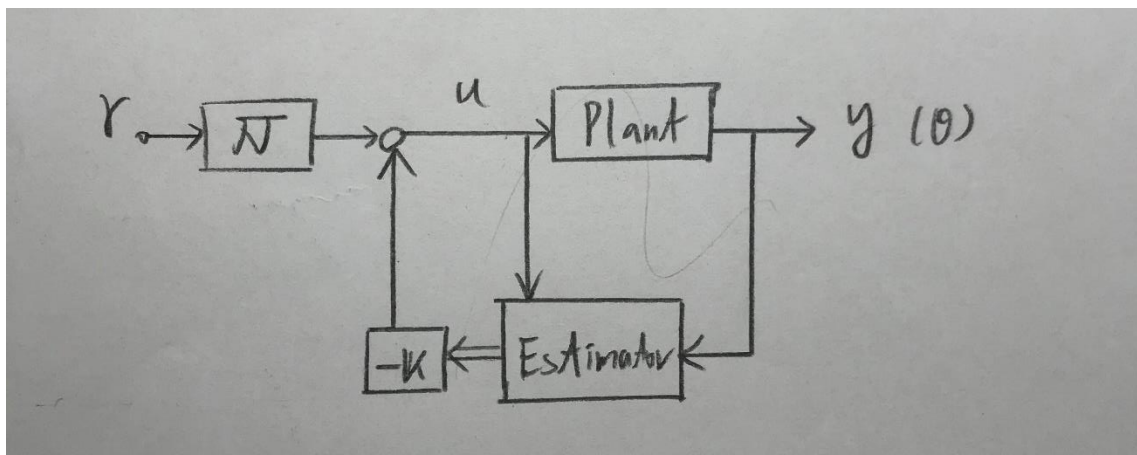
$N_{bar} = 8.665$

我們嘗試三種方法：

1. 引用 reference input 的 case 1 (Autonomous estimator)

Case1 讓擺置的零點和估測器集點消除，因此估測器的 input 為：回授的 y (角度)和輸入受控場的 u (電壓)。

方塊圖：



Compensator Transfer function :

$$\frac{U(s)}{u(s)} = \frac{-0.2414 z^2 - 0.3654 z - 0.124}{z^2 + 0.4157 z + 0.04314}$$

$$\frac{U(s)}{y(s)} = \frac{-28.95 z^2 - 6.322 z + 22.63}{z^2 + 0.4157 z + 0.04314}$$

Compensator 差分方程式：

$$u1[k] = -0.2414u[k] - 0.3654u[k - 1] - 0.124u[k - 2] \\ - 0.4157u1[k - 1] - 0.04314u1[k - 2]$$

$$u2[k] = -28.95y[k] - 6.322y[k - 1] + 22.63y[k - 2] \\ - 0.4157u2[k - 1] - 0.04314u[k - 2]$$

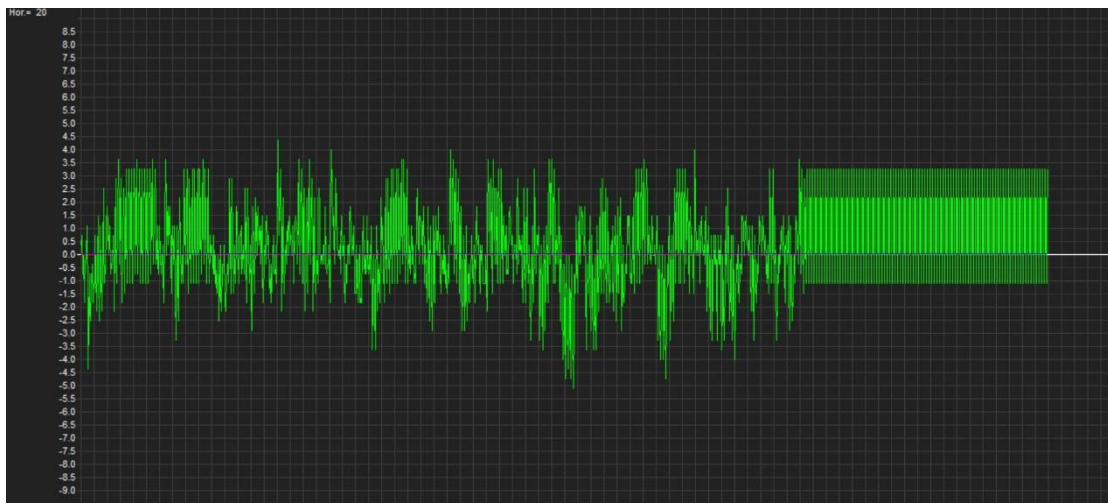
$$u[k] = u1[k] + u2[k]$$

Overall response (紅色：command, 綠色：response)





