第七章　FIR数字滤波器的设计

- 引言
- 线性相位FIR滤波器的特点
- 利用窗函数法设计FIR滤波器
- 用频率采样法设计FIR滤波器
- IIR与FIR数字滤波器的比较

FIR数字滤波器的设计

★ **引言**

- 许多信号的传输都要求线性相位
- FIR（非递归）滤波器具有非常优良的线性相位特点，同时具有任意的幅度特点
- FIR滤波器一定是稳定的。
- FIR滤波器需要几百项才能达到比较陡峭的截频响应的要求。

返回

线性相位FIR滤波器的特点

一、线性相位条件

对于长度为N的h(n)，传输函数为

$$H(e^{j\omega})=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)e^{-j\omega n}$$

$$H(e^{j\omega})=H_g(\omega)e^{-j\theta(\omega)}$$

式中：

$H_g(\omega)$：幅度特性，是ω的实函数，可能取负值。

$\theta(\omega)$：相位特性。

线性相位FIR滤波器的特点

$\theta(\omega)$ ：相位特性。

1. $\theta(\omega)=-\tau\omega$ 　τ 为常数，第一类线性相位

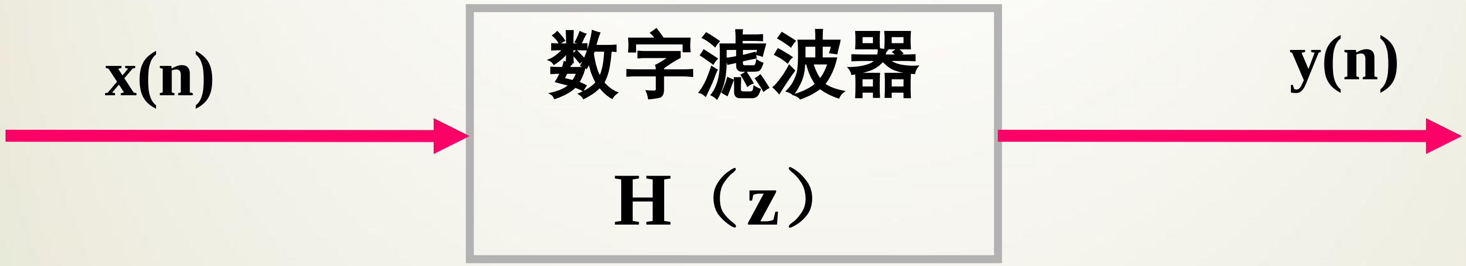
2. $\theta(\omega)=\theta_0-\tau\omega$ 　θ_0 为起始相位，第二类线性相位

严格说，2中的θ(ω)不具有线性相位。但1、2都满足滤波器的群延迟为常数

$$\frac{d\theta(\omega)}{d\omega}=-\tau$$

如果要求信号通过数字滤波器之后不产生畸变，即要求H(z)具有线性相位.

线性相位FIR滤波器的特点



若 $x(n)=[A\sin n\omega]u(n)$

则 $y(n)=A|H(e^{j\omega})|\sin(n-\tau)\omega$

这时滤波器的输出除了幅度波形被整形外，输出信号相对于输入信号延迟了τ个采样点。

当一个具有任意形式的信号通过线性相位滤波器时，由于其各次谐波的延迟均为τ个采样点，使整个波形产生了一个固定的τ个采样点的延迟，保持了波形的相对不变。

二、线性相位条件对h(n)的限制

设 h(n) 是FIR滤波器的单位函数响应，

则 $$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n}$$

经数学推导：如果h(n)为实数时，且满足下列任一条件

★ 偶对称 h（n）=h（N-1-n）

★ 奇对称 h（n）=-h（N-1-n）

对称中心：n=（N-1）/2

$h(n)$实序列

$$H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{-j\omega\tau} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n}$$

后一个等式两边实部相等、虚部也相等，同样的实部虚部相比也应相等：

$$\frac{\cos(\tau\omega)}{\sin(\tau\omega)} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\cos(\omega n)}{\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin(\omega n)}$$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

