FICHA DE TRABALHO 11 - I.C. / T.H.

11.1 Amostra 1 $\begin{cases} \bar{x} = 10.43 \\ s^2 = 4.2623 \\ s = 2.0645 \end{cases}$ Amostra 2 $\begin{cases} \bar{x} = 10.87 \\ s^2 = 3.8490 \\ s = 1.9619 \end{cases}$

$\alpha = 5\%$

a) $\bar{x} \pm t_{n-1}(\alpha/2) \dfrac{s}{\sqrt{n}}$ $\qquad t_9(0.025) = 2.2622$

$10.43 \pm 2.2622 \dfrac{2.0645}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow 10.43 \pm 1.4769$

$[8.9531 \, , \, 11.9069]$

b) $\sigma = 2$ $\qquad z(0.025) = 1.96$

$\bar{x} \pm z(\alpha/2) \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$10.43 \pm 1.96 \dfrac{2}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow 10.43 \pm 1.2396$

$[9.1904 \, , \, 11.6696]$

c) $\left[\dfrac{(n-1)\, s^2}{\chi^2_{n-1}(\alpha/2)} \, , \, \dfrac{(n-1)\, s^2}{\chi^2_{n-1}(1-\alpha/2)} \right]$ $\qquad \chi^2_9(0.025) = 19.0228$, $\quad \chi^2_9(0.975) = 2.7004$

$\left[\dfrac{(9)(3.8490)}{19.0228} \, , \, \dfrac{(9)(3.8490)}{2.7004} \right]$

$[1.8210 \, , \, 12.8281]$

d) $\left[\dfrac{s_1^2 / s_2^2}{F_{GL_1, GL_2}(\alpha/2)} \, , \, \dfrac{s_1^2 / s_2^2}{F_{GL_1 GL_2}(1-\alpha/2)} \right]$ $\qquad f_{9,9}(0.025) = 4.0260$, $\quad f_{9,9}(0.975) = 0.2484$

$\left[\dfrac{4.2623/3.8490}{4.0260} \, , \, \dfrac{4.2623/3.8490}{0.2484} \right]$

$[0.2751 \, , \, 4.4580]$

e) $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{GL}(\alpha/2)\, s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$

$GL = n_1 + n_2 - 2 = 10 + 10 - 2 = 18$

$s^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{GL} = \frac{(9)(4.2623) + (9)(3.8490)}{18}$

$s^2 = 4.0557$ $\qquad t_{18}(0.025) = 2.1009$

logo: $(10.43 - 10.87) \pm (2.1009)\sqrt{(4.0557)}\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}$

-0.44 ± 1.8921

$[-2.3321 , 1.4521]$

f) Em 20 observações há 10 obs. superiores ou iguais a 11

I.C. para a proporção binomial (amostras pequenas)

$n = 20 \qquad \hat{Y} = 10$

Pela tabela A6 : $[0.272 , 0.728]$

11.2 $\begin{cases} \bar{x} = 2.2833 \\ s = 0.6250 \end{cases}$

90% $\Rightarrow t_{11}(0.05) = 1.7959$

95% $\Rightarrow t_{11}(0.025) = 2.2010$

99% $\Rightarrow t_{11}(0.005) = 3.1058$

$\bar{x} \pm t_{n-1}(\alpha/2)\frac{s}{\sqrt{n}}$

90% : $2.2833 \pm 1.7959 \frac{0.6250}{\sqrt{12}} \Rightarrow 2.2833 \pm 0.3240 \Rightarrow [1.9593, 2.6073]$

95% $2.2833 \pm 2.2010 \frac{0.6250}{\sqrt{12}} \Rightarrow 2.2833 \pm 0.3971 \Rightarrow [1.8862, 2.6804]$

99% $2.2833 \pm 3.1058 \frac{0.6250}{\sqrt{12}} \Rightarrow 2.2833 \pm 0.5604 \Rightarrow [1.7229, 2.8437]$

$\therefore$ maior confiança $\Rightarrow$ intervalos mais amplos

11.3 $n = 140$ $\bar{x} = 0.85$ $s = 0.20$ 95%

Amostra grande, a aproximação Normal é boa

$\bar{x} \pm z(\alpha/2) \frac{s}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow 0.85 \pm 1.96 \frac{0.20}{\sqrt{140}}$ $z(0.025) = 1.96$

0.85 ± 0.0331 $[0.8169, 0.8831]$

Note-se que $t_{139}(0.025) = 1.9772$, logo a aproximação é excelente.

