

# Отчет о выполнении лабораторной работы 4.3.1

## Изучение дифракции света

Г. А. Багров

ФРКТ МФТИ, 23.03.2023

**Цель работы:** исследовать явления дифракции Френеля и Фраунгофера на одной и двух щелях, изучить влияние дифракции на разрешающую способность оптических инструментов; проверить теоретические соотношения для положения максимумов при дифракции Френеля и Фраунгофера.

**В работе используются:** оптическая скамья, ртутная лампа, светофильтр, щели с регулируемой шириной, рамка с вертикальной нитью, экран с двойной щелью, микроскоп на поперечных салазках с микрометрическим винтом, зрительная труба.

### Теоретические сведения:

#### А. Дифракция Френеля

Схема установки для наблюдения дифракции Френеля представлена на рис. 1. Свет от ртутной лампы Л,

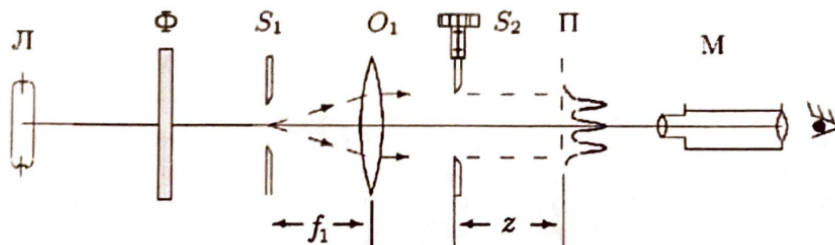


Рис. 1. Схема установки для наблюдения дифракции Френеля

пропущенный через оранжевый светофильтр  $\Phi$  со средней длиной волны  $\lambda = 578$  нм, падает на входную щель  $S_1$ . Щель  $S_1$  находится в фокусе коллиматора  $O_1$ . Коллиматор создаёт параллельный пучок монохроматического света, освещающий щель  $S_2$ , на которой и происходит дифракция. Дифракционная картина рассматривается с помощью микроскопа М, сфокусированного на некоторую плоскость наблюдения П.

Распределение интенсивности света в плоскости наблюдения П проще всего рассчитывать с помощью зон Френеля (для щели их иногда называют зонами Шустера). При освещении щели  $S_2$  параллельным пучком лучей (плоская волна) зоны Френеля представляют собой полосы, параллельные краям щели (рис. 2). Результирующая амплитуда в точке наблюдения определяется суперпозицией колебаний от тех зон Френеля, которые не перекрыты створками щели. Графическое определение результирующей амплитуды производится с помощью векторной диаграммы — спирали Корню. Границы зон Френеля/Шустера  $\xi_m$  определяются

соотношением

$$\xi_m = \pm \sqrt{mz\lambda}, \quad (1)$$

где  $\xi$  отсчитывается от центра щели,  $z$  — расстояние от щели до плоскости наблюдения (рис. 1), а  $\lambda$  — длина волны.

При ширине щели  $b$  ( $-b/2 < \xi < b/2$ ) полное число открытых зон для точки наблюдения на оси равно  $m_{\max} = \frac{b^2}{4\lambda z}$ .

По определению, разделение волнового фронта на зоны Френеля производится так, чтобы излучение от соседних зон находилось в противофазе. Иными словами, разность хода (от поверхности фронта до точки наблюдения) между краями соседних зон равна  $\lambda/2$ . Поэтому когда открыто чётное число зон Френеля, на оси наблюдается минимум дифракционной картины. Иначе — максимум.

Зафиксируем  $b$  и будем менять  $z$ . Если число открытых зон Френеля велико, ( $m \gg 1, z \rightarrow 0$ ), мы приходим к пределу геометрической оптики. В нём дифракционная картина отсутствует, а размер изображения щели совпадает с шириной самой щели  $b$ . Дифракционная картина наблюдается только в узкой полосе вблизи границ щели (дифракция на краю экрана). При удалении от плоскости геометрического изображения эти две группы полос постепенно расширяются, заполняя всё изображение щели. При  $m \sim 1$  на щели наблюдается сложная картина из небольшого числа дифракционных полос. При дальнейшем удалении ( $m \ll 1, z \rightarrow \infty$ ) дифракционная картина начинает упрощаться и расширяться, переходя в режим Фраунгофера — затухающие по интенсивности эквидистантные полосы с характерным угловым размером центральной полосы  $\lambda/b$ .

