

Entrega E3-SECO

Pablo López Querol, Carlos Gómez Rodríguez

Índice

1. Introducción	3
2. Análisis de los diferentes controladores	3
2.1. P	3
2.2. PD	7
2.3. P-D	11
2.4. PI	13
2.5. PID	16
2.6. PI-D	19
2.7. PID-D	22
2.8. D PID	25
3. Análisis y diseño sistema de control	28
3.1. Análisis de estabilidad	28
3.2. Análisis del problema de seguimiento a las señales de referencia	30
3.3. Elección de parámetros del controlador	31
4. Implementación en el telelaboratorio del controlador diseñado	34
4.1. Diferencias entre estudio analítico y telelaboratorio	36
5. Conclusiones	37

1. Introducción

Teorema del valor final: Sirve para analizar un sistema en régimen permanente, en general lo vamos a usar para analizar la función error, la cual en régimen permanente su resultado ideal es 0. La función error es la diferencia entre la señal entrada y la señal salida. Que esta sea igual a 0 significa que en régimen permanente la salida es igual a la entrada.

$$\lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot X(s) \cdot H_e(s) \quad (1.1)$$

En los siguientes apartados consideraremos las siguientes $X(s)$:

- Función escalón:

$$X(s) = \frac{1}{s^3} \quad (1.2)$$

- Función rampa:

$$X(s) = \frac{1}{s^2} \quad (1.3)$$

- Función parábola:

$$X(s) = \frac{1}{s^3} \quad (1.4)$$

El procedimiento seguido en el análisis de los diferentes controladores ha sido introducir la función de transferencia $H(s)$ en Matlab y calcular su respuesta a las función que queremos analizar: escalón [1.2], rampa [1.3] y parábola [1.4].

Además se ha usado como planta el motor del laboratorio cuya K y p se calculó en la entrega 1.

$$K = 1,16; \quad p = 68; \quad (1.5)$$

2. Análisis de los diferentes controladores

En cada controlador se va a analizar que efecto producen las constantes propias de este a los efectos de sobreelongación máxima, tiempo de respuesta y tiempo de establecimiento (régimen transitorio). También se analizará el efecto que producen estas constantes en régimen permanente para los tres tipos de entradas que se han analizado en clase.

2.1. P

El controlador P consiste en una etapa proporcional en la que se multiplica la función de transferencia $H(s)$ por una constante K_p . El resultado es un sistema que tiene la siguiente forma:

$$H_p(s) = \frac{K_p K}{s^2 + ps + K_p K} \quad (2.1)$$

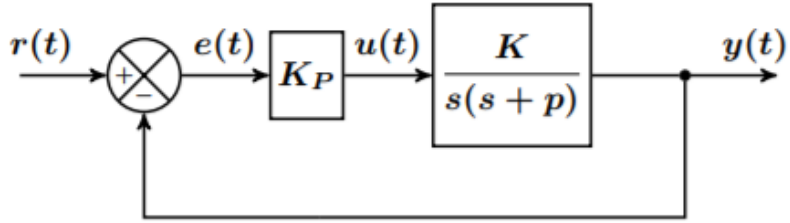


Figura 2.1: Controlador P

En Matlab se han obtenido la respuesta del controlador junto con la planta del laboratorio [1.5]. La respuesta del controlador a la señal referencia escalón es:

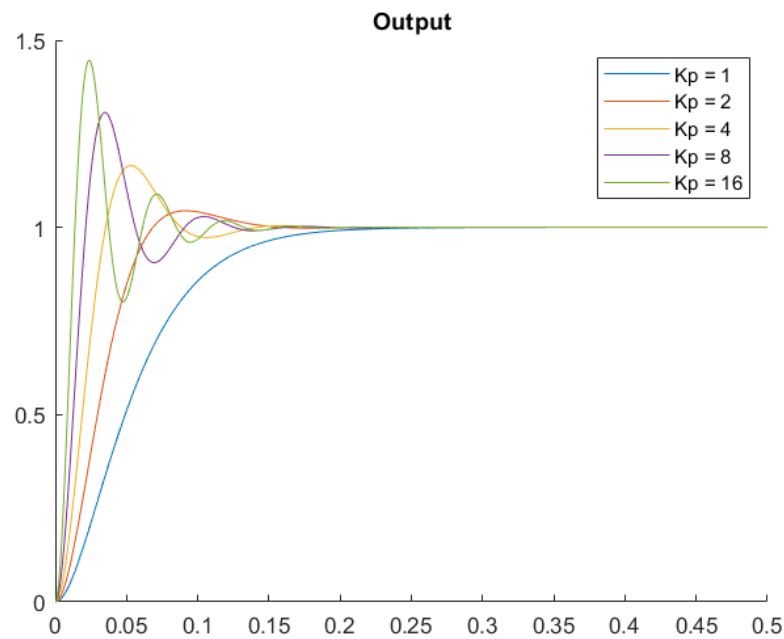


Figura 2.2: Respuesta a un controlador P

Según aumenta K_p menor son el tiempo de subida y el tiempo de establecimiento y pero también, mayor es la sobreelongación máxima.

El comportamiento en régimen permanente es:

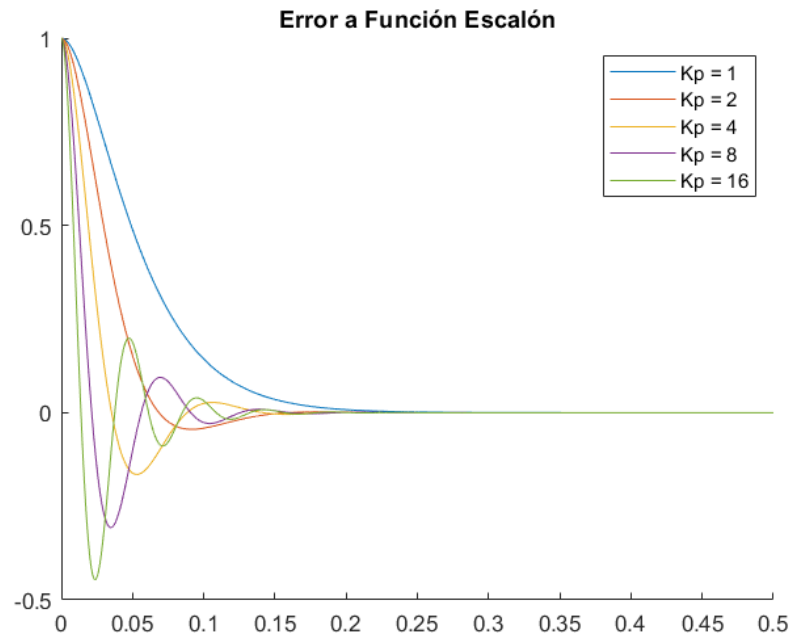


Figura 2.3: Error a la entrada escalón con un controlador P

El error es nulo para cualquier constante K_p .

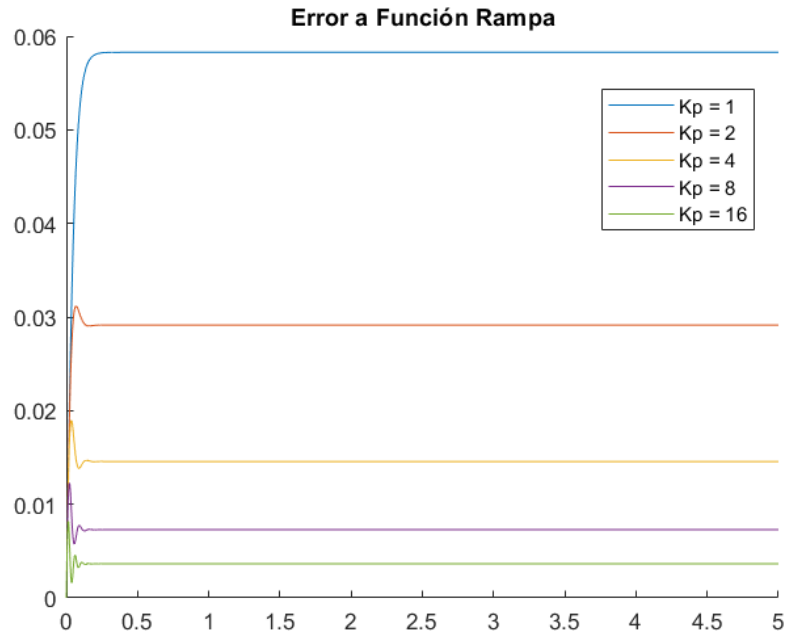


Figura 2.4: Error a la entrada rampa con un controlador P

En este caso el error no es nulo pero si es constante, cuanto mayor es el valor de K_p menor es el error. Se ha calculado este valor aplicando el teorema del valor final:

$$e_{P,1}(\infty) = \frac{p}{KK_p} \quad (2.2)$$

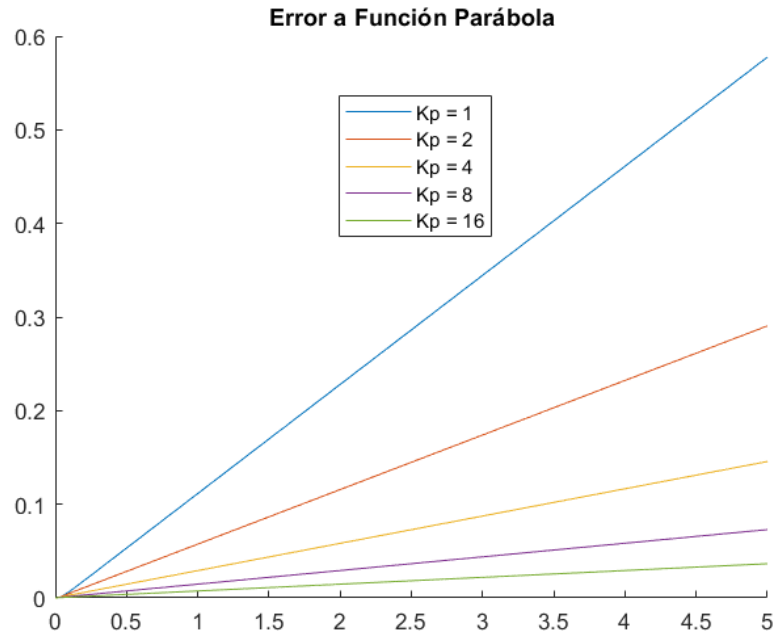


Figura 2.5: Error a la entrada parábola con un controlador P

Por último se puede observar que para cualquier valor K_p , en régimen permanente, el error a la entrada parábola es infinito.

2.2. PD

Un controlador PD es un controlador proporcional y derivativo. Se trata de un sistema de orden dos. A continuación se muestra un esquema de bloques con un sistema de control con un PD en el lazo directo.

