

Отчет о выполнении лабораторной работы 1.1.1  
**Определение систематических и случайных  
погрешностей при измерении удельного  
сопротивления нихромовой проволоки**

Г. А. Багров

ФРКТ МФТИ, 04.10.2021

**Цель работы:** измерить удельное сопротивление проволоки и вычислить систематические и случайные погрешности при использовании таких измерительных приборов, как линейка, штангенциркуль, микрометр, амперметр, вольтметр и мост постоянного тока.

**В работе используются:** линейка, штангенциркуль, микрометр, отрезок проволоки из нихрома, амперметр, вольтметр, источник ЭДС, мост постоянного тока, реостат, ключ.

**Теоретические сведения:** удельное сопротивление однородной проволоки круглого сечения:

$$\rho = R \frac{\pi d^2}{4l}, \quad (1)$$

где  $R$  – сопротивление проволоки,  $d$  – её диаметр,  $l$  – её длина. гласно закону Ома напряжение  $V$  и ток  $I$  в образце связаны соотношением

$$V = RI \quad (2)$$

Для измерения напряжения и тока использовались схемы рис. 1 а) и б):

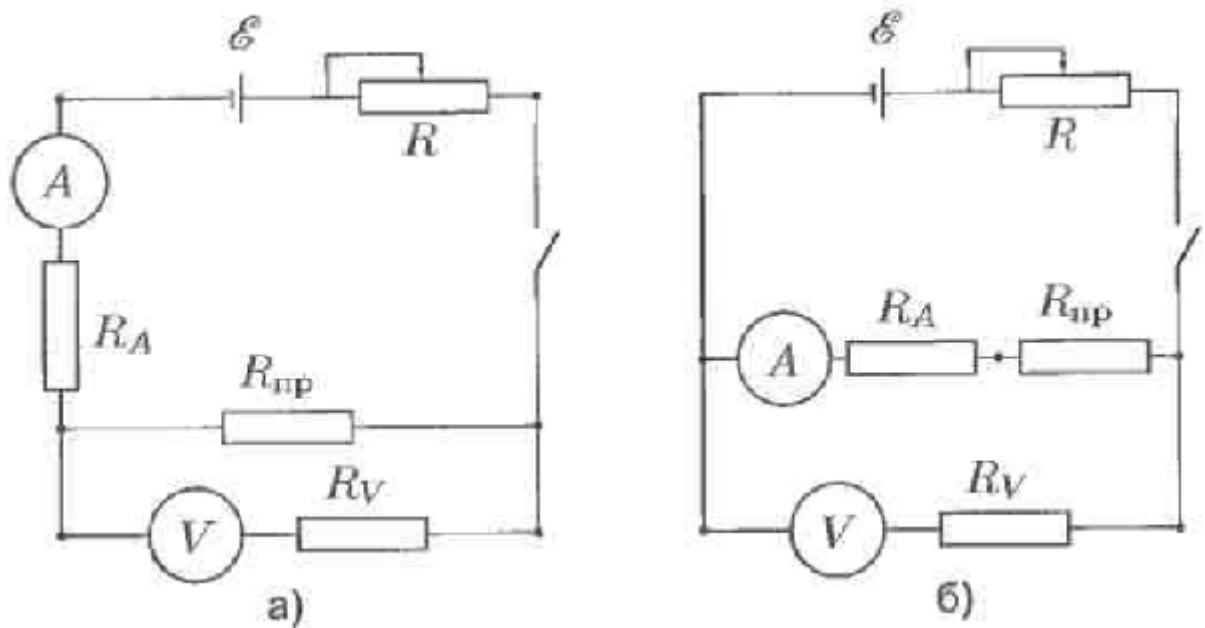


Рис. 1. Схемы для измерения сопротивления при помощи амперметра и вольтметра  
Точность измерения с помощью штангенциркуля – 0,1 мм, с помощью микрометра – 0,01 мм.

#### Результаты измерений и обработка данных:

1. Измеряем диаметр проволоки с помощью штангенциркуля ( $d_1$ , табл. 1) и микрометра ( $d_2$ , табл. 2) на 10 различных участках.

