

# Отчет о выполнении лабораторной работы 2.2.3

## Измерение теплопроводности газов при атмосферном давлении

Г. А. Багров

ФРКТ МФТИ, 23.03.2022

**Цель работы:** измерить коэффициент теплопроводности воздуха при атмосферном давлении в зависимости от температуры.

**В работе используются:** цилиндрическая колба с натянутой по оси нитью; термостат; вольтметр и амперметр (цифровые мультиметры); эталонное сопротивление; источник постоянного напряжения; магазин сопротивлений.

### Теоретические сведения:

Теплопроводность — это процесс передачи тепловой энергии за счёт хаотического движения частиц среды (молекул, атомов и т.п.). В газах теплопроводность осуществляется за счёт передачи кинетической энергии при столкновениях молекул. Перенос тепла описывается законом Фурье:

$$q = -\kappa \cdot \nabla T, \quad (1)$$

где  $\kappa$  - коэффициент теплопроводности,  $q$  - плотность потока энергии.

Молекулярно-кинетическая теория дает следующую оценку для коэффициента теплопроводности газов:

$$k \sim \lambda \bar{v} \cdot n c_V,$$

т.е. коэффициент не зависит от плотности газа, определяется только его температурой.

Рассмотрим стационарную теплопроводность в цилиндрической геометрии, в которой тепловой поток направлен к стенкам цилиндра от нити, полный поток тепла  $Q = qS$  через каждую цилиндрическую поверхность радиуса  $r$  должен в стационарном состоянии быть неизменен (как в пространстве, так и во времени). Пусть тонкая нить радиусом  $r_1$  длиной  $L$  помещена на оси цилиндра радиусом  $r_0$ . Тогда тепловая мощность

$$Q = -2\pi r L \cdot \kappa \frac{dT}{dr} = const, \quad (2)$$

откуда получаем формулу

$$Q = \frac{2\pi L}{\ln \frac{r_0}{r_1}} \kappa \cdot \Delta T \quad (3)$$

Здесь  $\Delta T$  - перепад температуры между нитью и стенками цилиндра.

#### Экспериментальная установка:

Схема лабораторной установке представлена на рисунке 1. На оси полой цилиндрической трубки с внутренним диаметром  $2r_0$  размещена молибденовая нить диаметром  $2r_1$  и длиной  $L$ . Для предотвращения конвекции трубка расположена вертикально. Металлическая нить служит как источником тепла, так и датчиком температуры (термометром сопротивления). По пропускаемому через нить постоянному току и напряжению на ней вычисляется мощность нагрева по закону Джоуля–Ленца, сопротивление нити по закону Ома.

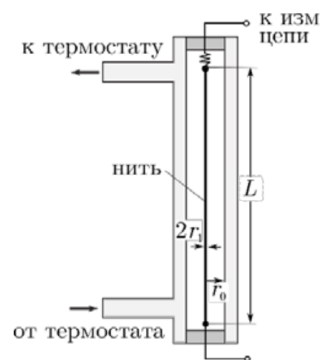


Рис. 1: Схема установки для определения теплопроводности газов



Рис. 2: Установка для определения теплопроводности газов

Схема рис. 3 предусматривает использование одного вольтметра и эталонного сопротивления,

включённого последовательно с нитью. В положении переключателя 2 вольтметр измеряет напряжение на нити, а в положении 1 — напряжение на эталонном сопротивлении, пропорциональное току через нить. Ток в цепи в обеих схемах регулируется с помощью магазина сопротивлений, подключённого последовательно с источником напряжения.

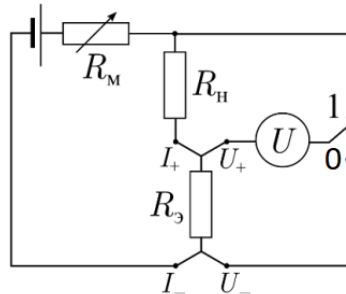


Рис. 3: Схема измерения сопротивления нити и мощности нагрева с одним вольтметром и эталонным сопротивлением.