利用三角函数的恒等关系，有

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin[(n-\tau)\omega] = 0$$

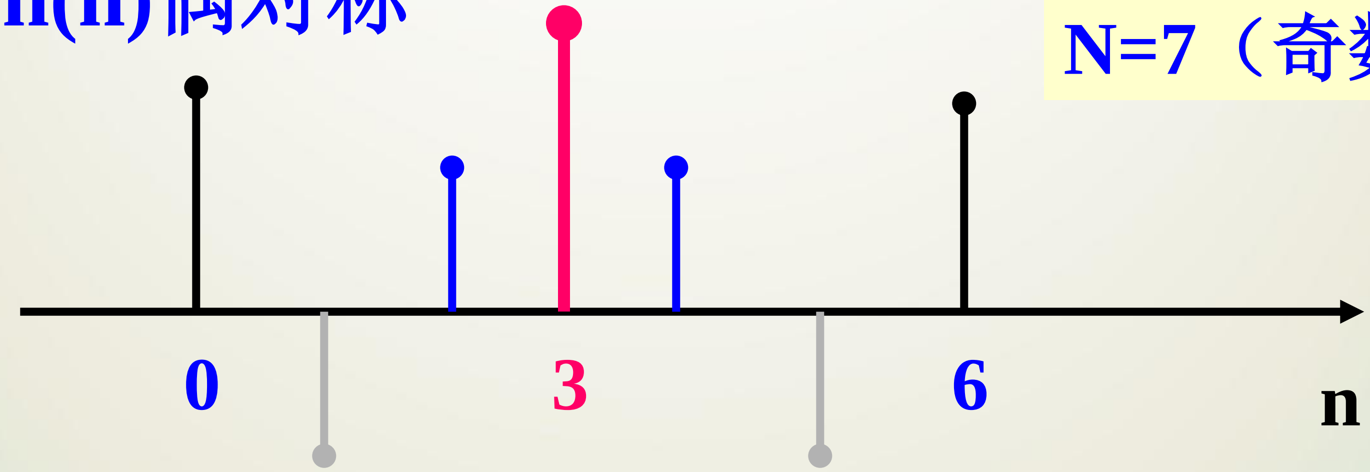
满足上式的条件是：

$$\boxed{h(n) = h(N-1-n),\ 0 \le n \le N-1,\ 且\ \tau = \frac{N-1}{2}}$$

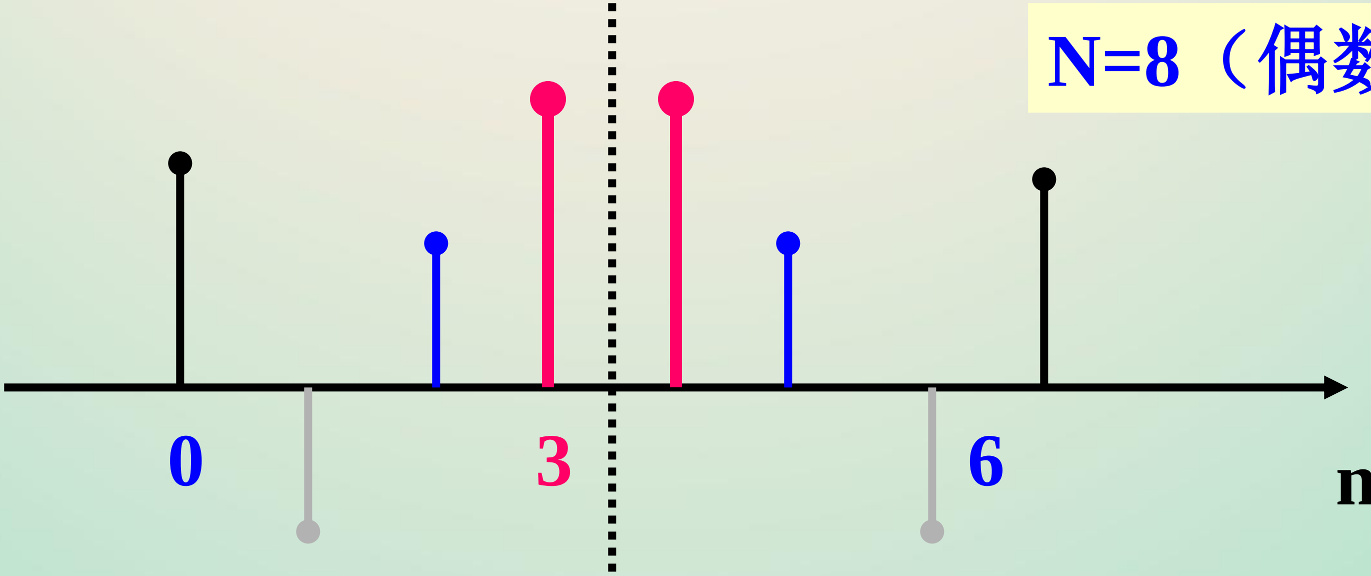
线性相位FIR滤波器的特点

h(n)偶对称

N=7（奇数）



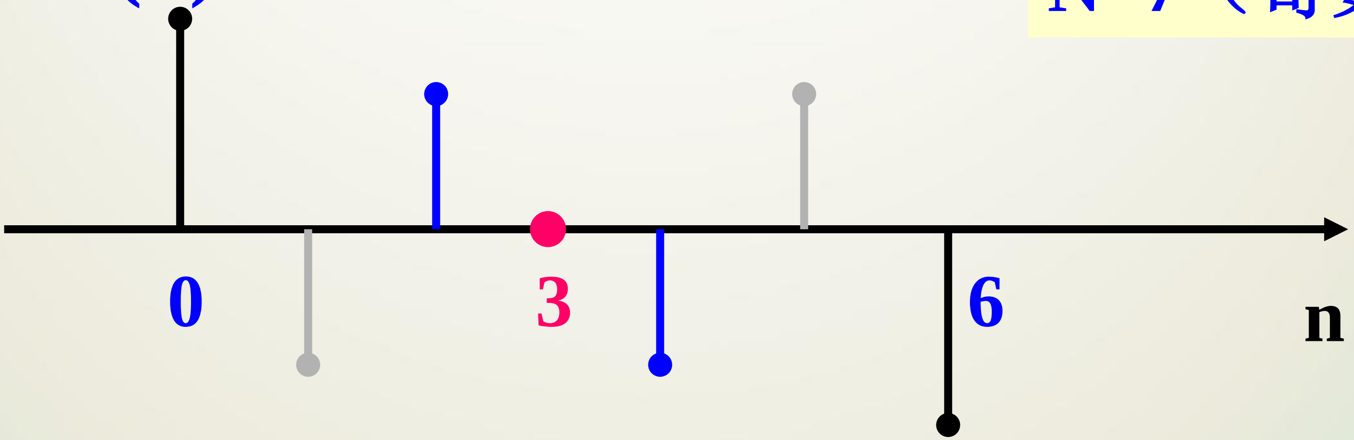
N=8（偶数）



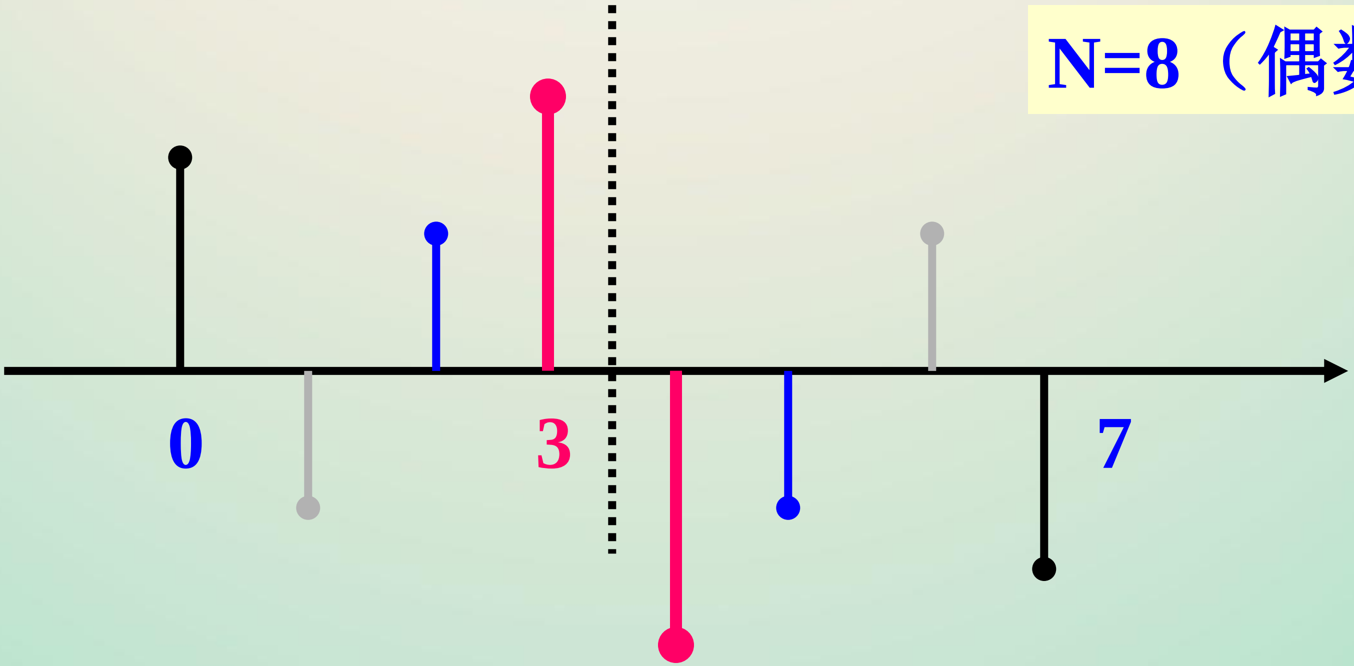
线性相位FIR滤波器的特点

h(n)奇对称

N=7（奇数）

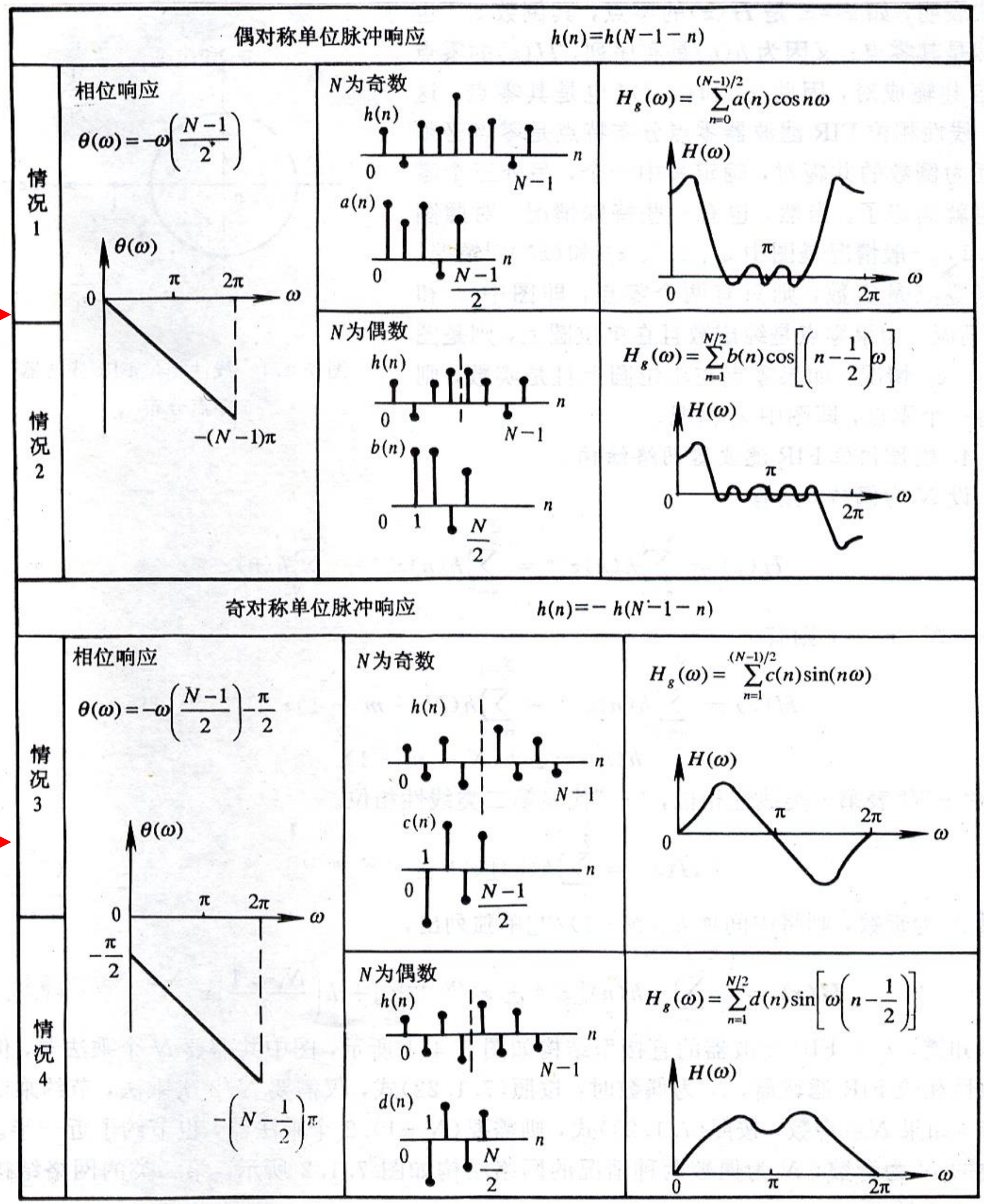


N=8（偶数）



固定相位延迟

相位群延迟



•类型-1 *h(n)=h(N-1-n)*，*N*为奇数

$\boxed{DTFT}$

$$H(e^{j\omega})=H_g(\omega)e^{-j\omega\tau}=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)e^{-j\omega n}$$

$$=h(\frac{N-1}{2})e^{-j\omega\frac{N-1}{2}}+\sum_{n=0}^{M-1}\left[h(n)e^{-j\omega n}+h(N-n-1)e^{-j\omega(N-n-1)}\right]$$

$$=e^{-j\omega\frac{N-1}{2}}\left\{h(\frac{N-1}{2})+\sum_{n=0}^{M-1}\left[h(n)e^{-j\omega(n-\frac{N-1}{2})}+h(n)e^{j\omega(n-\frac{N-1}{2})}\right]\right\}$$

$$=e^{-j\omega\tau}\left\{h(\tau)+\sum_{n=0}^{M-1}2h(n)\cos\left[\omega(n-\tau)\right]\right\}$$

由于 $H_g(\omega)$ 关于ω=0，π，2π偶对称。可实现各种滤波器。

• 类型-2 $h(n)=h(N-1-n)$，N为偶数

$$H(e^{j\omega})=H_g(\omega)e^{-j\omega\tau}=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)e^{-j\omega n}$$

$$=\sum_{n=0}^{M}\left[h(n)e^{-j\omega n}+h(N-n-1)e^{-j\omega(N-n-1)}\right]$$

$$=e^{-j\omega\frac{N-1}{2}}\cdot\sum_{n=0}^{M}\left[h(n)e^{-j\omega(n-\frac{N-1}{2})}+h(n)e^{j\omega(n-\frac{N-1}{2})}\right]$$

$$=e^{-j\omega\tau}\sum_{n=0}^{M}2h(n)\cos\left[\omega(n-\tau)\right]$$