Амплитуду света в произвольной точке плоскости наблюдения можно определить графически с помощью векторной диаграммы — спирали Корню. Распределение амплитуд в режиме дифракции Френеля ( $m \sim 1$ ) довольно сложно. Однако если число открытых зон Френеля больше единицы и близко к целому  $m$ , то в картине можно довольно чётко выделить  $m-1$  тёмных полос, заполняющих изображение щели. Так можно по виду дифракционной картины оценить число зон Френеля на полуширине щели.

### Б. Дифракция Фраунгофера на щели

На значительном удалении от щели, когда выполнено условие  $m \ll 1$  (то есть ширина щели становится значительно меньше ширины первой зоны Френеля,  $b \ll \sqrt{\lambda z}$ ), изображение щели размывается и возникает дифракционная картина, называемая дифракцией Фраунгофера.

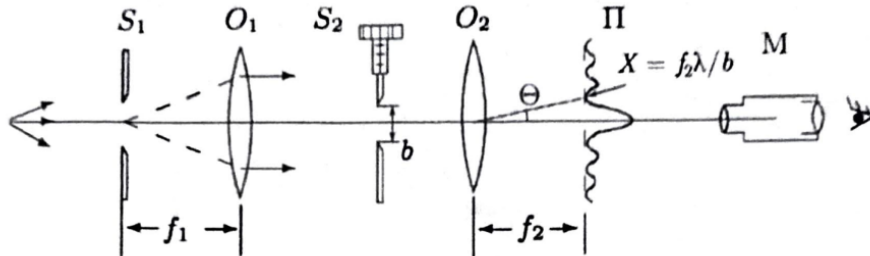


Рис. 2. Схема установки для наблюдения дифракции Фраунгофера на щели

Дифракцию Фраунгофера можно наблюдать на той же установке, что и дифракцию Френеля (рис. 1). Однако при обычных размерах установки дифракция Фраунгофера возникает только при очень узких щелях. Поскольку работать с тонкими щелями неудобно, для наблюдения дифракции Фраунгофера к схеме добавляется объектив  $O_2$  (рис. 2), в фокальной плоскости которого и наблюдается дифракционная картина.

При дифракции Фраунгофера в центре наблюдается дифракционный максимум (светлая полоса). Направление на минимумы при малых углах  $\Theta$  определяется соотношением

$$\Theta_n^{\min} = n \frac{\lambda}{b}, n = \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2)$$

где  $b$  - ширина щели. Каждому значению угла  $\Theta$  соответствует точка в плоскости объектива с фокусным расстоянием  $f_2$ , отстоящая от оптической оси на расстоянии

$$X_n = f_2 \tan \theta_n \approx f_2 \theta_n. \quad (3)$$

Измеряя зависимость  $X$  от  $n$  или расстояние между полосами  $\Delta X$ , можно определить ширину щели  $S_2$ .

### В. Дифракция Фраунгофера для двух щелей

Для наблюдения дифракции Фраунгофера на двух щелях  $S_2$  заменим экраном  $\mathcal{E}$  с двумя щелями. При этом для оценки влияния ширины входной щели на чёткость вместо  $S_1$  поставим щель с микрометрическим винтом. Два дифракционных изображения входной щели, одно из которых образовано лучами, прошедшими

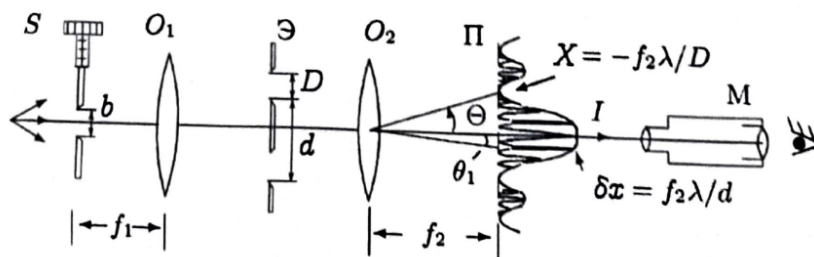


Рис. 3. Схема для наблюдения дифракции Фраунгофера на двух щелях

через левую, а другое – через правую щели, накладываются друг на друга. Если входная щель достаточно узка, то дифракционная картина в плоскости П подобна той, что получалась при дифракции на одной щели, однако вся картинка испещрена рядом дополнительных узких полос, наличие которых объясняется суперпозицией световых волн через разные щели. Светлая интерференционная полоса наблюдается в случаях, когда разность хода равна целому числу длин волн. Таким образом, угловая координата максимума порядка  $m$  равна

