西南交通大学 2015—2016 学年第（ 2 ）学期考试试卷

课程代码 3231600　课程名称 《数字信号处理》 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总成绩
得分											

阅卷教师签字：

密封装订线　姓名　学号　密封装订线　班级　密封装订线

一、选择题：(20 分)

本题共 10 个小题，每题回答正确得 2 分，否则得零分。每小题所给答案中只有一个是正确的。

1. 已知一滤波器的系统函数 $H(z)=\dfrac{1}{1-0.9z^{-1}}$，则该滤波器为（ A ）滤波器。

A. 低通　B. 高通　C. 带通　D. 带阻

2. 已知频带宽度有限信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的最高频率分别为 f_1 和 f_2，其中 $f_1<f_2$，则对信号 $2x_1(t)+5x_2(t)$ 进行无失真抽样的最低抽样频率为（ B ）。

A $2f_1$　B $2f_2$

C $2f_1+5f_2$　D $2f_1f_2$

3. 一个线性时不变离散系统稳定的充要条件是其系统函数的收敛域包括（ C ）。

A. 实轴　B. 原点　C. 单位圆　D. 虚轴

4. 离散时间序列 $x(n)=\cos(\frac{3\pi}{5}n+\frac{\pi}{3})$ 的周期为（ C ）。

A. $N=5$　B. $N=\frac{10}{3}$　C. 周期 $N=10$　D. 周期 $N=2\pi$

5. 设系统的单位抽样响应为 h(n)，则系统因果的充要条件为（ C ）。

A. 当 n>0 时，h(n)=0　B. 当 n>0 时，h(n)≠0

C. 当 n<0 时，h(n)=0　D. 当 n<0 时，h(n)≠0

6. 序列实部的傅里叶变换等于序列傅里叶变换的（ A ）分量。

A. 共轭对称　B. 共轭反对称　C. 偶对称　D. 奇对称

7. 已知 N 点有限长序列 $x(n)$ 的 N 点 DFT 为 $X(k)=DFT[x(n)]$，则 $DFT[W_N^{-nl}x(n)]=$（ B ）。

A. $X((k+l))_N R_N(k)$　B. $X((k-l))_N R_N(k)$　C. $W_N^{kl}X(k)$　D. $W_N^{-kl}X(k)$

8. 计算 256 点的按时间抽取基 2FFT，在每一级有（ C ）个蝶型运算。

A. 256　　B. 512　　C. 128　　D. 8

9. 下列关于用脉冲响应不变法设计 IIR 滤波器的说法中错误的是（ D ）。

A. 数字频率与模拟频率之间呈线性关系

B. 能将线性相位的模拟滤波器映射为一个线性相位的数字滤波器

C. 容易产生频率混叠效应

D. 可以用于设计高通和带阻滤波器

10. 一个线性相位 FIR 滤波器的单位脉冲响应为奇对称、长度为奇数点，则该滤波器适宜作：(C)。

A. 低通　　B. 高通　　C. 带通　　D. 带阻

二、(10 分) 判断题

（对以下各题的说法，认为对的在括号内填“○”，认为错的在括号内填 “╳”；每小题 2 分，共 10 分）

1. （ ○ ）若信号持续时间有限长，则其频谱无限宽；若信号频谱有限宽，则其持续时间无限长。

2. （ ○ ）FIR 滤波器较 IIR 滤波器的最大优点是可以方便地实现线性相位。

3. （ ╳ ）采样频率 fs=5000Hz，DFT 的长度为 2000，其谱线间隔为 0.4Hz。

4. （ ○ ）用窗函数法进行 FIR 数字滤波器设计时，加窗会造成吉布斯效应。

