

### Exercice 1 : synthèse d'un filtre actif passe-bas de Sallen-Key.

Le filtre de Sallen-Key est un filtre actif construit à partir de réseaux RC, comportant seulement des résistors et des condensateurs. Cette structure (ou cellule) réalise des filtres passe bas ou passe bande d'ordre 2. Le schéma de la figure 3 contient 2 cellules identiques, permettant la réalisation de filtre d'ordre 4, à partir d'un cahier des charges précis.

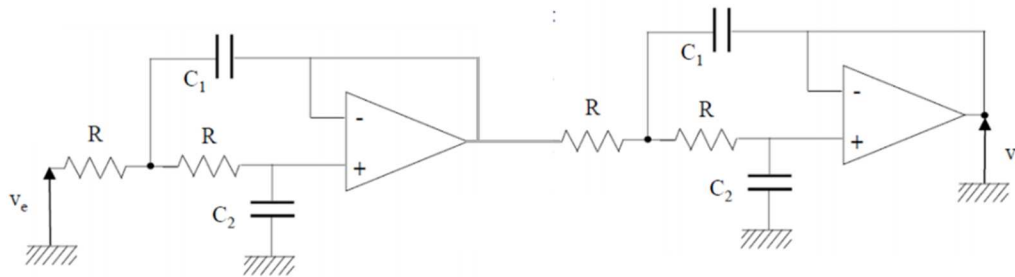


Figure 3 : cellule élémentaire de type Sallen-Key

#### Cahier des charges :

Type de filtre	Passe Bas
Fréquence de coupure	10 kHz
Fréquence de début de la bande d'arrêt	35 kHz
Oscillation ou atténuation max dans la bande passante	3 dB
Atténuation minimum dans la bande d'arrêt	43.505 dB
Amplitude la plus plate possible dans la bande passante	

### 1 - Lecture du cahier des charges

A partir du cahier des charges, tracer le gabarit du filtre à réaliser.

### 2 - Normalisation du filtre, et choix du type et de l'ordre du filtre

- Normaliser le filtre en calculant les fréquences à X dB (où X provient du cahier des charges).
- En utilisant les abaques des filtres passe bas normalisés (Annexe 1), déterminer le type et l'ordre minimal du filtre à implémenter pour satisfaire le cahier des charges.

### 3 - Dénormalisation et calcul des fonctions de transfert des filtres d'ordre 2 en cascade

Une fois le choix du type et de l'ordre du filtre passe bas normalisé effectué, il est nécessaire de dénormaliser le filtre afin de revenir au filtre réel que l'on souhaite réaliser. Le polynôme passe bas normalisé s'écrit :

$$H_{LPN}(S) = \prod_i \frac{|s_i|^2}{(S - s_i)(S - \bar{s}_i)}$$

où  $si = s_r + is_i$  sont des racines du polynôme choisit (Cf Annexe 2), et  $\bar{s}_i$  est le complexe conjugué de  $s_i$ .  
Pour chaque section d'ordre 2 on peut le réécrire sous la forme :

$$H_{LPN}(S) = \frac{\Omega_{BF}^2}{S^2 + \frac{\Omega_{BF}}{Q}S + \Omega_{BF}^2}$$

où  $\Omega_{BF} = |si|$  et  $Q_{BF} = -\frac{\Omega_{BF}}{2s_r}$

Pour passer du filtre passe bas normalisé à un filtre passe bas de fréquence de coupure  $f_c$ , on utilise le changement de variable suivant :

$$f \rightarrow \frac{f}{f_c}$$

- Calculer la fonction de transfert obtenue après ce changement de variable.
- Par identification de la fonction de transfert obtenue à la forme générique d'un filtre passe bas :

$$H_{LP}(s) = K' \frac{\omega_0^2}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

Donner la fréquence de résonance  $f_0$ , le facteur de qualité  $Q_0$  et le facteur d'amplification  $K'$  du filtre réel en fonction de  $\Omega_{BF}$ ,  $f_c$  et  $Q_{BF}$ .

#### 4 - Calcul des capacités de chacune des sections

Déterminer les capacités C1 et C2 nécessaires à la réalisation de chacune des cellules du filtre. On prendra pour les résistances R une valeur de 5 kΩ.

#### 5 - Simulation LTspice

L'objectif de cette partie est de valider le filtre passe bas que l'on souhaite implémenter à l'aide de la cellule Sallen-Key. A l'aide de cette cellule, saisir le schéma de la cellule du filtre passe bas de la figure 3 dans LTspice. Puis, en introduisant les valeurs des capacités calculées à la question 4, vérifier que le filtre passe bas correspond au gabarit calculé à la question 1 et commentez ce résultat.

## Exercice 2 : synthèse d'un filtre actif passe bande de type MAX274

L'objectif est de concevoir un filtre actif, à l'aide du circuit intégré MAX 274, correspondant à un cahier des charges précis. Le circuit intégré MAX274 est un filtre universel reposant sur une structure de type « Biquad » à quatre amplificateurs opérationnels comme le montre la figure 1. Cette structure (ou cellule) réalise des filtres passe bas ou passe bande d'ordre 2. Le MAX274 contient 4 cellules identiques, permettant ainsi la réalisation de filtre d'ordre 8.