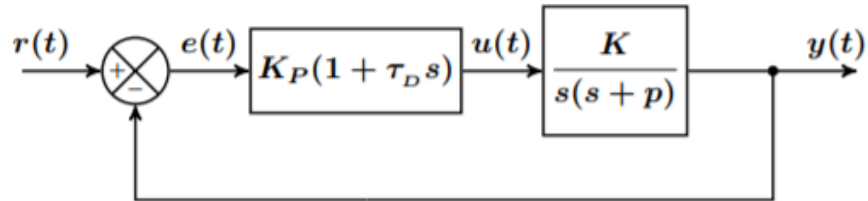


Figura 2.6: Controlador PD en lazo directo controlando un sistema de segundo orden tipo uno

La función de transferencia es, pues

$$H_{PD}(s) = \frac{K_p K (1 + \tau_D s)}{s^2 + (p + K_p K \cdot \tau_D) s + K_p K} \quad (2.3)$$

Se dispone de dos parámetros de diseño (K_p, τ_D) , luego hay un grado más de libertad que en el controlador P.

Si atendemos al numerador, este tiene un subpolinomio completo del denominador de grado cero, por lo que sólo podrá resolver el problema de seguimiento para las señales monómicas con $q < 1$, es decir, sólo la señal de referencia escalón.

Por esta razón, utilizando el teorema del valor final aplicado a la función error, se llega a que

$$e_{PD}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 p}{K_p K} R(s) \quad (2.4)$$

y entonces para el caso de señal escalón, el error será nulo. Para una señal rampa tendrá un valor finito. Para el caso de una señal parabólica, el error será infinito.

Y así escritas, podemos distinguir tres casos:

- Si $\tau_D > 0$, el coeficiente de la segunda forma canónica será positivo y el sistema irá siempre hacia delante.
- De la misma forma, si $\tau_D < 0$, el coeficiente de la segunda forma canónica será negativo y en $y(0)$ el controlador retrocederá .
- Si $\tau_D = 0$ nos encontramos ante un controlador P.

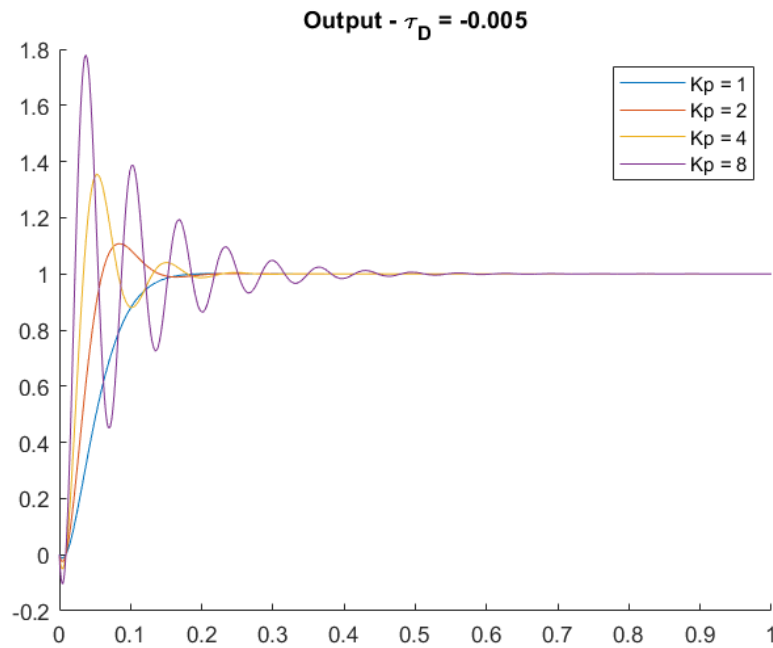


Figura 2.7: $\tau_D < 0$

Además la pendiente de la salida en el origen no es cero, como en el caso del controladores P, sino que puede ser de valor positivo o negativo según el valor de τ_D . Es por esto por lo que un controlador PD puede ser un sistema de fase no mínima.

Por último, se muestran las curvas de salida para valores diferentes de τ_D y K_P .

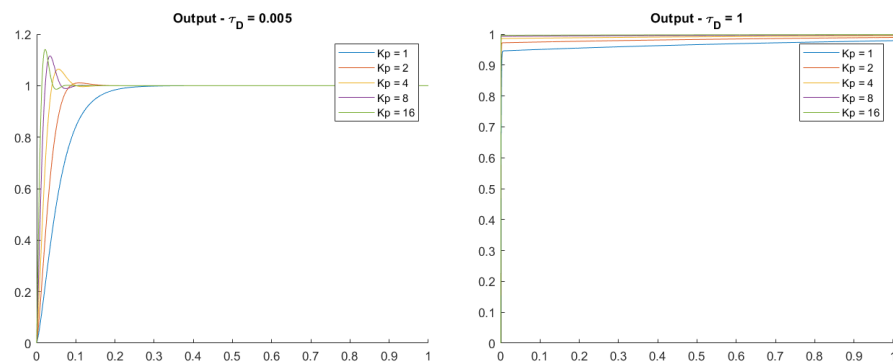


Figura 2.8: Salida para controlador PD

Puede verse que para un valor mayor de K_p , la sobreelongación máxima es mayor y se reduce el tiempo de subida (al igual que en el controlador P). Cuanto mayor es el parámetro τ_D , menor tiempo de subida tenemos, sin que afecte significativamente a la sobreelongación.

Una de las principales diferencias del sistema PD con un P-D es que con un PD podemos obtener una respuesta más rápida, pero tenemos un sistema de fase no mínima.

El comportamiento en régimen permanente es:

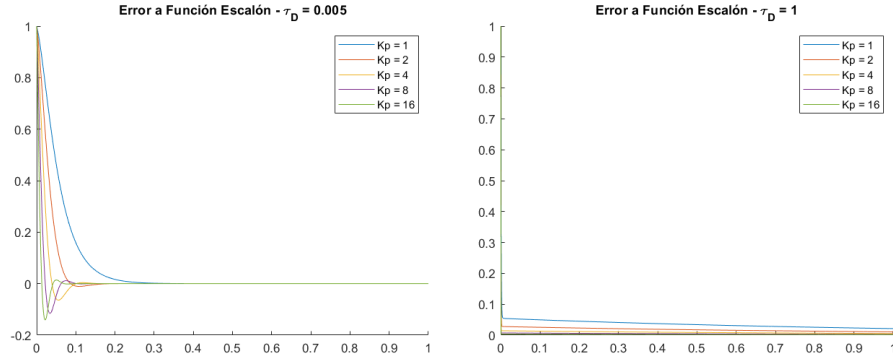


Figura 2.9: Error a la entrada escalón con un controlador PD

El error es nulo para cualquier constante K_p o τ_D .

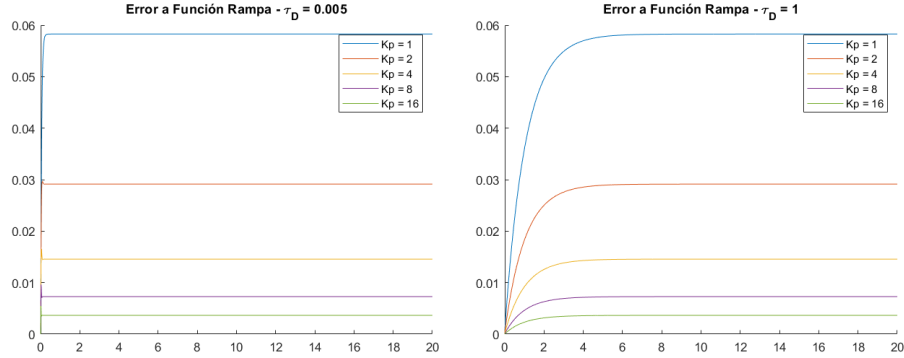


Figura 2.10: Error a la entrada rampa con un controlador PD

En este caso el error no es nulo pero si es constante, cuanto mayor es el valor de K_p menor es el error, además, es independiente de τ_D . Se ha calculado este valor aplicando el teorema del valor final:

$$e_{PD,1}(\infty) = \frac{p}{KK_p} \quad (2.5)$$

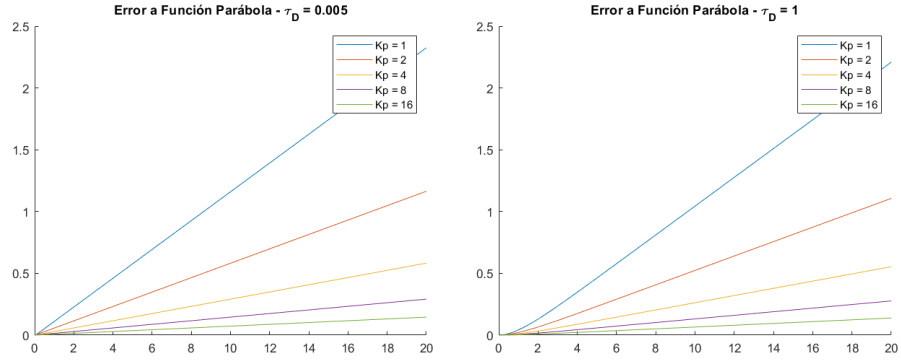


Figura 2.11: Error a la entrada parábola con un controlador PD

Por último se puede observar que para cualquier valor K_p y τ_D , en régimen permanente, el error a la entrada parábola es infinito.

2.3. P-D

El controlador P-D tiene dos parámetros de diseño (K_p, τ_D). La función de transferencia queda de la siguiente forma:

$$H_{P-D}(s) = \frac{K_p K}{s^2 + (p + K_p K \cdot \tau_D)s + K_p K} \quad (2.6)$$

Como se puede ver en caso de que $\tau_D = 0$, el controlador es se corresponde con el controlador proporcional.

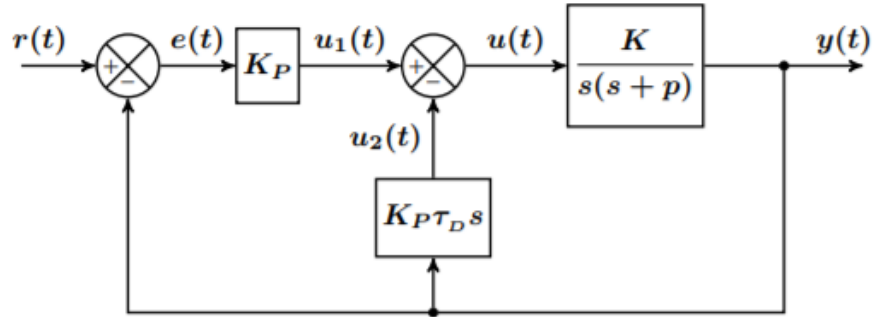


Figura 2.12: Controlador P-D

A continuación se ha hecho un análisis para la entrada escalón de las diferentes respuestas del sistema, se han hecho dos gráficas distintas, cada una con un valor τ_D diferente.

