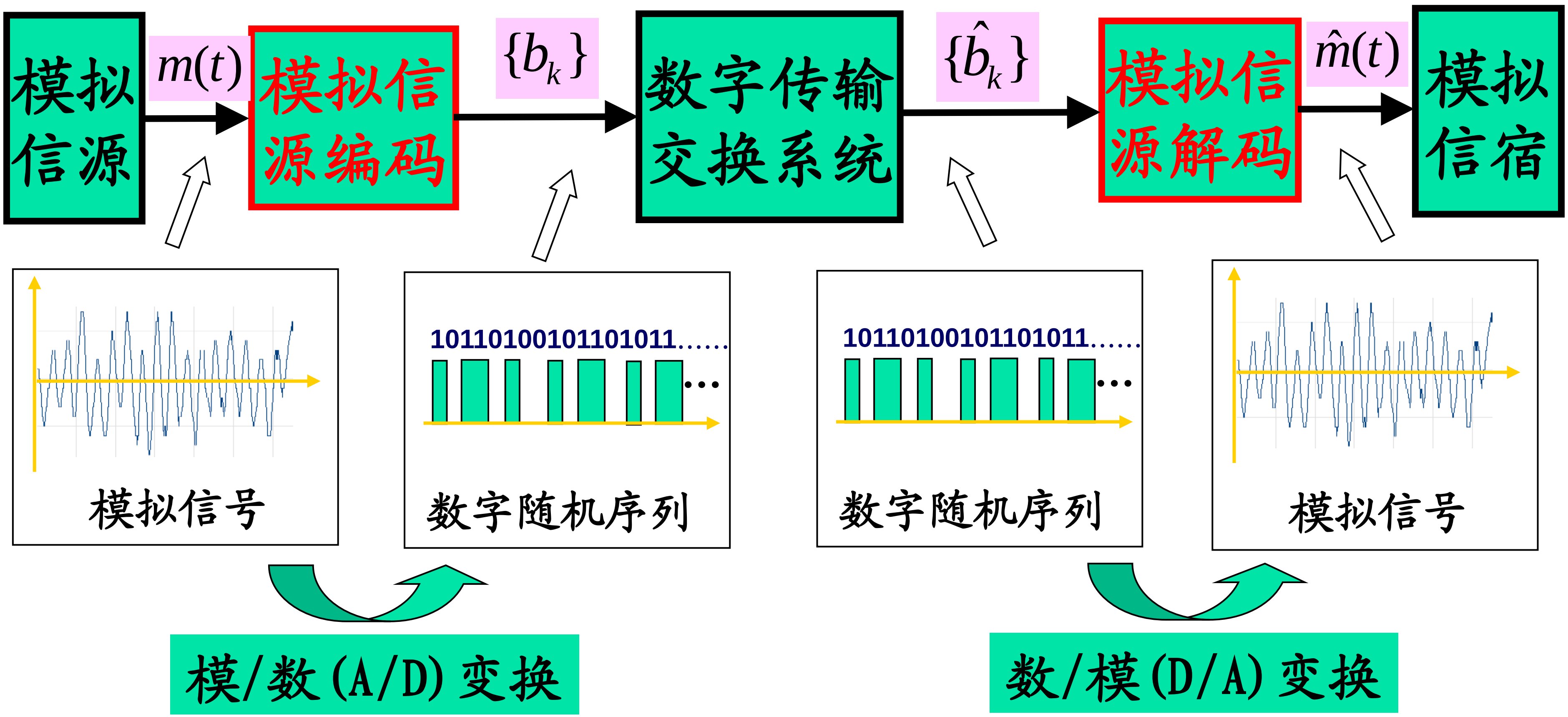
1 模拟信号数字化基本原理

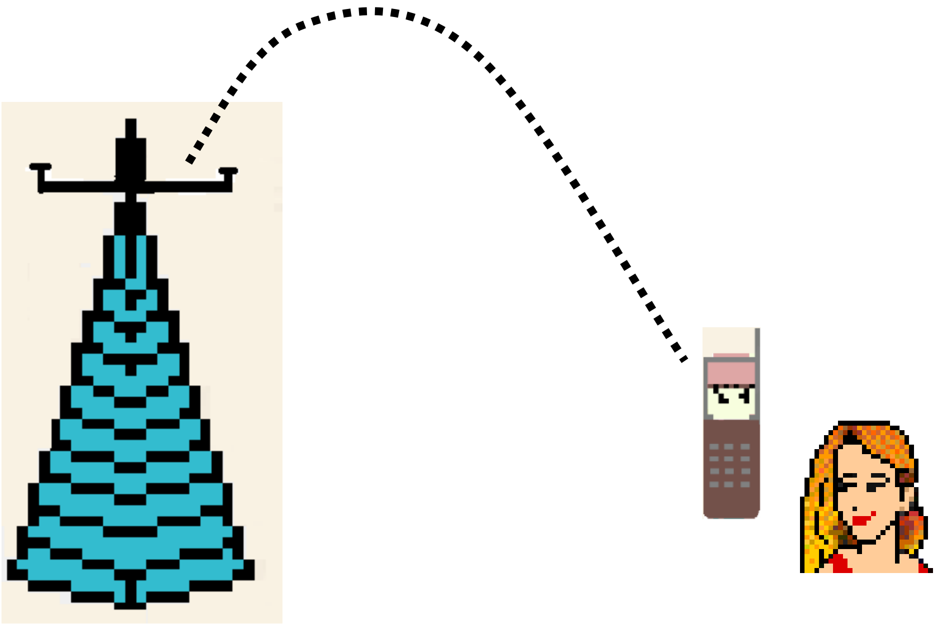
- 问题的引出



1 模拟信号数字化基本原理

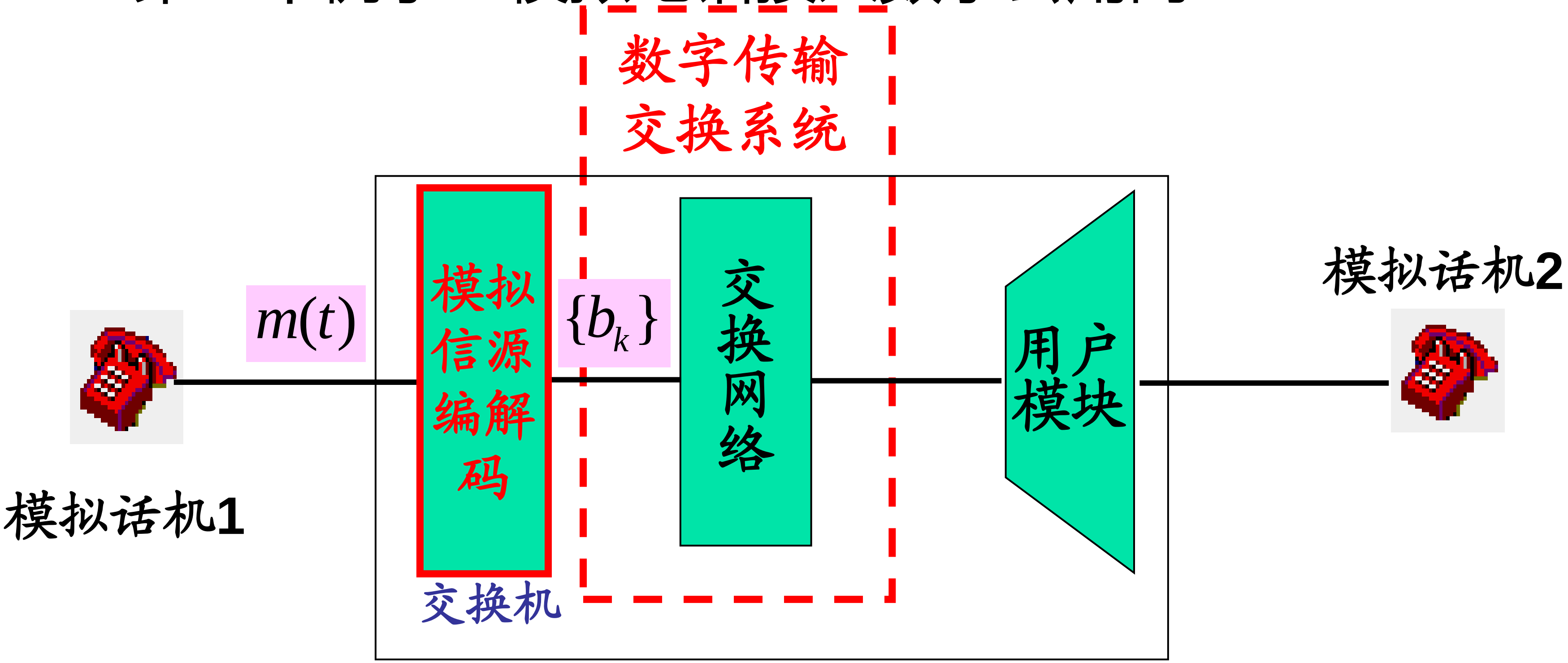
- 第一个例子：数字蜂窝移动通信系统

第一代(1G)（模拟） → 第二代(2G)（数字） → 第三代(3G)（数字）



1 模拟信号数字化基本原理

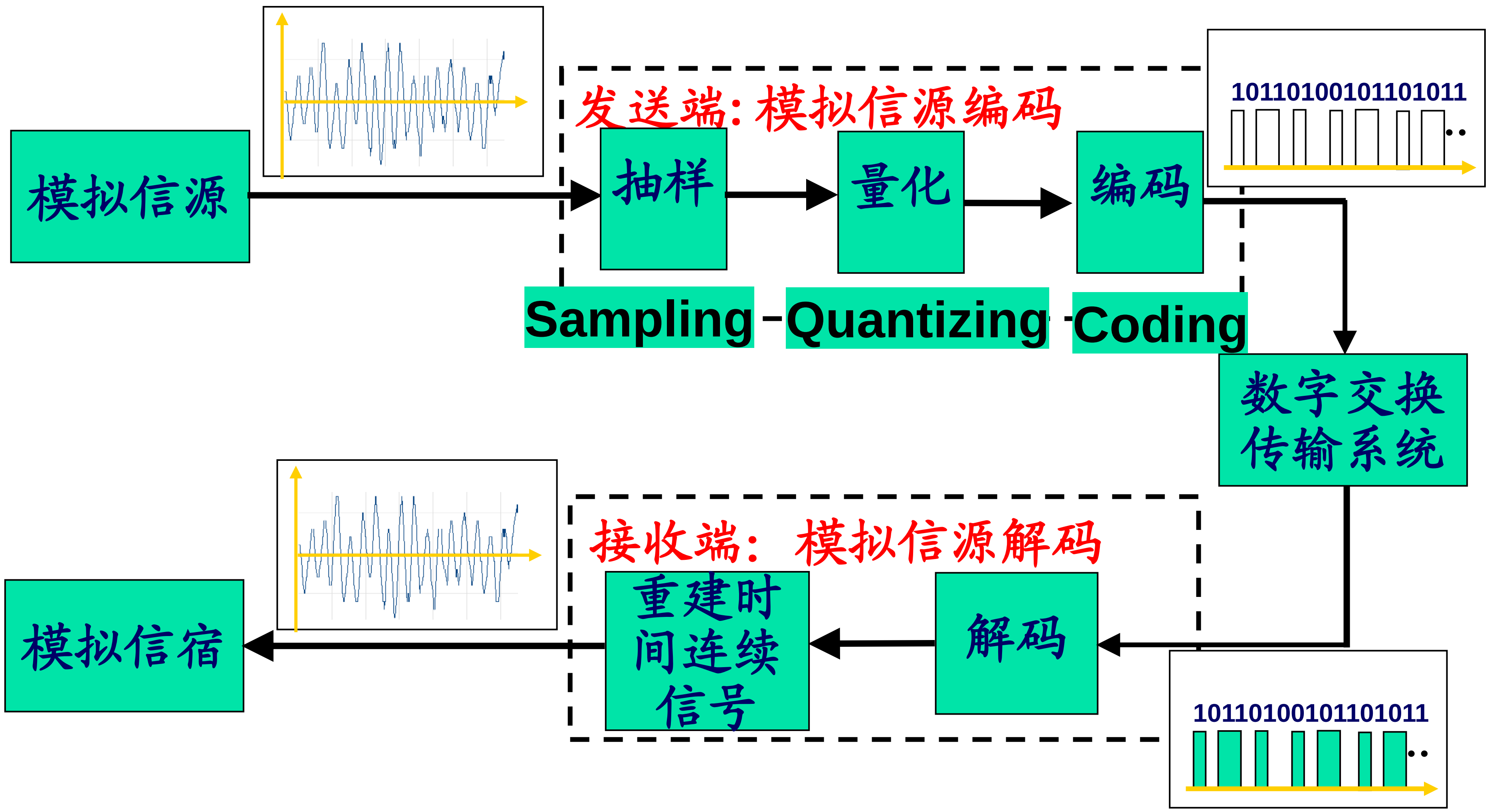
- 第二个例子：模拟电话接入数字公用网



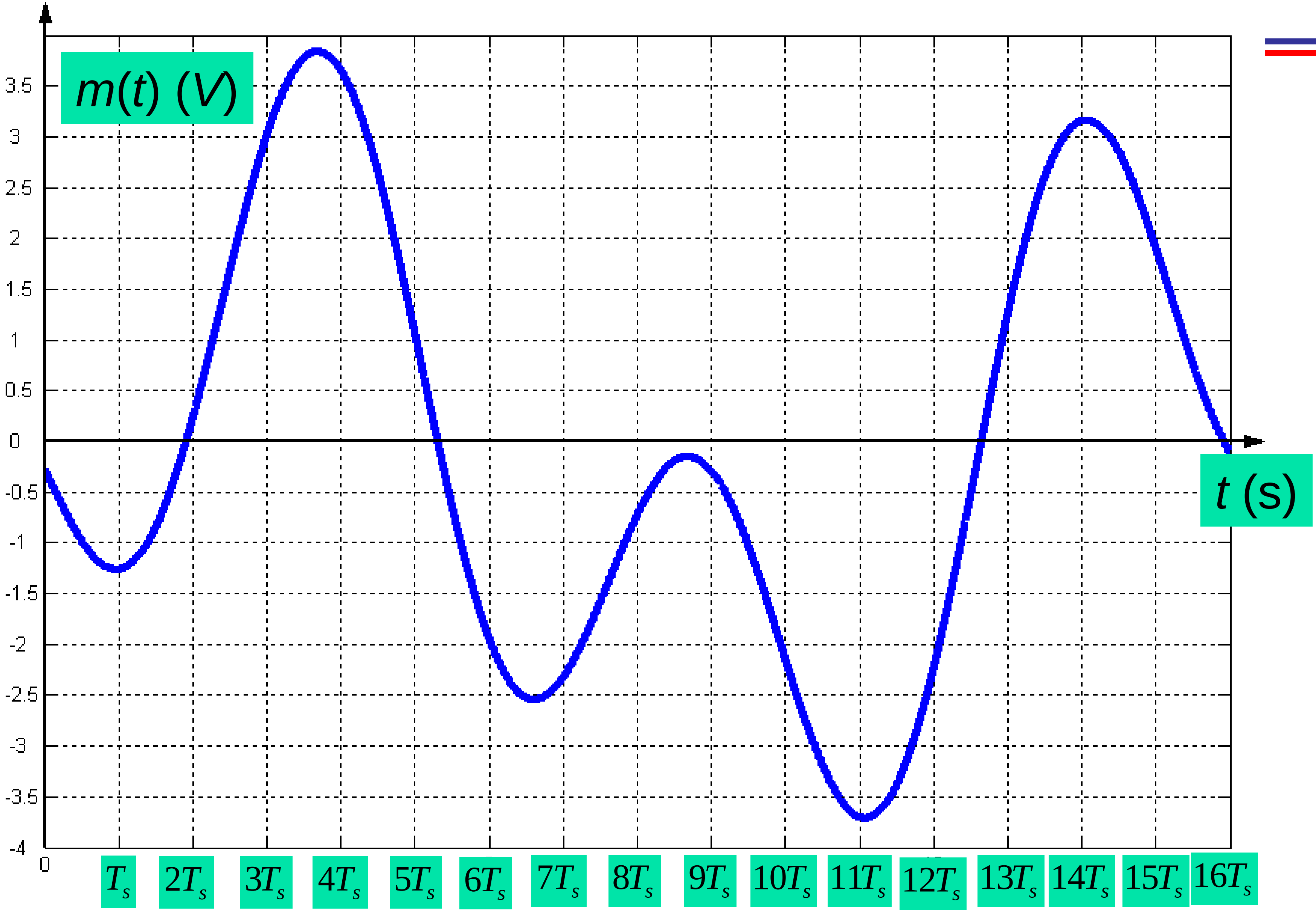
脉冲编码调制（PCM：*Pulse Code Modulation*）技术

PCM系统模型