$$\theta_m = \frac{m\lambda}{d}, \quad (4)$$

где  $d$  – расстояние между щелями. Отсюда расстояние между соседними интерференционными полосами в плоскости П равно

$$\delta x = f_2 \frac{\lambda}{d} \quad (5)$$

Число тёмных интерференционных полос (т.е. светлых на одну больше) укладывающихся в области центрального максимума равно отношению ширины главного максимума  $\frac{2\lambda f_2}{D}$  к расстоянию между соседними полосами:

$$N = \frac{2\lambda f_2}{D} \frac{1}{\delta x} = \frac{2d}{D}. \quad (6)$$

При дифракции света на двух щелях чёткая система интерференционных полос наблюдается только при достаточно узкой ширине входной щели  $S_2$ , которую можно рассматривать как протяжённый источник света размером  $b$ . Для наблюдения интерференции необходимо, чтобы расстояние  $d$  между щелями не превышало радиуса когерентности  $d \leq \rho_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda}{b} f_1$ . Таким образом, по размытию интерференционной картины можно оценить размер источника  $b$ .

### Г. Влияние дифракции на разрешающую способность оптического инструмента

Линзы  $O_1$  и  $O_2$  (без щели  $S_2$ ) создают в плоскости П изображение щели входной  $S_1$ , рассматриваемое в микроскоп М. Таким образом, пара линз  $O_1, O_2$  и микроскоп в совокупности могут рассматриваться как некий

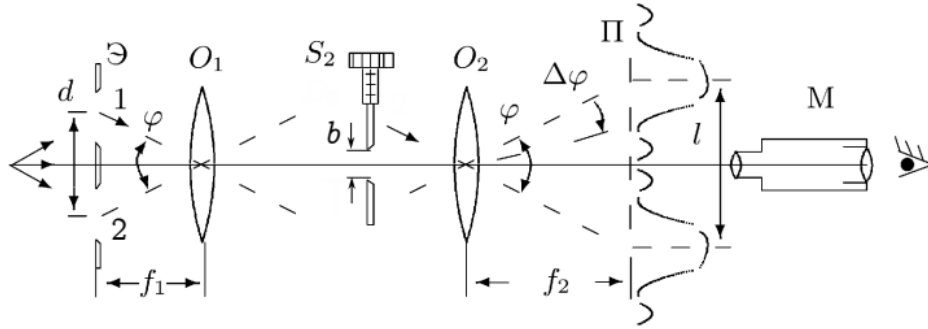


Рис. 4. Схема для исследования разрешающей способности оптического инструмента

оптический инструмент. При этом входная щель  $S_1$  и коллиматор  $O_1$  создают модель далёкого предмета, а объектив  $O_2$  и микроскоп  $M$  составляют "зрительную трубу наведённую на этот предмет.

Если перед объективом  $O_2$  зрительной трубы расположить щель  $S_2$ , то изображение объекта будет искажено дифракцией на щели  $S_2$ . Чем меньше ширина  $b$  этой щели, тем сильнее искажение. Качественной характеристикой этих искажений может служить минимальное угловое расстояние  $\phi$  между точками рассматриваемого предмета, которые воспринимаются как разделённые.

В качестве предмета будет использовать экран  $\mathcal{E}$  с двумя узкими щелями (поместим его на место щели  $S_1$ ). Пусть расстояние между щелями равно  $d$ . Тогда от каждой из щелей экрана на щель  $S_2$  будут падать два параллельных пучка света, составляющих между собой угол

$$\varphi \approx \frac{d}{f_1} \quad (7)$$

(а центры двух дифракционных пятен в плоскости  $\Pi$  будут находиться на расстоянии  $l = f_2\phi$  друг от друга).

Угловая ширина же  $\Delta\phi$  каждого изображения определяется дифракцией света на щели  $S_2$ . В режиме дифракции Фраунгофера полуширина центрального дифракционного максимума равна  $\Delta\phi \sim \frac{\lambda}{b}$ , где  $b$  - ширина щели  $S_2$ .

