四川大学期末考试试题（闭卷）

（2023-2024 学年第 1 学期）　　A 卷

课程号：201018030 课序号：　　课程名称：概率统计（理工） 任课教师：　　成绩：
适用专业年级：　　学生人数：　　印题份数：　　学号：　　姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

概率分布的分位点

$\Phi(0.75)=0.77,\Phi(0.9)=0.82,\Phi(1.09)=0.86$

$\Phi(1.25)=0.89,\Phi(1.5)=0.93,\Phi(2)=0.98$

	t			χ^2			
n \ P	0.90	0.95	0.975	0.025	0.05	0.95	0.975
8	1.40	1.86	2.30	2.2	2.7	15.5	17.5
9	1.38	1.83	2.26	2.7	3.3	17.0	19.0

例：$t_{0.975}(9)=2.26,\chi^2_{0.025}(8)=2.2$

近似值：$\sqrt{84}=9.17,\sqrt{96}=9.80,\sqrt{385}=19.6$

一：填空题(共 24 分，每题 3 分)

1. 中国农历有 24 节气，从中随机选出三个，恰好选到“立春、惊蛰、谷雨”的概率为p，则$1/p=$______.
2. 设两个相互独立的事件A和B都不发生的概率为$1/9$，A发生B不发生的概率与B发生A不发生的概率相等，则$P(A)=$________.
3. 设随机变量$X\sim B(1,0.5),Y\sim B(2,0.5)$，且$X,Y$相互独立，$Z=Min\{X,Y\}$，则$E(Z)=$________.
4. 将长为3尺的木棒随机地截成两段，则两段长度的相关系数为________.
5. 设随机变量X服从参数为2的指数分布，Y服从参数为3的泊松分布，X与Y的协方差为-1，则$D(2X-3Y+8)=$________.
6. 设$X_1,X_2,\cdots$为独立同分布的随机变量序列，且$X_1\sim U(1,3)$，则当$n\to+\infty$时，$\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{2X_k-1}{\sqrt{n}}\right)^2$依概率收敛于________.
7. 设$X\sim N(0,1)$，在条件$X=x$下，$Y\sim N(x,4)$，则Y的方差为________.
8. 设$X_1,X_2,\cdots,X_9$是来自总体$N(\mu,9)$的简单随机样本，考虑如下的假设检验问题：$H_0:\mu\geq 9,H_1:\mu<9$，所得拒绝域为$W=\{\bar{X}<8\}$. 若$\mu=6$，则该检验犯第二类错误的概率为________.

二：解答题(共 76 分)

1. (10 分)：袋中装有m个正品硬币（即均匀硬币），n个次品硬币(次品硬币的两面均印有国徽)，在袋中任取一枚，并抛掷5次，每次都得到国徽. 求这个硬币是正品的概率.

2. (15 分)：随机变量X和Y的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}x^2+kxy, 0\le x\le 1, 0\le y\le 2,\\ \quad 0,\ 其他\end{cases}$$

(1) 求常数k.
(2) 求概率$P(Y\ge X^2)$.
(3) 求$Z=\max\{2X,Y\}$的概率密度函数.

3. (15 分)：某药厂声称该厂生产的某种药品对于医治一种疑难疾病的治愈率为0.8，医院随机抽查100个服用此药的病人，若多于75人治愈就接受此断言，否则就拒绝。试根据中心极限定理计算概率p_1, p_2.
(1) 若实际上此药对这种疾病的治愈率是0.8，求接受断言的概率p_1.
(2) 若实际上此药对这种疾病的治愈率为0.7，求接受断言的概率p_2.
(3) 将医院的做法看作假设检验，p_2是第一类还是第二类错误的概率？
(4) 将医院的做法看作假设检验，请问医院的检验方法是否有利于患者？

4. (15 分)：设有来自总体$X\sim U(1-\theta,1)$的n个独立样本$X_1,X_2,\cdots,X_n$. 其中参数$\theta>0$. 据此求解下列问题：

(1) 求参数θ的矩估计$\hat{\theta}_1$，并判断其无偏性.

(2) 求参数θ的极大似然估计$\hat{\theta}_2$.

5. (15 分)：一种物体，其长度（单位：厘米）服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，抽取9个独立样本，并算出样本均值为24.6，样本方差为3.85. 请据此回答下列问题：
(1) 在显著性水平0.05下，总体均值μ是否显著大于23.5？
(2) 求σ^2的置信水平为0.95的置信区间.
(3) 求σ^2的置信水平为0.975的单侧置信上限.

6. (6 分)：设X为取值非负的连续型随机变量，$\varepsilon>0$，判断不等式“$P(X>\varepsilon)\le\frac{E(X)}{\varepsilon}$”是否正确，若正确请证明，若不正确请举例说明.