由于 $H_g(\pi)=0$, 且 $H_g(\omega)$ 关于 $\omega=0$，2π偶对称，关于 $\omega=\pi$奇对称。因此不能实现高通、带阻滤波器。

•类型-3 ***h(n)=-h(N-1-n)，N*为奇数**

$$h\left(\frac{N-1}{2}\right)=0,\quad \theta(\omega)=-\frac{\pi}{2}-\omega\tau$$

$$H(e^{j\omega})=H_g(\omega)e^{-j\theta(\omega)}=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)e^{-j\omega n}$$

$$=\sum_{n=0}^{M-1}\left[h(n)e^{-j\omega n}+h(N-n-1)e^{-j\omega(N-n-1)}\right]$$

$$=e^{-j\omega\frac{N-1}{2}}\sum_{n=0}^{M-1}\left[h(n)e^{-j\omega\left(n-\frac{N-1}{2}\right)}-h(n)e^{j\omega\left(n-\frac{N-1}{2}\right)}\right]$$

$$=e^{-j\left(\omega\tau+\frac{\pi}{2}\right)}\sum_{n=0}^{M-1}2h(n)\sin\left[\omega(n-\tau)\right]$$

由于$H_g(0)=H_g(\pi)=0$， $H_g(\omega)$关于**ω=0**， π ,**2**π奇对称，只能实现带通滤波器。

•类型-4 ***h(n)=-h(N-1-n)*，*N*为偶数**

$$H(e^{j\omega}) = H_g(\omega)e^{-j\omega\tau} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n}$$

$$= \sum_{n=0}^{M}\left[h(n)e^{-j\omega n} + h(N-n-1)e^{-j\omega(N-n-1)}\right]$$

$$= e^{-j\omega\frac{N-1}{2}} \cdot \sum_{n=0}^{M}\left[h(n)e^{-j\omega(n-\frac{N-1}{2})} - h(n)e^{j\omega(n-\frac{N-1}{2})}\right]$$

$$= -je^{-j\omega\tau}\sum_{n=0}^{M} 2h(n)\sin\left[\omega(n-\tau)\right]$$

由于 $H_g(0)=0$, 且$\boldsymbol{H_g(\omega)}$关于**ω=0，2π**奇对称，关于**ω=π**偶对称。因此不能实现低通、带阻滤波器。

•线性相位*FIR* 滤波器零点分布：

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}=\pm\sum_{n=0}^{N-1}h(N-1-n)z^{-n}$$

令$m=N-1-n$

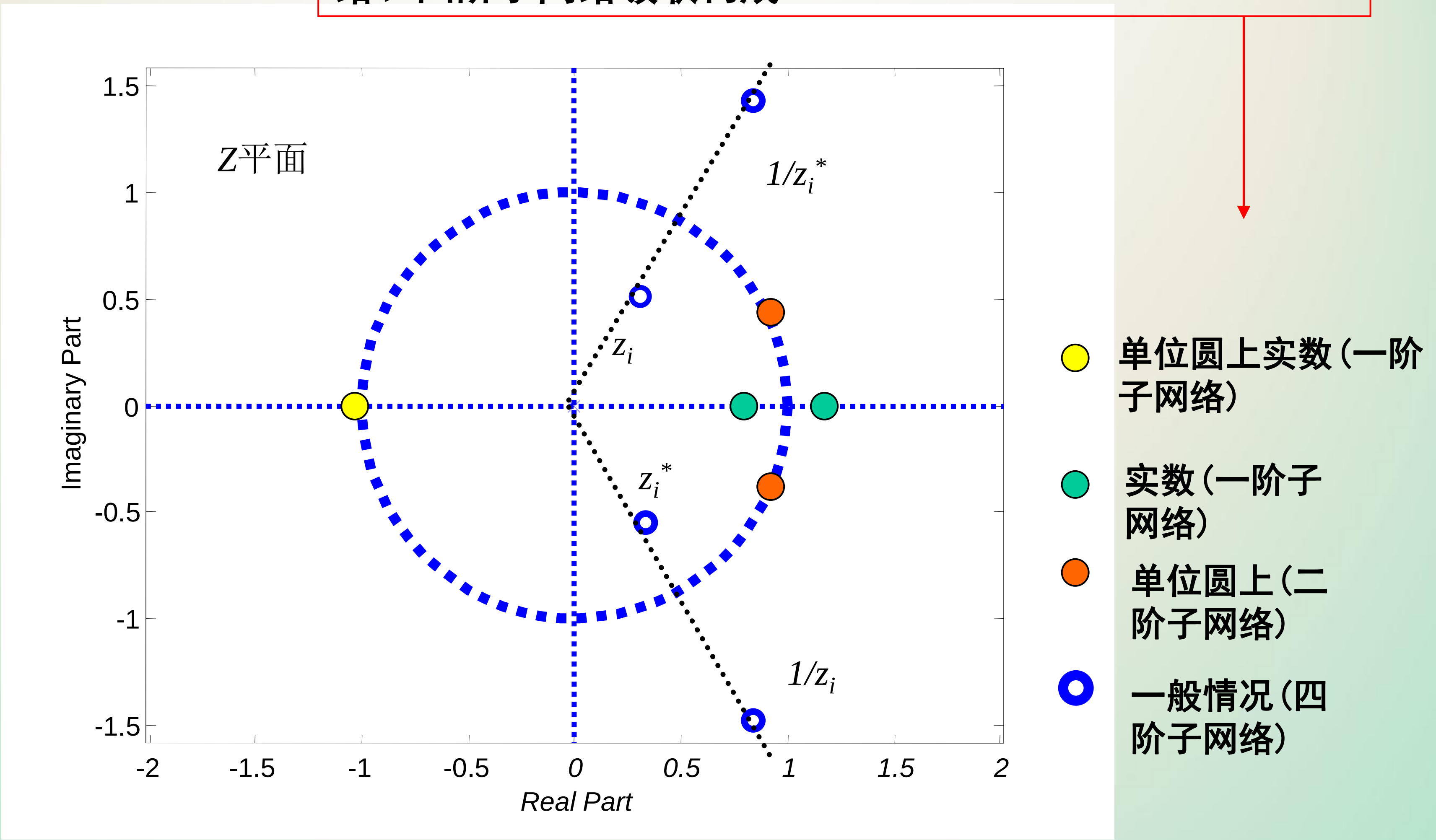
$$H(z)=\pm\sum_{m=0}^{N-1}h(m)z^{-(N-1-m)}=\pm z^{-(N-1)}\sum_{m=0}^{N-1}h(m)z^{+m}$$