Если полуширина главного дифракционного пятна превысит расстояние между центрами пятен  $\Delta\phi > \phi$ , пятна от двух щелей сольются в одно, и по виду дифракционной картины будет трудно определить, представляет ли собой источник двойную или одиночную щель. Это условие разрешения двух изображений называют также критерием Рэля. Итак, щели можно считать различимыми, если

$$\frac{\lambda}{b} < \frac{d}{f_1} \quad (8)$$

#### Ход работы и обработка результатов

##### А)

- 1) Настроим зрительную трубу на бесконечность. Определим нуль микрометрического винта щели  $S_2$ . Соберем схему изображённую на рис. 1 и настроим ее. Получим изображение темных и светлых полос в микроскопе.
- 2) Передвигая микроскоп по шкале продольной линейки получим четкое изображение щели:

$$z_0 = 56,60 \pm 0,05 \text{ см}$$

Постепенно отодвигая микроскоп от щели  $S_2$ , заметим по шкале положение микроскопа, при котором на фоне щели видна одна темная полоса. Приближая микроскоп к щели снимем зависимость координаты микроскопа от числа  $n$  наблюдаемых темных полос:

n	z, см
1	54,2
2	55,0
3	55,4
4	55,7
5	55,9
6	56,0

Таблица 1. Зависимость дифракции от  $z$  при дифракции Френеля

- 3) С помощью окулярной шкалы микроскопа измерим ширину  $b$  щели  $S_2$ :  $b = 16 \text{ дел} \cdot 0,02 \frac{\text{мм}}{\text{дел}} = 0,32 \text{ мм}$ . Также рассчитаем ширину  $b$  по микрометрическому винту: 2 оборота и 6 делений составляют  $b = 2 \cdot 0,1 \text{ мм} + 6 \cdot 0,02 \text{ мм} = 0,32 \text{ мм}$ .
- 4) Построим график зависимости расстояния до щели зоны Френеля ( $z_0 - z$ ) от количества темных полос:

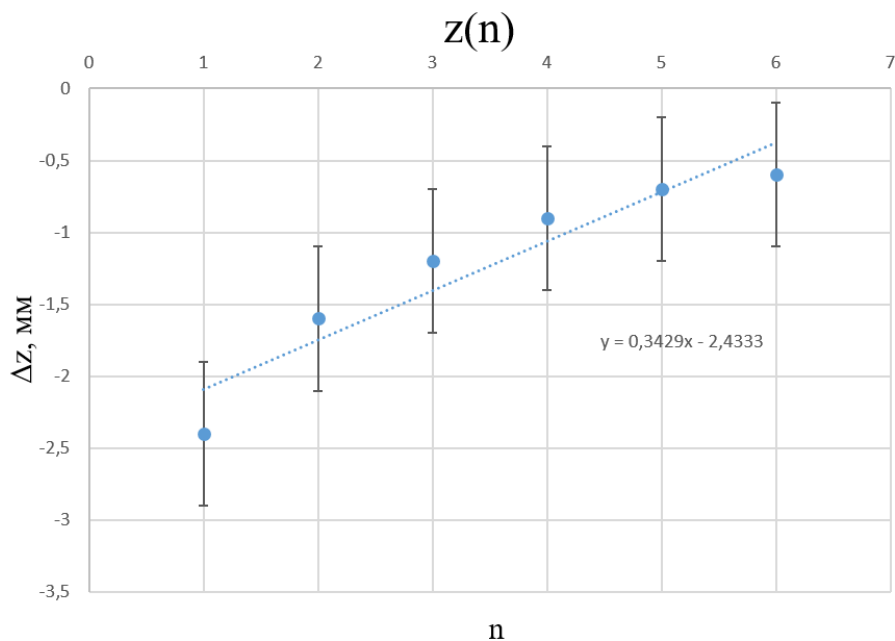


Рис. 5. Зависимость  $z$  от  $n$

По углу наклона прямой определяется ширина щели:

$$b = 0,34 \pm 0,02 \text{ мм}.$$

Как видно, полученное значение с учётом погрешности сходится с измеренным ранее.

- 5) Закрепим микроскоп на оптической скамье и проследим за изменением дифракционной картины при уменьшении ширины щели  $S_2$ . В результате получим, что чем меньше щель, тем меньше количество полос, при этом ширина крайних полос не изменяется.

**Б)**

- 1) Соберем схему изображенную на рис. 4 и настроим ее. Получим изображение темных и светлых полос в микроскопе - фраунгоферову картину дифракции. Убедимся, что смещение щели вбок не приводит к сдвигу дифракционной картины.

Уменьшив ширину входной щели  $S_1$ , добьёмся высокой контрастности.

- 2) С помощью окулярной шкалы микроскопа измерим координаты  $X_m$  нескольких дифракционных минимумов:

m	$X_m$ , мм
-2	0,18
-1	0,54
0	0,86
1	1,15
2	1,49

Построим график по получившимся данным и получим линейную зависимость.