### Измерения и обработка данных

1) Параметры установки (класс точности 0,01):  $L = 365 \pm 2$  мм;

$2r_1 = 0,05 \pm 0,005$  мм;

$2r_2 = 10 \pm 0,1$  мм;

$R_n = 17$  Ом;

$R_3 = 10$  Ом;

Погрешность:  $\pm(0,0035\%U_{\text{изм}} + 0,0005\%U_{\text{max}})$ ;

2) По формуле (3) определим максимальную мощность нагрева, считая  $\Delta T_{\text{max}} = 10$  К,  $\kappa \sim 25 \frac{\text{мВт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$ :

$Q_{\text{max}} = 0,292$  Вт. Значит,  $I_{\text{max}} = \sqrt{\frac{Q_{\text{max}}}{R_n}} = 77$  мА,  $U_{\text{max}} = \frac{Q_{\text{max}}}{I_{\text{max}}} = 1,40$  В.

3) При комнатной температуре термостата измерим зависимость сопротивления нити  $R = \frac{U}{I}$  от подаваемой на неё мощности  $Q = UI$  (т.е. нагрузочную прямую  $R(Q)$ ). Для этого измерим зависимость падения напряжений от температуры металлической нити. Для этого будем устанавливать с помощью магазина напряжений различные напряжения в цепи в интервале от 0,1 до 1,5 В и затем переносить штекер от вольтметра на прибор для измерения теплопроводности. Зависимость снимем для различных температур в интервале от 22°C до 72°C (с шагом 10°C). Результаты измерений занесём в таблицу 1:

$T, ^\circ\text{C}$	22						
$U_0, \text{В}$	0,1076	0,2082	0,5556	0,7396	1,1041	1,2691	1,5225
$U, \text{В}$	0,1073	0,2080	0,5590	0,7491	1,1415	1,3273	1,6284
$R, \text{Ом}$	9,96	9,97	10,05	10,13	10,34	10,46	10,69
$Q, \text{Вт}$	0,0012	0,0043	0,0312	0,0555	0,1258	0,1684	0,2480
$T, ^\circ\text{C}$	32						
$U_0, \text{В}$	0,1076	0,2086	0,5534	0,7364	1,0952	1,2509	1,6118
$U, \text{В}$	0,1109	0,2145	0,5743	0,7689	1,1661	1,3549	1,7897
$R, \text{Ом}$	10,28	10,29	10,37	10,44	10,65	10,83	11,12
$Q, \text{Вт}$	0,0012	0,0045	0,0318	0,0566	0,1278	0,1695	0,2884
$T, ^\circ\text{C}$	42						
$U_0, \text{В}$	0,1083	0,2083	0,5523	0,7339	1,0910	1,2516	1,5310
$U, \text{В}$	0,1366	0,2219	0,5930	0,7930	1,2009	1,3932	1,7434
$R, \text{Ом}$	10,65	10,65	10,74	10,81	11,01	11,13	11,39
$Q, \text{Вт}$	0,0018	0,0046	0,0328	0,0582	0,1310	0,1744	0,2669
$T, ^\circ\text{C}$	52						
$U_0, \text{В}$	0,1076	0,2080	0,5509	0,7311	1,0845	1,2435	1,5191
$U, \text{В}$	0,1184	0,2292	0,6114	0,8166	1,2337	1,4295	1,7846
$R, \text{Ом}$	11,00	11,02	11,10	11,17	11,38	11,50	11,75
$Q, \text{Вт}$	0,0013	0,0048	0,0337	0,0597	0,1338	0,1778	0,2711
$T, ^\circ\text{C}$	62						
$U_0, \text{В}$	0,1075	0,2078	0,5492	0,7282	1,0783	1,2582	1,5070
$U, \text{В}$	0,1223	0,2367	0,6300	0,8405	1,2665	1,4951	1,8256
$R, \text{Ом}$	11,38	11,39	11,47	11,54	11,75	11,88	12,11
$Q, \text{Вт}$	0,0013	0,0049	0,0346	0,0612	0,1366	0,1881	0,2751
$T, ^\circ\text{C}$	72						
$U_0, \text{В}$	0,1075	0,2076	0,5476	0,7254	1,0080	1,2499	1,4952
$U, \text{В}$	0,1263	0,2441	0,6483	0,8642	1,2172	1,5314	1,8660
$R, \text{Ом}$	11,75	11,76	11,84	11,91	12,08	12,25	12,48
$Q, \text{Вт}$	0,0014	0,0051	0,0355	0,0627	0,1227	0,1914	0,2790

Таблица 1: результаты измерений.

