

Математическая постановка задачи оптимизации расписания с использованием алгоритма имитации отжига

Артём Горошко (Вариант II)

25 октября 2024 г.

1 Постановка задачи

Дано N независимых работ, для каждой работы задано время выполнения. Требуется построить расписание выполнения работ без прерываний на M процессорах. На расписании должно достигаться минимальное значение критерия, где критерием является суммарное время ожидания (т.е. сумма, по всем работам в расписании, времён завершения работ).

2 Математическая постановка задачи

2.1 Дано

1. Множество $P = \{p_1, p_2, \dots, p_N\}$ - множество работ. $|P| = N$ - всего работ.
2. Функция $t : P \rightarrow \mathbb{N}_0$ - функция определения времени работы.
3. Множество $M = \{m_1, m_2, \dots, m_K\}$ - множество процессоров. $|M| = K$ - всего процессоров.

2.2 Необходимо найти

1. Множество $S = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$ - множество, в котором каждый элемент имеет следующий вид:

$$s_i = (m_j, t_i)$$

где i - номер выполняемой работы, j - номер процессора, на котором происходит выполнение работы i , t_i - время начала выполнения работы i . Время окончания работы определяется формулой

$$t_i^{finish} = t_i + t(p_i)$$

Ограничение на множество расписаний:

- $t_i^{finish} = t_k$ где $s_i = (m_j, t_i)$, $s_k = (m_j, t_k)$ и работа k начинает выполняться сразу после работы i . То есть, иными словами, время между концом одной работы и началом следующей работы на одном и том же процессоре равно 0.
- $t_i^{finish} - t_i = t(p_i)$ - то есть прерываний при выполнении работы нет.

Это множество должно удовлетворять следующему критерию:

$$\min(\sum_i^N t_i + t(p_i))$$

Таким образом, должен достигаться минимум суммарного времени завершения всех работ.