$$\therefore H(z)=\pm z^{-(N-1)}H(z^{-1})$$

♣对于对称或反对称$h(n)$，零点呈镜像：若$z=z_i$是零点，则$z=1/z_i$也是零点；

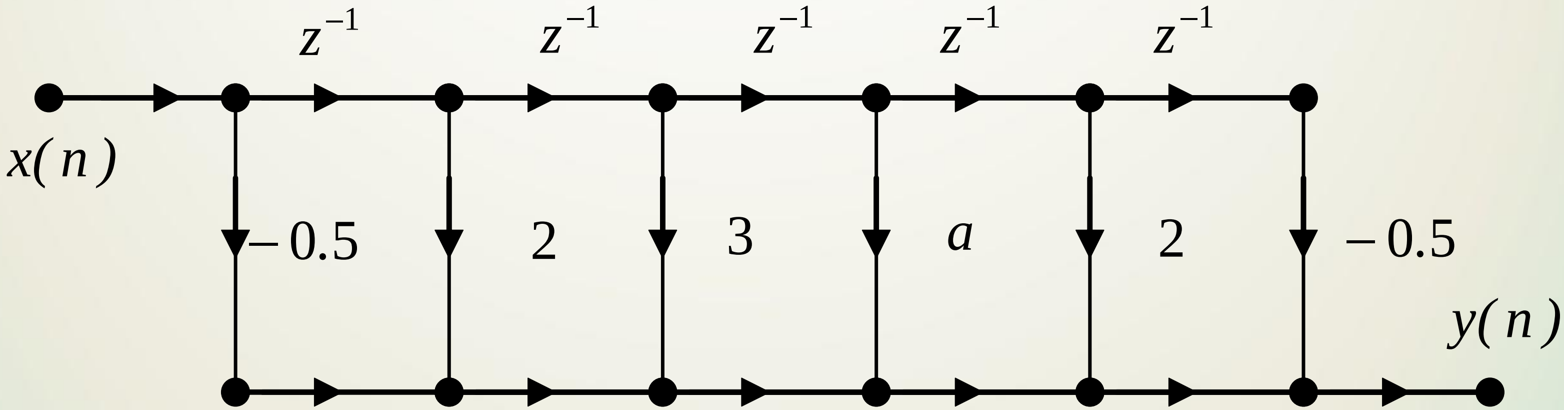
♣对于实$h(n)$，零点呈共轭，所以$z=z_i^*$，$z=1/z_i^*$也必是零点。

线性相位FIR 滤波器可由一系列的一阶子网络、二阶子网络、四阶子网络级联构成



四种不同的零点结构

例：$x(n)$ 和$y(n)$分别是下面滤波器的输入和输出



（1）为使这个滤波器对通带内输入信号只产生延迟而不产生信号畸变，a 的取值应为多少？并写出系统冲激响应$h(n)$ 的表达式；

（2）写出系统的相频函数，并画出该滤波器节省乘法运算的结构流图。

7.3　利用窗函数法设计*FIR* 滤波器

FIR 滤波器设计的常用方法:

- 窗函数法
- 频率采样法
- *FIR* 滤波器的最优化设计

- **窗口设计法基本思想：**

先根据设计指标给出理想数字滤波器频率响应为$H_d(e^{j\omega})$，然后再设计一 FIR 滤波器，用其频率响应

$$H(e^{j\omega})=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)e^{-j\omega n}$$

来逼近$H_d(e^{j\omega})$

- **逼近方法：**$H_d(e^{j\omega})$是矩形频率特性

IDTFT

$$h_d(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}H_d(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega$$ 无限长的

而

$$H(e^{j\omega})=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)e^{-j\omega n}\rightarrow h(n)$$

$h(n)$ 有限长的.

最简单有效的方法是:

用窗口 $w(n)$（有限长）截断 $h_d(n)$（无限长）为 $h(n)$（有限长）：

$$h(n) = h_d(n) \cdot w(n)$$

不同的$w(n)$及N，$H(e^{j\omega})$对$H_d(e^{j\omega})$的逼近精度不同，效果也不同。

有限截断的方法会产生误差，在频域的表现为吉布斯效应（频谱泄漏）。

利用窗函数法设计FIR滤波器

设计方法

- 先给出所要求的理想的滤波器的频率响应

$H_d(e^{j\omega})$

- 设计一个FIR滤波器频率响应$H(e^{j\omega})$来逼近$H_d(e^{j\omega})$

$$H_d(e^{j\omega}) \longrightarrow h_d(n) \xrightarrow{\text{截取}} h(n)=h_d(n)w(n)$$

$$h(n)=h_d(n)w(n) \longrightarrow H(e^{j\omega}) \xrightarrow{\text{逼近}} H_d(e^{j\omega})$$

利用窗函数法设计FIR滤波器

- 设计方法

吉布斯现象的解决

解决这一问题的基本方法是采用各种窗函数和合适的截取长度，使所设计的FIR滤波器有合乎要求的阻带衰减和过渡区宽度

利用窗函数法设计FIR滤波器

- 基本设计思想

以低通滤波器为例

设

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} e^{-j\omega\alpha} & |\omega| \le \omega_c \\ 0 & \omega_c < \omega \le \pi \end{cases}$$