4) Для каждой температуры прибора построим график зависимости выделяемой мощности  $Q$  от сопротивления нити  $R$  (графики 4-9). Также определим наклон  $dQ/dR$  с погрешностью и сопротивление нити  $R|_{Q=0}$  при температуре термостата, то есть при нулевой выделяемой мощности, полученные данные занесём в таблицу 2.

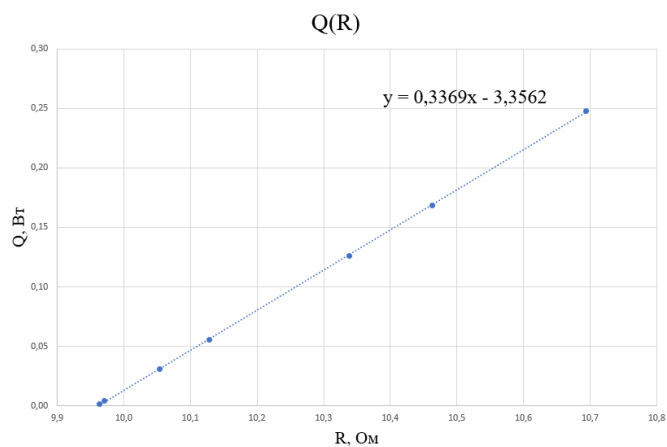


Рис. 4: Зависимость сопротивления нити от мощности при  $T = 22$  K.

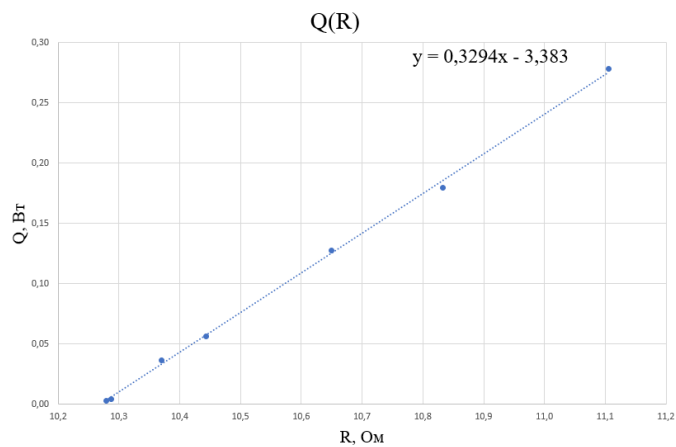


Рис. 5: Зависимость сопротивления нити от мощности при  $T = 22$  K.

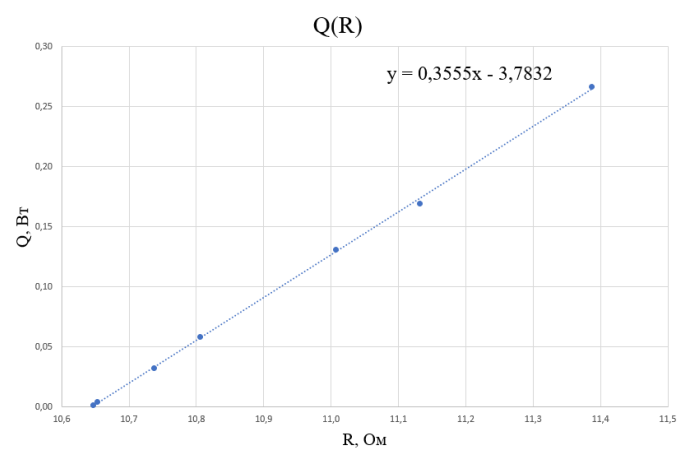


Рис. 6: Зависимость сопротивления нити от мощности при  $T = 42$  K.