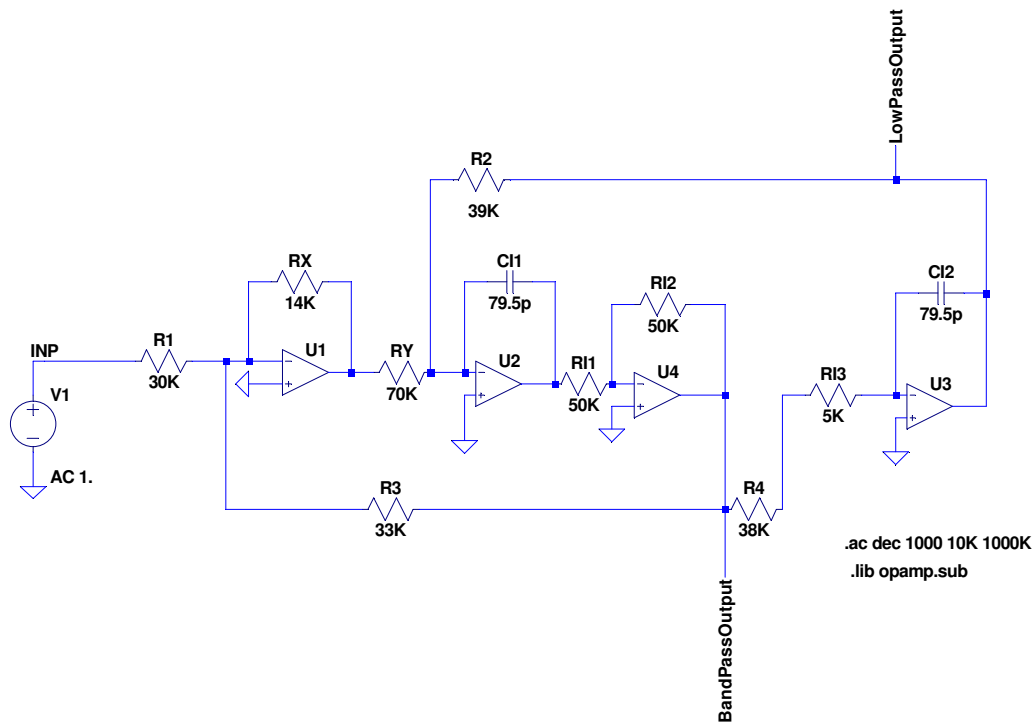


Figure 1 : Une cellule du circuit MAX 274 sous LTspice

### Cahier des charges :

Type de filtre	Passe bande	
Fréquence centrale	$f_0$	5KHz
Largeur de bande passante	$BP=f_2-f_1$	1kHz
Largeur de bande d'arrêt	$BA=f'_2-f'_1$	3KHz
Oscillation ou atténuation max dans la bande passante	Pas d'oscillation dans la bande passante	
Atténuation minimum dans la bande d'arrêt	$X=10\text{dB}$	

### 1. Lecture du cahier des charges

A partir du cahier des charges, tracer le gabarit du filtre réel à réaliser en calculant  $f_1, f_2, f'_1$  et  $f'_2$  sachant que le filtre est centré c'est-à-dire que  $\sqrt{f_1 f_2} = \sqrt{f'_1 f'_2} = f_0$ .

### 2. Normalisation du filtre et choix du type de l'ordre du filtre

Tracer le gabarit du passe bas normalisé en calculant la fréquence normalisée à X dB.

En utilisant les abaques des filtres passe bas normalisés (Annexe 1), déterminer le type et l'ordre du filtre à implémenter pour satisfaire le cahier des charges.

### 3. Dénormalisation et calcul des fonctions de transfert des filtres

Une fois le choix du type et de l'ordre du filtre passe bas normalisé effectué, il est nécessaire de dénormaliser le filtre afin de revenir au filtre réel que l'on souhaite réaliser.

Le polynôme du passe bas normalisé d'ordre  $i=1$  s'écrit :

$$HLPN(s) = \frac{|s|}{(s-si)} \text{ avec } s = j \frac{f}{f_0}$$

Pour passer du passe bas normalisé  $HLPN(s)$  à un passe bande  $HBP(s)$ , on effectue le changement de variable suivant  $s \rightarrow \frac{1}{B} \left( s + \frac{1}{s} \right)$  avec  $B = \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{f_2 - f_1}{f_0}$ .

Calculer la fonction de transfert obtenue après ce changement de variable.

Par identification de la fonction de transfert obtenue à la forme générique d'un filtre passe bande suivant :

$$HBP(\omega) = K \frac{j\omega \frac{1}{Q\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\omega \frac{1}{Q\omega_0}}$$

Donner le facteur de qualité  $Q$  et le facteur d'amplification  $K$  en fonction  $f_0$ ,  $S_1$  (racine du filtre choisi d'ordre 1 donnée en annexe 2) et  $\Delta f$ . Calculer numériquement  $Q$ ,  $K$  avec les données du cahier des charges.

### 4. Calcul des résistances R1, R2, R3 et R4

A l'aide des expressions de  $K$ ,  $Q$  et  $\omega_0$  obtenue pour la cellule biquad, proposer une démarche pour le calcul des résistances  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$  à placer autour du MAX 274 afin de respecter le cahier des charges.

### 5. Calcul des résistances de la cellule biquad

Calculer les résistances de la cellule biquad nécessaire à la réalisation du filtre passe bande décrit dans le cahier des charges.