则

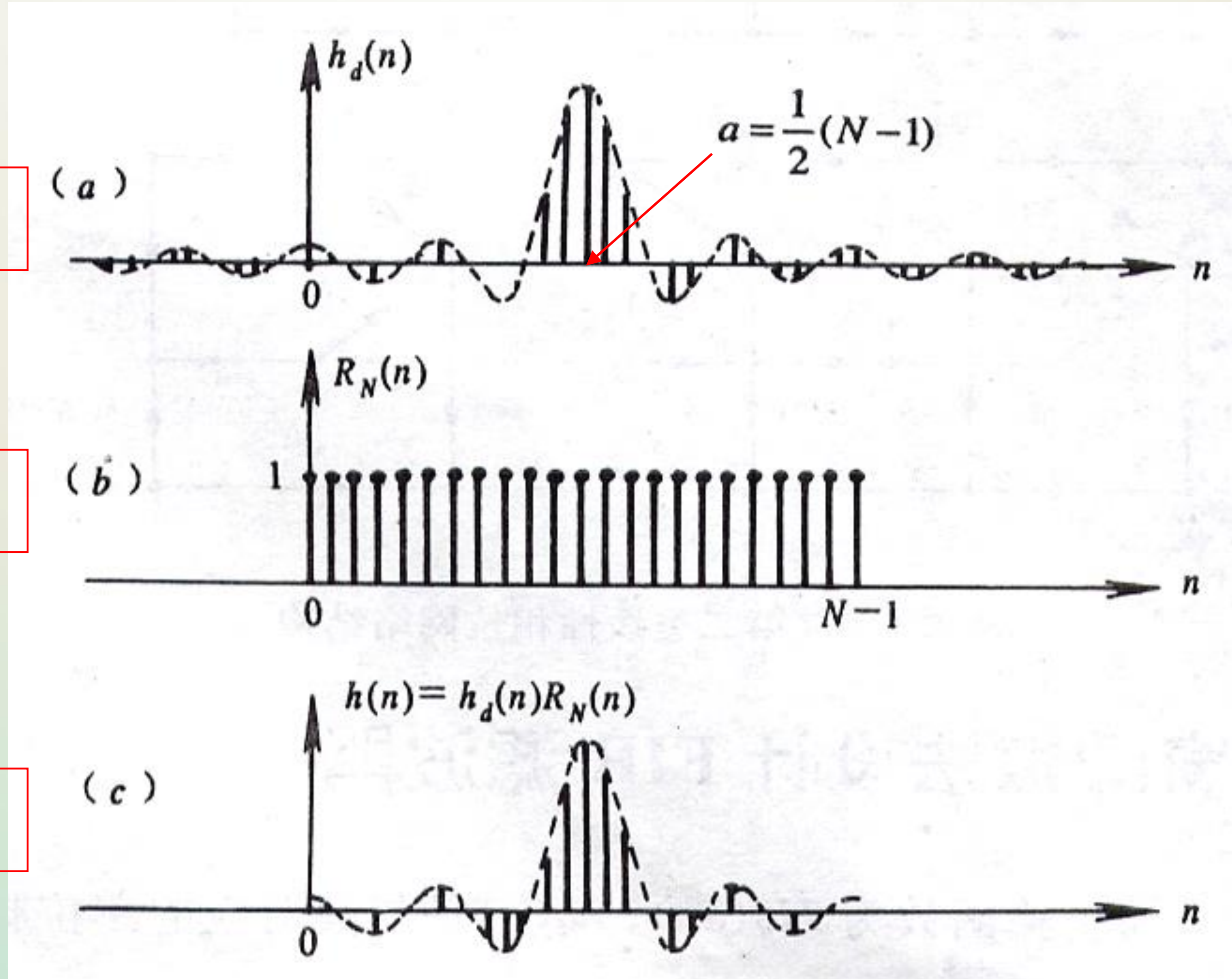
$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{-j\omega\alpha} e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi} \frac{e^{j\omega(n-\alpha)}}{j(n-\alpha)}\bigg|_{-\omega_c}^{\omega_c}$$

$$= \frac{\omega_c}{\pi} Sa[\omega_c(n-\alpha)]$$

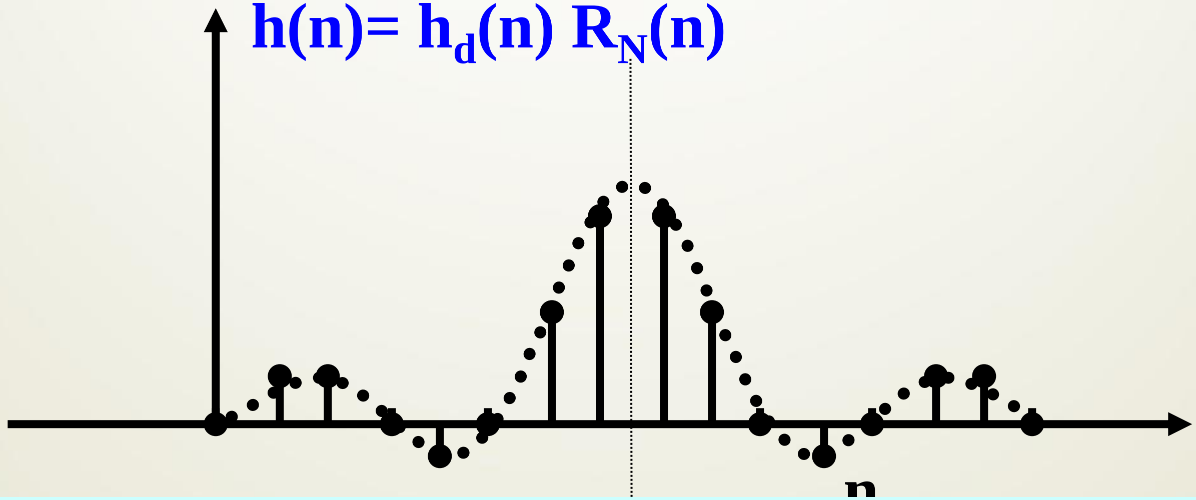
无限长

窗口

有限长



利用窗函数法设计FIR滤波器



要求h（n）必须是以α=（N-1）/2为对称中心的偶对称序列

$$h(n)=h_d(n)R_N(n)$$

$$=\begin{cases}\dfrac{\omega_c}{\pi}Sa[\omega_c(n-\dfrac{N-1}{2})], & 0\le n\le N-1\\ 0, & \text{其他 } n\end{cases}$$

$$h(n)=h_d(n)R_N(n)$$

$$R_N(n)=\begin{cases}1, 0\le n\le N-1\\ 0, 其他n\end{cases}$$

窗口

窗口的离散时间傅立叶变换（*DTFT*）：

$$R_N(e^{j\omega})=\sum_{n=0}^{N-1}e^{-j\omega n}=\frac{1-e^{-j\omega N}}{1-e^{-j\omega}}$$

$$=e^{-j\omega(\frac{N-1}{2})}\bullet\frac{\sin(\omega N/2)}{\sin(\omega/2)}=R_N(\omega)e^{-j\alpha\omega}$$

$$\text{其幅度函} R_N(\omega) = \frac{\sin(\omega N/2)}{\sin(\omega/2)}$$

$$R_N(e^{j\omega}) = R_N(\omega)e^{-j\omega a}$$

$$H_d(e^{j\omega}) = H_d(\omega)e^{-j\omega a}$$

$$H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j\omega a} = H_d(e^{j\omega}) * R_N(e^{j\omega})$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\theta})R_N(e^{j(\omega-\theta)})d\theta$$

连续卷积

因此，*FIR*滤波器的**幅度函数*H*（*ω*）**

$$H(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(\theta)R_N(\omega-\theta)d\theta$$

