Aplicação da lei de Laplace:	$\frac{\#\,Casos\ favoráveis}{\#\,Casos\ possíveis}$	$P(A) = \frac{N_A}{N}$

2.1 Neste caso:

Casos favoráveis: $\{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$ $\# = 10$

Casos possíveis: $Todos\ os\ cartões$ $\# = 50$

$\boldsymbol{p} = {}^{10}/_{50} = {}^{1}/_{5} = \mathbf{0,20}$

2.2 **a)** $\boldsymbol{p} = {}^{\#\,favoráveis}/_{\#\,possíveis} = {}^{C_2^{13}}/_{C_2^{52}} = {}^{78}/_{1326} = \mathbf{0,0588}$

b) $\boldsymbol{p} = {}^{\#\,favoráveis}/_{\#\,possíveis} = {}^{C_1^{13} \times C_1^{13}}/_{C_2^{52}} = {}^{(13)(13)}/_{1326} = \mathbf{0,1275}$

2.3

4 azuis **8** pretas	**6** azuis **9** pretas	**2** azuis **7** pretas
Saco A - # 12	**Saco B - # 15**	**Saco C - # 9**

a) $\boldsymbol{P(3az)} = P(3az \cap A) + P(3az \cap B) + P(3az \cap C) = P(3az|A).P(A) + P(3az|B).P(B)$; [$P(3az \cap C) = 0$ pois não há 3 azuis no C]

$P(A) = P(B) = P(C) = {}^{1}/_{3}$; $P(3az|A) = {}^{C_3^4}/_{C_3^{12}} = {}^{4}/_{220}$; $P(3az|B) = {}^{C_3^6}/_{C_3^{15}} = {}^{20}/_{455}$

$\boldsymbol{P(3az)} = {}^{4}/_{220} \times {}^{1}/_{3} + {}^{20}/_{455} \times {}^{1}/_{3} = \mathbf{0,02071}$

b) Retirando uma bola de cada saco, há 3 possibilidades de resultados: azul azul preta , azul preta azul , preta azul azul

$$\boldsymbol{p} = \frac{4}{12} \times \frac{6}{15} \times \frac{7}{9} + \frac{4}{12} \times \frac{9}{15} \times \frac{2}{9} + \frac{8}{12} \times \frac{6}{15} \times \frac{2}{9} = \mathbf{0,2074}$$

2.4

$1\ D$	$1\ D$	$\emptyset\ D$	$2\ D$	$\emptyset\ D$	$\emptyset\ D$
C1	**C2**	**C3**	**C1**	**C2**	**C3**
Estratégia A			Estratégia B		

Há 3 hipóteses equiprováveis para a escolha de contentores: C1,C2 ou C1,C3 ou C2,C3

Estratégia A: $P(\emptyset D) = \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{4}{5} \times \frac{5}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{4}{5} \times \frac{5}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{56}{75} = 0{,}7467$

Estratégia B: $P(\emptyset D) = \frac{3}{5} \times \frac{5}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{5}{5} \times \frac{5}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{55}{75} = 0{,}7333$ Logo a estratégia **A é a melhor**.

2.5 $P(A) = 0{,}2$; $P(B) = 0{,}2$; A e B mutuamente exlusivo

Dois acontecimentos são independentes se $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. Logo, $P(A \cap B) = 0{,}2 \times 0{,}2 = 0{,}04$

Como A e B são mutuamente exclusivos, $P(A \cap B) = 0$, assim, os dois acontecimentos não são independentes.

2.6 $P(A) = 0{,}3$; $P(B) = 0{,}4$; $P(C) = 0{,}5$

Para acontecimentos mutuamente exclusivos, $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$. Logo, $P(A \cup B \cup C) = 0{,}3 + 0{,}4 + 0{,}5 = 1{,}2$,

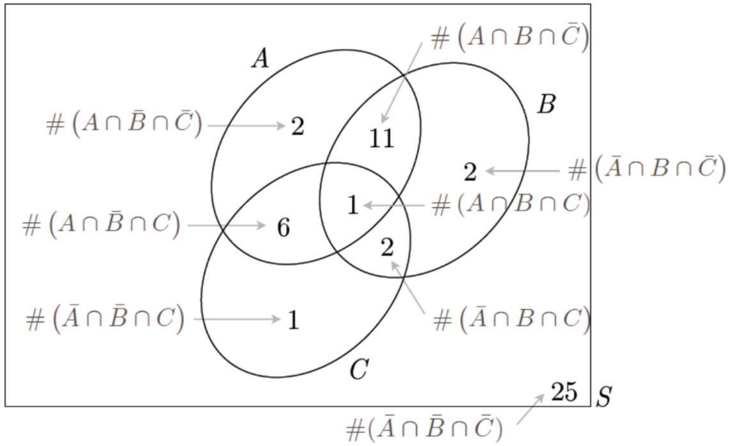
o que não faz sentido pois $0 \leq P \leq 1$. Então, aquelas probabilidades são impossíveis para acontecimentos mutuamente exclusivos.