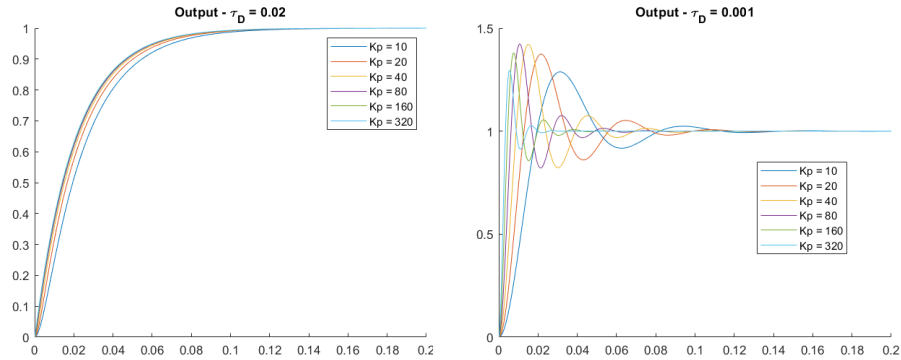


Figura 2.13: Salida para controlador P-D

La sobreelongación máxima es menor cuanto mayor es τ_D , así mismo también se puede ver que varía de forma NO LINEAL con K_P . También se puede ver como el tiempo de establecimiento es menor cuanto mayor es K_P y no se ve muy afectado por τ_D . El tiempo de subida varía significativamente con K_P , cuanto mayor es, menor es el tiempo de subida. También, cuanto mayor es τ_D mayor es el tiempo de subida, aunque no es muy significativa la variación.

Respecto del punto de vista de la estabilidad en régimen permanente:

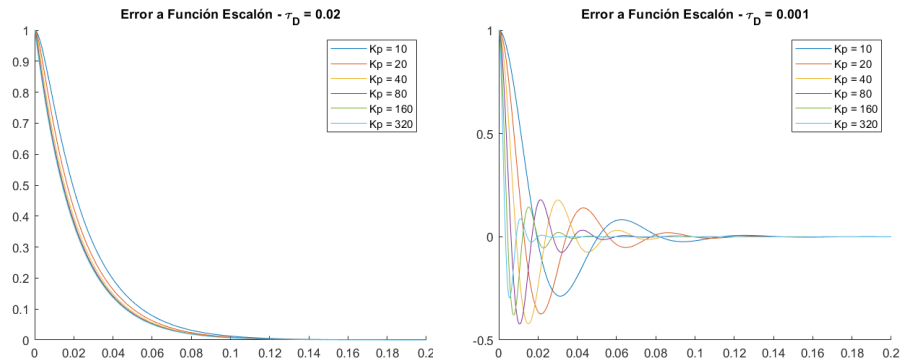


Figura 2.14: Error a la entrada escalón con un controlador P-D

El error para la señal de referencia escalón [1.2] es nulo en régimen permanente.

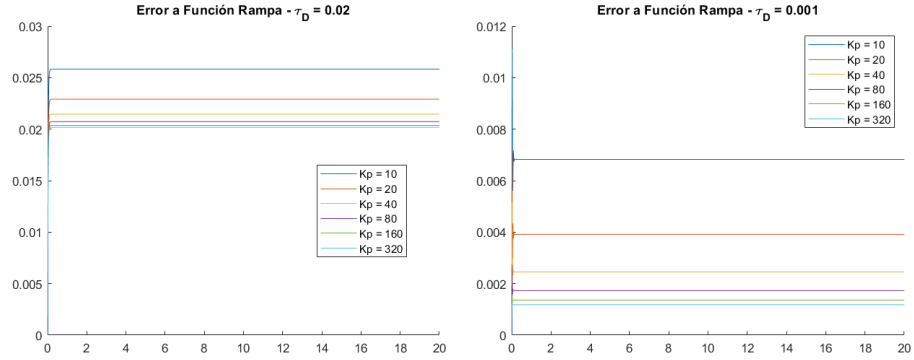


Figura 2.15: Error a la entrada rampa con un controlador P-D

Además aplicando el teorema del valor final [1.1], se llega a la siguiente conclusión:

$$e_{P-D,1}(\infty) = \frac{p + K K_p \cdot \tau_D}{K K_p} \quad (2.7)$$

Se puede observar que para el caso $\tau_2 = 0$:

$$e_{P-D,1} = e_{P,1}$$

Y el controlador se comporta como un controlador proporcional.

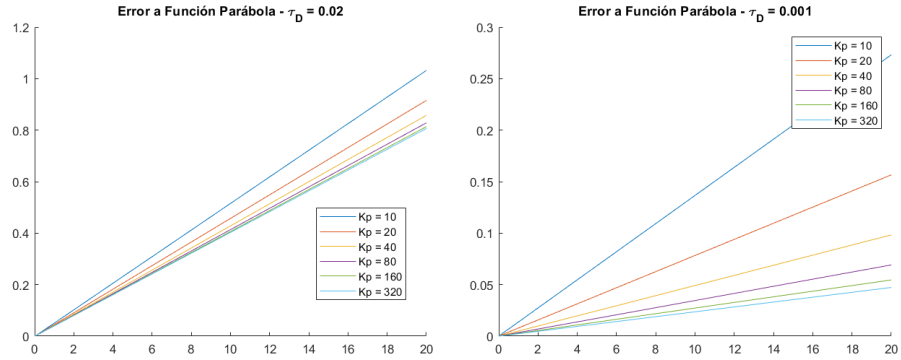


Figura 2.16: Error a la entrada parábola con un controlador P-D

Para la señal referencia parábola el error es infinito.

2.4. PI

Un controlador PI es un sistema de orden tres. Se trata de un controlador proporcional integral. El esquema de bloques es el siguiente:

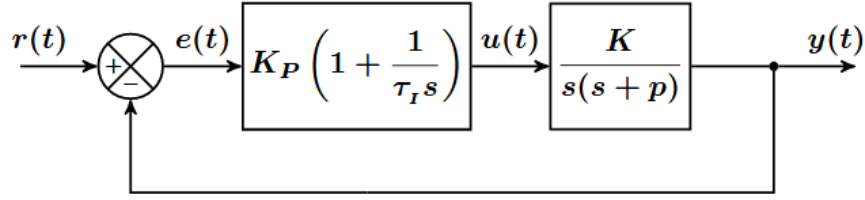


Figura 2.17: Controlador PI

Las funciones de transferencia y error en lazo cerrado son

$$H_{PI}(s) = \frac{K_p K (s + \frac{1}{\tau_I})}{s^2(s+p) + K_p K (s + \frac{1}{\tau_I})} \quad (2.8)$$

$$H_{e,PI}(s) = \frac{s^2(s+p)}{s^2(s+p) + K_p K (s + \frac{1}{\tau_I})} \quad (2.9)$$

El controlador P-D tiene dos parámetros de diseño (K_p, τ_D) . La función de transferencia queda de la siguiente forma:

$$H_{P-D}(s) = \frac{K_p K}{s^2 + (p + K_p K \cdot \tau_D)s + K_p K} \quad (2.10)$$

A continuación se ha hecho un análisis para la entrada escalón de las diferentes respuestas del sistema dependiendo de los parámetros de este, se han hecho dos gráficas distintas, cada una con un valor τ_I diferente.

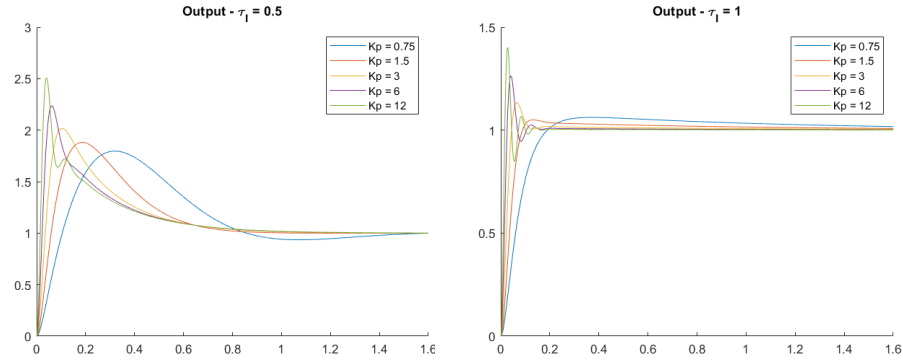


Figura 2.18: Salida para controlador PI

La sobreelongación máxima es menor cuanto mayor es τ_I y menor es K_P . También se puede ver como el tiempo de establecimiento y el tiempo de subida disminuyen cuanto mayor sean K_P y τ_I . Es decir a aumentar K_P , el sistema es

más rápido pero hay más oscilación. Respecto del punto de vista de la estabilidad en régimen permanente:

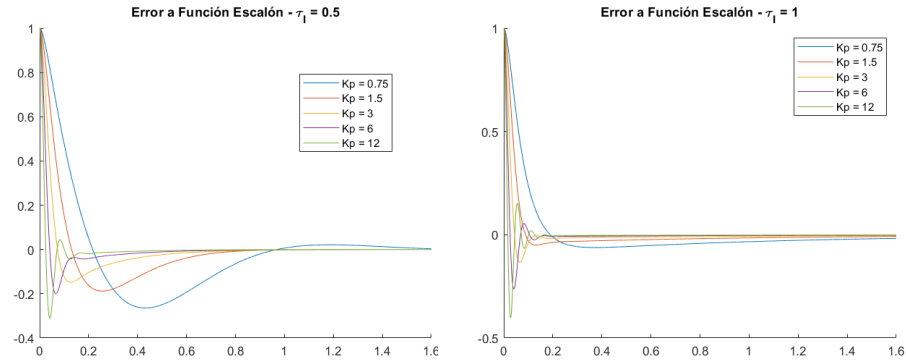


Figura 2.19: Error a la entrada escalón con un controlador PI

El error para la señal de referencia escalón [1.2] es nulo en régimen permanente.

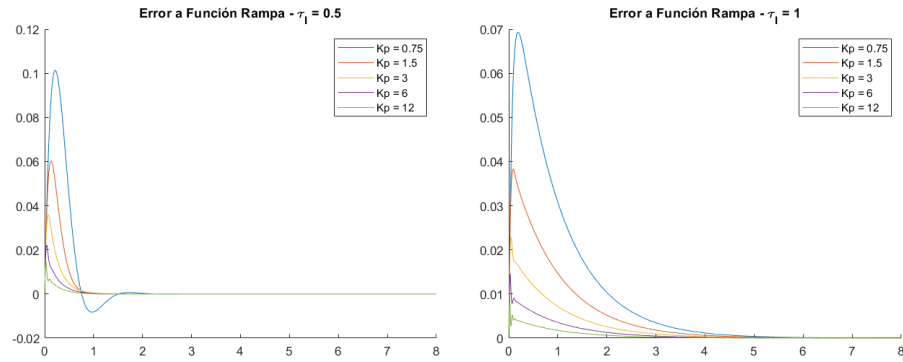


Figura 2.20: Error a la entrada rampa con un controlador PI

Como novedad este controlador tiene error nulo a la rampa a diferencia de todos los controladores anteriores.