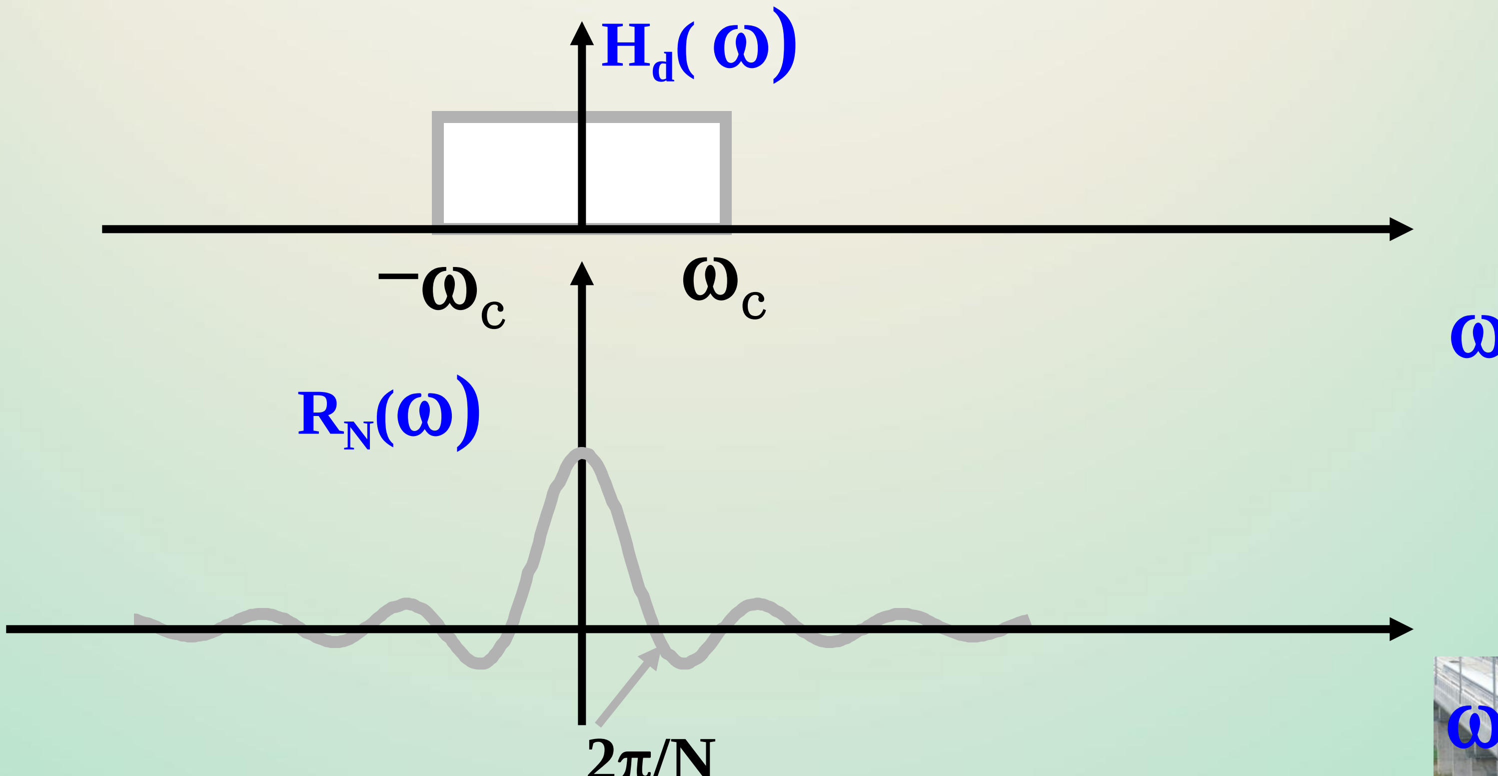
时域相乘，频域相卷

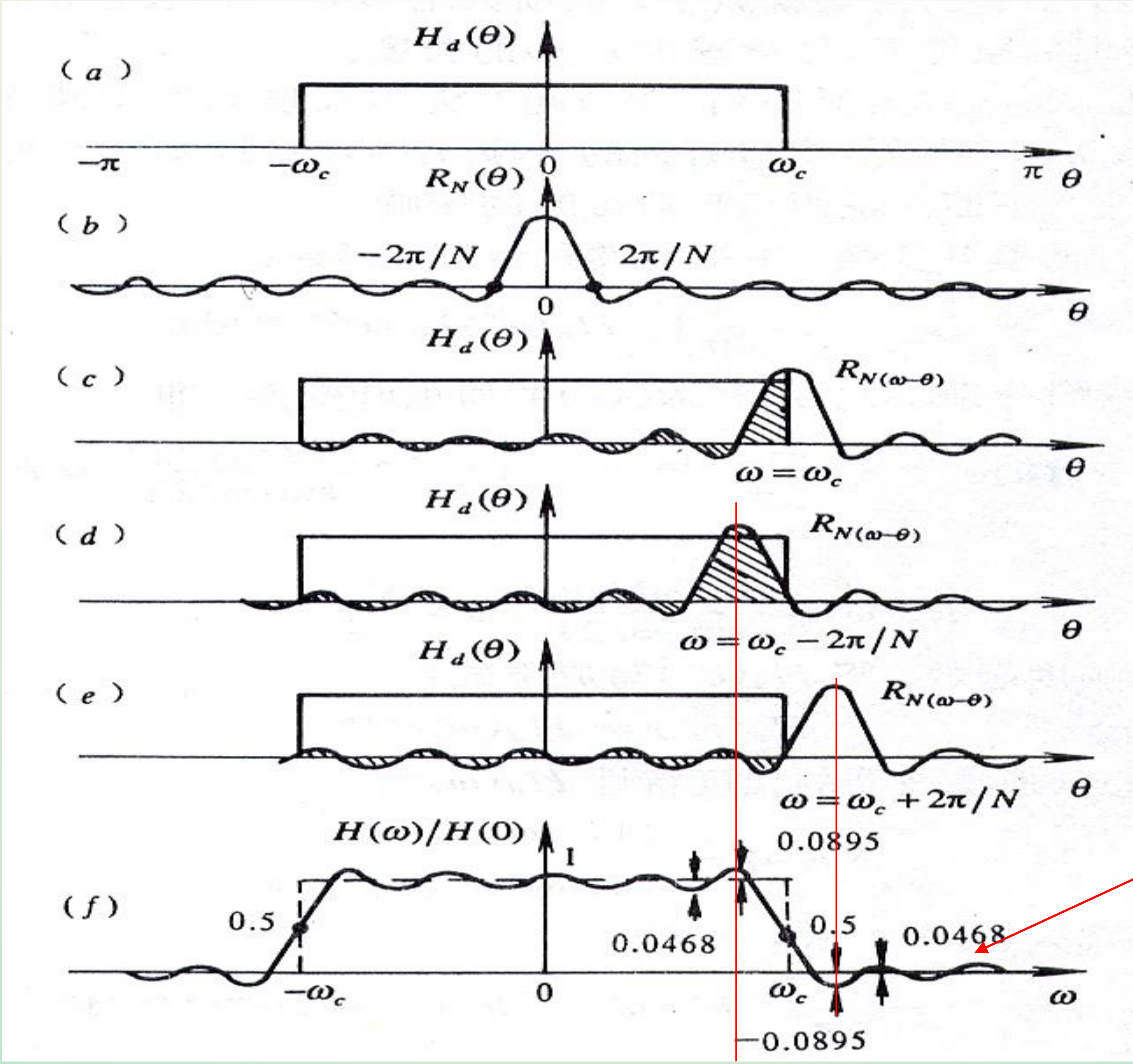
利用窗函数法设计FIR滤波器

滤波器的频率特性

$$H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{-j\omega\alpha}$$

$$H(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(\theta)R_N(\omega-\theta)d\theta$$





(a)
$H_d(\theta)$
$-\pi$
$-\omega_c$
0
ω_c
π
θ
(b)
$R_N(\theta)$
$-2\pi/N$
$2\pi/N$
0
θ
(c)
$H_d(\theta)$
$R_{N(\omega-\theta)}$
$\omega=\omega_c$
θ
(d)
$H_d(\theta)$
$R_{N(\omega-\theta)}$
$\omega=\omega_c-2\pi/N$
θ
(e)
$H_d(\theta)$
$R_{N(\omega-\theta)}$
$\omega=\omega_c+2\pi/N$
θ
(f)
$H(\omega)/H(0)$
1
0.0895
0.5
0.0468
0.5
0.0468
$-\omega_c$
0
ω_c
ω
-0.0895

频谱泄漏

卷积过程

- $\omega=0, H(0)\approx 1$
- $\omega = \omega_c, H(\omega_c)\approx 0.5$
- $\omega = \omega_c-2\pi/N$, 出现正的肩峰
- $\omega = \omega_c+2\pi/N$, 出现负的肩峰
- $\omega > \omega_c+2\pi/N$, 围绕零值摆动
- $\omega < \omega_c-2\pi/N$, 围绕$H(0)$值摆动

加窗后,对理想矩形频率响应产生的影响

- 产生过渡带

  宽度=$R_N(\omega)$的主瓣宽度　　$\Delta\omega=4\pi/N$

- $\omega = \omega_c \pm 2\pi/N$处,出现最大的正负肩峰值,肩峰的两侧形成起伏振荡,

  振荡的幅度取决于旁瓣的相对幅度

  振荡的多少取决于旁瓣的多少

- N增加

  主瓣和旁瓣的宽度都变窄,使过渡带变陡

  但主瓣和旁瓣的相对比例不变,幅度按比例增加.

窗函数

要求

▲ 窗谱主瓣尽可能窄

为了获得较陡的过渡带

▲ 尽量减少窗谱的最大旁瓣的相对幅度

减少肩峰和波纹，增加阻带衰减.

以上两项不能同时满足，往往是增加主瓣的宽度以换取对旁瓣的抑制.