При измерении диаметра проволоки штангенциркулем случайная погрешность отсутствует. Следовательно, точность результата определяется только точностью штангенциркуля

$$d_1 = (0,4 \pm 0,1) \text{ мм}$$

При измерении микрометром есть как систематическая, так и случайная ошибка:

$$\sigma_{\text{сист}} = 0,01 \text{ мм}, \sigma_{\text{сл}} = \frac{1}{N} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^N (d - \bar{d})^2} = \frac{1}{10} \sqrt{2,4 \cdot 10^{-4}} \approx 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{сист}}^2 + \sigma_{\text{сл}}^2} \approx 0,01 \text{ мм}$$

$$d_2 = (0,34 \pm 0,1) \text{ мм}$$

Т.к. погрешность микрометра на порядок меньше погрешности штангенциркуля, для расчета площади поперечного сечения проволоки используем значение, полученное с помощью микрометра.

Определим площадь поперечного сечения проволоки:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (0,34)^2}{4} \approx 0,09 \text{ мм}^2$$

Найдём погрешность площади поперечного сечения проволоки:

$$\sigma_s = \frac{2 \sigma_{d_2}}{d_2} \cdot S = \frac{2 \cdot 0,01}{0,34} \cdot 0,09 \approx 5 \cdot 10^{-3} \text{ мм}^2$$

Итак,  $S = (9,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2} \text{ мм}^2$ ,

т.е. площадь поперечного сечения проволоки определена с точностью 6%.

2. Сведём основные характеристики приборов в таблицу 2.

3. Теоретически, надо мерять способом показанным на рис. 1а, так как: для схемы на рисунке 1а:  $R_{\text{пр}}/R_V = 5/500 = 0,01$ , т.е. 1%; а для схемы на рисунке 1б:  $R_A/R_{\text{пр}} = 1/5 = 0,2$ , т.е. 20%. То есть при измерении относительно небольших сопротивлений меньшую ошибку даёт схема рис. 1а. Проверим это:

4. Собираем схему рис. 1а

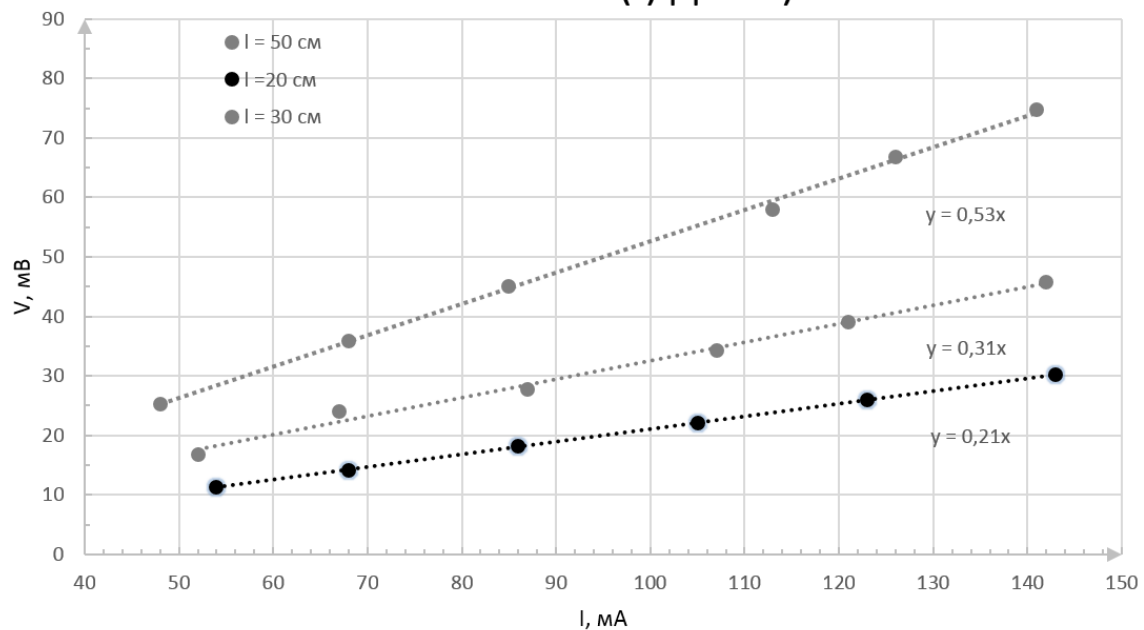
Опыт проводим для трех величин:  $l_1 = (50 \pm 0,1) \text{ см}$ ,  $l_2 = (30 \pm 0,1) \text{ см}$ ,  $l_3 = (20 \pm 0,1) \text{ см}$ .