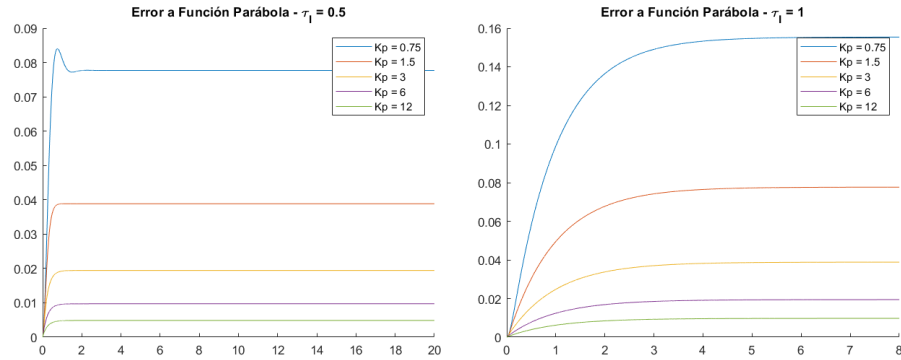


Figura 2.21: Error a la entrada parábola con un controlador PI

Para la señal referencia parábola el error es constante. Además, aplicando el teorema del valor final [1.1], se llega a la siguiente conclusión:

$$e_{P-D,2}(\infty) = \frac{\tau_I p}{K K_P} \quad (2.11)$$

Observando las funciones de transferencia, puesto que el numerador contiene un subpolinomio completo de grado uno, el controlador PI sólo podrá resolver el problema de seguimiento para señales monómicas de orden $q < 2$, es decir, para el escalón y rampa. Además, Utilizando el teorema del valor final, se puede ver la condición de seguimiento en régimen permanente.

2.5. PID

Es uno de los controladores más usados en la industria

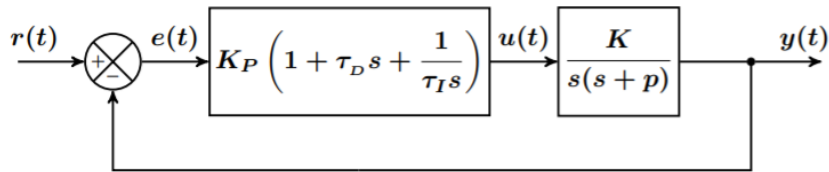


Figura 2.22: Controlador PID

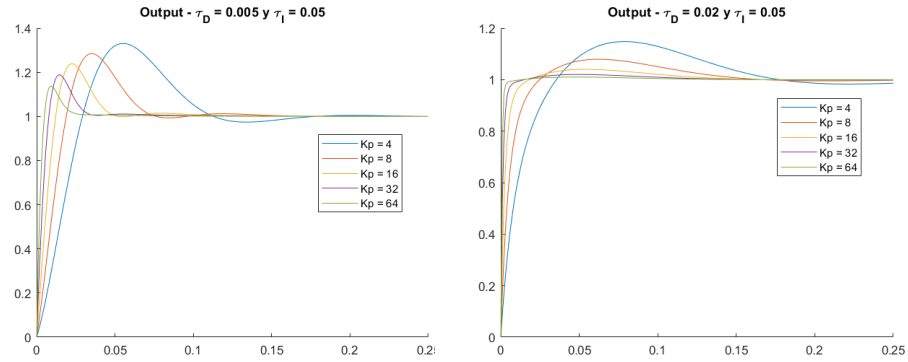


Figura 2.23: Salida Controlador PID (1)

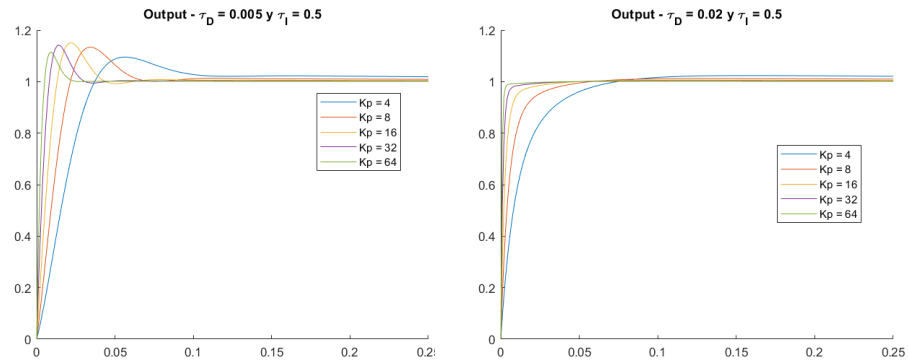


Figura 2.24: Salida Controlador PID (2)

El sistema PID es más rápido que el sistema PI-D pero podemos hacer un sistema de fase no mínima. Como se puede ver en la tercera gráfica, K_P afecta de forma no lineal a M_P y al aumentar, disminuye el tiempo de subida y de establecimiento. El coeficiente τ_D afecta principalmente al tiempo de establecimiento (comparativa gráficas 1 y 2). El coeficiente τ_I afecta principalmente a la elongación máxima (comparativa gráficas 1 y 3) al al aumentar el coeficiente M_P disminuye.

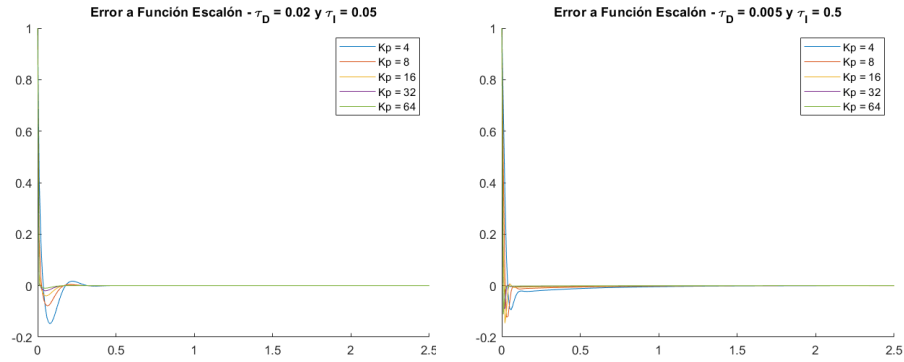


Figura 2.25: Error a la entrada escalón con un controlador PID

El error para la señal de referencia escalón [1.2] es nulo en régimen permanente.

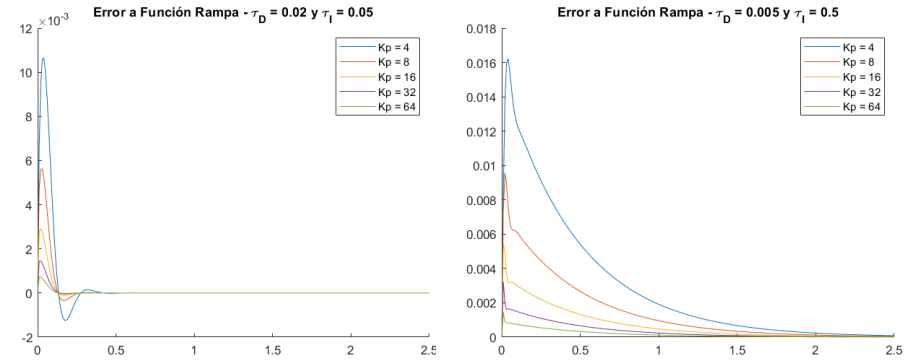


Figura 2.26: Error a la entrada rampa con un controlador PID

El error a la rampa también es nulo en el controlador PID.

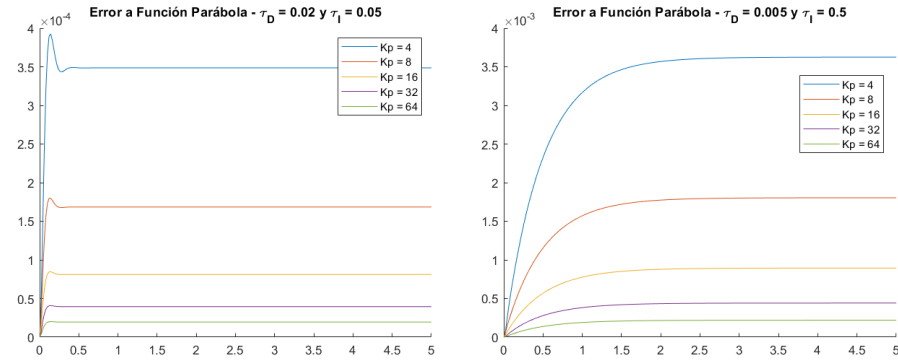


Figura 2.27: Error a la entrada parábola con un controlador PID

Para la señal referencia parábola el error es constante. Además, aplicando el teorema del valor final [1.1], se llega a la siguiente conclusión:

$$e_{PID,2}(\infty) = \frac{\tau_I p}{K K_P} \quad (2.12)$$

2.6. PI-D

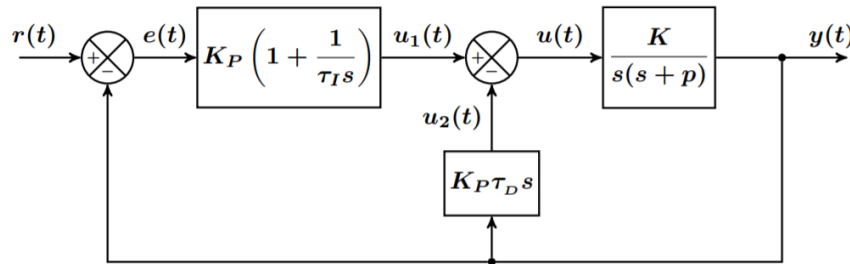


Figura 2.28: Controlador PI-D

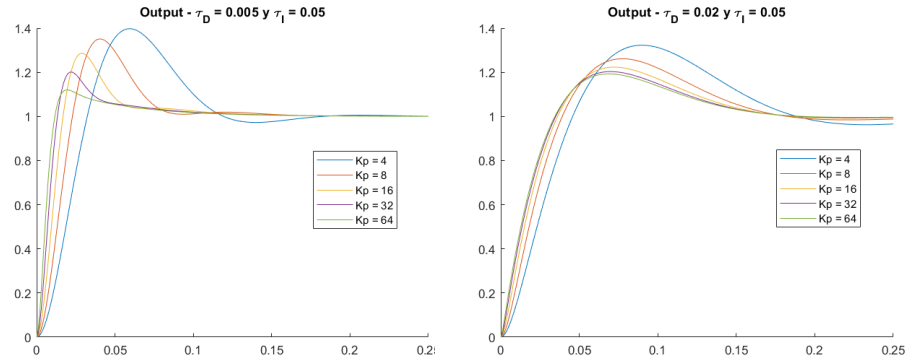


Figura 2.29: Salida Controlador PI-D (1)