常用的窗函数

- 矩形窗

  主瓣宽度为4π/N　　第一副瓣比主瓣低13dB

- 三角窗

  主瓣宽度为8π/N　　第一副瓣比主瓣低26dB

- 汉宁海明窗(升余弦窗)

  主瓣宽度为8π/N　　第一副瓣比主瓣低31dB

- 哈明窗(改进的升余弦窗)

  主瓣宽度为8π/N　　第一副瓣比主瓣低40dB

- 布莱克曼窗

  主瓣宽度为12π/N　　第一副瓣比主瓣低57dB

用窗函数法设计FIR滤波器的步骤

- 给定 $H_d(e^{j\omega})$

$$h_d(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}H_d(e^{j\omega})d\omega$$

- 选择窗口形状及计算窗口长度N
- 计算滤波器的单位函数响应h(n)
- 验算技术指标是否满足要求

返回

- 例7.1 用窗函数法设计线性相位FIR低通滤波器，设N=11，ω_c=0.2πrad
- 解：理想数字低通滤波器

$$H_d(e^{j\omega})=\begin{cases} e^{-j\omega\alpha} & |\omega|\le 0.2\pi \\ 0 & 0.2\pi<|\omega|<\pi \end{cases}$$

单位取样响应

$$h_d(n)=\frac{\sin\left[(n-\alpha)\omega_c\right]}{(n-\alpha)\pi}$$

$$\alpha=\frac{1}{2}(N-1)=5 \qquad h_d(n)=\frac{\sin\left[0.2\pi(n-5)\right]}{(n-5)\pi}$$

要求设计的FIR数字滤波器的单位取样响应

$$h(n)=h_d(n)w(n)=\frac{\sin\left[0.2\pi(n-5)\right]}{(n-5)\pi}\cdot w(n)$$

1.用矩形窗设计

$$h(n)=h_d(n)w(n)=\frac{\sin\left[0.2\pi(n-5)\right]}{(n-5)\pi},\quad 0\le n\le 10$$

2.用汉宁窗设计

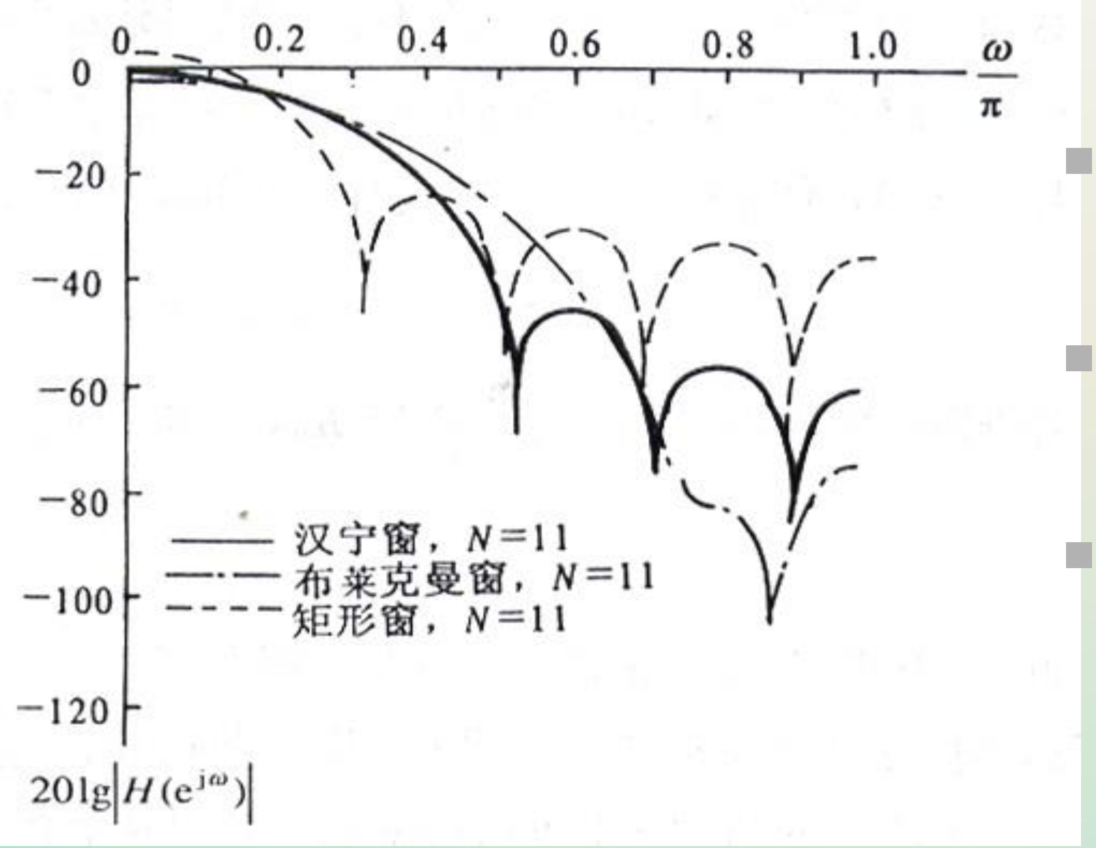
$$h(n)=h_d(n)w_{Hn}(n)\quad 0\le n\le 10$$

$$w_{Hn}(n)=0.5\left(1-\cos\frac{2\pi n}{10}\right)R_{11}(n)$$

3.用布莱克曼窗设计

$$h(n)=h_d(n)w_{Bl}(n) \quad 0\le n\le 10$$

$$w_{Bl}(n)=(0.42-0.5\cos\frac{2\pi n}{10}+0.08\cos\frac{4\pi n}{10})R_{11}(n)$$



- 矩形窗过渡带最窄，而阻带衰减最小，
- 布莱克曼窗过渡带最宽，阻带衰减加大。
- 为保证有同样的过渡带，必须加大窗口长度N

用频率采样法设计FIR滤波器

- 设计方法

$H(e^{j\omega}) \xrightarrow{\text{逼近}} H_d(e^{j\omega})$

窗函数法

$H_d(e^{j\omega}) \longrightarrow h_d(n) \xrightarrow{\text{截取}} h(n)=h_d(n)w(n)$

$H(e^{j\omega}) \xrightarrow{\text{逼近}} H_d(e^{j\omega})$

频率抽样法

从频域出发，对给定的理想滤波器的频率响应$H_d(e^{j\omega})$进行等间隔采样，并以此采样值作为实际滤波器的频率特性的采样值H（k）……。

用频率采样法设计FIR滤波器

设计原理

$$H(k) = H_d(k) = H_d(e^{j\omega})\Big|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k}, k = 0,1,2,\ldots,N-1$$

$$H(k) \Rightarrow h(n) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} H_d(k)e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

$$\Downarrow$$

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n}$$

用频率采样法设计FIR滤波器

设计原理

在第三章，利用频率采样值恢复原信号的Z变换公式

（见3.3.6式）

$$H(z)=\frac{1-z^{-N}}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H_d(k)}{1-e^{j\frac{2\pi}{N}k}z^{-1}}$$

用频率采样法设计FIR滤波器

? 为了保证H（z）具有线性相位，对H_d（k）的约束；

? 产生误差的原因及如何减少误差。

用频率采样法设计FIR滤波器

★ 线性相位对采样H(k)的约束

当　h(n)=h(N-1-n)

$$H_d(e^{j\omega}) = H_g(\omega)e^{j\theta(\omega)} \qquad \theta(\omega) = -\frac{1}{2}(N-1)\omega$$

$$H_g(\omega) = H_g(2\pi-\omega) \quad N\text{为奇数}$$

$$H_g(\omega) = -H_g(2\pi-\omega) \quad N\text{为偶数}$$

在ω=(0, 2π)之间等间隔采样N点

$$\omega_k = \frac{2\pi}{N}k, \quad k = 0,1,\cdots N-1$$

将$\omega=\omega_k$代入上式，并写成k的函数

用频率采样法设计FIR滤波器

将$\omega=\omega_k$代入上式，并写成k的函数

$$H_d(k)=H_g(k)e^{j\theta(k)}$$

其中：

$$\theta(k)=-\frac{1}{2}(N-1)\frac{2\pi k}{N}=-\frac{N-1}{N}\pi k$$

$$H_g(k)=H_g(N-k)\quad N\text{为奇数}$$

$$H_g(k)=-H_g(N-k)\quad N\text{为偶数}$$

设用理想低通作为希望设计的滤波器，

截止频率为 ω_c ，采样点数为**N**，则

$N=$ 奇数时，

$$\begin{cases} H_g(k)=H_g(N-k)=1, \quad k=0,1,2,\cdots,k_c \\ H_g(k)=0, \quad k=k_c+1,k_c+2,\cdots,N-k_c-1 \\ \theta(k)=-\dfrac{N-1}{N}\pi k, \quad k=0,1,2,\cdots,N-1 \end{cases}$$