思考：为什么接收端没有量化过程的逆处理？

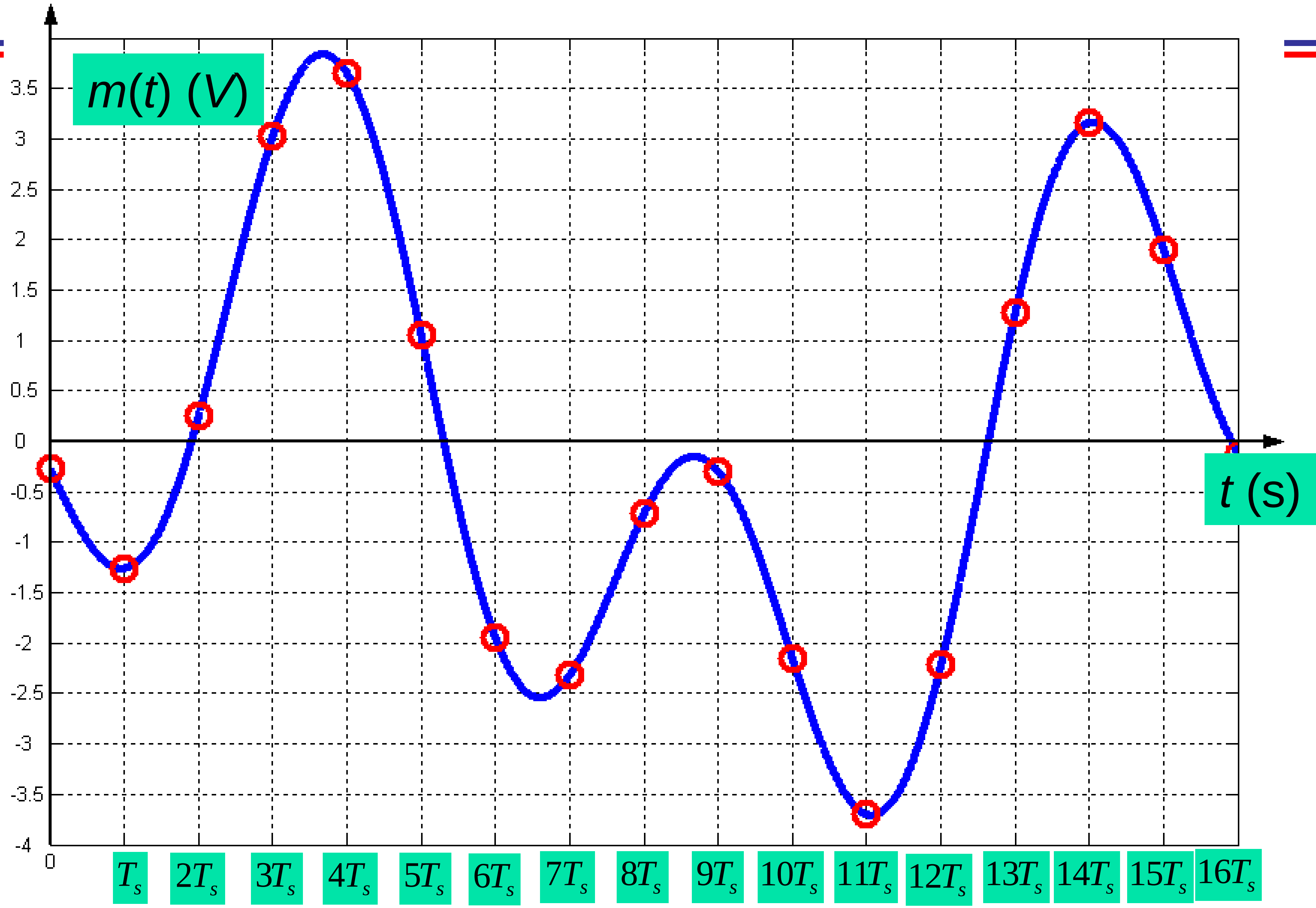


抽样 - 时间离散化



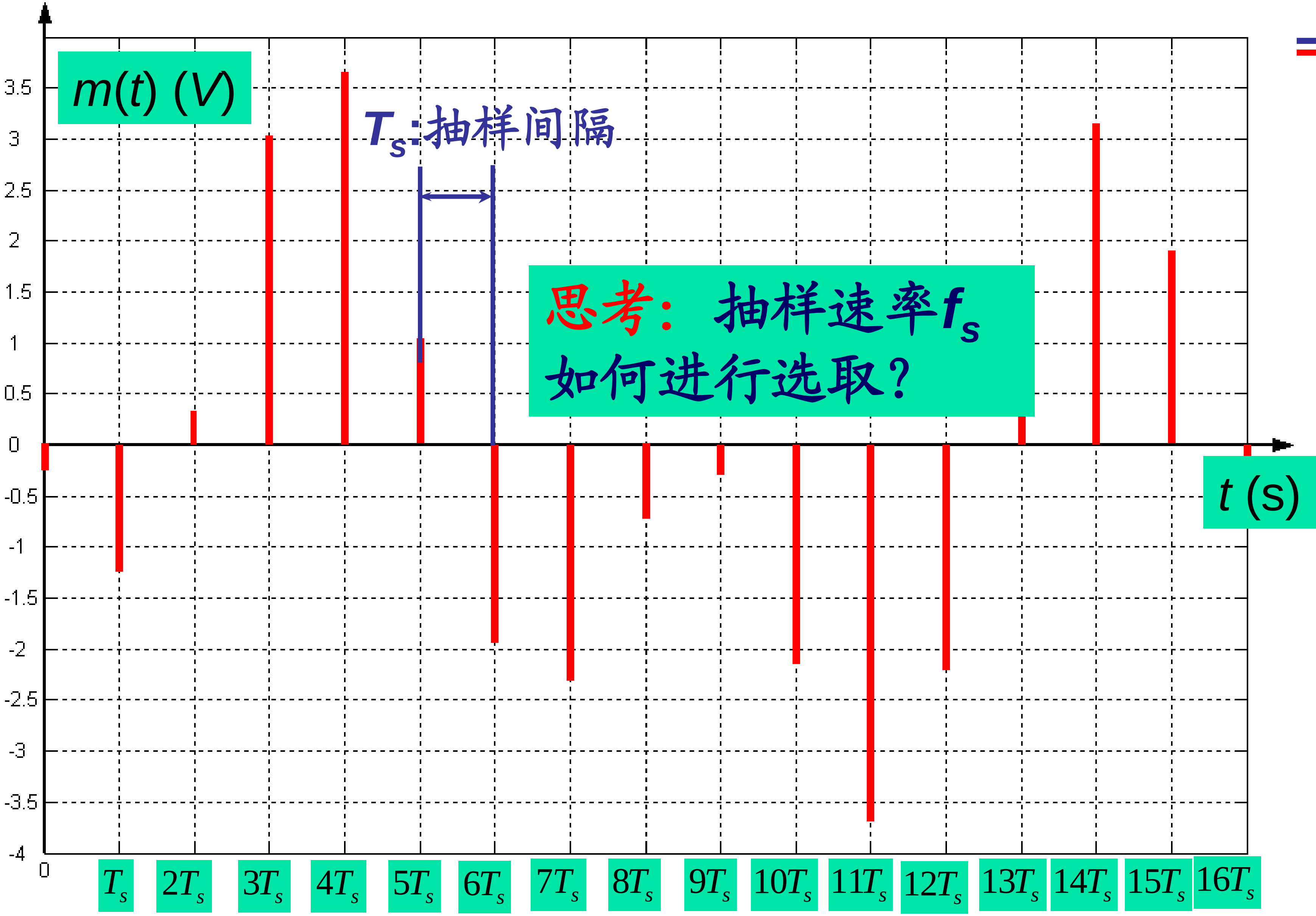
$m(t)$ (V)
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3
-3.5
-4
0
T_s
$2T_s$
$3T_s$
$4T_s$
$5T_s$
$6T_s$
$7T_s$
$8T_s$
$9T_s$
$10T_s$
$11T_s$
$12T_s$
$13T_s$
$14T_s$
$15T_s$
$16T_s$
t (s)

抽样 - 时间离散化

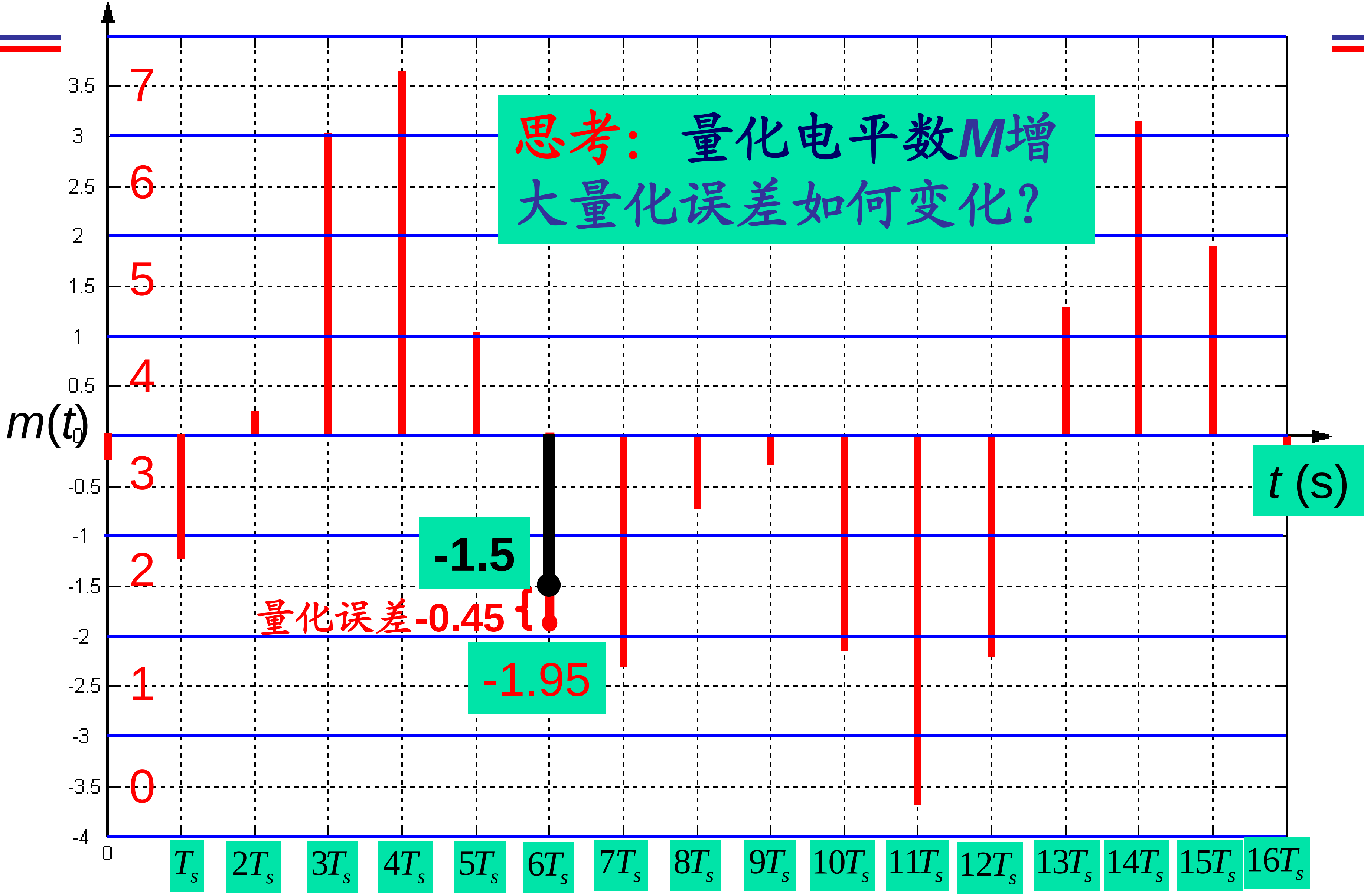


m(t) (V)