Измерения ведем для возрастающих и убывающих значений тока, все измерения записываем в табл. 3, табл. 4, табл. 5.

Строим графики зависимостей  $V = f(I)$  для этих трех отрезков проволоки, пользуясь методом наименьших квадратов, строим аппроксимирующие прямые графика  $V = f(I)$ , определяя их угловой коэффициент по формуле

$$R_{\text{ср}} = \frac{\langle VI \rangle}{\langle I^2 \rangle}$$

$V = f(I)$  для а)



Запишем в табл. 9 данные средних значений некоторых величин, которые мы в дальнейшем будем использовать.

По формулам найдём 1) среднеквадратичную случайную ошибку, 2) возможную систематическую погрешность  $R_{\text{ср}}$ .

$$\sigma_{R_{\text{ср}}}^{\text{случ}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sqrt{\frac{\langle V^2 \rangle}{\langle I^2 \rangle} - R_{\text{ср}}^2}$$

$$\sigma_{R_{cp}}^{сист} = R_{cp} \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2}$$

$$\sigma_R = \sqrt{\sigma_{сист}^2 + \sigma_{сл}^2}$$

$$R_{cp} = \frac{\langle VI \rangle}{\langle I^2 \rangle} - >$$

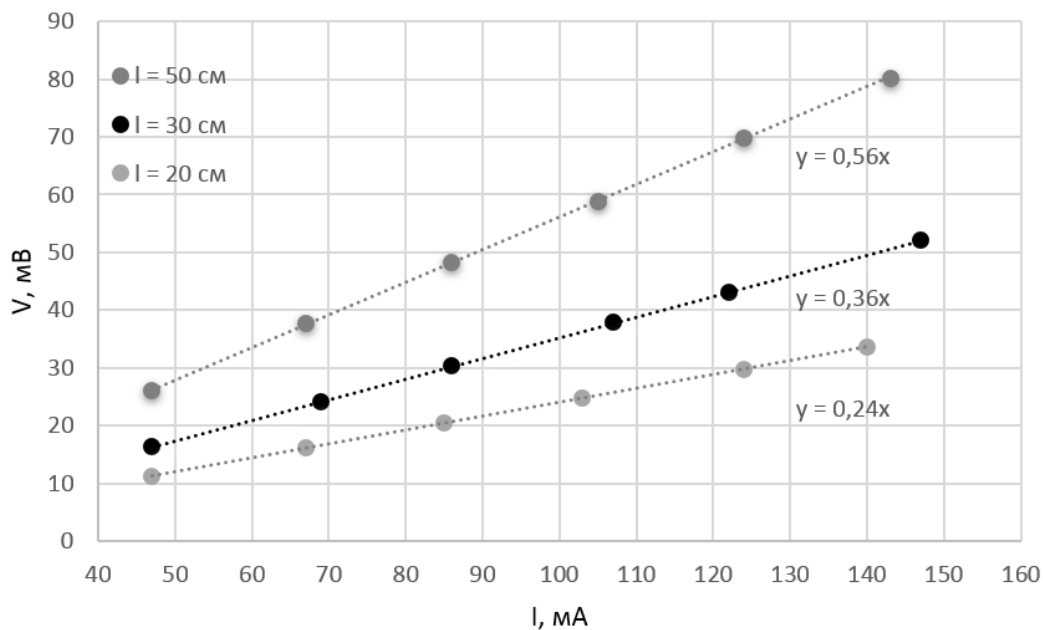
$$R_{пр} = R_{cp} + \frac{R_{cp}^2}{R_V} - \text{для схемы а)}$$

$$R_{пр} = R_{cp} \cdot \left(1 - \frac{R_{cp}}{(R_A + R_{cp})}\right) - \text{для схемы б)}$$

Ввиду малости поправки считаем  $\sigma_{R_{пр}} = \sigma_{R_{cp}}$ . Ошибка  $\sigma_V$  равна половине абсолютной погрешности вольтметра, т.е.  $\sigma_V = \frac{\Delta x}{2} = \frac{1,5}{2} = 0,75$  мВ. Аналогично для амперметра  $\sigma_I = \frac{0,75}{2} = 0,4$  мА.