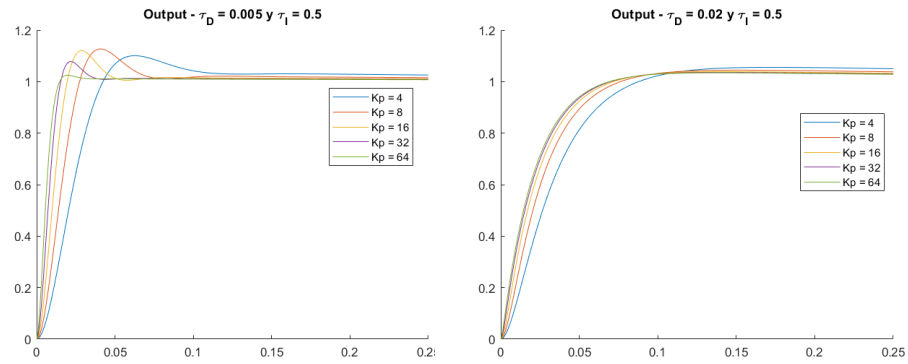


Figura 2.30: Salida Controlador PI-D (2)

Como se puede ver en la tercera gráfica, K_P afecta de forma no lineal a M_P y al aumentar, disminuye el tiempo de subida y de establecimiento. El coeficiente τ_D afecta principalmente al tiempo de establecimiento (comparativa gráficas 1 y 2). El coeficiente τ_I afecta principalmente a la elongación máxima (comparativa gráficas 1 y 3) al al aumentar el coeficiente M_P disminuye.

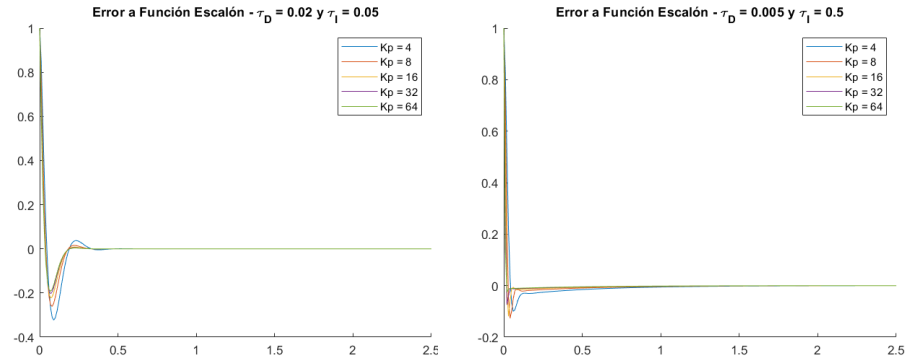


Figura 2.31: Error a la entrada escalón con un controlador PI-D

El error para la señal de referencia escalón [1.2] es nulo en régimen permanente.

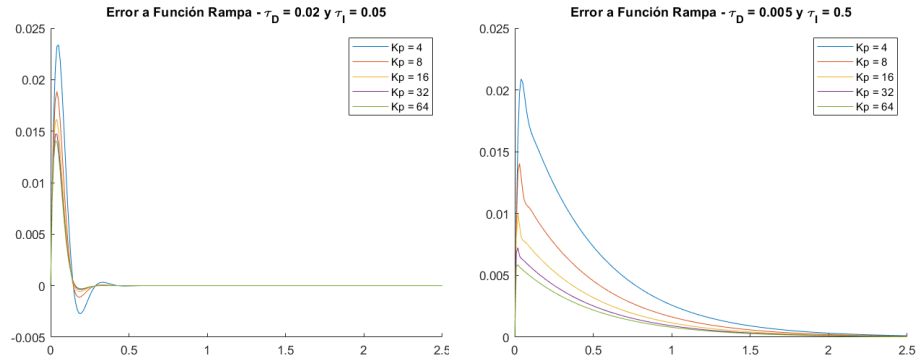


Figura 2.32: Error a la entrada rampa con un controlador PI-D

El error a la rampa también es nulo en el controlador PI-D.

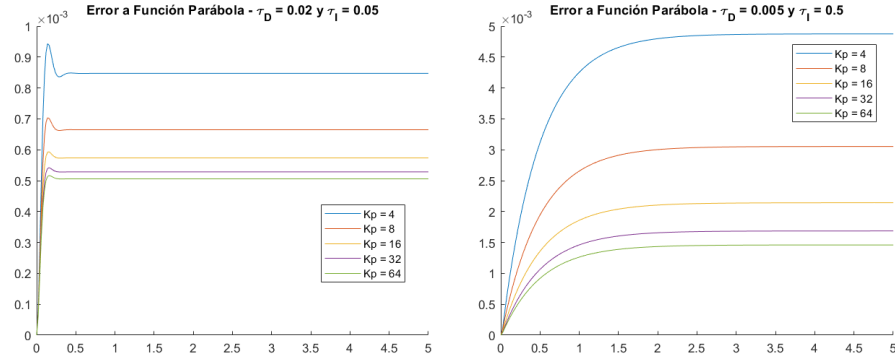


Figura 2.33: Error a la entrada parábola con un controlador PI-D

Para la señal referencia parábola el error es constante. Además, aplicando el teorema del valor final [1.1], se llega a la siguiente conclusión:

$$e_{PI-D,2}(\infty) = \frac{\tau_I(p + K K_P \tau_D)}{K K_P} \quad (2.13)$$

2.7. PID-D

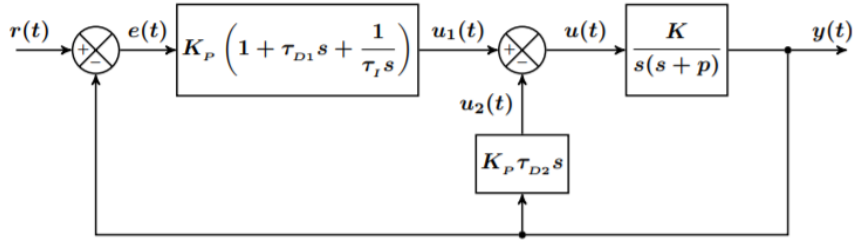


Figura 2.34: Controlador PID-D

El objetivo de este controlador es conseguir un sistema cuyo error a la función parábola [1.4] sea nulo, para ello usaremos como punto de partida el controlador PID cuyo error a la rampa y al escalón ya era nulo y añadiremos una rama D en paralelo. Se observa que únicamente el error a la parábola es nulo en régimen permanente cuando se cumple la condición:

$$K_P = \frac{-p\tau_{D2}}{K} \quad (2.14)$$

Hay que tener en cuenta que se pueden generar sistemas inestables con ciertos parámetros, por ejemplo, se ha comprobado que el sistema es inestable para

$\tau_I < 0,9$:

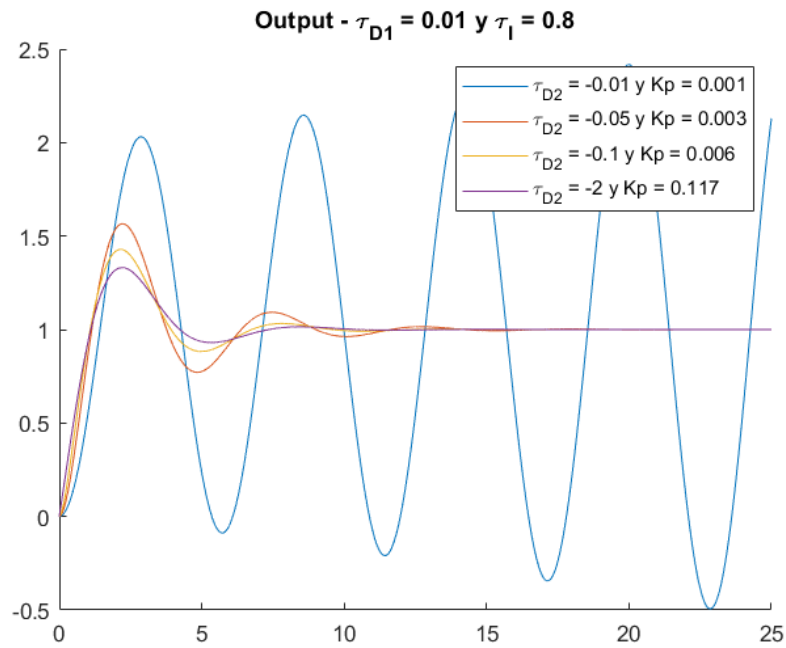


Figura 2.35: Salida PID-D No Estable

La respuesta al escalón usando diferentes configuraciones:

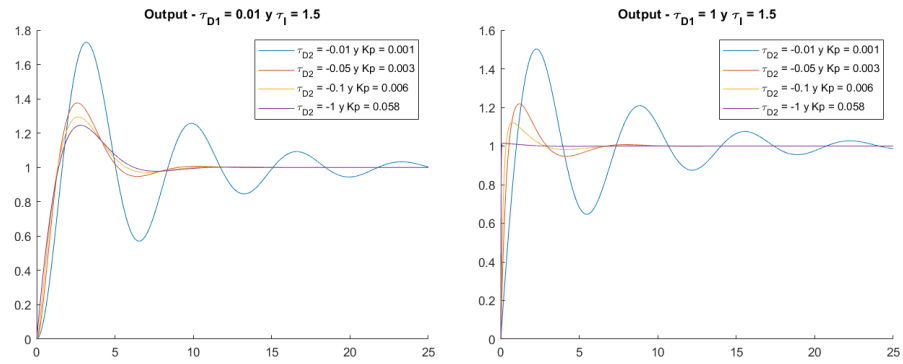


Figura 2.36: Salida Controlador PID-D (1)