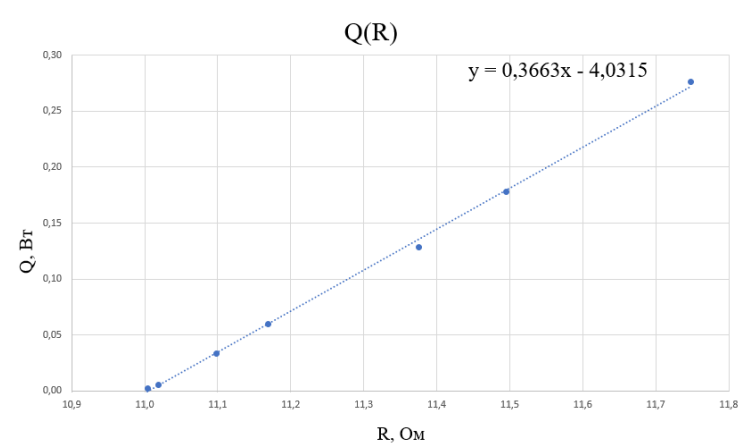


Рис. 7: Зависимость сопротивления нити от мощности при  $T = 52$  K.

$T, ^\circ\text{C}$	22	32	42	52	62	72
$R_0 _{Q=0}, \text{ Ом}$	9,96	10,28	10,65	11,00	11,38	11,75
$dQ/dR, \frac{\text{Вт}}{\text{Ом}}$	0,337	0,329	0,356	0,366	0,370	0,377
$\sigma_{dQ/dR}, \frac{\text{Вт}}{\text{Ом}}$	0,005	0,002	0,001	0,002	0,002	0,002

Таблица 2: результаты обработки данных.

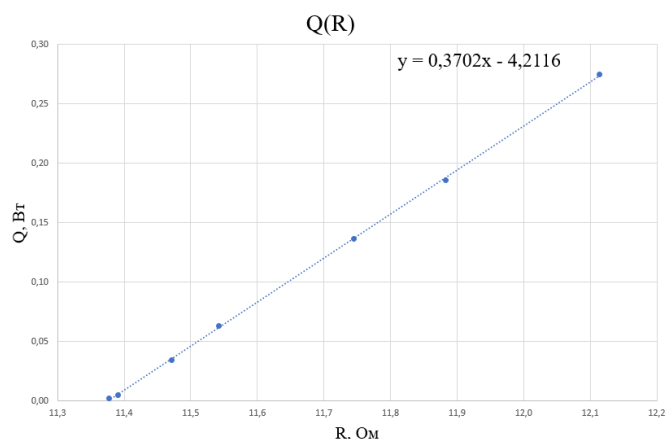


Рис. 8: Зависимость сопротивления нити от мощности при  $T = 62$  K.

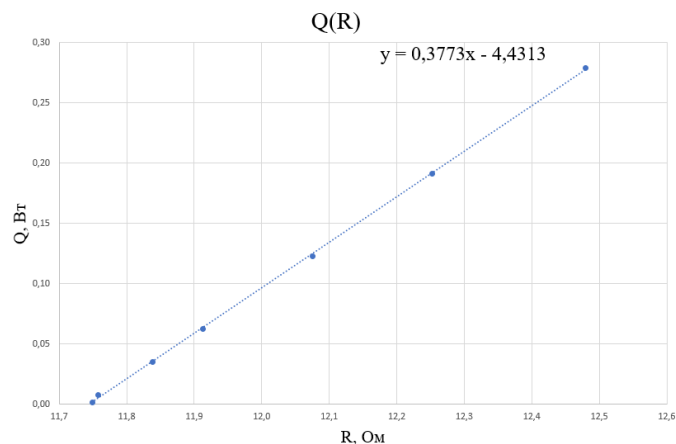


Рис. 9: Зависимость сопротивления нити от мощности при  $T = 72$  K.