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3
-3.5
-4
0
t (s)
T_s
$2T_s$
$3T_s$
$4T_s$
$5T_s$
$6T_s$
$7T_s$
$8T_s$
$9T_s$
$10T_s$
$11T_s$
$12T_s$
$13T_s$
$14T_s$
$15T_s$
$16T_s$

抽样 - 时间离散化

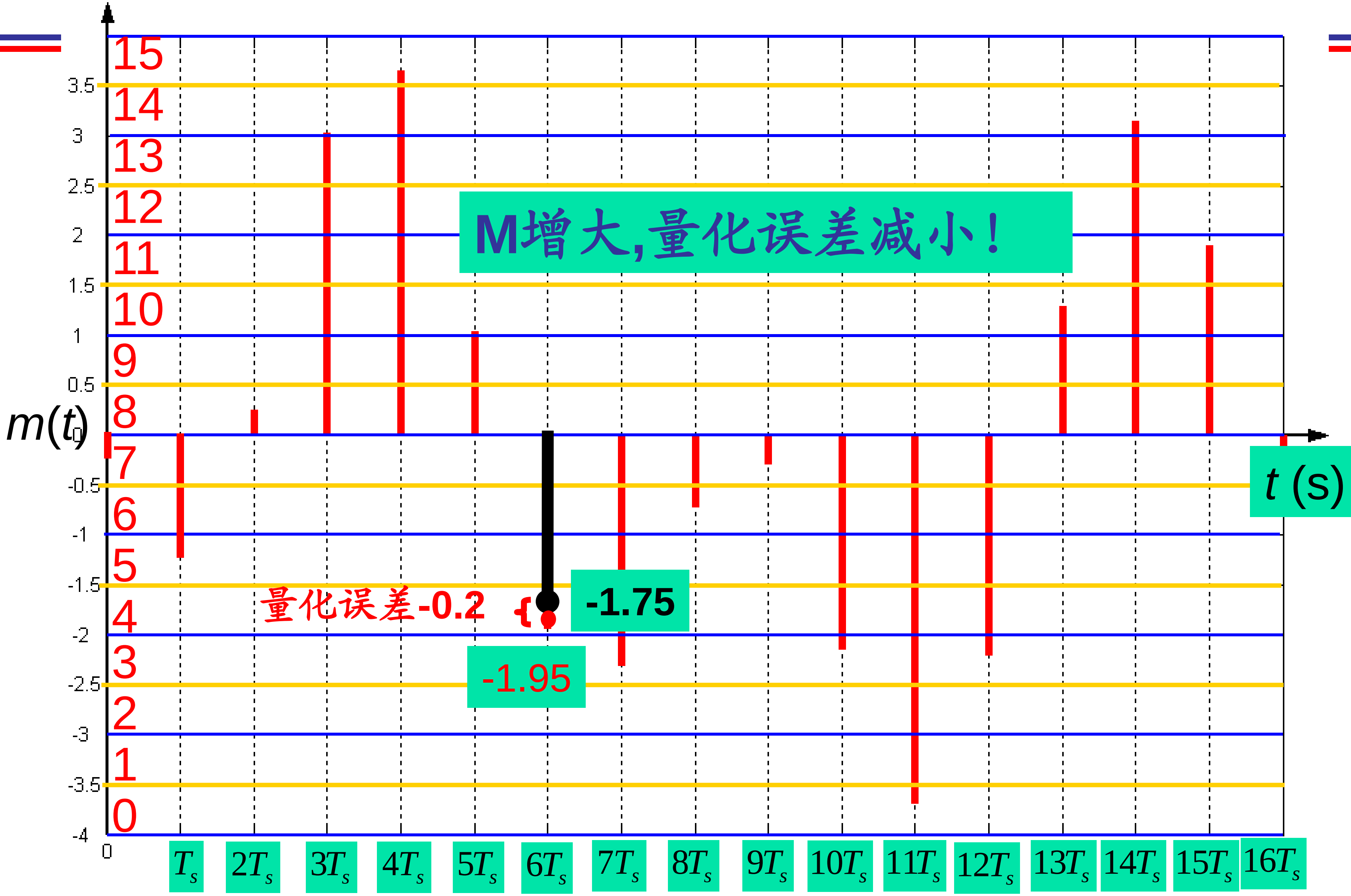

m(t) (V)
Ts:抽样间隔
思考：抽样速率fs
如何进行选取？
t (s)
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3
-3.5
-4
0
Ts
2Ts
3Ts
4Ts
5Ts
6Ts
7Ts
8Ts
9Ts
10Ts
11Ts
12Ts
13Ts
14Ts
15Ts
16Ts

