四川大学期末考试试题（闭卷）

（2022—2023 学年第 1 学期）A 卷

课程号：304156050　　课序号：　　课程名称：离散数学　　任课教师：　　成绩：

适用专业年级：　　学生人数：　　印题份数：

学号：　　姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

一、单项选择题（本大题共 15 小题，每小题 1 分，共 15 分）在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将选项填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1、命题公式 $(P \wedge Q) \vee (\sim P \vee (P \wedge T))$ 的**对偶式**为（　2　）。

① $(P \wedge Q) \wedge (\sim P \wedge (P \wedge T))$　　② $(P \vee Q) \wedge (\sim P \wedge (P \vee F))$

③ $(P \vee Q) \wedge (\sim P \wedge (P \vee T))$　　④ $(\sim P \vee \sim Q) \wedge (P \wedge (\sim P \vee F))$

2、令 $R(x)$: x 是实数，$Q(x)$: x 是有理数. 则“**有些实数是有理数**”翻译为（　2　）。

① $(\exists x)[R(x) \to Q(x)]$　　② $(\exists x)[R(x) \wedge Q(x)]$

③ $(\exists x)[Q(x) \to R(x)]$　　④ $(\forall x)[R(x) \wedge Q(x)]$

3、谓词公式 $(\forall x)(\exists y)P(x,y)$ 的**否定式**为（　1　）。

① $(\exists x)(\forall y)[\sim P(x,y)]$　　② $(\forall x)(\exists y)[\sim P(x,y)]$

③ $(\exists x)(\exists y)[\sim P(x,y)]$　　④ $(\forall x)(\forall y)[\sim P(x,y)]$

4、设 R、S 都是集合 A 上的等价关系，则（　1　）也是 A 上的**等价关系**。

① $R \cap S$　　② $R \cup S$　　③ $R \circ S$　　④ $R - S$

5、下列关于有限集偏序集〈A, ≤〉的描述，（　3　）是**不正确**的。

① 一定存在极大元　　　　　　② 一定存在极小元

③ 任意两元素都存在最大下界　　④ 若 B 是 A 的子集，B 可能没有下界元

6、设集合 A={1，2，3，4}，下列 A 上的关系构成 A 上的函数的是（ 4 ）。

① f1={(2,1),(2,4),(3,4),(4,1)}　② f2={(4,4),(3,1),(1,2),(4,2)}

③ f3={(1,1),(2,1),(1,2),(3,4)}　④ f4={(1,4),(2,1),(3,4),(4,1)}

7、下面哪一个映射是双射（ 4 ）。

① $f: R \to R, f(x)=x^2+2x-15$　② $f: R\times R \to R, f(x,y)=x+y$

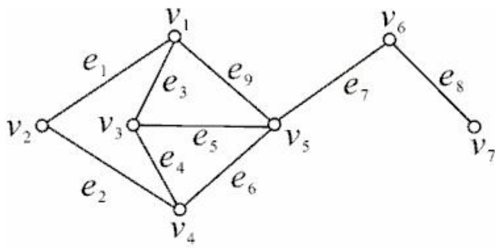
③ $f: R\times R \to R, f(x,y)=x-y$　④ $f: R \to R, f(x)=2x+15$

8、下面哪一个命题**是错误**的（ 4 ）。

①没有最大的基数.　②自然数与整数等势.

③实数与(0, 1)等势.　④自然数与实数等势

9、关于如下图 G 的割点和割边说法**正确**的是（ 1 ）。



① 图 G 有 2 个割点、2 条割边；　② 图 G 有 1 个割点、2 条割边；

③ 图 G 有 3 个割点、2 条割边；　④ 图 G 有 1 个割点、1 条割边

10、具有 6 个顶点，12 条边的连通简单平面图中，每个面都是由(3)条边围成？

①2　②4　③ 3　④ 5

11、设 G 是 15 阶群，则其元素的阶**不可能是**（ 4 ）。

① 1　② 3　③ 5　④ 6

12、设 Z，Q，R 分别是整数集，有理数集，实数集，下列代数系统中，**不构成**环的是（ 2 ）。（其中+，-，×是普通数的加法，减法、乘法）。

①（Z，+，×）　②（Z，-，×）　③（Q，+，×）　④（R，+，×）

13、在代数系统中，整环和域的关系为（ 1 ）。

① 域一定是整环.　② 域一定不是整环.　③ 整环一定是域.　④ 整环不是域.