5) Построим по значениям  $R|_{Q=0}$  график (рис. 10) зависимости сопротивления нити от температуры  $T$ . Аппроксимацию и расчет наклона  $dR/dT$  произведем аналогично п. 4.

Полученная зависимость линейная, наклон  $dR/dT = (0,0359 \pm 0,0016)$  Ом/К.

6) Рассчитаем температурный коэффициент сопротивления материала нити  $\alpha = \frac{1}{R_{293}} \frac{dR}{dT}$ . Из графика  $R_{293} = 19,67$  Ом. Значит,  $\alpha = (0,00183 \pm 0,00034) \text{ K}^{-1}$ . Табличное значение для молибдена составляет  $\alpha = 0,004579 \text{ K}^{-1}$ . Таким образом, значения совпадают в пределах погрешности.

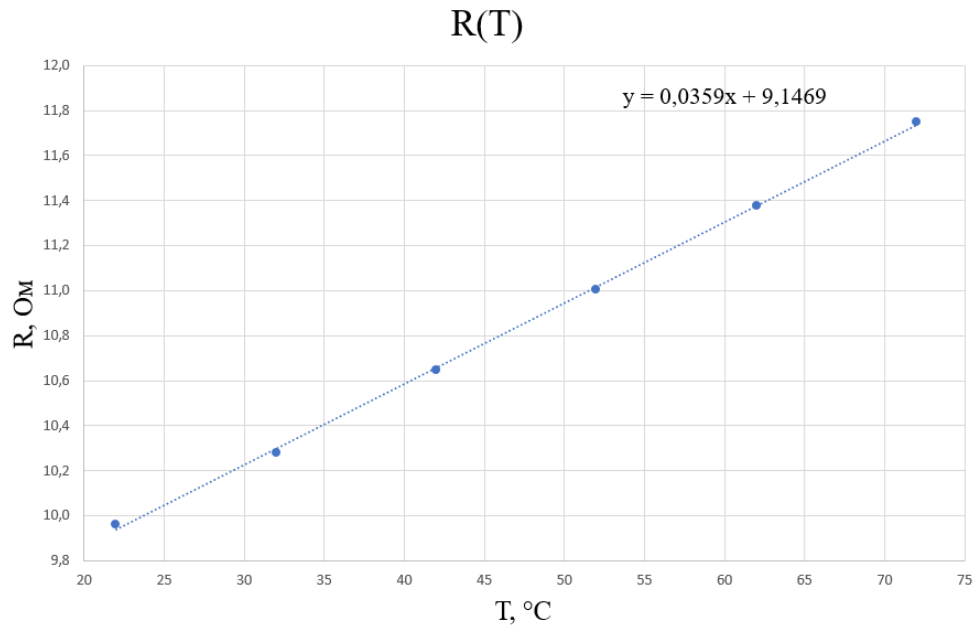


Рис. 10:  $R = R(T)$

7) Для каждой температуры прибора определим значение коэффициента теплопроводности газа по формуле  $\kappa = \frac{dQ}{dT} \frac{dR}{dR} \frac{1}{2\pi L} \ln \frac{r_2}{r_1}$  (из формулы 3). Результаты вычислений представлены в таблице 3. Предположим, что зависимость коэффициента теплопроводности от температуры имеет вид  $\kappa = AT^\beta$ . Чтобы определить показатель степени  $\beta$  построим график зависимости  $\ln \frac{\kappa}{\kappa_0}$  от  $\ln \frac{T}{T_0}$ , где  $\kappa_0 = 25,9$  мВт/(м·К) – табличное значение теплопроводности воздуха при температуре  $T_0 = 293$  К (см. рис. 11). По полученным данным построим аппроксимированную кривую рис. 12.

$T, \text{ K}$	295	305	315	325	335	345
$\kappa, \frac{\text{мВт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	26,3	27,2	28,3	29,4	29,8	30,4
$\sigma_\kappa, \frac{\text{мВт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	0,7	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6
$\ln T/T_0$	0,0068	0,0401	0,0724	0,1037	0,1340	0,1634
$\ln \kappa/\kappa_0$	0,019	0,056	0,076	0,101	0,115	0,128
$\sigma_{\ln \kappa/\kappa_0}$	0,007	0,005	0,003	0,006	0,005	0,006

Таблица 3: Результаты вычислений.