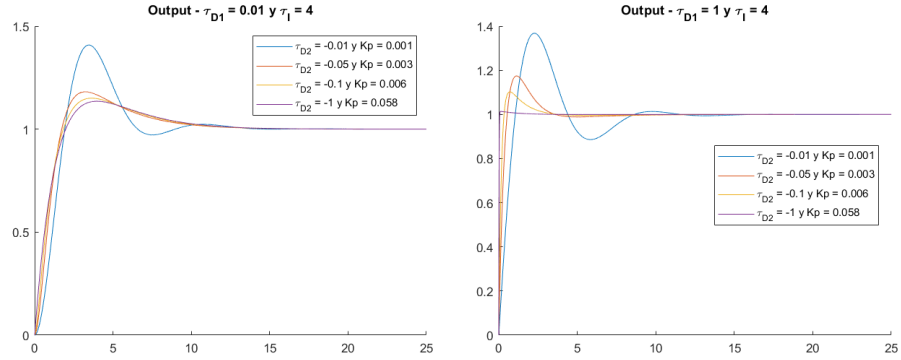
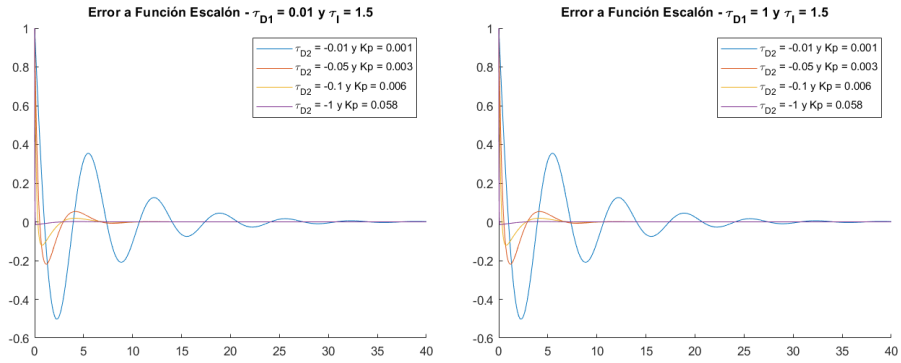


Figura 2.37: Salida Controlador PID-D (2)

Al disminuir τ_{D2} (teniendo en cuenta que es negativa) podemos observar como aumenta la elongación máxima y los tiempo de respuesta y establecimiento disminuyen. Aumentar τ_{D1} repercute principalmente en el tiempo de subida, ya que, este disminuye. Finalmente, τ_I se puede ver como afecta principalmente al tiempo de establecimiento, reduciendo las oscilaciones cuando este aumenta. Se siguen cumpliendo todas las propiedades explicadas en el controlador PID, en este caso además otra ventaja es que la respuesta al escalón nunca tiene fase negativa. A continuación se va a analizar el error en régimen permanente:



τ_{D1} no afecta al tiempo de establecimiento.

Figura 2.38: Error a la entrada escalón con un controlador PID-D

El error para la señal de referencia escalón [1.2] es nulo en régimen permanente.

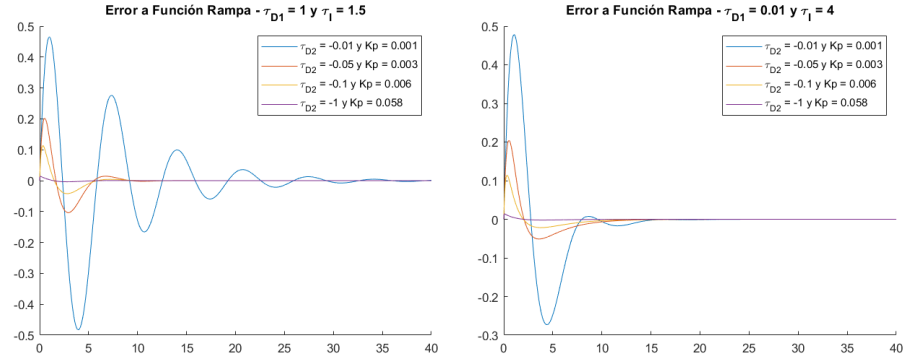


Figura 2.39: Error a la entrada rampa con un controlador PID-D

El error a la rampa también es nulo en el controlador PID-D.

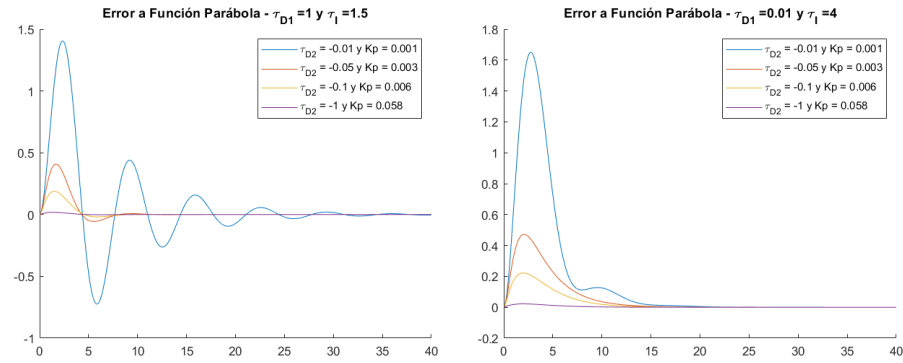


Figura 2.40: Error a la entrada parábola con un controlador PID-D

Para la señal referencia parábola el error es nulo. Además, aplicando el teorema del valor final [1.1], se llega a la siguiente conclusión:

$$e_{PID-D,2}(\infty) = \frac{\tau_I(p + K K_P \cdot \tau_{D2})}{K K_P} \quad (2.15)$$

Como se puede ver, por medio del teorema del valor final se demuestra que el error a la parábola únicamente es nulo si se cumple la ecuación [2.14].

2.8. D|PID

Si se utiliza un controlador PID en el lazo directo y un controlador tipo D en el lazo realimentado, se consigue la estructura siguiente que se denomina D|PID.

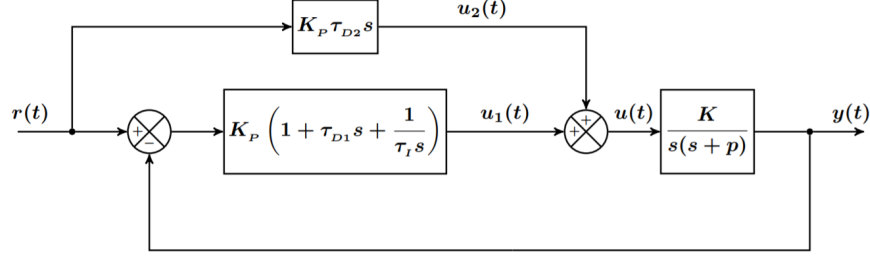


Figura 2.41: Esquema de bloques controlador D|PID

Este controlador tiene varios parámetros: τ_{D1} , τ_{D2} , τ_I . Si se hace la siguiente relación:

$$K_p \cdot \tau_{D2} = \frac{p}{K} \quad (2.16)$$

conseguiremos un error nulo a la entrada parábola, además, si se supone la condición necesaria para resolver el problema de la supresión de una señal de perturbación constante (que el controlador del lazo directo tenga un factor integral, o lo que es lo mismo, que el polinomio característico cumpla $P(0) \neq 0$) las funciones de transferencia y error en lazo cerrado quedan:

$$H_{D|PID}(s) = \frac{ps^2 + KK_p\tau_{D1}(s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1}\tau_I})}{s^2(s+p) + KK_p\tau_{D1}(s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1}\tau_I})} \quad (2.17)$$

$$H_{e,D|PID}(s) = \frac{s^3}{s^2(s+p) + KK_p\tau_{D1}(s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_{D1}\tau_I})} \quad (2.18)$$

Al igual que ocurría con el controlador PID-D, pero a diferencia del resto, el controlador D|PID puede resolver el problema de seguimiento a la señal de referencia parabólica. Esto es porque el numerador contiene un subpolinomio completo del denominador. Con esto se ha analizado el comportamiento del controlador D|PID en régimen permanente.

Teniendo estas relaciones, procedemos a analizar el efecto de los parámetros del controlador en el régimen transitorio.

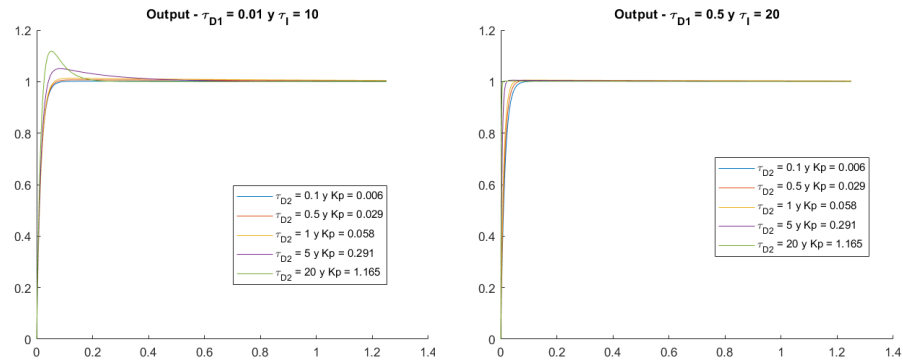


Figura 2.42: Salida Controlador D—PID

La sobreelongación máxima M_p para la entrada escalón, será independiente de τ_I .

En el controlador D|PID, al igual que en el PID-D, se cumple que el valor inicial de la derivada de la salida a la entrada escalón es positiva.

Además como se ha comentado anteriormente, el error a la parábola, es nulo:

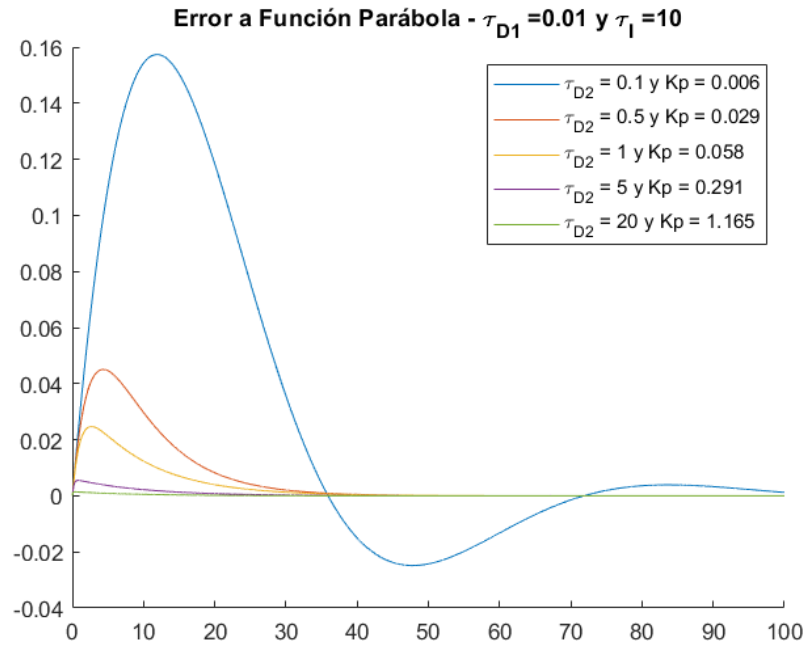


Figura 2.43: Esquema de bloques controlador D|PID

3. Análisis y diseño sistema de control

3.1. Análisis de estabilidad

A la hora de analizar la estabilidad en el controlador D|PID, vamos a utilizar el *Teorema de Routh-Hurwitz*. Este teorema nos proporciona un criterio que permite determinar si nuestro sistema es estable conociendo su polinomio característico $P(s)$. De dicho polinomio, podemos conocer sus raíces y representarlas sobre el plano complejo. De esta forma, si todos los polos se encuentran en el semiplano izquierdo, el sistema será estable. Por el contrario, si todos los polos se sitúan en el semiplano derecho, el sistema será inestable.