量化 - 幅度离散化



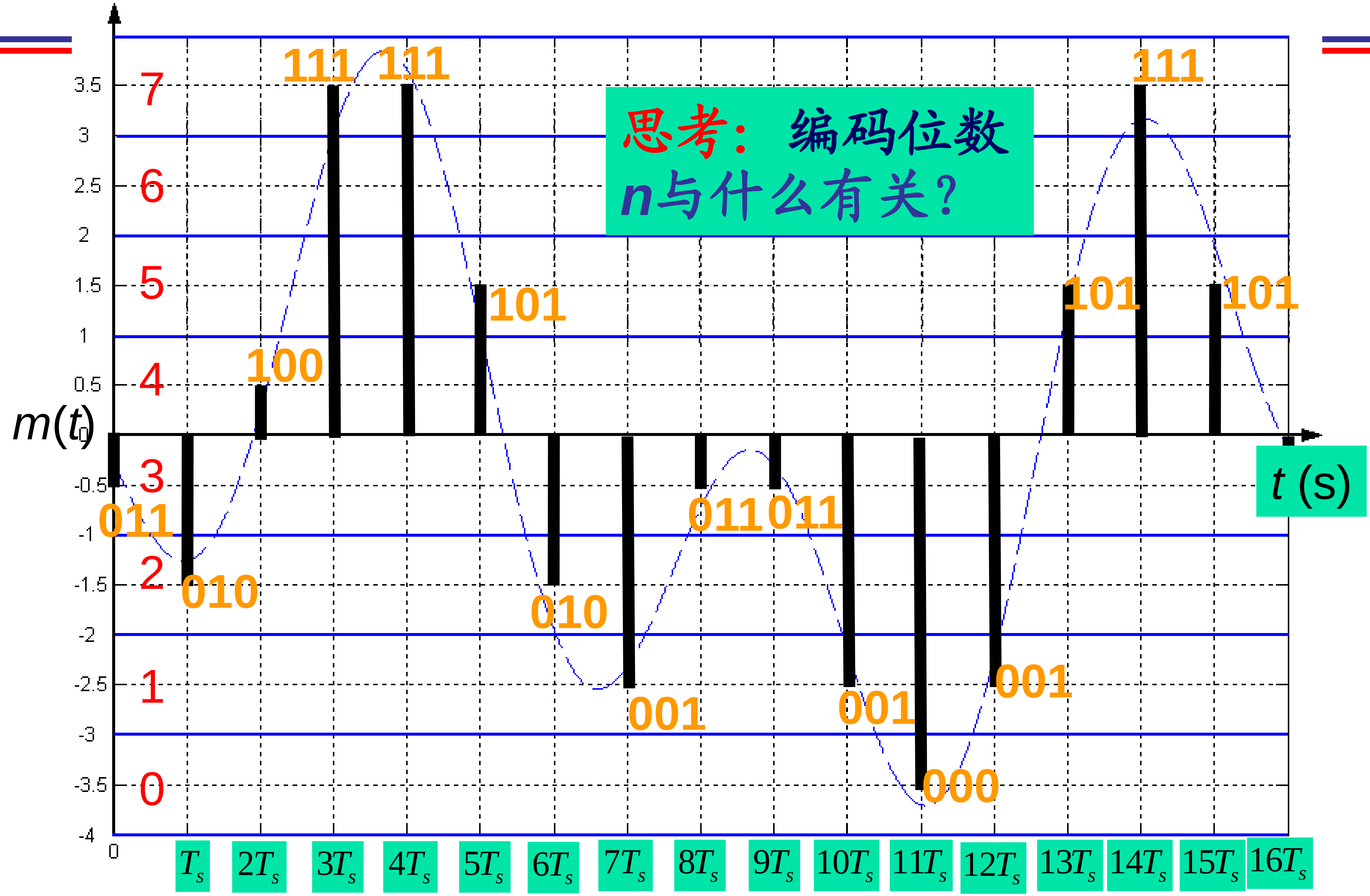
思考：量化电平数M增大量化误差如何变化?
m(t)
t (s)
-1.5
量化误差-0.45
-1.95
7
6
5
4
3
2
1
0
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3
-3.5
-4
0
T_s
$2T_s$
$3T_s$
$4T_s$
$5T_s$
$6T_s$
$7T_s$
$8T_s$
$9T_s$
$10T_s$
$11T_s$
$12T_s$
$13T_s$
$14T_s$
$15T_s$
$16T_s$