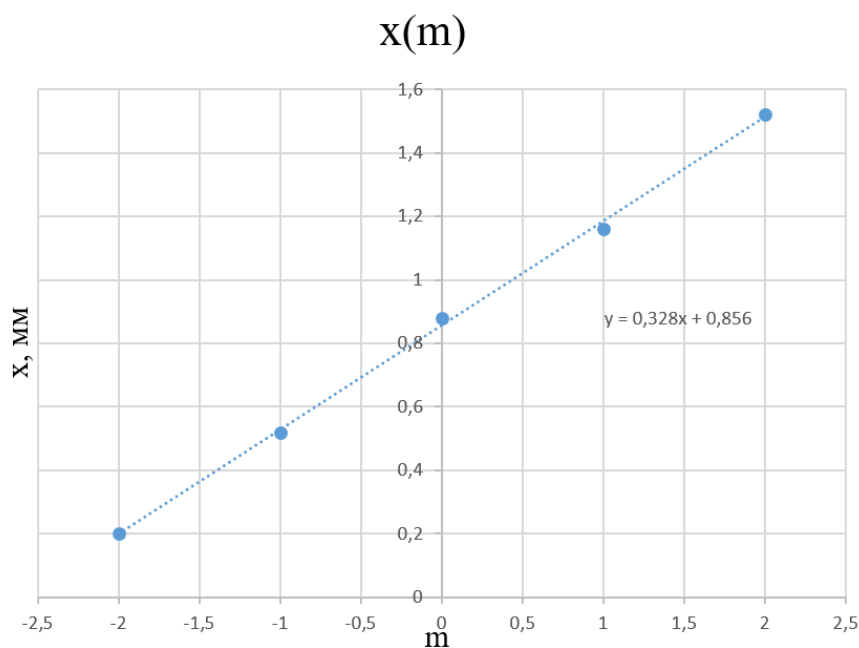


Рис. 6. Координаты минимумов дифракции Фраунгофера

- 3) Учитывая погрешности измерения,  $\Delta X$  равно:

$$\Delta X = 330 \pm 20 \text{ мкм}$$

- 4) Пользуясь полученным результатом и зная, что  $f_2 = 12,5$  см, получим значение  $b$  ( $b \equiv D$ ) с помощью формулы (6):

$$b = 208 \pm 15 \text{ мкм}$$

- 5) Измерим ширину щели по показаниям микрометрического винта:

$$b = 212 \pm 5 \text{ мкм}$$

Ясно, что измеренные величины совпадают в пределах погрешности.

## В)

- 1) Соберем схему изображенную на рис. 5 и настроим ее. Получим изображение темных и светлых полос в микроскопе.
- 2) Измерим ширину щели:

$$b = 212 \pm 5 \text{ мкм}$$

- 3) Получим на экране дифракционную картину и проведем измерения для дифракционных максимумов аналогично предыдущему пункту:

m	$X_m$ , мкм
-2	28
-1	32
-1	101
-2	106

Количество наблюдаемых светлых полос равно 2, поэтому ширина главных максимумов равна:

$$\delta x = 210 \pm 3 \text{ мкм}$$

- 4) Вычислим значение  $d$  по формуле (9):

$$d = 329 \pm 9 \text{ мкм}$$

Проверим, что  $n$  в таком случае действительно равен 3 по формуле (10):

$$n = 3,11 \pm 0,08$$

Результат сходится.

## Г)

- 1) Соберём схему рис.4. Получим чёткое, симметричное изображение двойного источника, перемещая экран вдоль оси системы. Далее подберём такую ширину, при которой изображения почти сливаются, но всё-таки ещё воспринимаются раздельно:  $b_0 = 160 \pm 5$  мкм.

2) Измерим значения для расстояния между щелями  $d$  и ширину  $D$  каждой щели:  $d = 1,72$  мм,  $D = 0,24$  мм.

При таких значениях формула Рэлея (8) выполняется ( $f_1 = 12,5$  см,  $\lambda = 578$  нм):

$$\frac{\lambda}{b} = \frac{d}{f_1}, \quad b = \frac{\lambda f_1}{d} = 42 \text{ мкм.}$$

И щели действительно различимы.

**Выводы:** В ходе работы были изучены два основных типа дифракции: Френеля и Фраунгофера - при разных размерах щели. Было проведено качественные наблюдения этих явлений, а также экспериментально проверена справедливость некоторых теоретических формул.