5. Собираем схему рис. 16. Снова проводим опыты для  $l_1, l_2, l_3$  при возрастающих и убывающих значениях тока. Измерения записываем в табл. 6, 7, 8. Проведя аналогичные п.4 расчёты, заносим средние значения величин в таблицу 10, считаем. Строим график  $V=f(I)$  (см. рис.3): на нём результаты измерений напряжения  $V$  в зависимости от тока  $I$  для проволок разной длины  $l$  их линейная аппроксимация  $y=kx$ .

**$V = f(I)$  для б)**



6. При помощи моста Уитстона (измерительный мост постоянного тока Р4833) измеряем сопротивления (обозн.  $R_0$ ) и также заносим в таблицу 11. 7. Анализируя полученные значения (см. табл. 11) видим, что значения, полученные при использовании схемы а) ( $\pm 2,5\%$ ) ближе к значениям, полученным при помощи моста Уитстона, чем для схемы б) ( $\pm 8\%$ ): это значит, что схема а) точнее определяет небольшие сопротивления, чем схема б), что подтверждает теоретические расчёты.

8. Находим удельное сопротивление и его погрешность для каждой из длин проволоки и заносим эти значения в табл.12:

$$\rho = \frac{R \cdot S}{l}$$

$$\sigma_{\rho} = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_S}{S}\right)^2}$$

$$\text{Итого: } \rho = (0,98 \pm 0,06) \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}.$$

**Выводы:** полученное значение удельного сопротивления сравниваем с табличными значениями: В справочнике (Физические величины. М.: Энергоиздат, 1991. С. 444) для удельного сопротивления нихрома при  $20^\circ\text{C}$  в зависимости от массового содержания компонента сплава меняются в промежутке  $(1,12-0,97) \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$  - полученное значение попадает в этот диапазон. При этом основной вклад в ошибку вносит погрешность при измерении диаметра проволоки, составляющая примерно 2,9% (т.к.  $\frac{0,01}{0,34} \cdot 100\% \approx 2,9\%$ ), но, поскольку результат измерений удваивается, погрешность тоже умножается на 2, а значит, составляет примерно 5,8%. Поэтому при измерении сопротивления проволоки достаточно точность около 6%.

Таблица 1: Результаты измерения диаметра проволоки

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d_1$ , мм	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3
$d_2$ , мм	0,35	0,33	0,34	0,35	0,34	0,34	0,35	0,34	0,33	0,33
	$\overline{d_1} = 0,4$ мм					$\overline{d_2} = 0,34$ мм				

Таблица 2: Основные характеристики амперметра и вольтметра

	Вольтметр	Амперметр
Система	Магнитоэлектрическая	Электромагнитная
Класс точности	0,5	0,5
Предел измерений $x_n$	0,6 В	0,15 А
Число делений шкалы $n$	-	75
Цена делений $x_n/n$	-	2 мА/дел
Чувствительность $n/x_n$	-	500 дел/А
Абсолютная погрешность $\Delta x_M$	1,5 мВ	0,75 мА
Внутреннее сопротивление прибора (на данном пределе измерений)	500 Ом	1 Ом

Таблица 3: Результаты ВАХ на а)-схеме для  $l_1$

$N_{\text{изм}}$	1	2	3	4	5	6
V, мВ	74,8	66,8	57,5	45,1	35,9	25,3
I, дел	70,5	63	56,5	42,5	34	24
I, мА	141	126	113	85	68	48

Таблица 4: Результаты ВАХ на а)-схеме для  $l_2$

$N_{\text{изм}}$	1	2	3	4	5	6
V, мВ	45,8	39,0	34,3	27,8	21,5	16,7
I, дел	71	60,5	53,5	43,5	33,5	26
I, мА	142	121	107	87	67	52