5. （ ╳ ）巴特沃思滤波器的幅度特性必在一个频带中（通带或阻带）具有等波纹特性。

三、(8 分) 一个线性时不变系统的差分方程为：

$$y(n)-\frac{3}{4}y(n-1)+\frac{1}{8}y(n-2)=x(n)+\frac{1}{3}x(n-1)$$

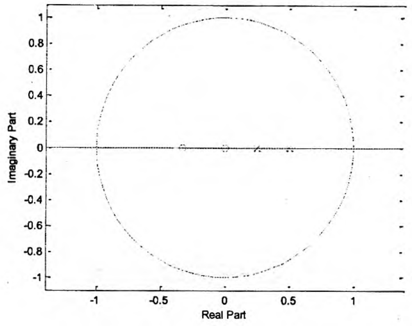
(1) 求系统函数 $H(z)$，画出零、极点图；2 分

(2) 画出系统直接Ⅱ型结构图； 2 分

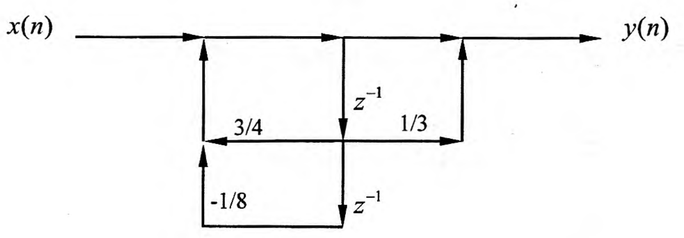
(3) 若系统是因果系统，写出 $H(z)$ 的收敛域，判断系统的稳定性并说明理由；2 分

(4) 求该因果系统的单位冲激响应 $h(n)$。2 分

解：(1) $H(z)\dfrac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}$，零点 $c_1=-\frac{1}{3},c_2=0$，极点 $d_1=\frac{1}{2}$，$d_2=\frac{1}{4}$。



（2）



（3）收敛域为$|z|>\frac{1}{2}$，收敛域包含单位圆，系统稳定；

（4）$h(n)=[\frac{10}{3}(\frac{1}{2})^n-\frac{7}{3}(\frac{1}{4})^n]u(n)$。

四、（12 分）若 $x(n)=\{3,2,1,2,1,2\}$，$0\le n\le 5$，求解下列问题：

（1） 序列 $x(n)$ 的 6 点 DFT $X(k)$ 的值；4 分

（2） 若 $G(k)=DFT[g(n)]=W_6^{2k}X(k)$，试确定 6 点序列 $g(n)$；4 分

（3） 若 $y(n)=x(n)⑨x(n)$，求 $y(n)$ 的值。4分

解：（1）

$$
\begin{aligned}
X(k)&=\sum_{n=0}^{5}x(n)W_6^{nk} \qquad \text{2分}\\
&=3+2W_6^k+W_6^{2k}+2W_6^{3k}+W_6^{4k}+2W_6^{5k}\\
&=3+2W_6^k+W_6^{2k}+2W_6^{3k}+W_6^{-2k}+2W_6^{-k} \qquad \text{2分}\\
&=3+4\cos\frac{k\pi}{3}+2\cos\frac{2k\pi}{3}+2(-1)^k\\
&=[11,2,2,-1,2,2] \qquad 0\le k\le 5, \qquad \text{2分}
\end{aligned}
$$

2）

$$
\begin{aligned}
g(n)&=IDFT[W_6^{2k}X(k)]\\
&=x((n-2))_6=\{1,2,3,2,1,2\} \qquad 0\le n\le 5
\end{aligned}
$$

3）

$$y_1(n)=x(n)*x(n)=\sum_{m=0}^{5}x(m)x(n-m)=\{9,12,10,16,15,20,14,8,9,4,4\}$$

$$y(n)=\sum_{m=0}^{8}x(m)x((n-m))_9R_9(n)=\{13,16,10,16,15,20,14,8,9\}\qquad 0\le n\le 9$$

五、（15 分）已知$f(n)=x(n)+jy(n)$，$x(n)$与$y(n)$均为长度为 N 点的实序列。设

$$F(k)=DFT[f(n)]=\frac{1-a^N}{1-aW_N^k}+j\frac{1-b^N}{1-bW_N^k},\quad 0\le k\le N-1，\ a,b\text{为实数。}$$

