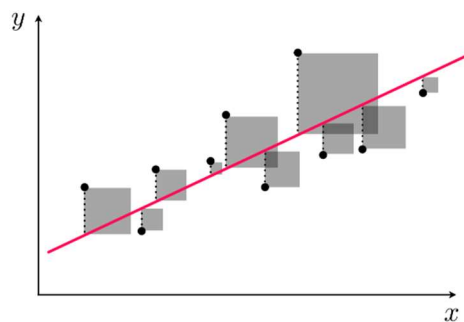
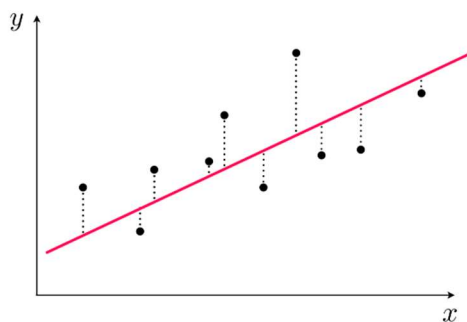


Часть 1

1. Найти полином степени $M = 1$ $f(x) = ax + b$ такой, чтобы для заданного набора из $N = 5$ точек он удовлетворял условию минимума суммы квадратов отклонений:

$$\sum_{i=1}^N (f(x_i) - y_i)^2 \rightarrow \min$$



i	1	2	3	4	5
x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	1	0	1	1	2

Рекомендации к выполнению:

Для отыскания минимума взять частные производные по коэффициентам искомой функции, приравнять найденные производные к нулю, решить СЛАУ. Найденное решение будет удовлетворять условию минимизации. Выписать СЛАУ в матричной форме. Найти коэффициенты и выписать уравнение полинома.

2. Решить аналогичную задачу для $M = 2$ (полином 2-й степени)

Рекомендации к выполнению:

Для каждой точки для удобства можно выписать в виде таблицы суммы необходимых степеней x_i ($\sum x_i$, $\sum x_i^2$, $\sum x_i^3$ и тд), т.к. они будут элементами матрицы СЛАУ, причём повторяющимися.

3. Решить общую задачу для полинома степени $M < N$ (Выписать расширенную матрицу СЛАУ для нахождения коэффициентов полинома степени M по N точкам).
4. Пусть дан набор из N точек $x_i \in \mathbb{R}^K, y_i \in \mathbb{R}$. Найти $f(x_i) = w_0 + w_1 x_{i,1} + \dots + w_j x_{i,j} + \dots + w_K x_{i,K}$, удовлетворяющий условию минимума суммы квадратов отклонений по аналогии с предыдущими. Найти общий вид расширенной матрицы СЛАУ.

Часть 2

Пример:

1. Решить задачу 1 из первой части средствами Python (библиотеки Numpy, Scipy, matplotlib) через явное решение СЛАУ. Сравнить с результатом, полученным аналитически (должны совпасть). Отобразить заданное множество точек и найденную кривую на графике. Визуально оценить адекватность решения. Рассчитать сумму квадратов отклонений для найденной прямой.
2. Изменить на небольшую величину найденные коэффициенты прямой. Отобразить на графике новую прямую, рассчитать сумму квадратов отклонений, сравнить с предыдущим, сделать выводы.
3. Явно составить матрицу СЛАУ и найти коэффициенты для $M = 2$ средствами Python+Numpy. Сравнить с результатом, полученным аналитически (должны совпасть). Отобразить результат на графике, оценить адекватность. Рассчитать сумму квадратов отклонений (она должна быть не больше, чем для найденной в задаче 1 прямой).

4. Написать функцию для нахождения коэффициентов полинома степени M по N точкам ($M < N$) через решение СЛАУ. Сравнить с результатом работы функции `numpy.polyfit(x, y, deg)` (x – массив значений абсцисс, y – массив соответствующих значений ординат, $deg = M$ – степень полинома).
5. Найти полином степени $M = N - 1$ для заданных точек (в этом случае задача аппроксимации переходит в задачу интерполяции, если нет повторяющихся значений абсцисс). Построить график полученного полинома вместе с заданными точками. Рассчитать сумму квадратов отклонений. Оценить адекватность полученного результата, сделать выводы. Можно ли использовать такой результат в прикладных задачах?