Получим таким образом  $\beta = 0,64 \pm 0,05$ .

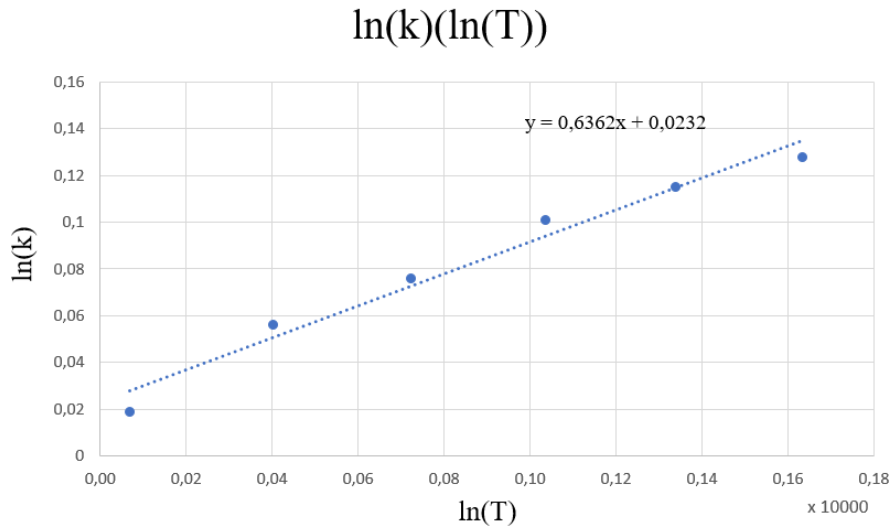


Рис. 11: Зависимость  $\kappa(T)$  в двойном логарифмическом масштабе

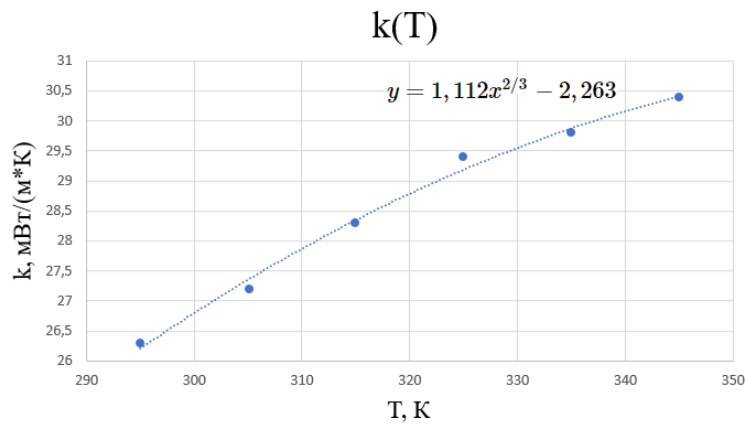


Рис. 12: Зависимость теплопроводности воздуха  $\kappa$  от температуры T

**Выводы:** 1) В ходе данной работы был определён коэффициент теплопроводности воздуха при атмосферном давлении и разных температурах по теплоотдаче нагреваемой током нити в цилиндрическом сосуде. 2) По полученным результатам был рассчитан коэффициент зависимости между изменением теплопроводности при изменении температуры (т.е. коэффициент  $\beta$  в формуле  $\kappa = AT^\beta$ ). Полученный коэффициент с учетом погрешности не соответствует теоретическому значению  $\beta = 0,5$  ( $\kappa \propto \sqrt{T}$ ), т. е. полученное значение оказалось выше на 28%, что превосходит погрешность - 11% - более чем в 2 раза. Это может быть связано с недостаточным количеством измерений и вызванной этим невысокой точностью аппроксимации на этапе обработки измерений. 3) Также был найден температурный коэффициент сопротивления молибдена, его значение совпало с табличным в пределах погрешности.