El polinomio característico tiene la siguiente forma.

$$P(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n \quad (3.1)$$

donde $a_i \in \mathbb{R}$ y $s \in \mathbb{C}$.

Definimos entonces varios casos:

- Sistema estable en el sentido de Hurwitz: Cuando las raíces de $P(s)$ tienen una parte real negativa distinta de cero.
- Críticamente estable según Hurwitz: Cuando las raíces de $P(s)$ tienen parte real nula, son imaginarias puras.
- Inestable: Cuando no se cumple ninguna de las anteriores condiciones.

El polinomio característico de nuestro controlador, un D|PID, tiene la siguiente forma:

$$P(s) = s^2(s + p) + K K_p \tau_{D1} (s^2 + \frac{s}{\tau_{D1}} + \frac{1}{\tau_I \tau_{D1}}) \quad (3.2)$$

Para comprobar la estabilidad, podemos construir la tabla de Routh, que queda:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & K K_p \\ s^2 & p + K_p K \tau_{D1} & \frac{K K_p}{\tau_I} \\ s^1 & \frac{K K_p (1 - \frac{1}{\tau_{D1}})}{p + \tau_{D1} K K_p} & 0 \\ s^0 & \frac{K K_p}{\tau_I} & 0 \end{array}$$

Según esto, nos basamos en lo que dice Routh:

- El sistema es estable en sentido Hurwitz si todos los coeficientes de la primera columna son positivos
- El número de raíces positivas o con parte real positiva de $P(s)$ coincide con el número de cambios de signo de los coeficientes de la primera columna.

Para que nuestro sistema D|PID sea estable se deben cumplir ambas condiciones. De la primera condición:

- $p + KK_p\tau_{D1} > 0 \Rightarrow KK_p > \frac{-p}{\tau_{D1}}$
- $\frac{KK_p(1 - \frac{1}{\tau_{D1}})}{p + \tau_{D1}KK_p} > 0 \Rightarrow KK_p > 0$
- $\frac{KK_p}{\tau_I} > 0 \Rightarrow KK_p > 0$

Atendiendo a la función de transferencia que nos dan, la del motor del laboratorio simplificada, tenemos que $K = 2652,28$ y $p = 64,986$, por lo que sustituyendo en las condiciones anteriores, queda:

- $K_p > \frac{-64,986}{2652,28 \cdot \tau_{D1}}$
- $K_p > 0$

Atendiendo a la condición más restrictiva, podremos decir que el sistema será estable siempre que se cumpla que $K_p > 0$.

Hecho el análisis de Routh, también se muestra a continuación el lugar de las raíces del polinomio $P(s)$ variando los parámetros K_p y τ_{D1} . De esta forma, podemos ver el comportamiento de la estabilidad en el plano complejo según lo comentado al principio del apartado. A saber, que si el polinomio característico tiene raíces en el semiplano derecho, será inestable.

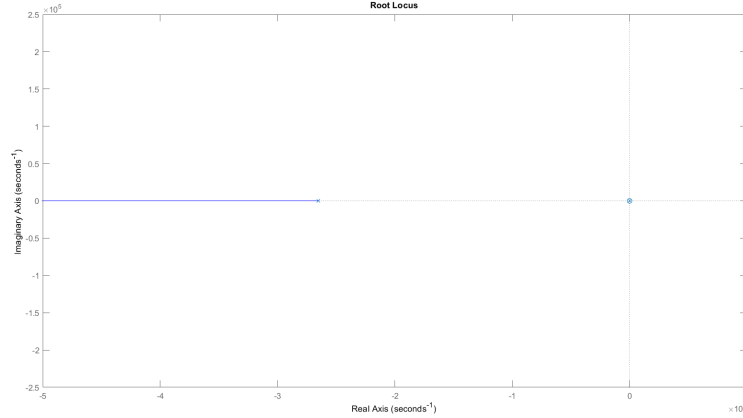


Figura 3.1: Lugar de raíces para $K_p = 50$. En este caso se comprueba que el sistema es estable.

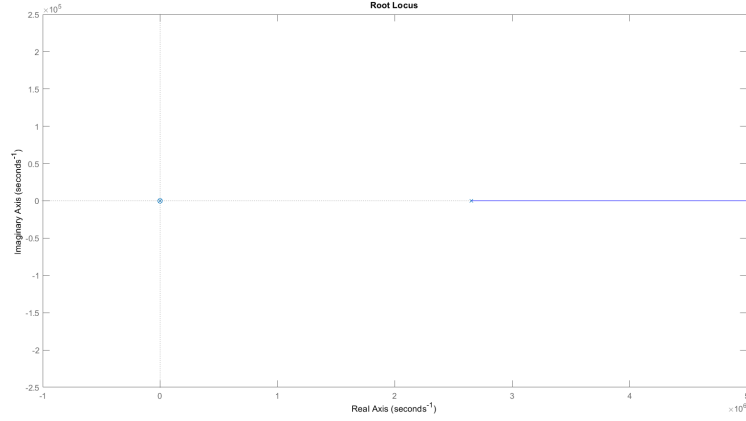


Figura 3.2: Lugar de raíces para $K_p = -50$. En este caso se comprueba que el sistema es inestable.

3.2. Análisis del problema de seguimiento a las señales de referencia

Para el controlador D|PID, los errores al escalón y rampa son siempre nulos. Para el caso de la parábola, una de las ventajas de este controlador es que puede resolver dicho problema de seguimiento si se cumple la relación $K_p \cdot \tau_{D2} = \frac{p}{K}$. A continuación se muestra el error a la parábola.

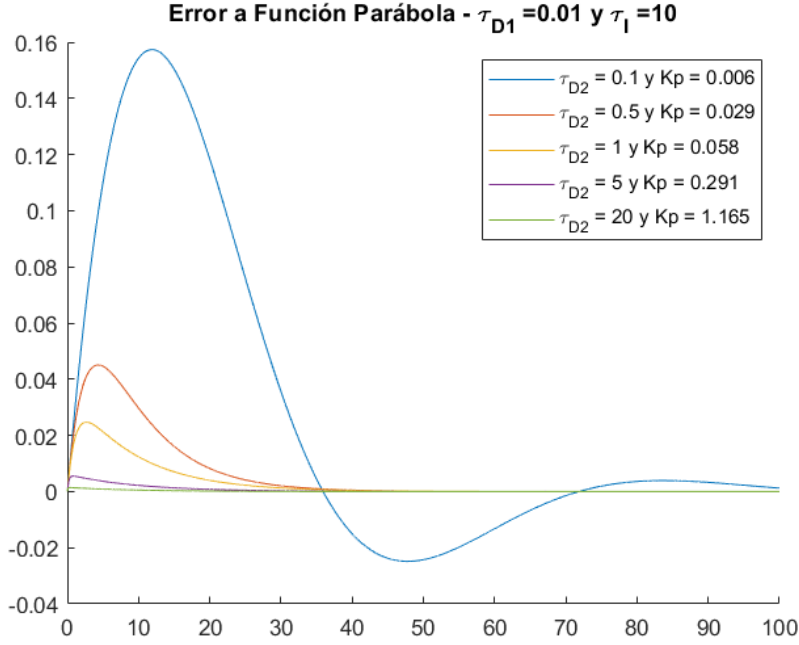


Figura 3.3: Error del controlador D|PID al seguimiento de la parábola. Como puede verse, al cumplir la relación anteriormente mencionada, el error se hace nulo.

3.3. Elección de parámetros del controlador

Se busca que nuestro sistema, además de ser estable y ser capaz de seguir las señales de referencia, cumpla con las siguientes especificaciones:

- Sobreelongación máxima de salida al escalón $M_p \in [6\%, 13\%]$
- Tiempo de establecimiento $t_s < 0,4s$ para tolerancia del 2 %.
- Tiempo de subida $t_r \leq 0,25 s$

En primer lugar, se han seleccionado los parámetros $\beta_2 = 0,5$ y $\beta = 10$ y $\zeta = 20$. A partir de estos parámetros, podemos obtener los parámetros de nuestro controlador de la siguiente forma:

$$K_p = \frac{p^2(2\beta + \frac{1}{\zeta^2})}{\beta_2^2 K} \quad (3.3)$$

$$\tau_{D1} = \frac{\beta_2(\beta - \beta_2 + 2)}{p(2\beta + \frac{1}{\zeta^2})} \quad (3.4)$$

$$\tau_I = \frac{\beta_2 \zeta^2 (2\beta + \frac{1}{\zeta^2})}{\beta p} \quad (3.5)$$

$$\tau_{D2} = \frac{p}{K K_p} \quad (3.6)$$

Con estas relaciones y los parámetros elegidos, queda:

- $K_p = 127,3986$
- $\tau_{D1} = 0,0044$
- $\tau_{D2} = 0,00019$
- $\tau_I = 6,1559$

A continuación se muestra la gráfica de la respuesta al escalón:

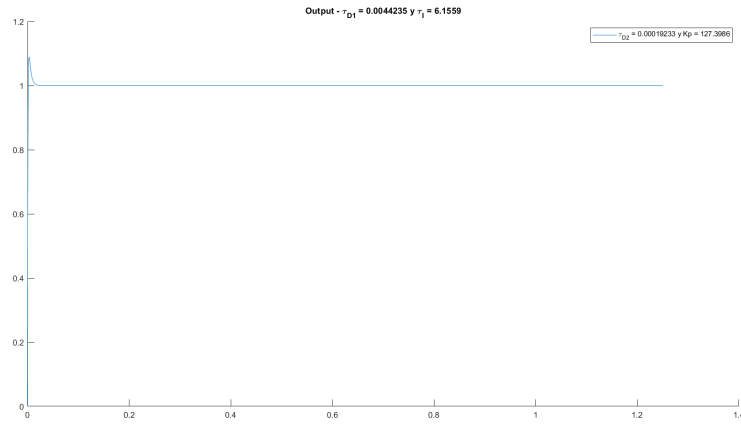


Figura 3.4: Respuesta al escalón para el controlador D|PID diseñado

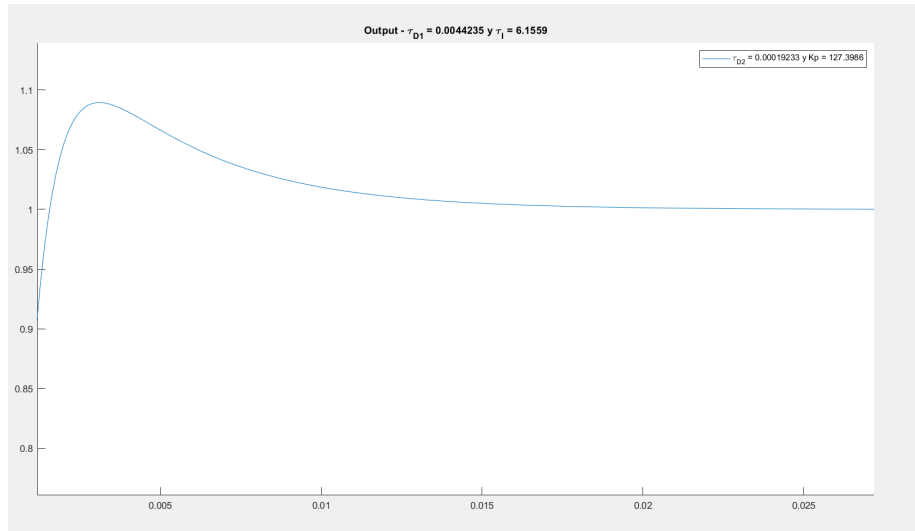


Figura 3.5: Respuesta al escalón para el controlador D|PID diseñado en detalle

Además, los parámetros de análisis del diseño quedan de la siguiente forma:

