四川大学期末考试试题（闭卷）

（2022—2023 学年第 1 学期）B 卷

课程号：304156050　　课序号：　　课程名称：离散数学　　任课教师：　　成绩：

适用专业年级：　　学生人数：　　印题份数：

学号：　　姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

一、单项选择题（本大题共 15 小题，每小题 1 分，共 15 分）在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将选项填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

PVQ)∧(PVR)

1、命题公式 $(P\vee Q)\wedge(\sim P\rightarrow R)$ 的**对偶式**为（　4　）。

① $(P\wedge Q)\vee(\sim P\rightarrow R)$　② $(P\vee Q)\vee(\sim P\rightarrow R)$

③ $(P\vee Q)\wedge(P\vee R)$　④ $(P\wedge Q)\vee(P\wedge R)$

2、令 $R(x)$: x 是大学生，$Q(x)$: x 能考满分. 则"**有些大学生能考满分**"翻译为(　2　)。

① $(\exists x)[R(x)\rightarrow Q(x)]$　② $(\exists x)[R(x)\wedge Q(x)]$

③ $(\exists x)[Q(x)\rightarrow R(x)]$　④ $(\forall x)[R(x)\wedge Q(x)]$

3、下列谓词公式**正确**的是：（　2　）。

① $\forall x(P(x)\vee Q(x))\equiv\forall xP(x)\vee\forall xQ(x)$

② $\exists x(P(x)\vee Q(x))\equiv\exists xP(x)\vee\exists xQ(x)$

③ $\forall x(P(x)\rightarrow Q)\equiv\forall P(x)\rightarrow Q$

④ $\exists x(P(x)\rightarrow Q)\equiv\exists xP(x)\rightarrow Q$.

3×3

4、在 A={a, b, c}上可以定义出（　4　）个二元关系。

① 9　② 18　③ 81　④ 512

5、以下关系正确的是（ 4 ）。

① 0=Φ ② 0 ⊆ Φ ③ 0 ∈ Φ ④ 0 ∉ Φ

6、下列关于有限集偏序集〈A,≤〉的描述，（ 3 ）是不正确的。

① 一定存在极大元 ② 一定存在极小元

③ 任意两元素都存在最大下界 ④ 若 B 是 A 的子集，B 可能没有下界元

7、下列函数中，哪一个函数是单射，但不是满射？(2)

① f: R→R, $f(x)=-x^2+2x-1$

② f: Z+→R, f(x)=lnx

③ f: R→Z, f(x)=[x]

④ f: R→R, f(x)=2x+1

8、下列说法正确的是(4)。

① 每个无限集必含有子集合为可数集 ② N×N 是不可数集

③ 实数集 R 是可数集 ④ 可数个可数集的并集仍然是可数集

9、以下哪个度数序列描述的不是一个图：(4)。

① 3, 3, 5, 5, 4 ② 5, 4, 3, 2, 2 ③ 4, 4, 0, 2, 0 ④ 3, 2, 2, 1, 1

10、设无向图 G=<V,E>是连通无圈的，其结点数为 n，边数为 m。若以下条件（ 2 ）满足，则 G 是树。

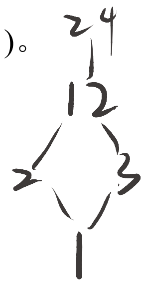
① m=n+1; ② n=m+1; ③ m 小于等于 3n-6; ④ n 小于等于 3m-6

11、设集合 A={2,4,6,8,10}，a*b=max（a，b），则在群 <A,*>中， 幺元是（ 1 ）。

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10 ⑥以上都是

12、在一个群〈G,*〉中，若 G 中的元素 a 的阶是 k，则 a^{-1} 的阶是(3)。

① -1 ② 1 ③ k ④以上都不是



13、设集合 A={1,2,3,12,24}, <A, | >是格，元素 3 的补元是(2)。

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 12 ⑤ 24

14、在代数系统中，整环和域的关系为（ 1 ）。

① 域一定是整环. ② 域一定不是整环. ③ 整环一定是域. ④ 整环不是域.

15、下面的代数系统中构成布尔代数的是（ 1 ）。

① 幂集格<2^A, ⊆> ② 12 的因子格〈{1,2,3,4,6,12},|〉

③ 全序格 $\langle\{1,2,3,4,5\},\leq\rangle$　　　　　④ 5 点格

二、多项选择题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分 ）在每小题列出的五个备选项中有一个至五个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选、少选或未选均无分。

1、下列各语句中哪些**不是命题**？（　　3 4 5　　　　）。

① 3 是素数.　　② 雪是黑色的.　　③ 请关门！

④ x+5>6　　　⑤ 我正在说谎

2、设 A={1}，B={1,{1}}，则下面**正确的**有（　　2 3 5　）。

① A∈B　　② A⊆B　　③ {A}∈B　　④ {A}⊆B　　⑤ {A}⊆{B}

3、集合 A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} 上的关系 R={<x, y>|x+y=10,　x, y∈A}，则 R 的性质为（ 2 ）。

[a, b]

① 自反的　　② 对称的　　③ 既对称又反对称的　④ 传递的

4、任意一个具有 2 个或以上元素的半群，它（ 1 ）。

①不可能是群　　② 不一定是群

③一定是群　　　④ 交换群

5、设 6 阶循环群 $G=\{e,a,a^2,a^3,a^4,a^5\}$，则 G 的**所有生成元**为：(　　2 5　)。

① e　　② a　　③ a^2　　④ a^3　　⑤ a^5

三、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1、设个体域为实数，令 $f(x,y)=x-y$； $E(x,y):x$等于y.