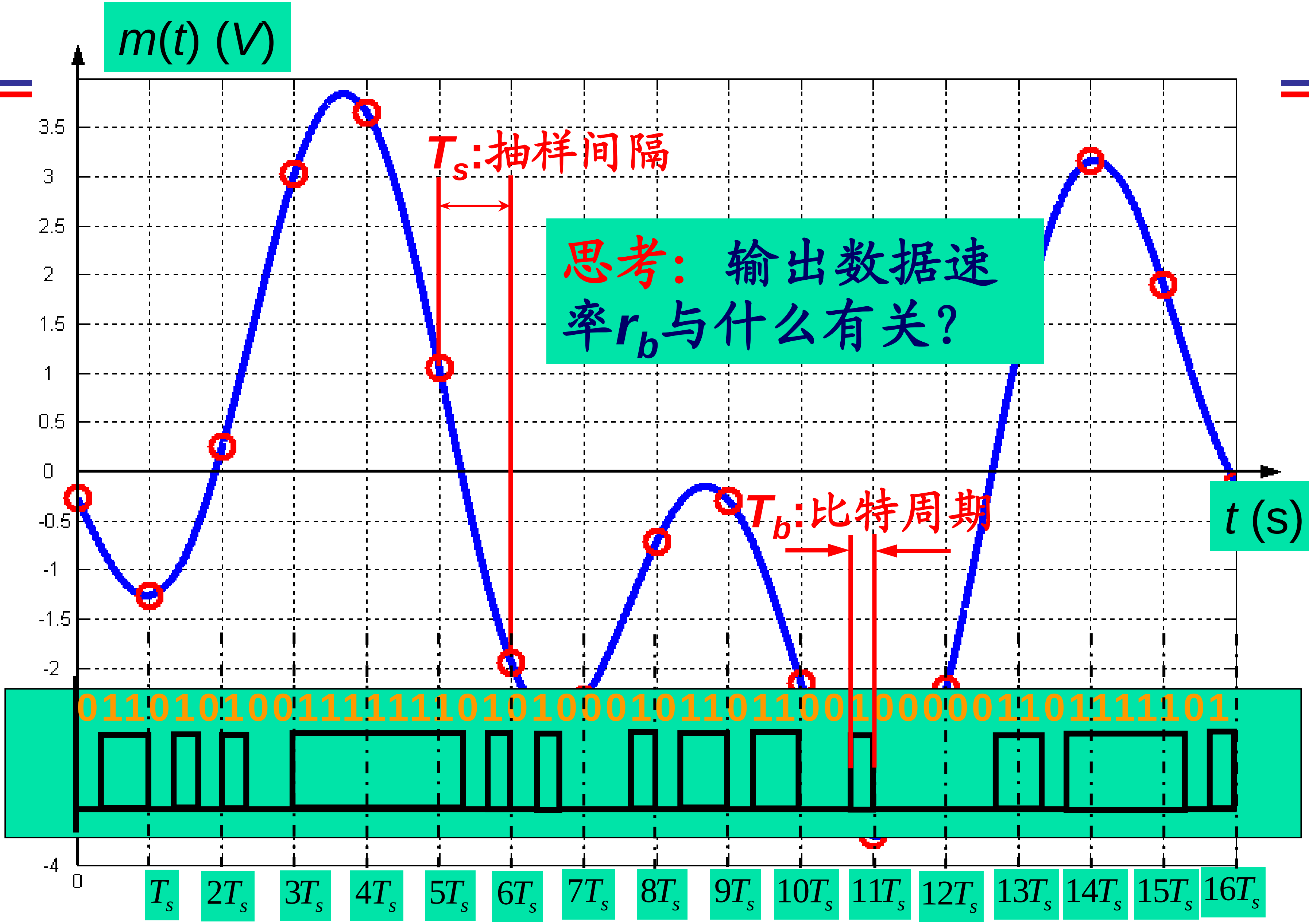
量化 - 幅度离散化

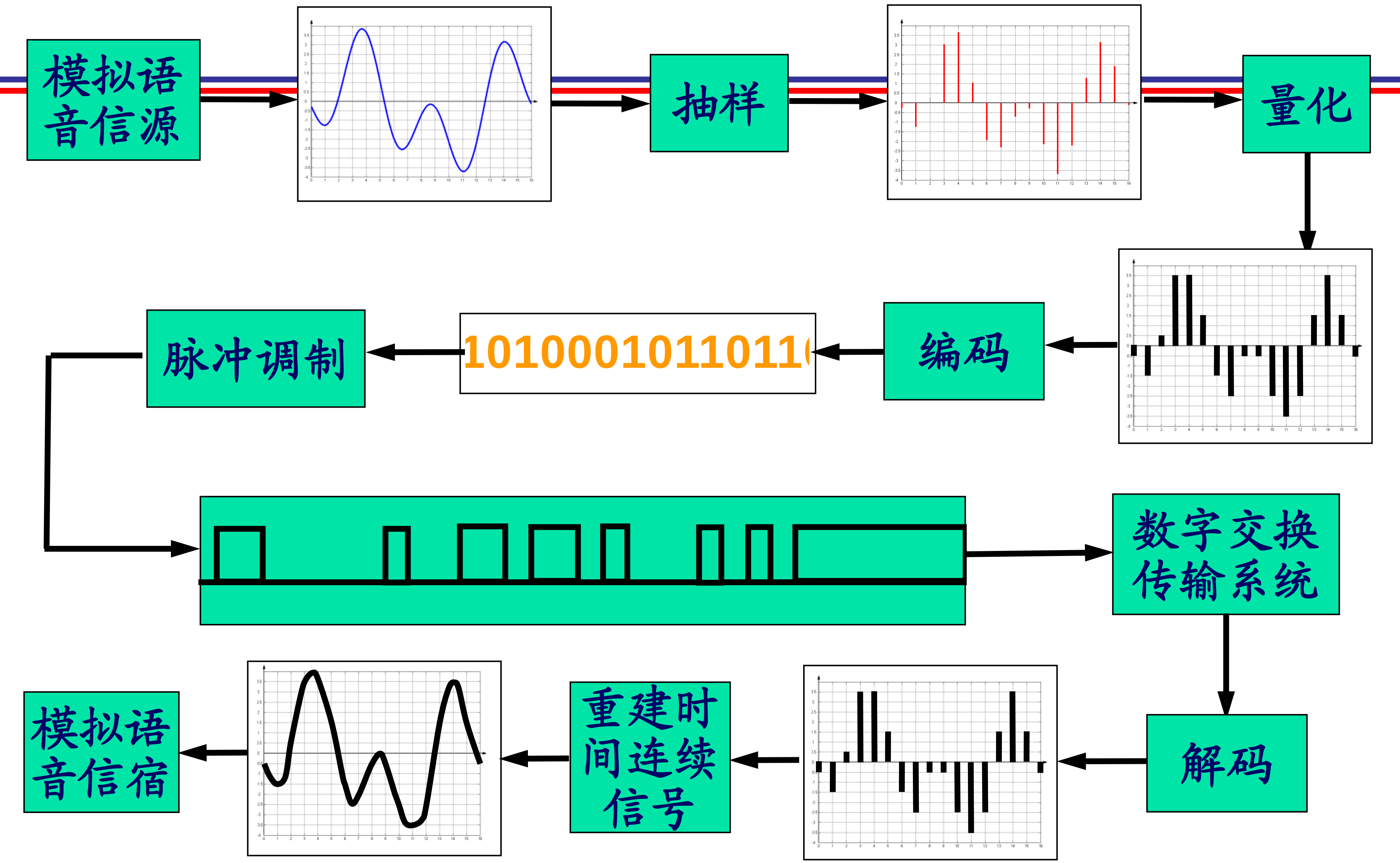


M增大,量化误差减小！
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3
-3.5
-4
$m(t)$
t (s)
-1.75
-1.95
量化误差-0.2
T_s
$2T_s$
$3T_s$
$4T_s$
$5T_s$
$6T_s$
$7T_s$
$8T_s$
$9T_s$
$10T_s$
$11T_s$
$12T_s$
$13T_s$
$14T_s$
$15T_s$
$16T_s$

编码 - 量化级的编码表示


思考：编码位数
n与什么有关？
m(t)
t (s)
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3
-3.5
-4
7
6
5
4
3
2
1
0
011 010 100 111 111 101 010 001 011 011 001 000 001 101 111 101
0
T_s $2T_s$ $3T_s$ $4T_s$ $5T_s$ $6T_s$ $7T_s$ $8T_s$ $9T_s$ $10T_s$ $11T_s$ $12T_s$ $13T_s$ $14T_s$ $15T_s$ $16T_s$


m(t) (V)
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-4
0
T_s:抽样间隔
思考：输出数据速率r_b与什么有关？
T_b:比特周期
t (s)
011010100111111101010001011011001000001101111101
T_s $2T_s$ $3T_s$ $4T_s$ $5T_s$ $6T_s$ $7T_s$ $8T_s$ $9T_s$ $10T_s$ $11T_s$ $12T_s$ $13T_s$ $14T_s$ $15T_s$ $16T_s$



模拟语音信源
抽样
量化
编码
1010001011011
脉冲调制
数字交换传输系统
解码
重建时间连续信号
模拟语音信宿

填空题 1分

设置

若有一段时间长度为1.2s的音乐，经过抽样量化编码后变为数字文件，若抽样速率为10kHz，量化电平数为512，则该文件的大小为 [填空1]kbit。

正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答

1 模拟信号数字化基本原理

- 模拟信源编码技术分类
  - 波形编码
    - 把时域波形直接变换为比特流
    - 传输速率较高，16~64kbps

    如： ITU G.712标准中，PCM为64kbps

    ITU G.721标准中，ADPCM为32kbps
    - 重建信号质量好
  - 参量编码（声码器）
    - 提取语音信号频谱、基音、清浊音等特征参量，再变换为比特流
    - 传输速率低，1.2～4.8kbps
    - 重建信号质量较波形编码差

1 模拟信号数字化基本原理

- 混合编码（改进的声码器）
  - 将部分波形信息和若干特征参量混合编码
  - 较好的语音质量
  - 较低的传输速率(8~16kbps)
  - 广泛用于GSM、CDMA等无线商用系统中

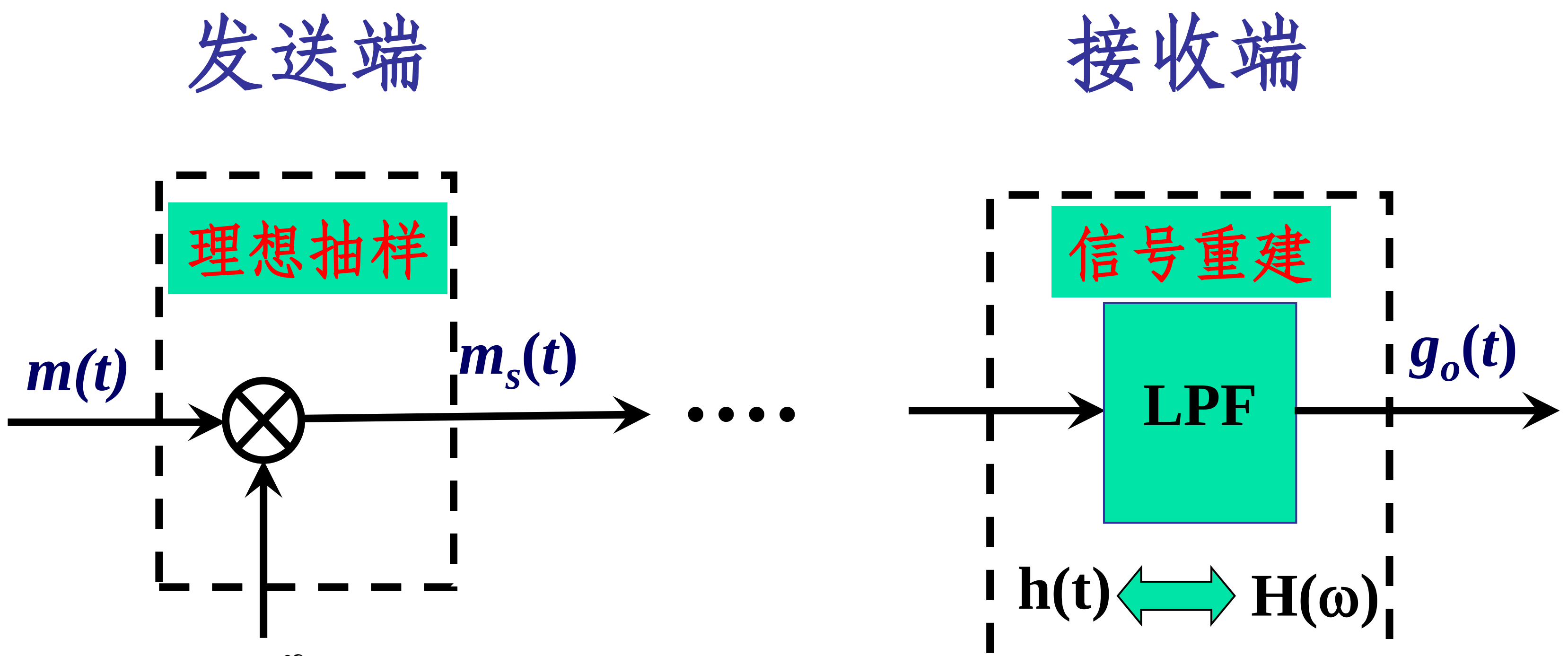
2 模拟信号的抽样

- (1) 低通抽样定理（理想抽样）
- (2) 自然抽样
- (3) 平顶抽样
- (4) 带通抽样定理

(1) 低通抽样定理

- [问题的引出]对截止频率为f_H赫兹的低通信号,如何进行抽样(多长间隔取一个样值)才能保证接收端可以无失真地恢复出原始信号?
- [定理]一个频带限制在$(0,f_H)$赫兹内的时间连续信号$m(t)$，如果以$1/2f_H$秒的间隔对它进行等间隔抽样，则$m(t)$将被所得到的抽样值完全确定。

低通抽样定理的证明与理想抽样

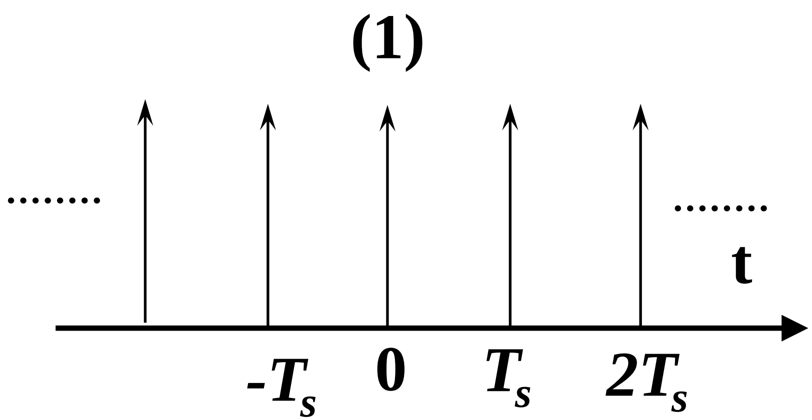


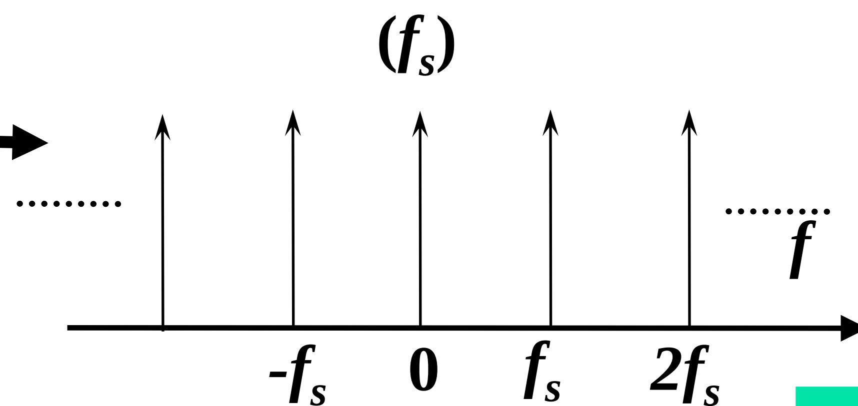
$$\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$$