14、下列哪一个数的集合 A 关于数的加法和乘法<A, +, ×>构成**域**？（ 2 ）

① A={x|x∈Z 且 x≥0}　　② A={ $a+b\sqrt{3}$ |a,b∈有理数}

③ A=偶数　　④ A={a/b | a,b 为正整数且既约}

15、下面的代数系统中构成布尔代数的是（ 1 ）。

① 幂集格 $\langle 2^A,\subseteq\rangle$　　② 12 的因子格 $\langle\{1,2,3,4,6,12\},|\rangle$

③ 全序格 $\langle\{1,2,3,4,5\},\leq\rangle$　　④ 5 点格

二、多项选择题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分 ）在每小题列出的五个备选项中有一个至五个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选、少选或未选均无分。

1、设 X={2，a，{3}，4}，Y={{a}，3，4，1}，则下面**正确的**有（ 2 3 5 ）。

① {a}∈X　② {a}∈Y　③ {a}⊆X　④ {a}⊆Y　⑤ $\phi\subseteq$X

2、设在整数集合上定义了关系 $R: xRy \Leftrightarrow x^2>y^2$，则 R 具有下面哪些性质（2 4 5）。

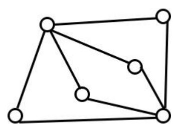
① 自反性　② 反自反性　③ 对称性　④ 反对称性　⑤ 传递性

3、设 R、S、T 均是集合 A 上的二元关系，则以下描述正确的是：（1 3 ）。

① $R\circ(S\cup T)=(R\circ S)\cup(R\circ T)$　　② $R\circ(S\cap T)=(R\circ S)\cap(R\circ T)$

③ $(S\cup T)\circ R=(S\circ R)\cup(T\circ R)$　　④ $(S\cap T)\circ R=(S\circ R)\cap(T\circ R)$

4、下图所示的图是（ 1 2 3 ）。



① 平面图 ② 二部图 ③ 欧拉图 ④ 哈密顿图 ⑤ 树

5、设 6 阶循环群 $G=\{e,a,a^2,a^3,a^4,a^5\}$，则 G 的**所有生成元**为：(2 5)。

① e　② a　③ a^2　④ a^3　⑤ a^5

三、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1、设 P、Q 的值为 0，S 的值为 1. 则公式 $(P\leftrightarrow Q)\wedge((\sim Q\wedge\sim S)\vee(Q\wedge S))$ 的真值=（_0 或 F_）。

2、设个体域为实数，令 $f(x,y)=x-y$； $E(x,y):x$等于y.

则 $(\forall x)(\forall y)(\exists z)E(f(x,y),z)$ 的真值=（____1 或 T____ ）。

3、设 A={1, 2, 3}, B={0, 1}. 从集合 A 到集合 B 的二元关系 R 定义为：

$xRy \Leftrightarrow x$与y模3同余，写出 R 的所有序偶：{____(1,1), (3,0)____}。

4、n 个结点的有向完全图边数是(__n(n-1)__)，每个结点的度数是 (_2n-2_)。。

5、设<A，○>和<B，*>是两个代数系统，如果存在映射 f：A→B，使对任何 a1、a2∈A，

f(a1 ○ a2) = f(a1) * f(a2)，就称 f 是 A 到 B 的同态映射，或 A(在 f 下) 同态于 B。

这不是

四、演算题（本大题共 5 小题，每题 7 分，共 35 分）

1、用真值表法**或**等价变换法求 P→(R∧(Q→P))的**主合取范式**。

解法 1. 真值表法

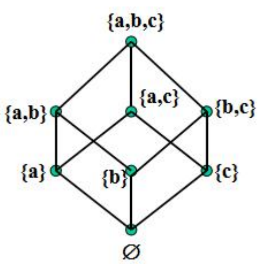
P	Q	R	P→(R∧(Q→P))
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

主合取范式为： (~P∨Q∨R) ∧(~P∨~Q∨R)

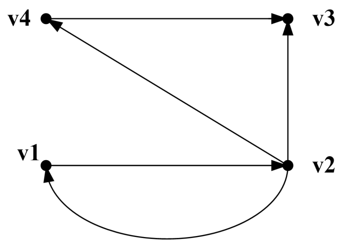
解法 2. 等价变换法（略）

2、设 A={a,b,c}，画出偏序集 $\langle 2^A,\subseteq\rangle$ 的 *Hasse* 图. (其中 2^A 是 A 的幂集)