2.7 $P(A \mid B) = 0{,}7$; $P(A) = 0{,}4$; $P(B) = 0{,}2$

$$\boldsymbol{P(B|A)} = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A \mid B) \times P(B)}{P(A)} = \frac{0{,}7 \times 0{,}2}{0{,}4} = \mathbf{0{,}35}$$

2.8

Diagrama de Venn



Dados: (Valores em milhares) $\quad \#S = 50$ ($n^{º}$ *de potenciais leitores*)

$\boldsymbol{A} \rightarrow$ *Leitores do jornal A* $\quad \#A = 20$

$\boldsymbol{B} \rightarrow$ *Leitores do jornal B* $\quad \#B = 16$

$\boldsymbol{C} \rightarrow$ *Leitores do jornal C* $\quad \#C = 10$

$$\left.\begin{array}{l} \#(A\cap B) = 12 \\ \#(B\cap C) = 3 \\ \#(A\cap C) = 7 \\ \#(A\cap B\cap C) = 1 \end{array}\right\}$$

Acontecimentos não são mutuamente exclusivos

$\#(A\cap B\cap\bar{C}) = \#(A\cap B) - \#(A\cap B\cap C) = 12 - 1 = 11$

$\#(A\cap\bar{B}\cap C) = \#(A\cap C) - \#(A\cap B\cap C) = 7 - 1 = 6$

$\#(\bar{A}\cap B\cap C) = \#(B\cap C) - \#(A\cap B\cap C) = 3 - 1 = 2$

$\#(\bar{A}\cap\bar{B}\cap\bar{C}) = \#(S) - \#(A\cup B\cup C) = 50 - (2+2+1+11+6+2+1) = 25$

$\#(apenas\ A) = \#(A\cap\bar{B}\cap\bar{C}) = 20 - 11 - 1 - 6 = 2$

$\#(apenas\ B) = \#(\bar{A}\cap B\cap\bar{C}) = 16 - 11 - 1 - 2 = 2$

$\#(apenas\ C) = \#(\bar{A}\cap\bar{B}\cap C) = 10 - 6 - 1 - 2 = 1$

a) $\#(A\cup B\cup C) = 2+2+1+11+6+2+1 = 25 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P(A\cup B\cup C)} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} = \mathbf{0{,}50}$

b) $\#(A\dot{\cup} B\dot{\cup} C) = 2+2+1 = 5 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P(A\dot{\cup} B\dot{\cup} C)} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10} = \mathbf{0{,}10}$

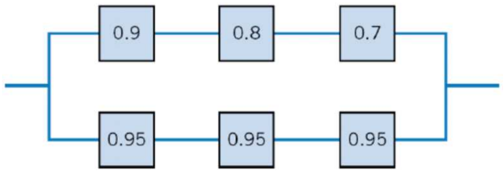
c) $\boldsymbol{P(B\mid A)} = \frac{P(B\cap A)}{P(A)} = \frac{12/50}{20/50} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = \mathbf{0{,}60}$

2.9 $P(C \cup A) = 0{,}75$; $(C \cap A) = 0{,}20$; $P(C) = 0{,}5$; $P(C \mid A) = ? = \frac{P(C \cap A)}{P(A)}$

Sabemos que: $P(C \cup A) = P(C) + P(A) - P(C \cap A) \Leftrightarrow P(A) = P(C \cup A) + P(C \cap A) - P(C) \Leftrightarrow P(A) = 0{,}75 + 0{,}2 - 0{,}5 = 0{,}45$

Então: $\boldsymbol{P(C \mid A)} = \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{0{,}2}{0{,}45} = \mathbf{0,[4]}$

2.10



O circuito funcionará se um dos circuitos (de cima ou de baixo) funcionar. Sejam:

$\boldsymbol{C} \rightarrow O\ circuito\ de\ Cima\ funciona$

$\boldsymbol{B} \rightarrow O\ circuito\ de\ Baixo\ funciona$

$P(funcionar) = P(C \cup B) = P(C) + P(B) - P(C \cap B)$

$P(C) = (0{,}9)(0{,}8)(0{,}7) = 0{,}504$ (aparelhos independentes)