11.4 $n = 10$ $\hat{Y} \to$ nº de falhas
$\hat{Y} = 1$

a) 90% Pela tabela A6:

$[0.05, 0.394]$

b) Limite superior a 95%:
Pela tabela A6: $LS = 0.394$

c) 95% $\hat{Y} = 20$ e $n = 400$

Neste caso utiliza-se a distribuição Normal como aproximação

$\hat{p} \pm z(\alpha/2) \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$ $\hat{p} = \frac{20}{400} = 0.05$
$z(0.025) = 1.96$

$0.05 \pm 1.96 \sqrt{\frac{(0.05)(0.95)}{400}}$

$0.05 \pm 0.0214 \Rightarrow [0.0286, 0.0714]$

(11.5) I.C. a 95% $[0.49 \,,\, 0.82]$

a) Maior. Ver exercício 11.2, por exemplo

b) Verdadeira. Para qualquer parâmetro, o intervalo de confiança $[\theta_i, \theta_s]$ significa:

$$P(\theta_i \leq \theta \leq \theta_s) = 1-\alpha$$

c) Falsa. Em média, o raciocínio está correcto. No entanto, numa prova específica, nada garante o resultado.

(11.6) Urbanos $\begin{cases} n = 200 \\ \hat{Y} = 78 \end{cases}$ Rurais $\begin{cases} n = 300 \\ \hat{Y} = 153 \end{cases}$

a) $\hat{p}_U = \dfrac{\hat{Y}_U}{n_U} = \dfrac{78}{200} = 0.39$ $\hat{p}_R = \dfrac{\hat{Y}_R}{n_R} = \dfrac{153}{300} = 0.51$

$$\hat{p}_U - \hat{p}_R = \frac{78}{200} - \frac{153}{300} = -0.12$$

Há uma diferença de 12% na proporção de pessoas que favorece o projecto nos dois meios

b) 99%

$$(\hat{p}_U - \hat{p}_R) \pm z(\alpha/2)\sqrt{\frac{\hat{p}_U\hat{q}_U}{n_U} + \frac{\hat{p}_R\hat{q}_R}{n_R}} \qquad z(0.005) = 2.5758$$

$$-0.12 \pm 2.5758\sqrt{\frac{(0.39)(0.61)}{200} + \frac{(0.51)(0.49)}{300}}$$

$$-0.12 \pm 0.116$$

$$[-0.236 \,,\, -0.004]$$

(11.7) $n = 10 \qquad \sum x_i = 10 \qquad \sum x_i^2 = 100$

a) $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{10}{10} = 1$

$s^2 = \frac{n}{n-1}\left(\frac{1}{n}\sum x_i^2 - \bar{x}^2\right) = \frac{10}{9}\left(\frac{100}{10} - 1^2\right) = 10$

$s = \sqrt{10} = 3.1623$

b)

90%

$\bar{x} \pm t_{n-1}(\alpha/2)\frac{s}{\sqrt{n}}$ $\qquad t_9(0.05) = 1.8331$

$1 \pm 1.8331 \, \frac{\cancel{3.1623}}{\cancel{\sqrt{10}}}$

$[-0.8331 \, , \, 2.8331]$

c) 90%

$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1}(\alpha/2)} \, , \, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1}(1-\alpha/2)}\right]$ $\qquad \chi^2_9(0.05) = 16.919$

$\chi^2_9(0.95) = 3.3251$

$\left[\frac{(9)(10)}{16.919} \, , \, \frac{(9)(10)}{3.3251}\right]$

$[5.3195 \, , \, 27.0669]$

11.8 95% $n = 25$ $M = 300$ $\hat{Y} = 7$

$$\hat{p} \pm z(\alpha/2) \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n} \frac{M-n}{M-1}}$$

$z(0.025) = 1.96$

$\hat{p} = \frac{7}{25} = 0.28$

$$0.28 \pm 1.96 \sqrt{\frac{(0.28)(0.72)}{25} \frac{300-25}{300-1}}$$

$$0.28 \pm 0.169$$

$$[0.111 \ , \ 0.449]$$

Utilizando a aproximação à Binomial e a tabela A6:

$$[0.121 \ , 0.494]$$

Em ambos os casos temos aproximações.

11.9 $n = 8$ $\bar{x} = 4.05$

$s^2 = 0.7$ $s = 0.8367$

95%

a) $$\bar{x} \pm t_{n-1}(\alpha/2) \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$t_7(0.025) = 2.3646$

$$4.05 \pm 2.3646 \frac{0.8367}{\sqrt{8}}$$

$$4.05 \pm 0.6995$$

$$[3.3505 \ , \ 4.7495]$$

b) 99%

$$\left[\frac{(n-1)\,s^2}{\chi^2_{n-1}(\alpha/2)} \ , \ \frac{(n-1)\,s^2}{\chi^2_{n-1}(1-\alpha/2)}\right]$$

$\chi^2_7(0.005) = 20.278$

$\chi^2_7(0.995) = 0.9893$

$$\left[\frac{(7)(0.7)}{20.278} \ , \ \frac{(7)(0.7)}{0.9893}\right]$$

$$[0.2416 \ , \ 4.9530]$$