解：



3、请计算出下图的全部强分图：



解：

邻接矩阵（1分）：

$$\begin{bmatrix} 0100 \\ 1011 \\ 0000 \\ 0010 \end{bmatrix}$$

可达矩阵（1分）：

$$\begin{bmatrix} 0100 \\ 1111 \\ 0000 \\ 0010 \end{bmatrix}$$

矩阵G（2分）：

$$\begin{bmatrix} 1100 \\ 1100 \\ 0010 \\ 0001 \end{bmatrix}$$

强分图：{v1,v2},{v3},{v4}　（3分）

4、设代数系统$\langle A,* \rangle$，其中$A=\{a,b,c,d\}$，$*$由乘法表定义如下. 问①运算*是否可交换；②A是否有单位元；③如果有单位元，指出哪些元素是可逆的，并给出它们的逆元。

*	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	a	b	c	d
c	d	c	a	b
d	d	d	a	c

解： ① 运算*不可交换；② 有单位元 b；③ 只有 b 可逆，$b^{-1}=b$.

5、试求出 8 阶循环群的所有子群。

<e. a7>　e

1　2　4　8

解：

设 G 是 8 阶循环群。因为循环群的子群也是循环群，且子群的阶数是 G 的阶数的因子，故 G 的子群只能是 1 阶的、2 阶的、4 阶的或 8 阶的。因为 $|e|=1$, $|a|=|a^3|=|a^5|=8$, $|a^2|=|a^6|=8$, $|a^4|=2$, 且 G 的子群的生成元是该子群中 a 的最小正幂，故 G 的所有子群除两个平凡子群外，还有 $\{e, a^4\}$, $\{e, a^2, a^4, a^6\}$。

五、推理与证明题（本大题共 3 小题，每题 7 分，共 21 分）

1、用演绎方法证明：P→～Q，Q∨～R， S→R => P→～S

证明：（演绎法都可）

2、设 R 是非空集合上的对称关系，证明对任何正整数 n， R^n 也是对称的。

证法一：因为 R 对称， $R = R^{-1}$，则 $R^n = (R^{-1})^n = (R^n)^{-1}$，所以 R^n 也是对称的。

证法二：（数学归纳法）

证法三：从关系矩阵去证明。

3、证明在元素不少于两个的群中不存在零元。

证明：（用反证法证明）

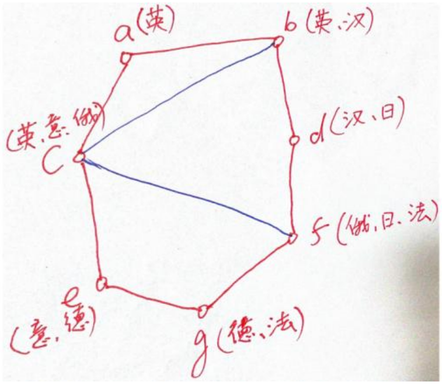
设在素不少于两个的群<G, ∗>中存在零元 θ。对 $\forall$ $a \in G$, 由零元的定义有 $a*\theta=\theta$。

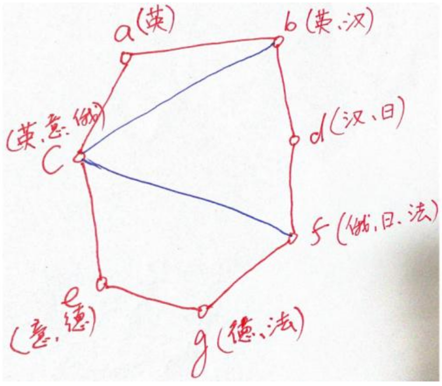
∵ <G, ∗>是群，∴ 关于∗消去律成立。∴ a=e。即 G 中只有一个元素，这与 $|G| \ge 2$ 矛盾。故在元素不少于两个的群中不存在零元。

六、应用题（9 分）

已知 a，b，c，d，e，f，g 7 个人中，a 会讲英语；b 会讲英语和汉语；c 会讲英语、意大利语和俄语；d 会讲汉语和日语；e 会讲意大利语和德语；f 会讲俄语、日语和法语；g 会讲德语和法语。能否将他们的座位安排在圆桌旁，使得每个人都能与他身旁的人交谈？

解：用 a，b，c，d，e，f，g 7 个结点代表 7 个人，若两人能交谈（会讲同一种语言），就在相应结点之间连无向边。此图存在哈密顿圈：abdfgeca，按圈的顺序安排座位即可.


a(英)
b(英、汉)
(英、意、俄)
c
d(汉、日)
f(俄、日、法)
e
(意、德)
g(德、法)


a(英)
b(英、汉)
(英、意、俄)
c
d(汉、日)
f(俄、日、法)
e
(意、德)
g(德、法)