

**ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA****PRIMEIRO TESTE - Novembro de 2021**

Apenas é permitido o uso do formulário que se encontra no fim do teste.

Justifique devidamente as suas respostas.

1. (Cotação: 1 + 1) Considere  $z_1 = 3e^{-\frac{\pi}{6}i}$  e  $z_2 = 2e^{\frac{2\pi}{3}i}$ .

(a) Calcule  $z_1 \times z_2^4$  e indique o resultado na forma algébrica.

(b) Resolva, em  $\mathbb{C}$ , a equação  $z^2 + z_2 = 0$  e represente as soluções no plano complexo.

2. (Cotação: 1 + 1 + 1) Considere as seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, C_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & k^2 + 3k & 3 \\ -1 & 0 & k^2 - 9 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Determine:

(a)  $BA - D$ ;

(b)  $k$  de modo que  $C_k$  seja invertível;

(c) A matriz inversa  $C_k^{-1}$ , quando  $k = -2$ .

3. (Cotação: 1 + 1 + 1) Seja  $A$  uma matriz quadrada de ordem 5. Indique se as afirmações seguintes são verdadeiras ou falsas e justifique a sua opção.

(a)  $|A^{-1}| \times |A| = 1$ .

(b) Se  $|A| = 3$ , então  $|2A| = 6$ .

(c) Se em  $A$  a segunda coluna é igual a duas vezes a quinta coluna, então  $A^{-1}$  não existe.

4. (Cotação: 1 + 1) Considere o sistema de equações lineares, que depende dos parâmetros  $a$  e  $b$ ,

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = -2 \\ -ay + 2z = 1 \\ x + 2y + az = b \end{cases}$$

(a) Use o método de eliminação de Gauss para resolver o sistema quando  $a = 0$  e  $b = -4$ . Indique o seu conjunto solução.

(b) Classifique o sistema em função dos parâmetros;

**Formulário:**

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}; \quad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1; \quad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}.$$

$$\sqrt[n]{|z|} \operatorname{cis}\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right), \quad k = 0, 1, \dots, n-1.$$