## 6. Simulation sur LTspice

L'objectif de cette partie est de valider le filtre passe bande que l'on souhaite implémenter à l'aide du circuit MAX274. A l'aide la cellule du MAX274, saisir de la cellule élémentaire du passe bande de la figure 1 dans LTspice. Puis, en introduisant les valeurs de R1, R2 R3 et R4 calculées à la question 5, vérifier que le filtre passe bande correspond au gabarit calculé à la question 1 et commentez ce résultat.

### Exercice 3 : synthèse d'un filtre actif de AKERBERG & MOSSBERG

L'objectif est de concevoir un filtre actif, à l'aide du circuit de la figure 2, et correspondant au cahier des charges du tableau ci-dessous. Cette structure (ou cellule), dite de AKERBERG & MOSSBERG, permet de réaliser un filtre d'ordre 2 de type passe bas ou passe bande. En mettant des cellules identiques en série, on peut réaliser des filtres d'ordre supérieur. On fixe  $C=10\text{nF}$ .

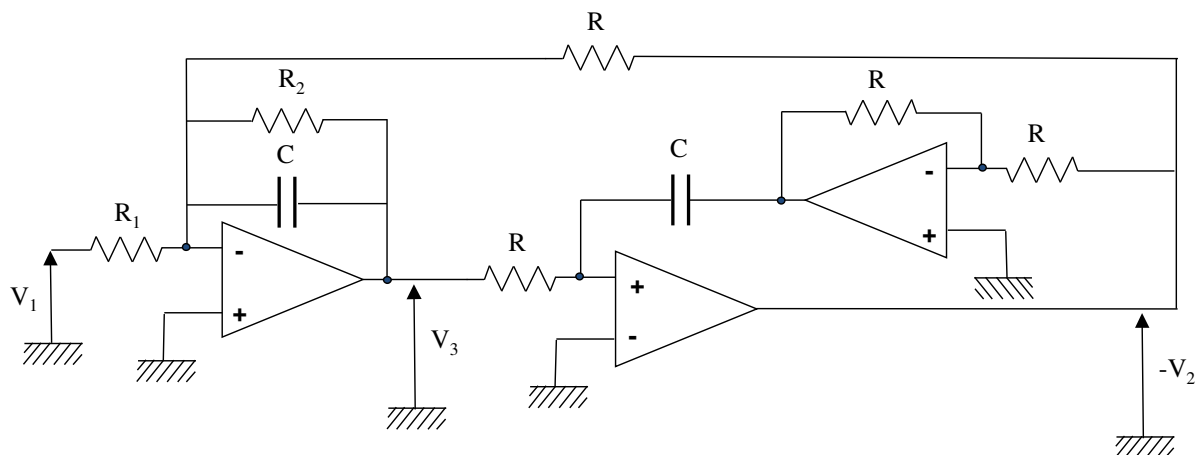


Figure 2 : cellule élémentaire de type AKERBERG & MOSSBERG

#### Cahier des charges :

Type de filtre	Passe bande	
Fréquence centrale	$f_c$	10KHz
Largeur de bande passante	$BP=f_{c2}-f_{c1}$	1kHz
Largeur de bande d'arrêt	$BA=f_{s2}-f_{s1}$	8KHz
Oscillation ou atténuation max dans la bande passante	10dB	
Atténuation minimum dans la bande d'arrêt	$X=40\text{dB}$	

#### 1. Lecture du cahier des charges

A partir du cahier des charges, tracer le gabarit du filtre réel à réaliser en calculant  $f_{c1}$ ,  $f_{c2}$ ,  $f_{s1}$  et  $f_{s2}$  sachant que le filtre est centré c'est-à-dire que  $\sqrt{f_{c1}f_{c2}} = \sqrt{f_{s1}f_{s2}} = f_c$ .

## 2. Normalisation du filtre et choix du type de l'ordre du filtre

Tracer le gabarit du passe bas normalisé en calculant la fréquence normalisée à X dB.

En utilisant les abaques des filtres passe bas normalisés (Annexe 1), déterminer le type et l'ordre du filtre à implémenter pour satisfaire le cahier des charges.

## 3. Dénormalisation, calcul des fonctions de transfert des filtres et des résistances R1 et R2

Une fois le choix du type et de l'ordre du filtre passe bas normalisé effectué, il est nécessaire de dénormaliser le filtre afin de revenir au filtre réel que l'on souhaite réaliser.

- a. A partir des racines  $S_i = S_r + is_i$  polynôme choisi à la question 2, données en Annexe 2, et de l'expression de la fonction de transfert du filtre passe bas normalisé sous la forme suivante :

$$HLPN(s) = \frac{\Omega_{BF}^2}{s^2 + \frac{\Omega_{BF}}{Q_{BF}}s + \Omega_{BF}^2}$$

Donner les valeurs littérales et numériques de  $\Omega_{BF}$  et  $Q_{BF}$ .