- $t_s = 0,001625$ s
- $t_e = 0,009875$ s
- $M_P = 8,947$ %

Como puede verse, el controlador propuesto cumple todas las especificaciones del diseño fijadas previamente. Además, se presetan los errores al escalón, la rampa y la parábola:

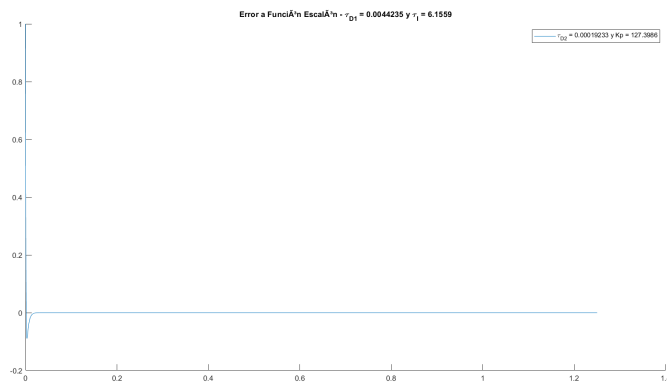


Figura 3.6: Error al escalón del controlador diseñado

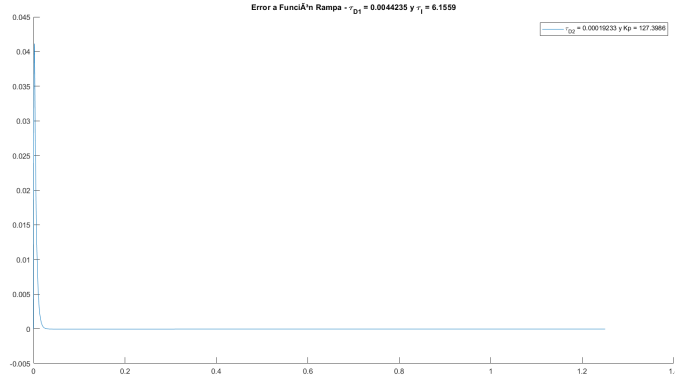


Figura 3.7: Error a la rampa del controlador diseñado

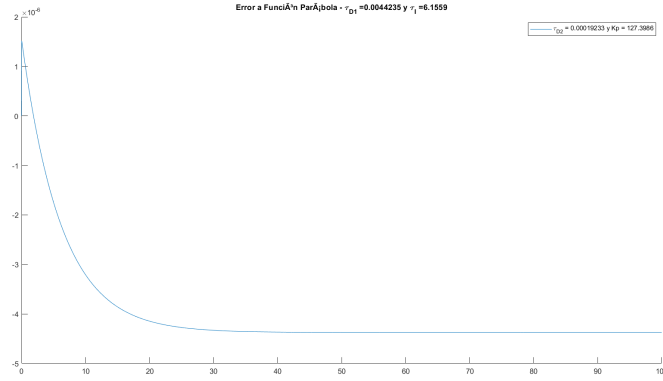


Figura 3.8: Error a la parábola del controlador diseñado

4. Implementación en el telelaboratorio del controlador diseñado

Para la implementación en el telelaboratorio, debemos calcular los parámetros para cada rama de control. Esto es:

$$K_{D1} = K_p \cdot \tau_{D1} \quad (4.1)$$

$$K_{D2} = K_p \cdot \tau_{D2} \quad (4.2)$$

$$K_i = \frac{K_p}{\tau_I} \quad (4.3)$$

Y obtenidos estos, debemos hacer su discretización y corrigiendo el parámetro K para la reductora, que tiene un valor de 23:

$$K_{D1-\text{telelaboratorio}} = \frac{K_{D1}}{T} = 2592,305 \quad (4.4)$$

$$K_{D2-\text{telelaboratorio}} = \frac{K_{D2}}{T} = 112,7089 \quad (4.5)$$

$$K_{i-\text{telelaboratorio}} = K_i \cdot T = 2,38 \quad (4.6)$$

Con estos parámetros, si los implementamos en el laboratorio, obtenemos los siguientes resultados. Cada figura tiene un marcador diferente.

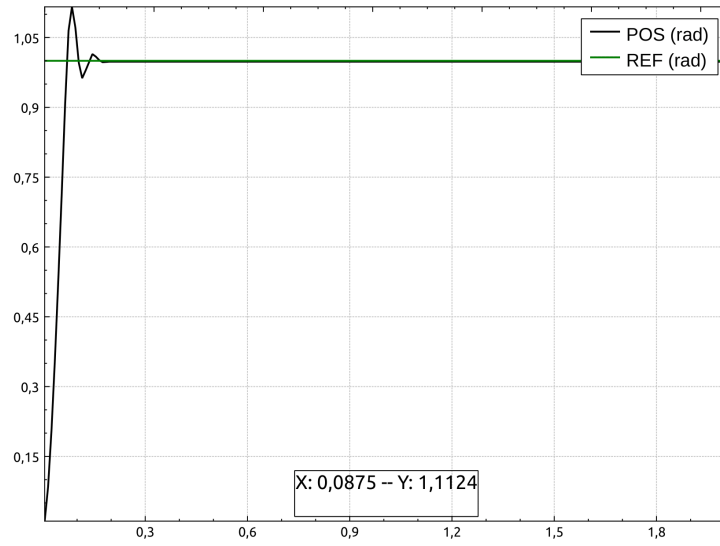


Figura 4.1: Respuesta al escalón obtenida con el motor del laboratorio y el controlador implementado en el telelaboratorio con Mp

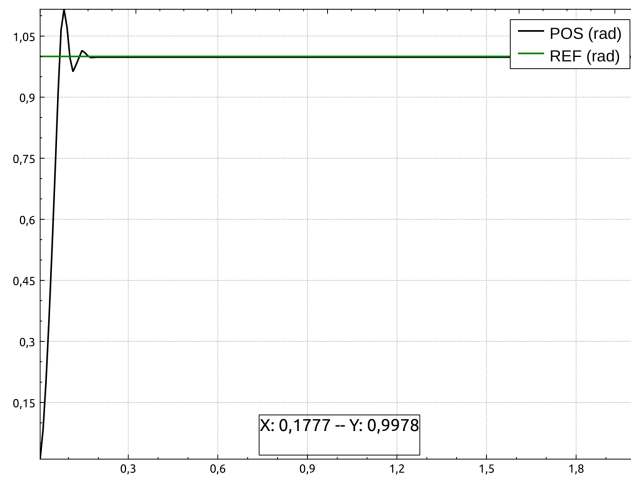


Figura 4.2: Respuesta al escalón obtenida con el motor del laboratorio y el controlador implementado en el telelaboratorio con tiempo de establecimiento

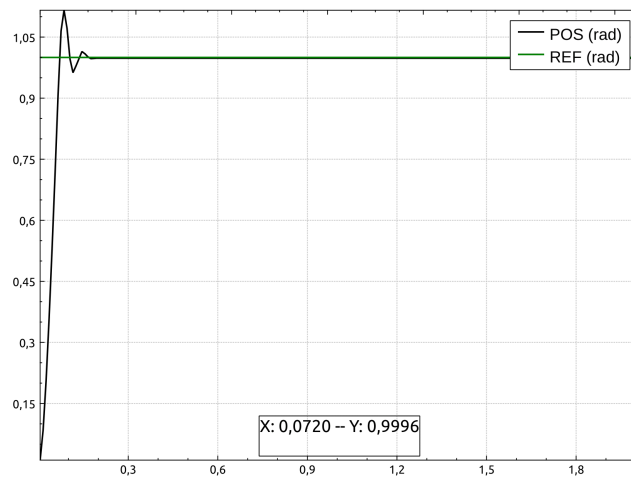


Figura 4.3: Respuesta al escalón obtenida con el motor del laboratorio y el controlador implementado en el telelaboratorio con tiempo de subida

4.1. Diferencias entre estudio analítico y telelaboratorio

Se puede observar una diferencia con respecto al modelo analítico y es la pequeña oscilación que se produce al principio hacia valores más bajos. Esto se debe al comportamiento del motor y sus características de rozamiento.

5. Conclusiones

Se ha diseñado un controlador D|PID para el motor del laboratorio y sujeto a las especificaciones dadas. Para ello, se ha realizado un análisis de la estabilidad, del problema de seguimiento y posteriormente se han fijado los parámetros para cumplir con dichas especificaciones. Tras esto, se han obtenido los parámetros de configuración del telelaboratorio y se ha implementado el controlador, obteniéndose el resultado ya presentado.

No obstante, se han observado algunas diferencias entre el controlador obtenido analíticamente y el implementado en el laboratorio debido a las características de rozamiento del motor.

Referencias

- [1] Félix Monasterio-Huelin, A. Gutiérrez. *Análisis en el dominio del tiempo y dominio complejo*
<http://robolabo.etsit.upm.es/asignaturas/seco/apuntes/analisis.pdf>
- [2] B.Larraga. *Análisis en el dominio del tiempo y dominio complejo*
<http://robolabo.etsit.upm.es/asignaturas/seco/apuntes/analisis.pdf>.
- [3] Félix Monasterio-Huelin, A. Gutiérrez. *Diseño de controladores*
<http://robolabo.etsit.upm.es/asignaturas/seco/apuntes/design.pdf>.
- [4] Vídeos de la asignatura
Clase 1:
http://www.robolabo.etsit.upm.es/asignaturas/seco/transparencias/SECO_20200401_cut.mp4
Clase 2:
http://robolabo.etsit.upm.es/asignaturas/seco/transparencias/SECO_20200415parte1.mp4
http://www.robolabo.etsit.upm.es/asignaturas/seco/transparencias/SECO_20200415parte2.mp4