周期冲激序列及其傅立叶变换

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \longleftrightarrow f_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_s)$$

$$f_s = 1/T_s$$





理想抽样信号波形、频谱表达式

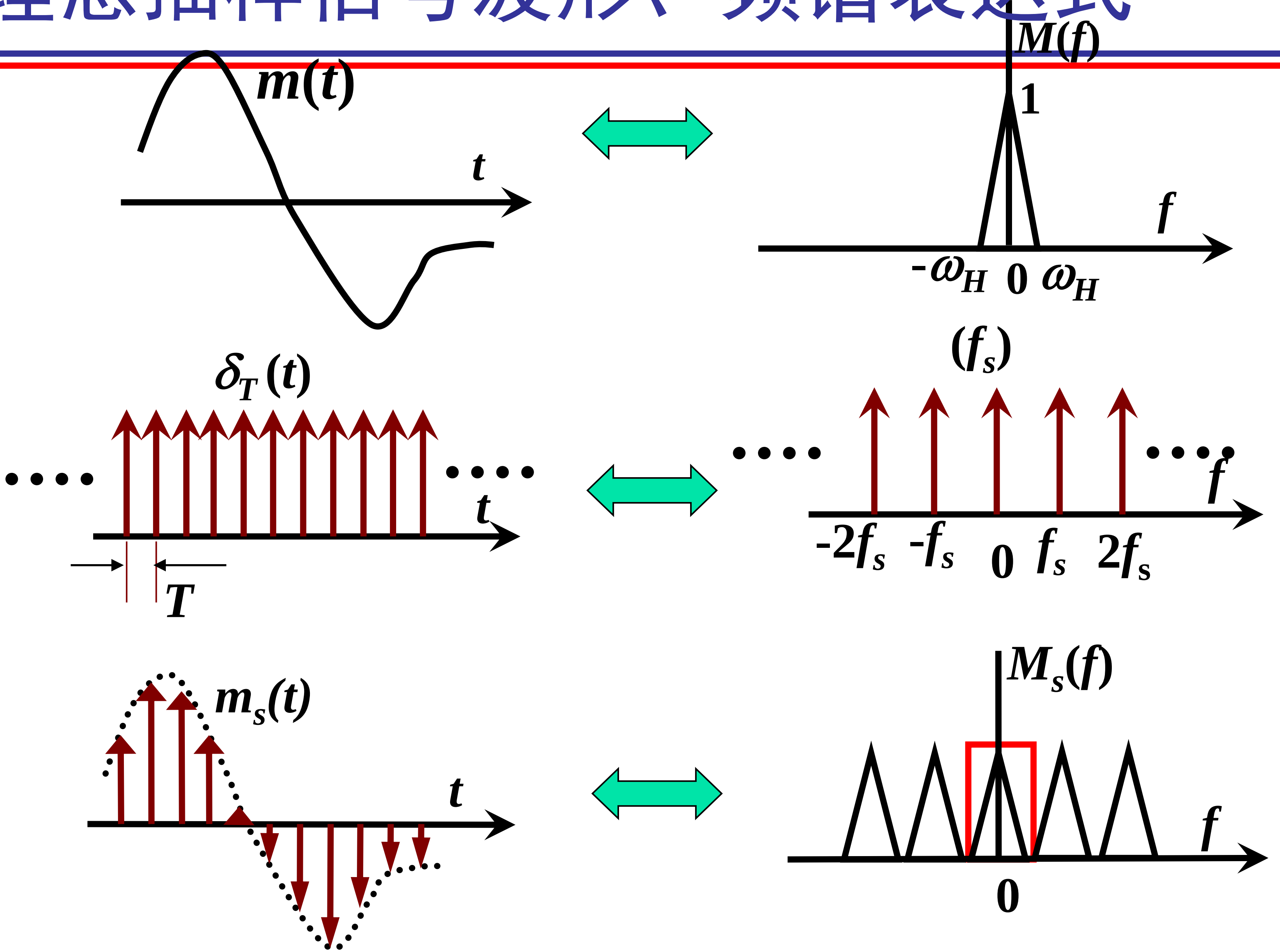
$$m_s(t) = m(t)\delta_{T_s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT_s)\delta(t-nT_s)$$

$$M_s(f) = M(f) * [f_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f-nf_s)]$$

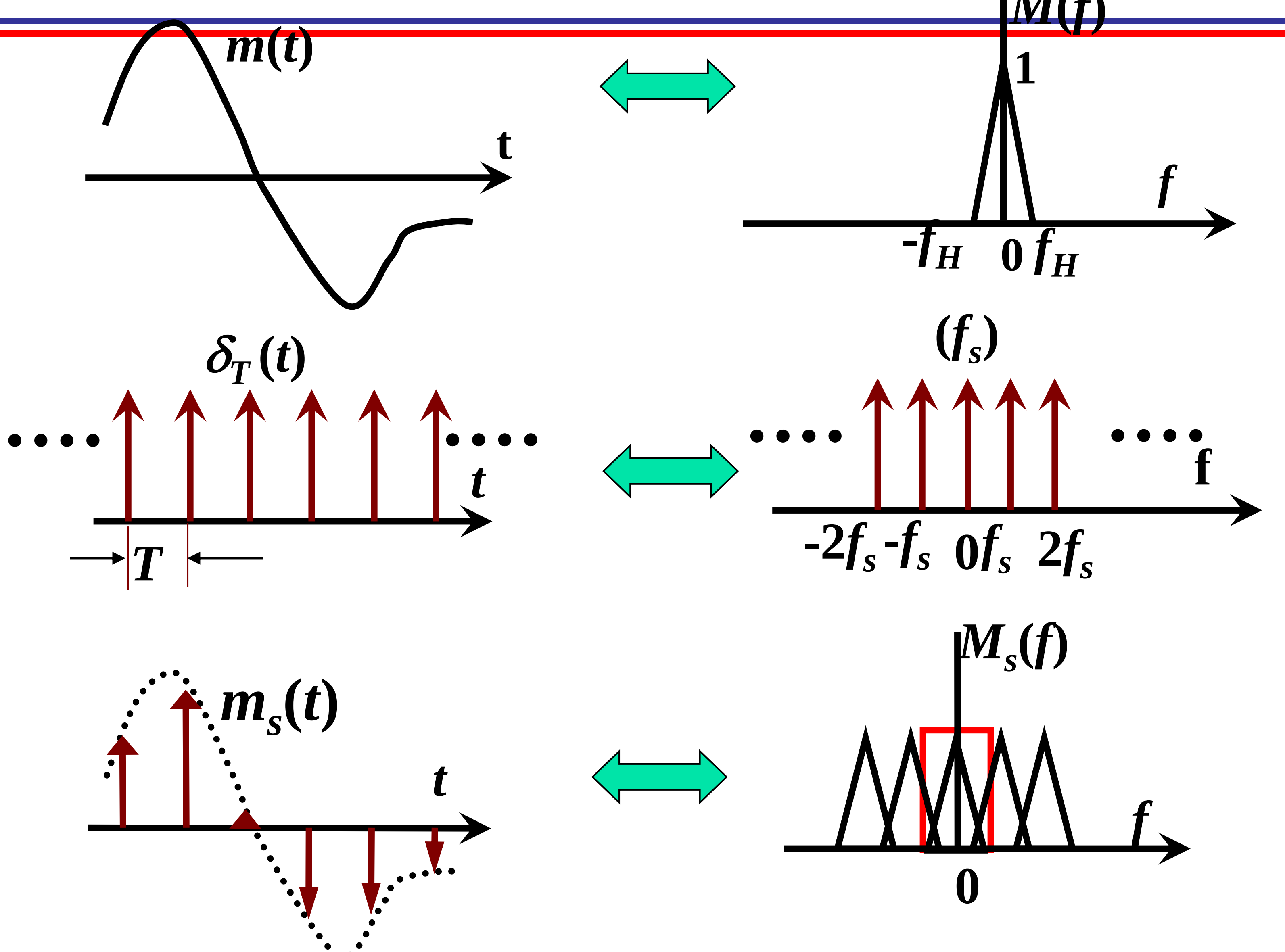
$$= f_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} M(f-nf_s)$$