试求$X(k)=DFT[x(n)]$，$Y(k)=DFT[y(n)]$，以及$x(n)$和$y(n)$。

解：$F^*(N-k)=\left(\frac{1-a^N}{1-aW_N^{N-k}}+j\frac{1-b^N}{1-bW_N^{N-k}}\right)^*=\frac{1-a^N}{1-aW_N^k}-j\frac{1-b^N}{1-bW_N^k}$　　3 分

$$X(k)=F_{\mathrm{ep}}(k)=\frac{1}{2}[F(k)+F^*(N-k)]=\frac{1-a^N}{1-aW_N^k}\qquad 3\text{ 分}$$

$$Y(k)=-\mathrm{j}F_{\mathrm{op}}(k)=\frac{1}{2\mathrm{j}}[F(k)-F^*(N-k)]=\frac{1-b^N}{1-bW_N^k}\qquad 3\text{ 分}$$

$$x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^{-kn}=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{1-a^N}{1-aW_N^k}W_N^{-kn}=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left(\sum_{m=0}^{N-1}a^mW_N^{km}\right)W_N^{-kn}=\sum_{m=0}^{N-1}a^m\frac{1}{N}\sum_{K=0}^{N-1}W_N^{k(m-n)}$$

由于$\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}W_N^{k(m-n)}=\begin{cases}1 & m=n\\ 0 & m\neq 0\end{cases}$　则$x(n)=a^n,\quad 0\le n\le N-1$　　3 分

同理$y(n)=b^n,\quad 0\le n\le N-1$　　3 分

六、（15 分）用双线性变换法设计一个巴特沃斯低通 IIR 滤波器，设计指标参数为：在通带内频率低于 0.25π 时，最大衰减小于 1dB；在阻带内[0.7π， π]频率区间上，最小衰减大于 30dB 。设采样频率 T=2 秒。（为使所计算的滤波器在通带内有富裕量，3dB 通带截止频率必须用公式$\Omega_c=\frac{\Omega_s}{\sqrt[2N]{10^{0.1\alpha_s}-1}}$来求。）求解下列问题：

（1）预畸数字截止频率求得模拟截止频率；

（2）求满足设计指标的模拟滤波器阶数 N 和 3dB 带宽Ω_c；并求出模拟系统的传输函数$H_a(s)$；

（3）用双线性变换法求出数字滤波器的系统函数$H(z)$。

分母多项式 / 阶数 N	$B(p)=p^N+b_{N-1}p^{N-1}+b_{N-2}p^{N-2}+\cdots+b_1p+b_0$								
	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8
1	1.0000								
2	1.0000	1.4142							
3	1.0000	2.0000	2.0000						
4	1.0000	2.6131	3.4142	2.613					
5	1.0000	3.2361	5.2361	5.2361	3.2361				
6	1.0000	3.8637	7.4641	9.1416	7.4641	3.8637			
7	1.0000	4.4940	10.0978	14.5918	14.5918	10.0978	4.4940		
8	1.0000	5.1258	13.1371	21.8462	25.6884	21.8642	13.1371	5.1258	
9	1.0000	5.7588	16.5817	31.1634	41.9864	41.9864	31.1634	16.5817	5.7588

解(1)数字低通滤波器的技术指标为

$$\omega_p=0.25\pi,\alpha_p=1dB,\omega_s=0.7\pi,\alpha_s=30dB$$

模拟低通滤波器的技术指标为

$$\Omega=\frac{2}{T}\tan(\frac{\omega}{2}),T=2$$

$$\Omega_p=\tan(\frac{\omega_p}{2})=\tan(0.125\pi)=0.414214\,rad/s,\quad \alpha_p=1dB$$

$$\Omega_s=\tan(\frac{\omega_s}{2})=\tan(0.35\pi)=1.96261\,rad/s,\quad \alpha_s=30dB$$

(2) $$\lambda_{sp}=\frac{\Omega_s}{\Omega_p}=\frac{1.96261}{0.414214}=4.73816$$

$$k_{sp}=\sqrt{\frac{10^{0.1\alpha_s}-1}{10^{0.1\alpha_p}-1}}=\sqrt{\frac{10^3-1}{10^{0.1}-1}}=62.1149$$

$$N=\frac{\lg k_{sp}}{\lg\lambda_{sp}}=\frac{\lg 62.1149}{\lg 4.73816}=\frac{1.793195}{0.675609}=2.65$$