则 $(\forall x)(\forall y)(\exists z)E(f(x,y),z)$ 的真值= ____1 或 T____________________。

2、R 是 A={1, 2, 3, 4, 5, 6} 上的等价关系，

若 R= I_A ∪ {<1, 5>, <5, 1>, <2, 4>, <4, 2>, <3, 6>, <6, 3>}，则 R 诱导的分划是 {{1, 5}, {2, 4}, {3, 6}}______。

1·1　5·5

3、设无向图 G 有 26 条边、 有 2 个 3 度结点并且其余每个结点的度数都是 2，则图 G 共有 ____23____个结点。

4、素数阶群一定是____循环_群，它的生成元是 _任一非幺元__。

5、设<A，○>和<B，*>是两个代数系统，如果存在映射 f：A→B，使对任何 a1、a2∈A，

f(a1 ○ a2) = f(a1) * f(a2)，就称 f 是 A 到 B 的同态映射，或 A(在 f 下) 同态于 B。

四、演算题（本大题共 5 小题，每题 7 分，共 35 分）

1、用真值表法**或**等价变换法求 P→(R∧(Q→P))的**主析取范式**。

解法 1. 真值表法

P	Q	R	P→(R∧(Q→P))
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

主析取范式为:

$$(\sim P\wedge\sim Q\wedge\sim R)\vee(\sim P\wedge\sim Q\wedge R)\vee(\sim P\wedge Q\wedge\sim R)\vee(P\wedge\sim Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge R)$$

解法 2. 等价变换法（略）

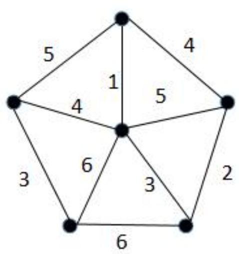
2、集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$，集合A上的置换S和T分别是 $S=(1\quad 2\quad 4\quad 5)$，$T=(1\quad 2\quad 5\quad 3)$，请计算 $S\circ T^{-1}$ 的值。

解：$T^{-1}=(3\ 5\ 2\ 1)$ （2分）

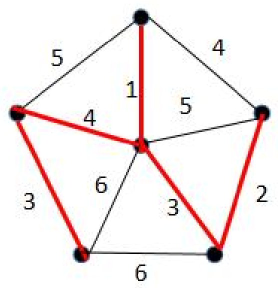
$S\circ T^{-1}=$（1 2 4 5 ）（3 5 2 1） （1分）

=（1 3）（4 5） （4分）

3、求下图的一个最小生成树，并计算其权值。

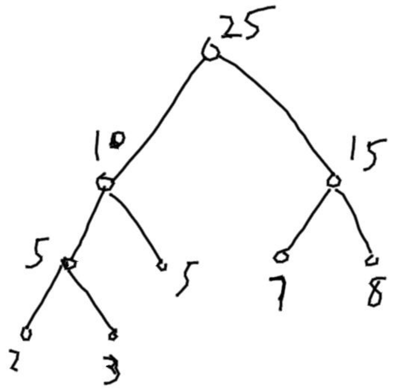


解： W(T)=13



4、给定权值：2，3，5，7，8，构造一棵最优二叉树.

解：



5、试求出 8 阶循环群的所有生成元。

解：

设 G 是 8 阶循环群，a 是它的生成元。则 $G=\{e, a, a^2, ..., a^7\}$。由于 a^k 是 G 的生成元的充分必要条件是 k 与 8 互素，故 a, a^3, a^5, a^7 是 G 的所有生成元。

五、推理与证明题（本大题共 3 小题，每题 7 分，共 21 分）

1、用演绎法证明：$\forall x(P(x) \to Q(x)), \exists x P(x) \Rightarrow \exists x Q(x)$

证明：

1） $\exists x P(x)$ **P**

2）P(a) ES(1)

3） $\forall x(P(x) \to Q(x))$ P

4） $P(a)\rightarrow Q(a)$ **US 3)**

5）Q(a) **T(2)(4)I**

6） $\exists xG(x)$ **EG(5)**

2、设图 G=<V,E>，|V|=n，|E|=m。k 度顶点有 n_k 个，且每个顶点或是 k 度顶点或是 k+1 度顶点。证明：$n_k=(k+1)-2m$。

证明：

由已知可知，G 中 k+1 度顶点为 $n-n_k$ 个。再由欧拉握手定理可知

$$2m=\sum_{v\in V}\deg(v)=kn_k+(k+1)(n-n_k)=(k+1)n-n_k$$

故 $n_k=(k+1)-2m$。

3、给定整数 m，集合 $G=\{km \mid k\in Z\}$，其中 Z 代表整数集合。 证明 G 关于加法构成群.

证明：闭：$(k_1m)+(k_2m)=(k_1+k_2)m=k_3m \in Z$

结：$(k_1m+k_2m)+k_3m=k_1m+(k_2m+k_3m)$

幺元 = 0

逆：$(km)^{-1}=-km$

六、应用题（9 分）

在哥尼斯堡七桥问题中，至少需要再添加几座桥就可以让游人从陆地上的某一点出发经过每座桥一次且仅一次，最后回到出发地点？试给出你的方案或其逻辑图。

解：思路：如下左图或右图均可。增加红色的 2 条边，使得每个结点度数变为偶数即可。