- b. Calculer la fonction de transfert  $V_3/V_2$  de la cellule élémentaire en fonction de R et C.  
 c. Calculer la fonction de transfert  $V_2/V_1$  de la cellule élémentaire en fonction de R1, R2, R et C.  
 d. Calculer en fonction de C, R, R1, R2 la fonction de transfert  $V_3/V_1$  de la cellule élémentaire.  
 e. Sachant que l'entrée du filtre correspond à  $V_1$ , indiquer à partir des résultats des questions b et c quelle est la sortie que l'on doit utiliser pour réaliser un passe bande.  
 f. Mettre la fonction de transfert correspondant à la bonne sortie sous la forme suivante :

$$HBP(p) = K \frac{p\omega_0/Q_0}{p^2 + p\omega_0/Q_0 + \omega_0^2}$$

et donner les expressions de K,  $Q_0$  et  $\omega_0$  en fonction de C, R, R1 et R2.

- g. Quelle est la valeur HB(f) de la fonction de transfert de la cellule élémentaire à la fréquence centrale  $f_c$  ?  
 h. En dénormalisant le filtre obtenu à la question a, calculer les résistances de chacune des sections nécessaires à la réalisation du filtre décrit dans le cahier des charges ;\$, sachant que l'on souhaite en plus un gain d'un facteur 10 dans la bande passante. Pour la dénormalisation, on considérera que la bande passante Best petite devant la fréquence centrale  $f_c$ . Le lien entre les paramètres d'une cellule du filtre passe bande normalisé ( facteur de qualité  $Q_{BF}$  et fréquence de coupure  $\Omega_{BF}$ ) et ceux des deux cellules correspondantes du filtre passe bande est alors donné par

$$f_{01} = f_c - \frac{B\Omega_{BF}}{2}$$

$$f_{02} = f_c + \frac{B\Omega_{BF}}{2}$$

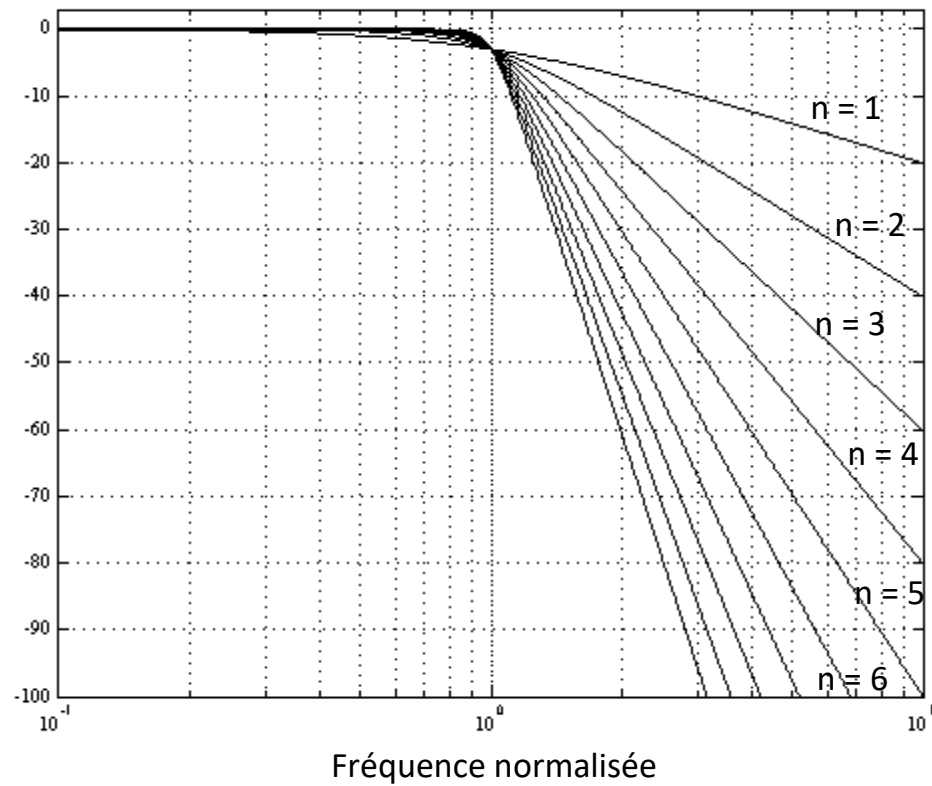
$$Q_1 = Q_2 = \frac{(f_{01} + f_{02})Q_{BF}}{BQ_{BF}}$$