Таблица 5: Результаты ВАХ на а)-схеме для  $l_3$

$N_{\text{изм}}$	1	2	3	4	5	6
V, мВ	30,2	25,9	22,1	18,1	14,1	11,3
I, дел	71,5	61,5	52,5	43	34	27
I, мА	143	123	105	86	68	54

Таблица 6: Результаты ВАХ на б)-схеме для  $l_1$

$N_{\text{изм}}$	1	2	3	4	5	6
V, мВ	80,2	69,9	58,8	48,3	37,7	26,1
I, дел	71,5	62	52,5	43	33,5	23,5
I, мА	143	124	105	86	67	47

Таблица 7: Результаты ВАХ на б)-схеме для  $l_2$

$N_{\text{изм}}$	1	2	3	4	5	6
V, мВ	52,1	43,1	38,0	30,4	24,1	16,4
I, дел	73,5	61	53,5	43	34,5	23,5
I, мА	147	122	107	86	69	47

Таблица 8: Результаты ВАХ на б)-схеме для  $l_3$

$N_{\text{изм}}$	1	2	3	4	5	6
V, мВ	33,7	29,8	24,8	20,5	16,1	11,3
I, дел	70	62	51,5	42,5	33,5	23,5
I, мА	140	124	103	85	67	47

Таблица 9: Средние величины для а)

	$\langle V \rangle$	$\langle I \rangle$	$\langle I^2 \rangle$	$\langle VI \rangle$
$l_1$	50,9	97	10447	5501
$l_2$	31,3	96	10169	3299
$l_3$	20,3	97	10257	2158

Таблица 10: Средние величины для б)

	$\langle V \rangle$	$\langle I \rangle$	$\langle I^2 \rangle$	$\langle VI \rangle$
$l_1$	53,5	95	10157	5703
$l_2$	34,0	96	10385	3672
$l_3$	22,7	95	9918	2387

Таблица 11: Результаты измерения сопротивления проволоки

$l_1 = 50,0 \pm 0,1$ см	$l_2 = 30,0 \pm 0,1$ см	$l_3 = 20,0 \pm 0,1$ см
$R_0 = 0,5394 \pm 0,001$ Ом (по P4833)	$R_0 = 0,3277 \pm 0,001$ Ом (по P4833)	$R_0 = 0,2176 \pm 0,001$ Ом (по P4833)
Схема а). $R_{\text{ср}} = 0,5274$ Ом $R_{\text{пр}} = 0,5284$ Ом $\sigma_R^{\text{случ}} = 0,007$ Ом $\sigma_R^{\text{сист}} = 0,005$ Ом $\sigma_R = 0,009$ Ом	$R_{\text{ср}} = 0,3103$ Ом $R_{\text{пр}} = 0,3112$ Ом $\sigma_R^{\text{случ}} = 0,004$ Ом $\sigma_R^{\text{сист}} = 0,003$ Ом $\sigma_R = 0,005$ Ом	$R_{\text{ср}} = 0,2129$ Ом $R_{\text{пр}} = 0,2135$ Ом $\sigma_R^{\text{случ}} = 0,004$ Ом $\sigma_R^{\text{сист}} = 0,002$ Ом $\sigma_R = 0,004$ Ом
Схема б). $R_{\text{ср}} = 0,5636$ Ом $R_{\text{пр}} = 0,5629$ Ом $\sigma_R^{\text{случ}} = 0,009$ Ом $\sigma_R^{\text{сист}} = 0,09$ Ом $\sigma_R = 0,09$ Ом	$R_{\text{ср}} = 0,3575$ Ом $R_{\text{пр}} = 0,3572$ Ом $\sigma_R^{\text{случ}} = 0,007$ Ом $\sigma_R^{\text{сист}} = 0,05$ Ом $\sigma_R = 0,05$ Ом	$R_{\text{ср}} = 0,2407$ Ом $R_{\text{пр}} = 0,2404$ Ом $\sigma_R^{\text{случ}} = 0,007$ Ом $\sigma_R^{\text{сист}} = 0,06$ Ом $\sigma_R = 0,06$ Ом

Таблица 12: Расчётные значения удельного сопротивления проволоки

l, м	$\rho, \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$	$\sigma_\rho, \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$
0,5	0,97	0,06
0,3	0,98	0,06
0,2	0,98	0,06