$P(B) = (0{,}95)(0{,}95)(0{,}95) = 0{,}857375$ (aparelhos independentes)

$P(C \cap B) = P(C) \times P(B) = (0{,}504)(0{,}857375) = 0{,}432117$

$$\boldsymbol{P(funcionar)} = 0{,}504 + 0{,}857375 - 0{,}432117 = \mathbf{0,929258}$$

2.11 $P(D) = 0{,}03$; $P(P \mid D) = 0{,}96$; $P(P \mid \bar{D}) = 0{,}08$ $D \rightarrow Estar\ doente$; $P \rightarrow Teste\ positivo$

$P(D \mid \bar{P}) = \frac{P(D \cap \bar{P})}{P(\bar{P})}$ Pelo teorema de Bayes

$$\boldsymbol{P(D \mid \bar{P})} = \frac{P(\bar{P} \mid D) \times P(D)}{P(\bar{P} \mid D) \times P(D) + P(\bar{P} \mid \bar{D}) \times P(\bar{D})} = \frac{0{,}04 \times 0{,}03}{0{,}04 \times 0{,}03 + 0{,}92 \times 0{,}97} = \mathbf{1,343 \times 10^{-3}}$$

2.12 $P(A) = 0{,}10$; $P(B) = 0{,}20$; $P(C) = 0{,}30$; $\rightarrow$ $P(D) = 1 - (0{,}10 + 0{,}20 + 0{,}30) = 0{,}40$

$P(R \mid A) = 0{,}30$; $P(R \mid B) = 0{,}40$; $P(R \mid C) = 0{,}10$; $P(R \mid D) = 0{,}70$

a) $\boldsymbol{P(D \mid R)} = \frac{P(D \cap R)}{P(R)} = \frac{P(R \mid D) \times P(D)}{P(R)} = \frac{(0{,}70) \times (0{,}40)}{0{,}42} = \mathbf{0{,}[6]}$ onde,
$P(R) = P(R \mid A) \times P(A) + P(R \mid B) \times P(B) + P(R \mid C) \times P(C) + P(R \mid D) \times P(D) = 0{,}42$

b) $\boldsymbol{P(A \mid \bar{R})} = \frac{P(A \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{P(\bar{R} \mid A) \times P(A)}{P(\bar{R})} = \frac{(0{,}70) \times (0{,}10)}{0{,}58} = \mathbf{0{,}1207}$ onde, $P(\bar{R} \mid A) = 1 - P(R \mid A)$ e $P(\bar{R}) = 1 - P(R)$

c) $\boldsymbol{P(\bar{C} \mid R)} = 1 - (C \mid R) = 1 - \frac{P(R \mid C) \times P(C)}{P(R)} = 1 - \frac{(0{,}10) \times (0{,}30)}{0{,}42} = \mathbf{0{,}9286}$

Ou, $\boldsymbol{P(\bar{C} \mid R)} = \frac{P(\bar{C} \cap R)}{P(R)} = \frac{P(A \cap R) + P(B \cap R) + P(D \cap R)}{P(R)} = \frac{(0{,}30) \times (0{,}10) + (0{,}40) \times (0{,}20) + (0{,}70) \times (0{,}40)}{0{,}42} = \mathbf{0{,}9286}$

d) $\boldsymbol{P(\bar{B} \cap \bar{C} \mid \bar{R})} = P(A \cup D \mid \bar{R}) = \frac{P(A \cup D \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{P(A \cap \bar{R}) + P(D \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{(0{,}7) \times (0{,}10) + (0{,}3) \times (0{,}40)}{0{,}58} = \mathbf{0{,}3276}$
Ou, $\boldsymbol{P(\bar{B} \cap \bar{C} \mid \bar{R})} = P(A \mid \bar{R}) + P(D \mid \bar{R}) = \mathbf{0{,}3276}$

2.13 $P(T) = 0{,}80$; $P(Z) = 0{,}40$; $T \rightarrow O\ Tó\ tem\ aprovação$; $Z \rightarrow O\ Zé\ tem\ aprovação$

$$\boldsymbol{P(T \mid Apenas\ 1\ aprovado)} = P(T \mid 1a) = \frac{P(T \cap 1a)}{P(1a)} = \frac{(0{,}80) \times (0{,}60)}{(0{,}80) \times (0{,}60) + (0{,}40) \times (0{,}20)} = \mathbf{0{,}8571}$$