#### 4. Simulation LTspice

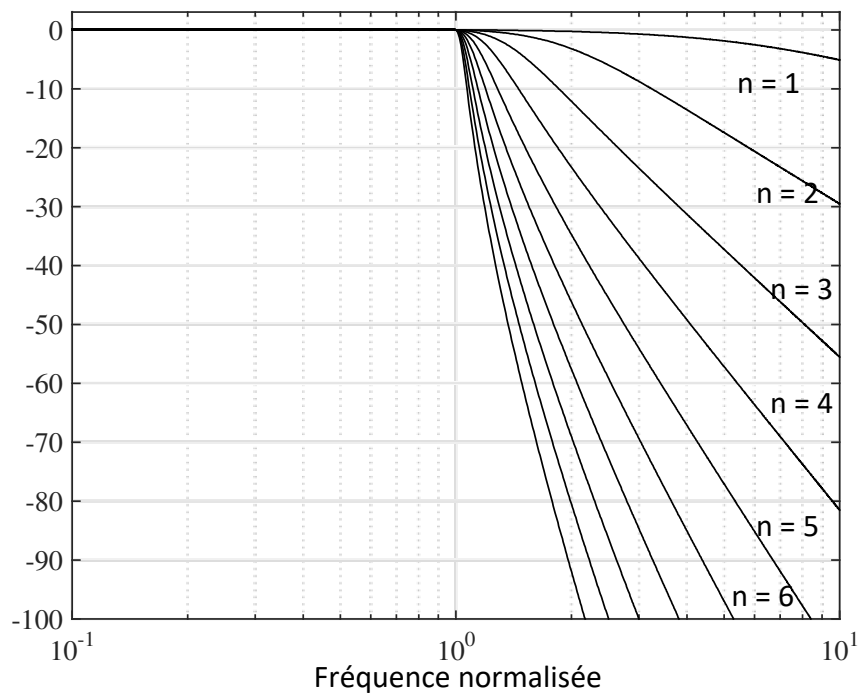
L'objectif de cette partie est de valider le filtre passe bande que l'on souhaite implémenter à l'aide de la cellule élémentaire AKERBERG & MOSSBERG. A l'aide de cette cellule, saisir le schéma de la cellule du filtre passe bande de la figure 2 dans LTspice. Puis, en introduisant les valeurs de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R$  calculées à la question 3, vérifier que le filtre passe bande correspond au gabarit calculé à la question 1 et commentez ce résultat.