理想抽样信号波形、频谱表达式

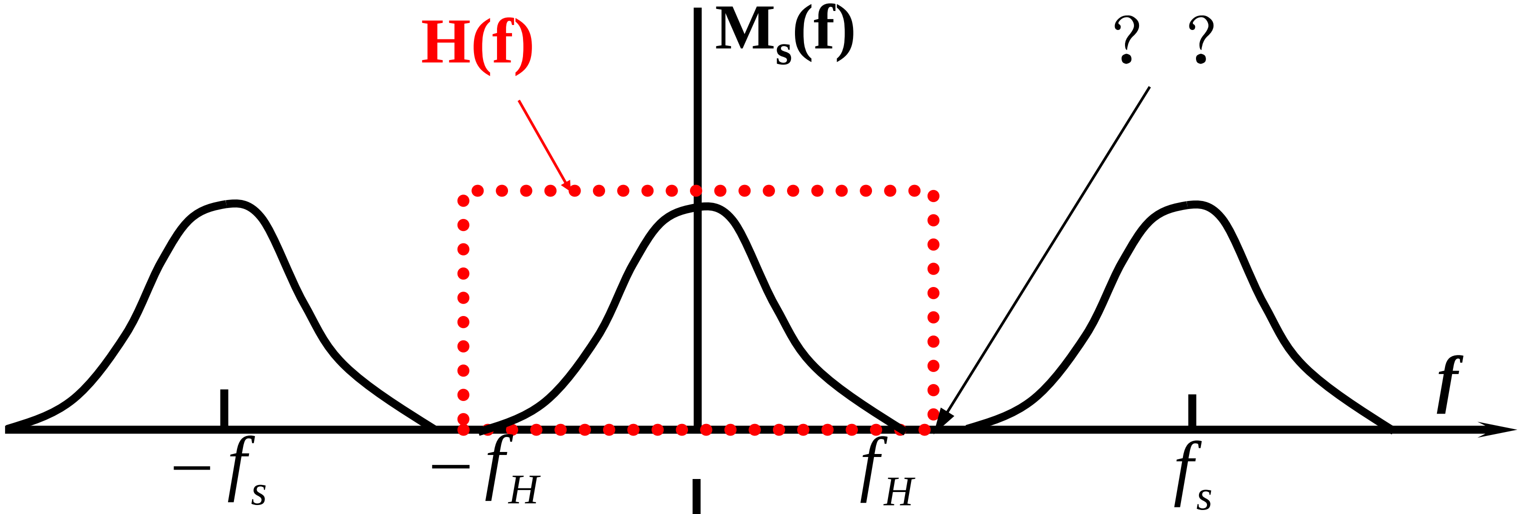
取样定理图解

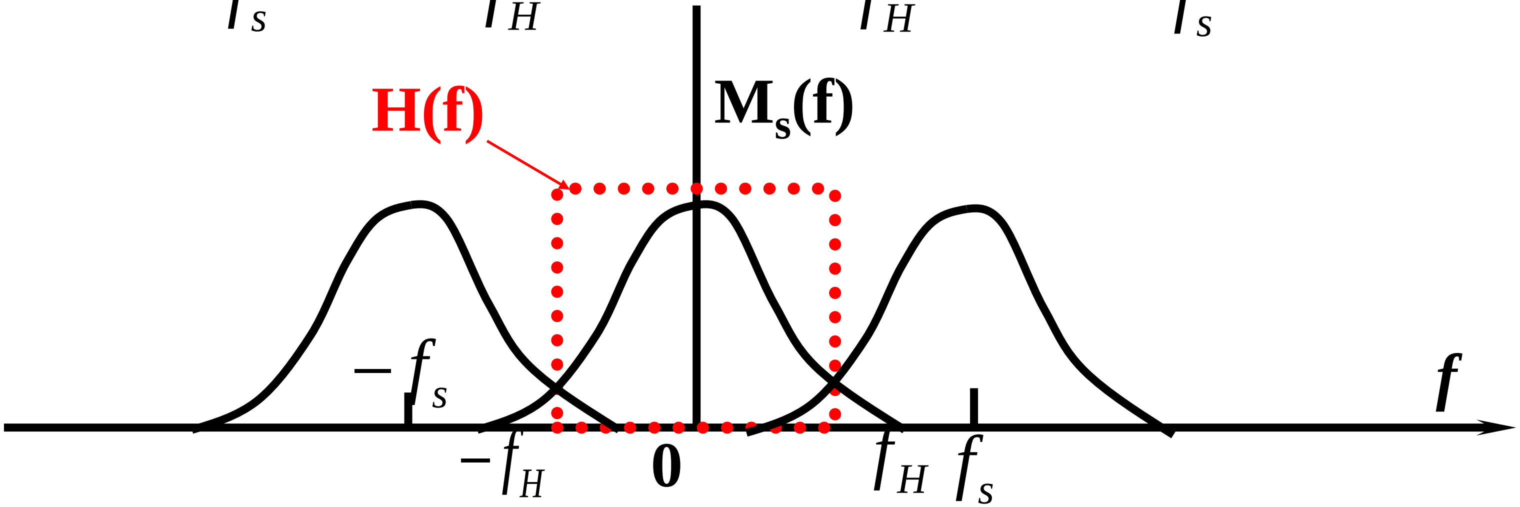


理想抽样信号波形、频谱表达式



混叠现象

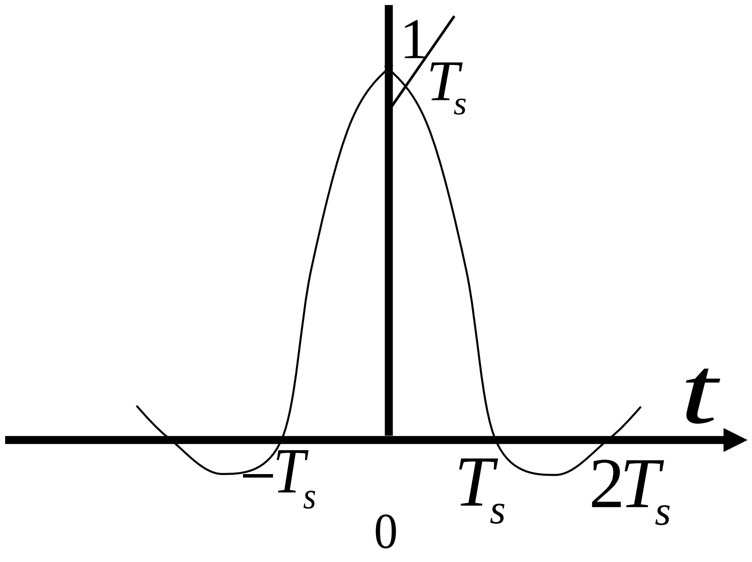


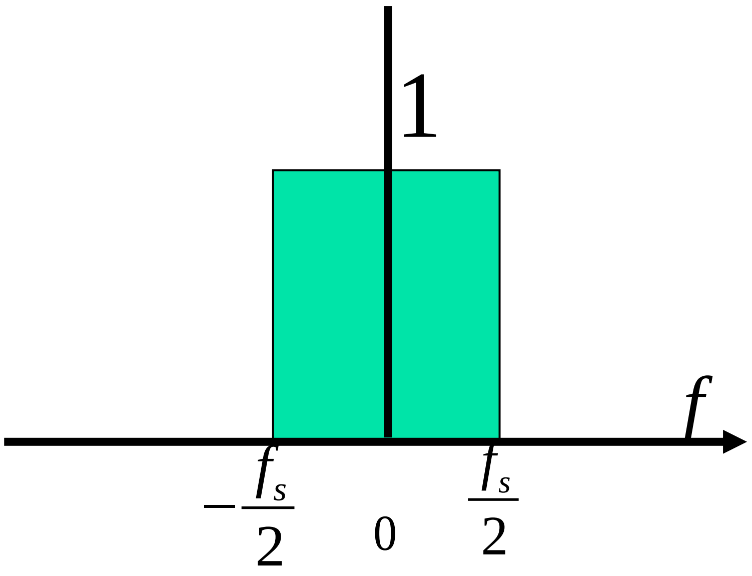


理想抽样信号的重建

- 理想低通滤波器冲激响应与传递函数

$$h(t)=\frac{1}{T_s}Sa(\pi f_s t)\leftrightarrow H(f)=\mathrm{Rect}(f/f_s)$$





理想抽样信号的重建

- 理想低通滤波器输出信号波形与频谱

$$M_s(f)=\frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty}M(f-nf_s)$$

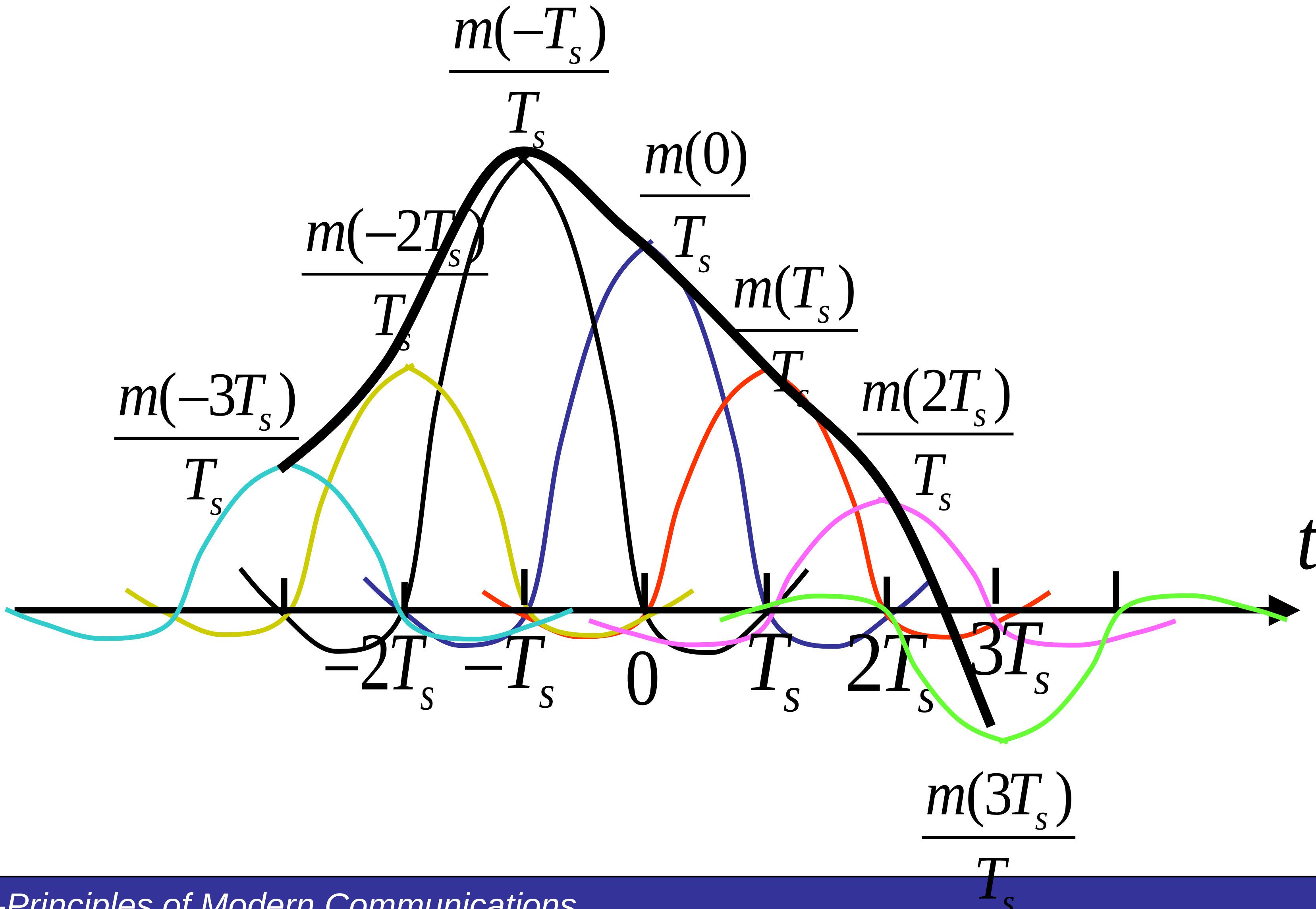
$$M_o(f)=\frac{1}{T_s}M(f)$$

$$m_s(t)=m(t)\delta_{T_s}(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}m(nT_s)\delta(t-nT_s)$$

$$m_o(t)=m_s(t)*h(t)$$

$$=\frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty}m(nT_s)Sa\left[\pi f_s(t-nT_s)\right]$$

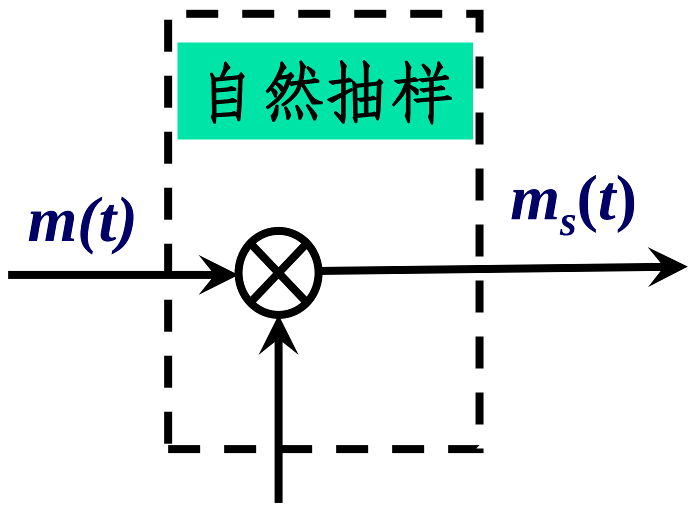
信号重建波形示意图



$\frac{m(-T_s)}{T_s}$
$\frac{m(0)}{T_s}$
$\frac{m(-2T_s)}{T_s}$
$\frac{m(T_s)}{T_s}$
$\frac{m(-3T_s)}{T_s}$
$\frac{m(2T_s)}{T_s}$
t
$-2T_s$
$-T_s$
0
T_s
$2T_s$
$3T_s$
$\frac{m(3T_s)}{T_s}$