公式中，k_c是小于等于 $\dfrac{\omega_c N}{2\pi}$ 的最大整数。

$N=$ 偶数时，

$$\begin{cases} H_g(k)=1, & k=0,1,2,\cdots,k_c \\ H_g(k)=0, & k=k_c+1,k_c+2,\cdots,N-k_c-1 \\ H_g(N-k)=-1, & k=0,1,2,\cdots,k_c \\ \theta(k)=-\dfrac{N-1}{N}\pi k, & k=0,1,2,\cdots,N-1 \end{cases}$$

公式中，k_c是小于等于$\dfrac{\omega_c N}{2\pi}$的最大整数。

对高通和带阻滤波器，N只能取奇数。

用频率采样法设计FIR滤波器

★ 误差产生的原因

时域分析

$$H_d(e^{j\omega}) \xleftrightarrow{\text{IDFT}} h_d(n) \quad \text{无限长的}$$

$$\Big\downarrow \text{采样}$$

$$H(k) \xleftrightarrow{\text{IDFT}} h(n)=\sum_{r=-\infty}^{\infty} h_d(n+rN)R_N(n)$$

由于时域混叠，$h(n)$与$h_d(n)$有偏差，希望采样点数N增大，N越大，$H(e^{j\omega})$ 越接近 $H_d(e^{j\omega})$

用频率采样法设计FIR滤波器

★误差产生的原因（频域分析）

频域采样 H(k) 与系统函数 H(z) 之间的关系为:

$$H(z)=\frac{1-z^{-N}}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{1-e^{j\frac{2\pi}{N}k}z^{-1}}$$

将$z=e^{j\omega}$代入，

$$H(e^{j\omega})=\sum_{k=0}^{N-1}H(k)\Phi(\omega-\frac{2\pi}{N}k)$$

式中，$\Phi(\omega)=\frac{1}{N}\frac{\sin(\omega N/2)}{\sin(\omega/2)}e^{-j\omega\frac{N-1}{2}}$

用频率采样法设计FIR滤波器

★误差产生的原因（频域分析）

$$H(e^{j\omega})=\sum_{k=0}^{N-1}H(k)\Phi(\omega-\frac{2\pi}{N}k)$$

式中，$\Phi(\omega)=\dfrac{1}{N}\dfrac{\sin(\omega N/2)}{\sin(\omega/2)}e^{-j\omega\frac{N-1}{2}}$

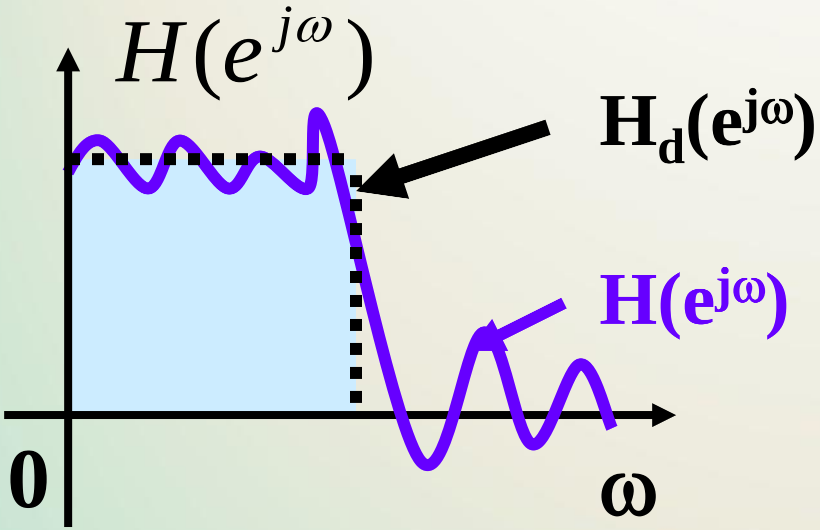
上式表明，在采样点处，$H(e^{j\frac{2\pi k}{N}})=H(k)$

逼近误差为零。

采样点之间，$H(e^{j\omega})$ 是有限项 $H(k)\Phi(\omega-\dfrac{2\pi k}{N})$ 之和

用频率采样法设计FIR滤波器

★误差产生的原因（频域分析）



误差与理想滤波器频域特性的平滑程度有关，特性越平滑的区域，误差越小；

在间断点处，误差最大。

表现形式为，间断点用斜线取代，间断点附近形成震荡特性，使阻带衰减减小。

用频率采样法设计FIR滤波器

★误差产生的原因（频域分析）

提高阻带衰减的有效办法，

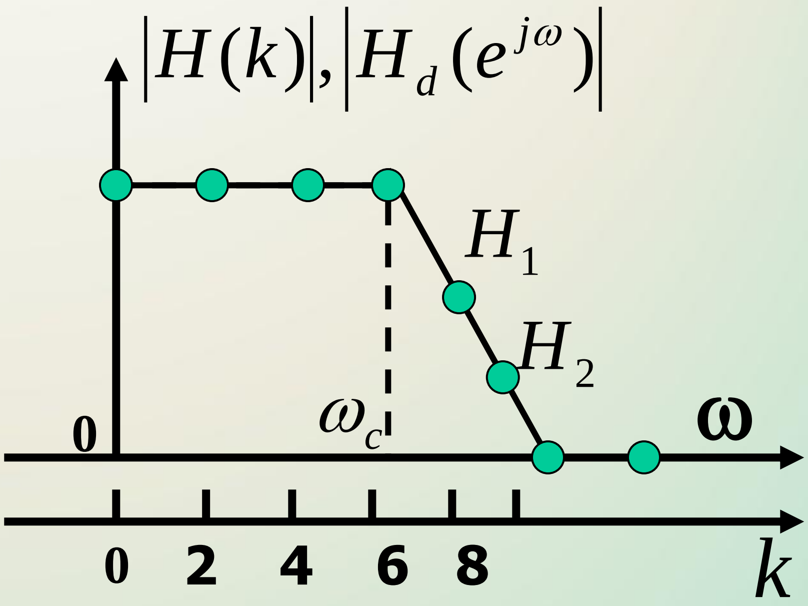
是在频响间断点附近内插

一个或几个过渡采样点，

使不连续点变成缓慢过渡。

这样，虽然加大了过渡带，

但可明显增大阻带衰减。



返回

IIR与FIR数字滤波器的比较

性能

- **IIR滤波器**
  - 极点可位于单位圆的任何地方
  - 可以用较底的阶数获得高的选择性
  - 所用存储单元少(经济高效)
  - 相位非线性
- **FIR滤波器**
  - 极点固定在原点
  - 只能用较高的阶数获得高的选择性
  - 成本高、信号延迟大
  - 严格的线性相位

数字滤波器设计

小结

- IIR数字滤波器的设计
- FIR数字滤波器的设计

IIR数字滤波器的设计

- 着重介绍了借助于模拟滤波器来设计IIR数字滤波器的原理和方法，这是目前设计IIR滤波器的主要方法。
- 模拟滤波器的数字化方法，主要介绍了脉冲响应不变法和双线性变换法。
- 模拟滤波器的特性逼近，重点介绍了巴特沃斯滤波器和切贝雪夫滤波器

模拟低通滤波器设计 → 滤波器变换 $S \longrightarrow Z$ → 频带变换 $Z \longrightarrow Z$ →

IIR数字滤波器的设计

设计低通数字滤波器的步骤

- 确定数字低通滤波器的性能指标
- 确定对应的模拟低通滤波器的性能指标
  - 脉冲响应不变法：$\Omega_k = \omega_k T$
  - 双线性变换法：$\Omega_k = 2/T tg(\omega_k/2)$
- 设计模拟低通滤波器$H_a(s)$
- 利用脉冲响应不变法或双线性变换法将$H_a(s)$转换成对应的数字滤波器$H(z)$.

FIR数字滤波器的设计

FIR数字滤波器由于其系统函数的极点都集中于z=0处以及结构的非递归性，使其成为一种稳定的、运算误差小的滤波器，而线性相位FIR滤波器还具有精确的线性相位特性，因而获得了广泛的应用。

主要设计方法　　窗函数法　频率抽样法

优化和计算机辅助设计法

作业

第七章：**1（1），2，3，4， 8，**

第五章：**12**

实验

第十章：实验**5**（只做窗函数部分）