## ANNEXE 1 : ABAQUES DES FILTRES PASSE BAS NORMALISES

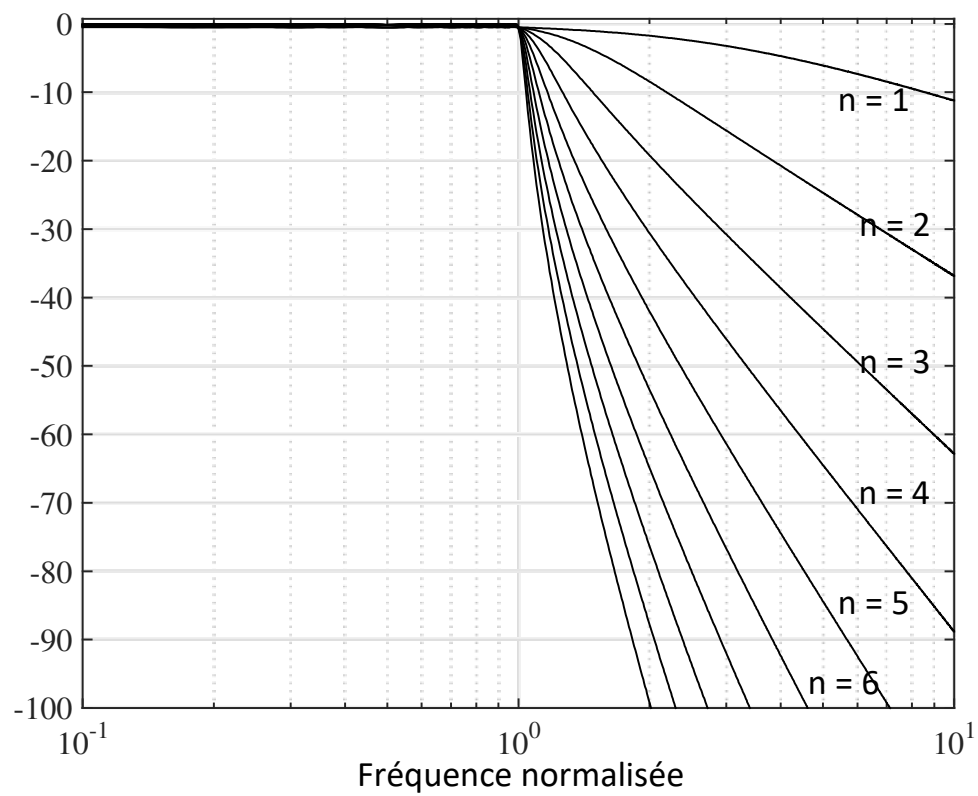
### Filtres de Butterworth



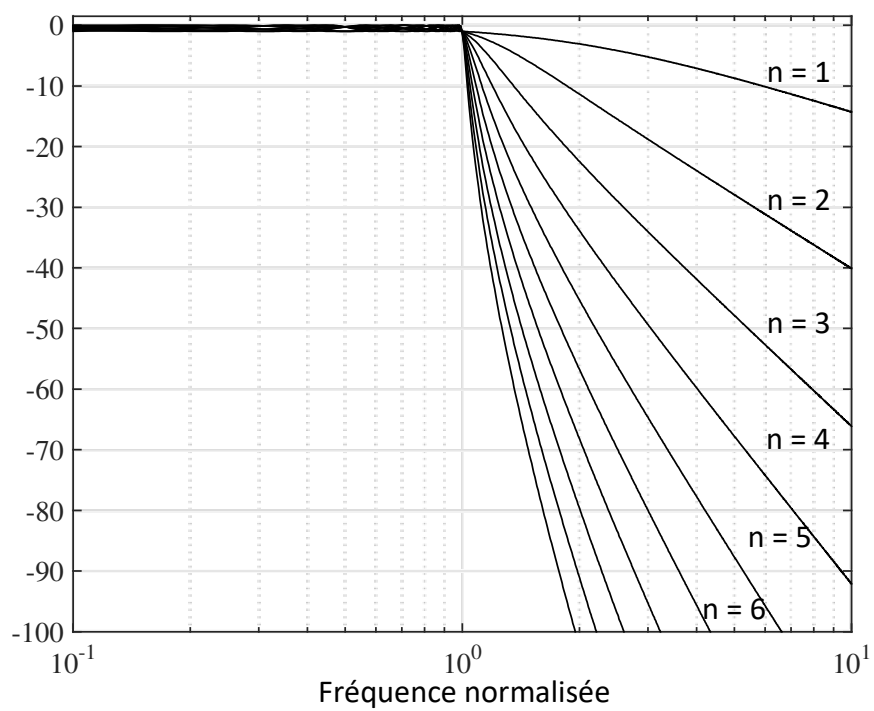
### Filtres de Chebyshev 0.1dB

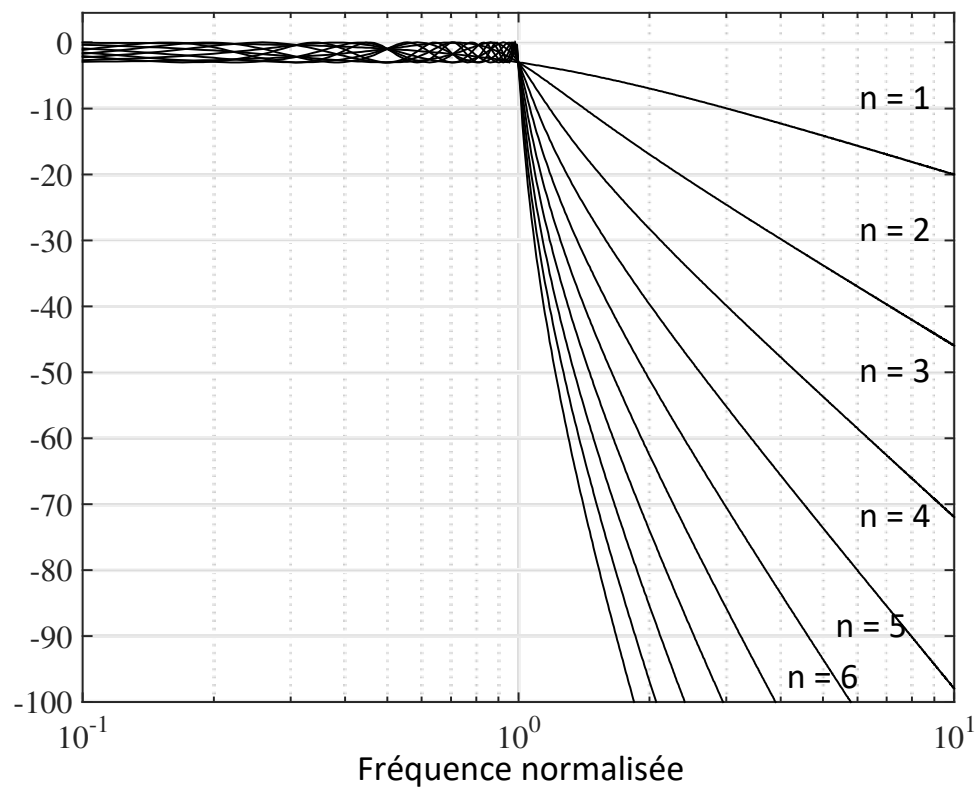




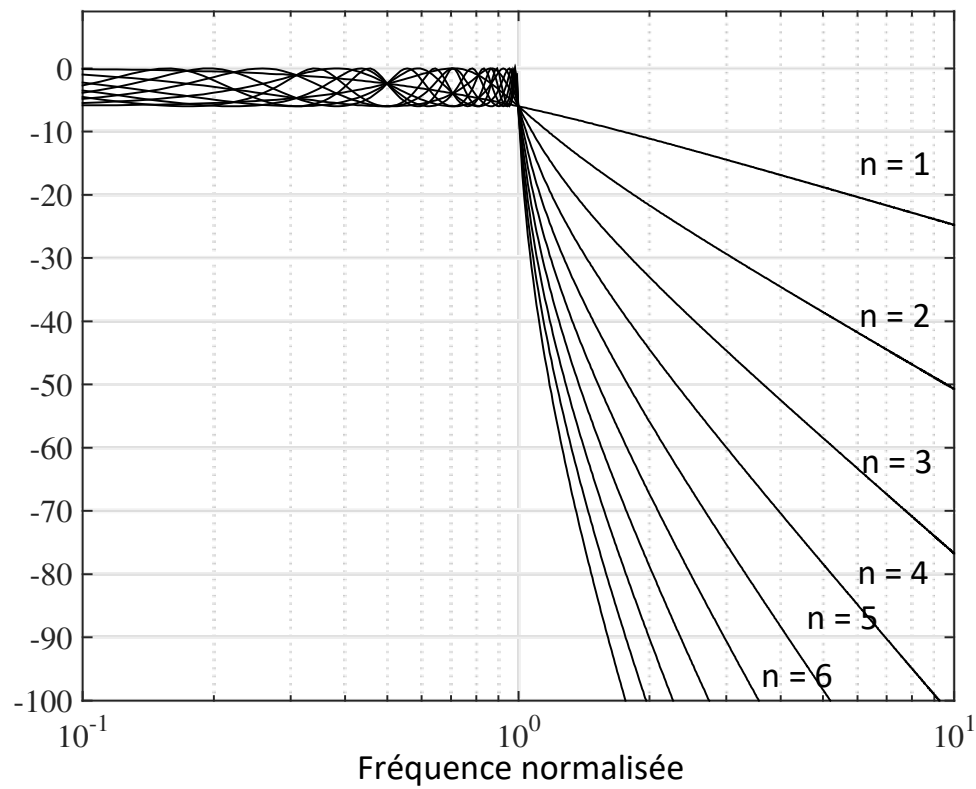


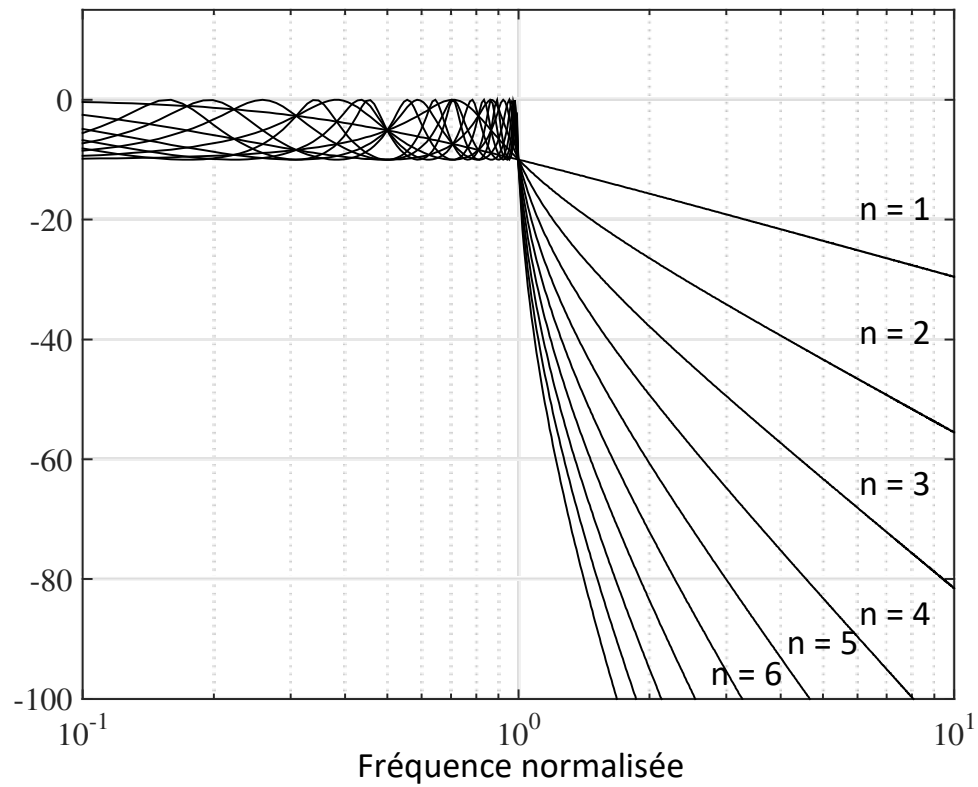
### Filtres de Chebyshev 1dB



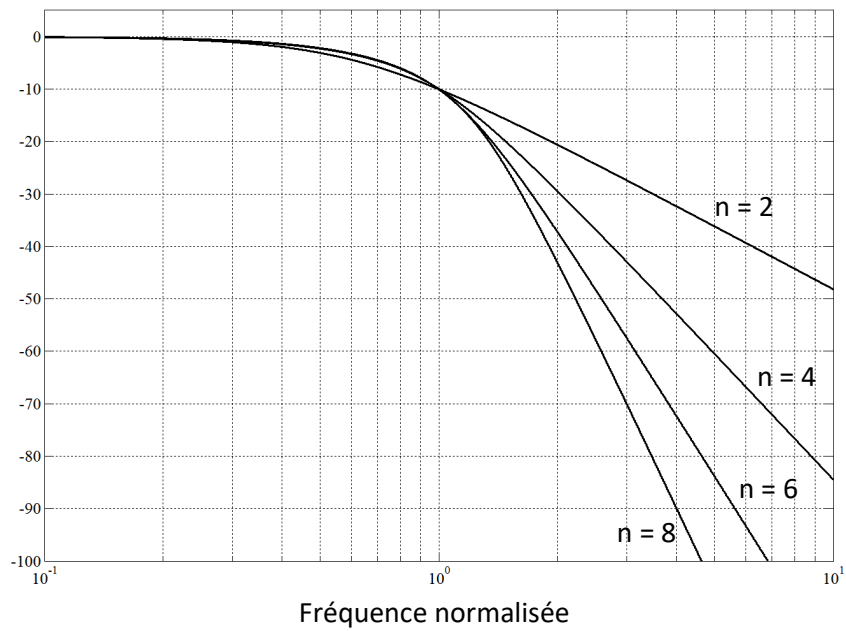


Filtres de Chebyshev 6 dB





Filtres de Bessel (fréquence de coupure à -10dB)



## ANNEXE 2 : LISTE DES RACINES DES POLYNÔMES DE BUTTERWORTH, DE CHEBYSHEV ET DE BESSEL D'ORDRE PAIR 2 À 8

Les racines des polynômes de Butterworth d'ordre n sont données par :

$$s_k = -\sin\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right) \pm i \cos\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right)$$