则N取3。

$$\Omega_c=\frac{\Omega_s}{\sqrt[2N]{(10^{0.1\alpha_s}-1)}}=\frac{1.96261}{\sqrt[6]{(10^{3_s}-1)}}=0.620735$$

查表得归一化传输函数：$H(p)=\dfrac{1}{p^3+2p^2+2p+1}$

去归一化：$H_a(s)=H(p)\big|_{p=\frac{s}{\Omega_c}}=\dfrac{1}{(\frac{s}{\Omega_c})^3+2(\frac{s}{\Omega_c})^2+2(\frac{s}{\Omega_c})+1}$

$$=\frac{\Omega_c{}^3}{s^3+2\Omega_c s^2+2\Omega_c{}^2 s+\Omega_c{}^3}=\frac{0.23918}{s^3+1.24147s^2+0.7706s+0.23918}$$

(3)通过双线性变换最终得到所求的数字低通滤波器传输函数表达式

$$H(z)=H_a(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}=\frac{0.23918}{(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}})^3+1.24147(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}})^2+0.7706\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}+0.23918}$$

七、(10分)设FIR滤波器的系统函数为：

$H(z)=1+0.9z^{-1}+2.1z^{-2}+0.9z^{-3}+z^{-4}$

求：(1)求出网络的单位脉冲响应$h(n)$，试判断该滤波器是否具有线性相位特性，并说明判断依据；4分

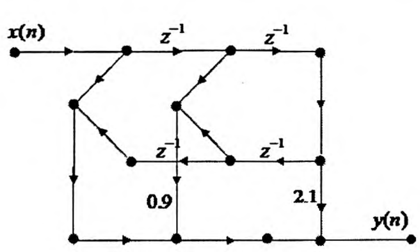
(2)如果具有线性相位特性，画出其线性相位型结构，否则画出其直接型结构图。3分

(3)为了实现频率采样结构，对其传输函数$H(e^{j\omega})$在$\omega=0\sim2\pi$区间等间隔采样N点，问N至少应取多少？为什么？3分

解：(1) $h(n)=\delta(n)+0.9\delta(n-1)+2.1\delta(n-2)+0.9\delta(n-3)+\delta(n-4)$，$h(n)$**的长度为N=5，**

由于满足$h(n)=h(N-1-n)$，**该滤波器是线性相位的。**

(2)



（3）为了实现频率采样结构，对其传输函数$H(e^{j\omega})$在$\omega=0\sim2\pi$区间等间隔采样点数应满足$N\ge5$，因为这样才能满足频域采样定理，时域中的单位冲激响应$h(n)$进行周期延拓时不发生混叠，使设计的系统单位冲激响应保持为$h(n)$。

八、（10分）已知$X(k)$和$Y(k)$是两个N点实序列$x(n)$和$y(n)$的DFT，希望从$X(k)$和$Y(k)$求$x(n)$和$y(n)$，为提高运算效率，试设计用一次N点IFFT来完成的算法。

解：因为x(n)和y(n)均为实序列，所以X(k)和Y(n)为共轭对称序列，jY(k)为共轭反对称序列。

可令X(k)和jY(k)分别作为复序列F(k)的共轭对称分量和共轭反对称分量，　即

F(k)=X(k)+jY(k)=Fep(k)+Fop(k)　　4分

计算一次N点IFFT得到

f(n)=IFFT［F(k)］=Re［f(n)］+j Im［f(n)］

由DFT的共轭对称性可知

Re［f(n)］=IDFT［Fep(k)］=IDFT［X(k)］=x(n)　　2分

jIm［f(n)］=IDFT［Fop(k)］=IDFT［jY(k)］=jy(n)　2分

故

$x(n)=\frac{1}{2}[f(n)+f^*(n)]$　1分　　$y(n)=\frac{1}{2\mathrm{j}}[f(n)-f^*(n)]$　1分