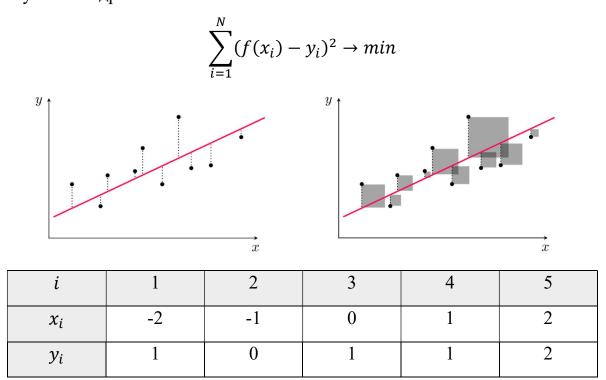
Часть 1

1. Найти полином степени M = 1 f(x) = ax + b такой, чтобы для заданного набора из N = 5 точек он удовлетворял условию минимума суммы квадратов отклонений:



Рекомендации к выполнению:

Для отыскания минимума взять частные производные по коэффициентам искомой функции, приравнять найденные производные к нулю, решить СЛАУ. Найденное решение будет удовлетворять условию минимизации. Выписать СЛАУ в матричной форме. Найти коэффициенты и выписать уравнение полинома.

2. Решить аналогичную задачу для M = 2 (полином 2-й степени)

Рекомендации к выполнению:

Для каждой точки для удобства можно выписать в виде таблицы суммы необходимых степеней x_i ($\sum x_i$, $\sum x_i^2$, $\sum x_i^3$ и тд), т.к. они будут элементами матрицы СЛАУ, причём повторяющимися.

- 3. Решить общую задачу для полинома степени M < N (Выписать расширенную матрицу СЛАУ для нахождения коэффициентов полинома степени M по N точкам).
- 4. Пусть дан набор из N точек $x_i \in \mathbb{R}^K$, $y_i \in \mathbb{R}$. Найти $f(x_i) = w_0 + w_1 x_{i,1} + \ldots + w_j x_{i,j} + \ldots + w_K x_{i,K}$, удовлетворяющий условию минимума суммы квадратов отклонений по аналогии с предыдущими. Найти общий вид расширенной матрицы СЛАУ.

Часть 2

Пример: github.com/Gorynov37/Educational/blob/main/OLS Task/OLS.ipynb

- 1. Решить задачу 1 из первой части средствами Руthon (библиотеки Numpy, Scipy, matplotlib) через явное решение СЛАУ. Сравнить с результатом, полученным аналитически (должны совпасть). Отобразить заданное множество точек и найденную кривую на графике. Визуально оценить адекватность решения. Рассчитать сумму квадратов отклонений для найденной прямой.
- 2. Изменить на небольшую величину найденные коэффициенты прямой. Отобразить на графике новую прямую, рассчитать сумму квадратов отклонений, сравнить с предыдущим, сделать выводы.
- 3. Явно составить матрицу СЛАУ и найти коэффициенты для M=2 средствами Python+Numpy. Сравнить с результатом, полученным аналитически (должны совпасть). Отобразить результат на графике, оценить адекватность. Рассчитать сумму квадратов отклонений (она должна быть не больше, чем для найденной в задаче 1 прямой).

- 4. Написать функцию для нахождения коэффициентов полинома степени M по N точкам (M < N) через решение СЛАУ. Сравнить с результатом работы функции numpy.polyfit(x,y,deg) (x массив значений абсцисс, y массив соответствующих значений ординат, deg = M степень полинома).
- 5. Найти полином степени M = N 1 для заданных точек (в этом случае задача аппроксимации переходит в задачу интерполяции, если нет повторяющихся значений абсцисс). Построить график полученного полинома вместе с заданными точками. Рассчитать сумму квадратов отклонений. Оценить адекватность полученного результата, сделать выводы. Можно ли использовать такой результат в прикладных задачах?