### Filtres de Butterworth

Ordre	s1	s2	s3	s4
2	-707.1068e-003 + 707.1068e-003i			
4	-382.6834e-003 + 923.8795e-003i	-923.8795e-003 + 382.6834e-003i		
6	-258.8190e-003 + 965.9258e-003i	-707.1068e-003 + 707.1068e-003i	-965.9258e-003 + 258.8190e-003i	
8	-195.0903e-003 + 980.7853e-003i	-555.5703e-003 + 831.4696e-003i	-831.4696e-003 + 555.5703e-003i	-980.7853e-003 + 195.0903e-003i

Les racines des polynômes de Chebyshev, avec X dB d'oscillation dans la bande passante, d'ordre n sont données par :

$$s_k = -\sinh(\beta_k) \sin\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right) \pm i \cosh(\beta_k) \cos\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right)$$

où

$$\beta_k = \frac{1}{n} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

et

$$\varepsilon = \sqrt{10^{X/10} - 1}$$

### Filtres de Chebyshev 0.1dB

Ordre	s1	s2	s3	s4
2	-1.186178e+000 + 1.380948e+000i			
4	-264.1564e-003 + 1.122610e+000i	-637.7299e-003 + 465.0002e-003i		
6	-114.6934e-003 + 1.056519e+000i	-313.3481e-003 + 773.4255e-003i	-428.0415e-003 + 283.0934e-003i	
8	-63.98013e-003 + 1.032181e+000i	-182.2000e-003 + 875.0411e-003i	-272.6815e-003 + 584.6838e-003i	-321.6498e-003 + 205.3136e-003i

### Filtres de Chebyshev 0.5dB

Ordre	s1	s2	s3	s4
2	-712.8123e-003 + 1.004043e+000i			
4	-175.3531e-003 + 1.016253e+000i	-423.3398e-003 + 420.9457e-003i		
6	-77.65008e-003 + 1.008461e+000i	-212.1440e-003 + 738.2446e-003i	-289.7940e-003 + 270.2162e-003i	
8	-43.62008e-003 + 1.005002e+000i	-124.2195e-003 + 851.9996e-003i	-185.9076e-003 + 569.2880e-003i	-219.2929e-003 + 199.9073e-003i

### Filtres de Chebyshev 1dB

Ordre	s1	s2	s3	s4
2	-548.8672e-003 + 895.1285e-003i			
4	-139.5360e-003 + 983.3792e-003i	-336.8697e-003 + 407.3290e-003i		
6	-62.18102e-003 + 993.4112e-003i	-169.8817e-003 + 727.2275e-003i	-232.0627e-003 + 266.1837e-003i	
8	-35.00823e-003 + 996.4512e-003i	-99.69501e-003 + 844.7506e-003i	-149.2041e-003 + 564.4443e-003i	-175.9983e-003 + 198.2065e-003i

### Filtres de Chebyshev 3 dB

Ordre	s1	s2	s3	s4
2	-322.4498e-003 + 777.1575e-003i			
4	-85.17039e-003 + 946.4844e-003i	-205.6195e-003 + 392.0467e-003i		
6	-38.22952e-003 + 976.4061e-003i	-104.4450e-003 + 714.7789e-003i	-142.6745e-003 + 261.6272e-003i	
8	-21.57816e-003 + 986.7664e-003i	-61.44939e-003 + 836.5401e-003i	-91.96552e-003 + 558.9583e-003i	-108.4807e-003 + 196.2800e-003i

### Filtres de Chebyshev 6dB

Ordre	s1	s2	s3	s4
2	-197.2414e-003 + 734.1010e-003i			
4	-52.87093e-003 + 932.6552e-003i	-127.6417e-003 + 386.3185e-003i		
6	-23.79689e-003 + 970.0001e-003i	-65.01431e-003 + 710.0894e-003i	-88.81120e-003 + 259.9107e-003i	
8	-13.44479e-003 + 983.1116e-003i	-38.28753e-003 + 833.4417e-003i	-57.30134e-003 + 556.8880e-003i	-67.59153e-003 + 195.5531e-003i

### Filtres de Chebyshev 10dB

Ordre	s1	s2	s3	s4
2	-116.2890e-003 + 716.6053e-003i			
4	-31.36244e-003 + 926.9769e-003i	-75.71562e-003 + 383.9664e-003i		
6	-14.13207e-003 + 967.3647e-003i	-38.60953e-003 + 708.1601e-003i	-52.74160e-003 + 259.2046e-003i	
8	-7.987525e-003 + 981.6069e-003i	-22.74654e-003 + 832.1662e-003i	-34.04261e-003 + 556.0357e-003i	-40.15599e-003 + 195.2538e-003i

### Filtres de Bessel (fréquence de coupure à -10dB)

Ordre	s1	s2	s3	s4
2	-543.2450e-003 + 313.6421e-003i			
4	-794.7838e-003 + 237.9904e-003i	-582.9129e-003 + 736.3106e-003i		
6	-913.9526e-003 + 186.6296e-003i	-803.6649e-003 + 564.9927e-003i	-541.5445e-003 + 966.6404e-003i	
8	-1.003970e+000 + 155.8826e-003i	-935.4745e-003 + 470.2088e-003i	-784.9757e-003 + 793.2648e-003i	-510.1957e-003 + 1.142235e+000i