Resolution：震盪稍微大一些。



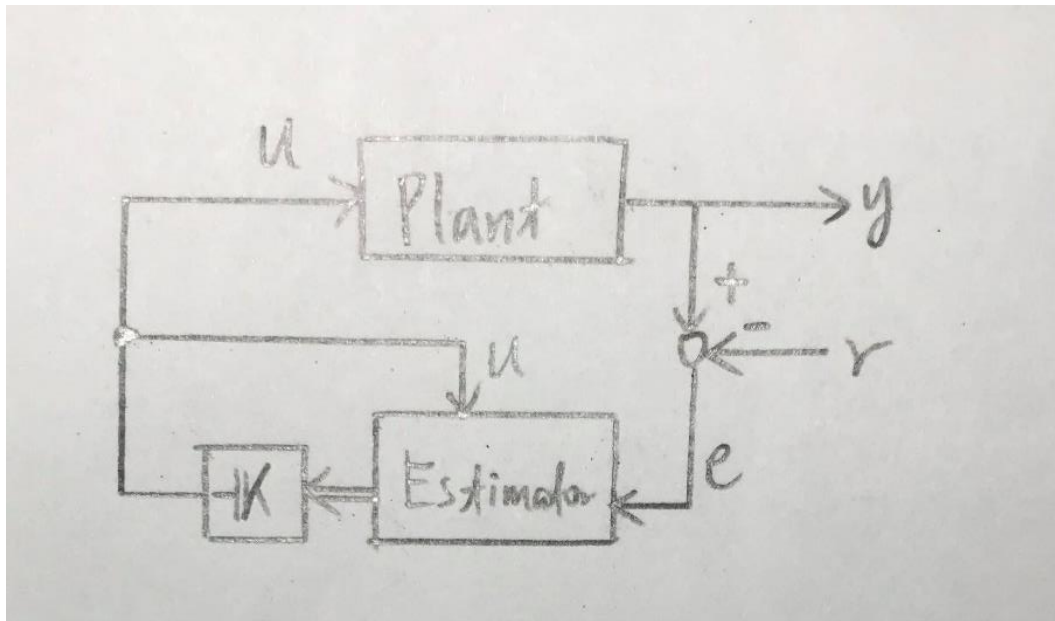
2. 引用 reference input 的 case 2 (tracking error e)

第二個 case 使 $M = -L$, $N_{bar} = 0$ ：得到較好的響應，但是震盪太大。

經討論後決定將 matlab 中使用 Tustin 近似的 sampling period T 調大

(從 0.001 變為 0.1)。響應結果如下：(誤差收斂到 0.2 個解析度)

方塊圖：



Compensator Transfer function :

$$\frac{U(s)}{e(s)} = \frac{-23.32 z^2 - 5.093 z + 18.23}{z^2 + 0.6292 z + 0.1346}$$

Compensator 差分方程式 :

$$u[k] = -23.32e[k] - 5.093e[k-1] - 18.23e[k-2] - 0.6292u[k-1] - 0.1346u[k-2]$$

Overall response (紅色 : command, 綠色 : response)



resolution



3. 增加積分控制：

增加積分控制後強健性有變好，但是不曉得為甚麼響應速度非常慢，也許是 **Integral term** 的 **gain** 不夠大。

因為照片不好看就沒有放上來了。

四、實驗心得

首先謝謝老師與助教們用心設計這三次的實驗，控制系統課程的實驗每次都讓我收穫滿滿。再來是感謝我的組員，皓庭與永鈞，他們都比我認真好多，組員一起討論系統設計與遭遇困難時的解決辦法，真的使這門課變得更有興趣。最感動是最後有利用本學期課程核心概念：**State space** 狀態空間來設計補償器，雖然步驟稍微繁瑣了一些，但概念上和控一的 **P**、**PD** 相比，感覺又高級了許多。尤其是對於輸入 **r** 可以做前饋項(**Nbar**)，加上積分控制，使整個系統更加強健。

這次實驗透過 **MCU** 板撰寫程式，也理解到數位控制與類比控制的不同。雖然更方便也更快速，但有些小細節須注意：例如取樣時間的大小。另外也從實驗更加了解現實世界的「非線性」：例如馬達最低可動電壓不是無限小，要抵抗最大靜摩擦力的影響。再次謝謝老師、助教、組員、以及堅持下來的自己！期待數位控制能學到更進階的控制理論與實務。