(2)自然抽样

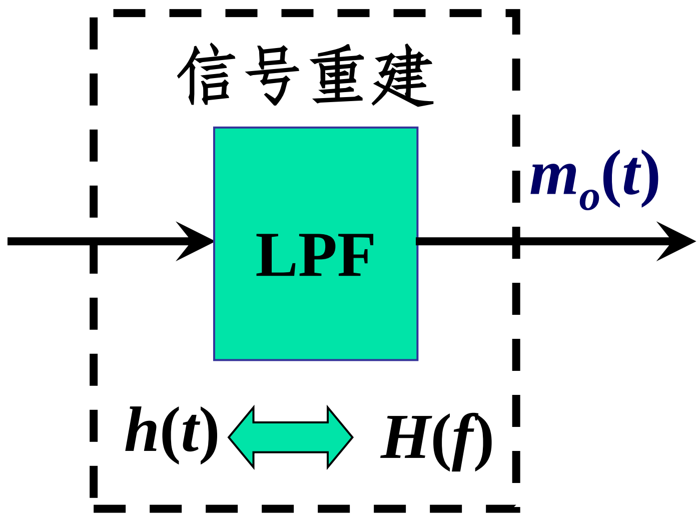
发送端



$$s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mathrm{Rect}\left(\frac{t-nT_s}{\tau}\right)$$

····

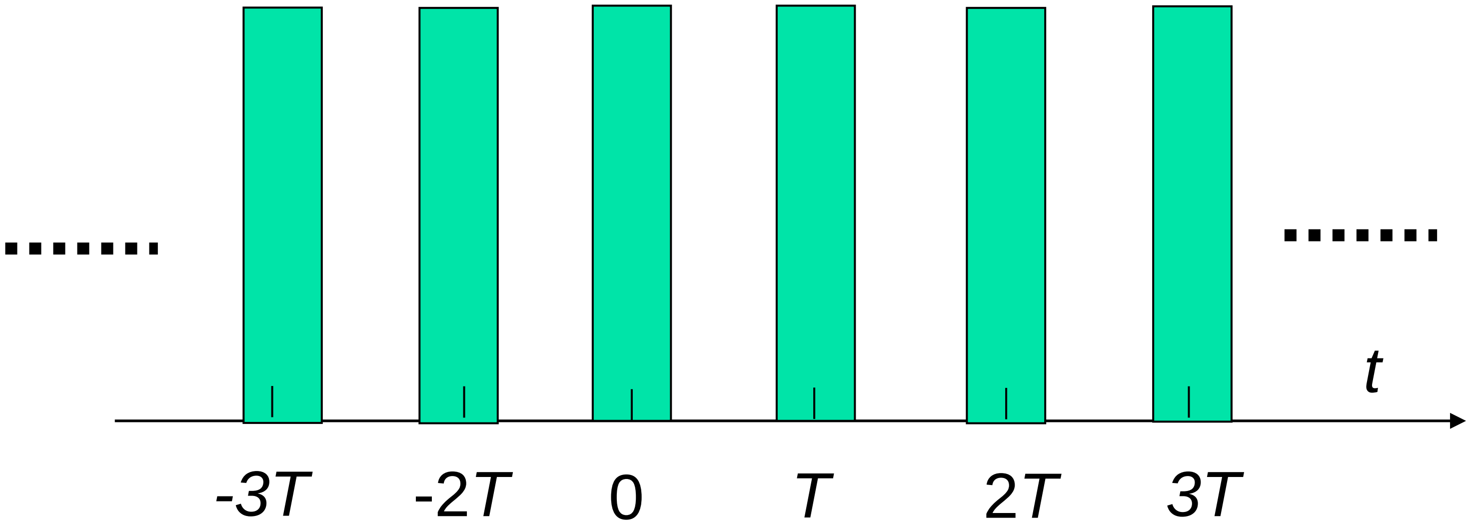
接收端



周期矩形脉冲序列

- 周期矩形脉冲序列的波形

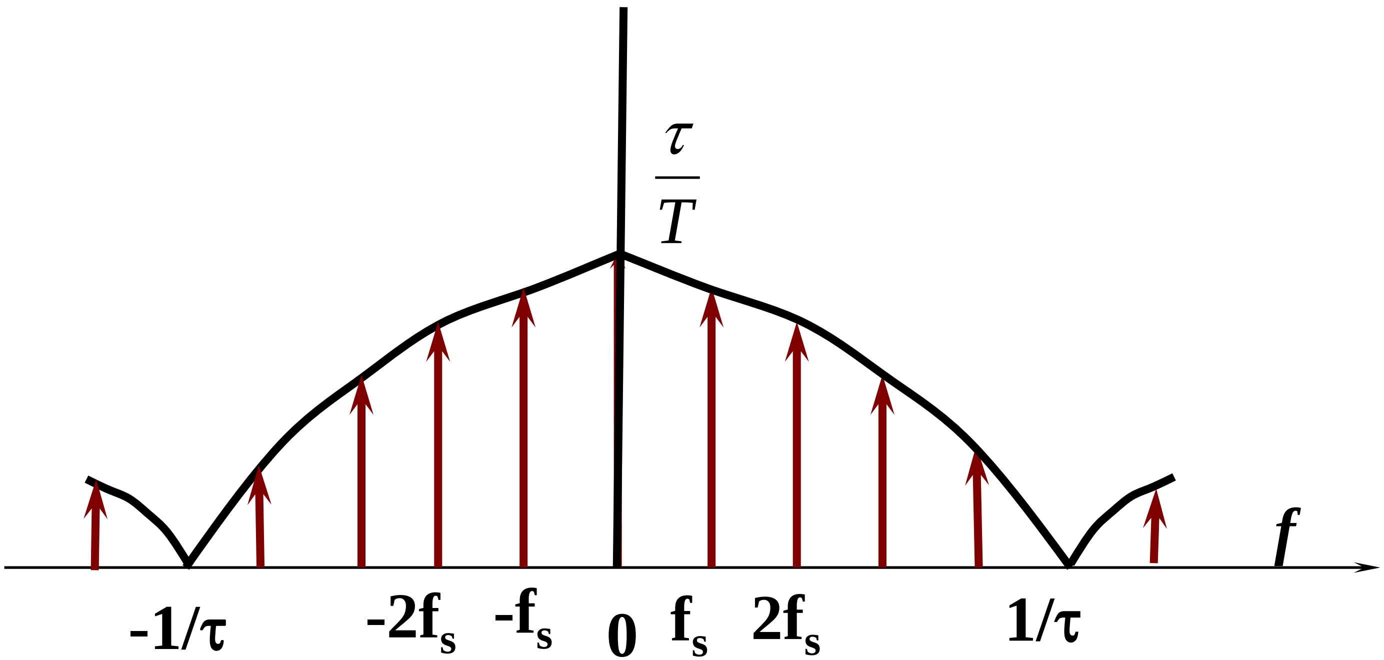
$$s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mathrm{Rect}\left(\frac{t-nT_s}{\tau}\right)$$



周期矩形脉冲序列

- 周期矩形脉冲序列的频谱

$$S(f)=\frac{\tau}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}Sa(\pi f\tau)\delta(f-nf_s)$$



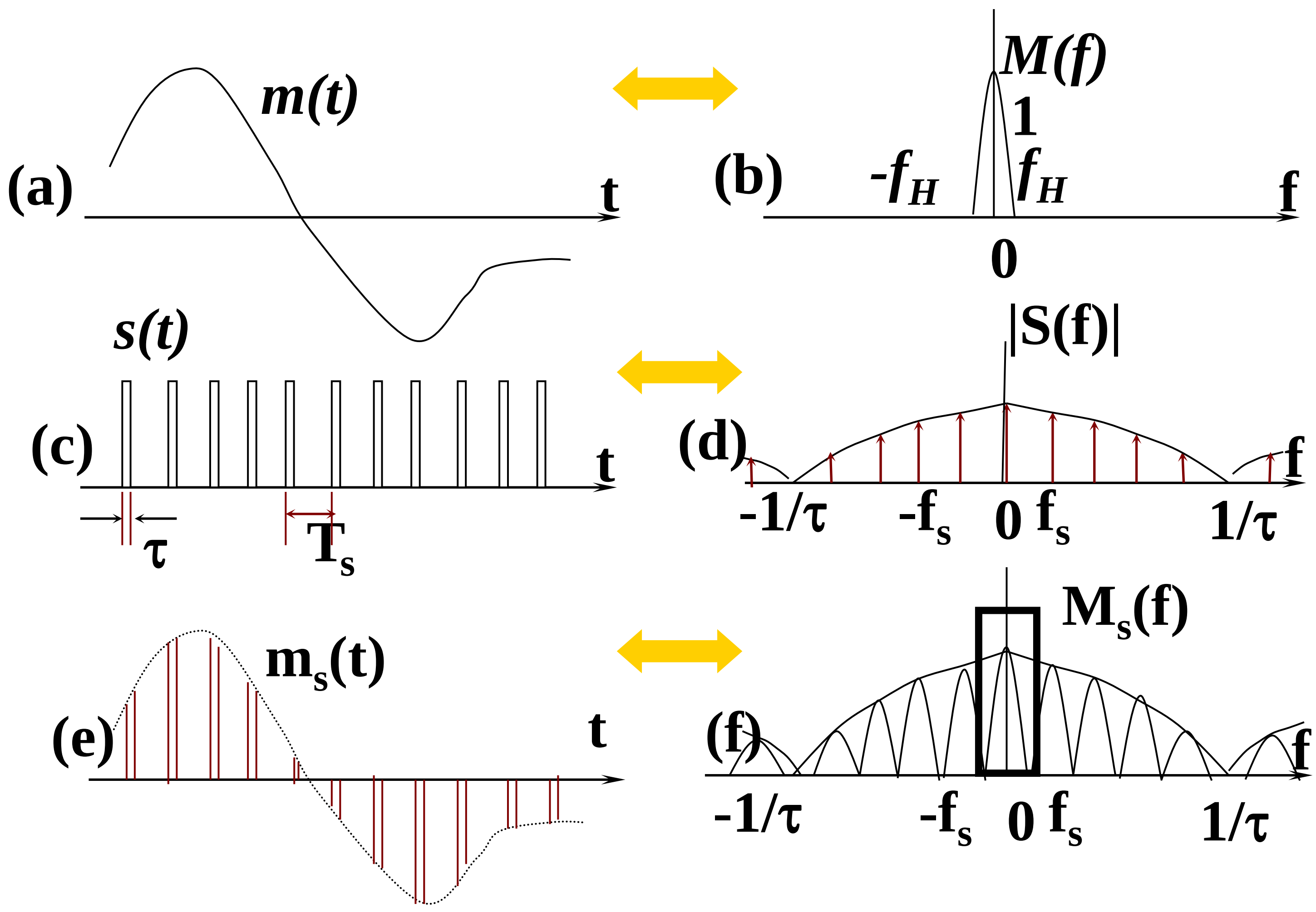
自然抽样信号波形、频谱表达式

$$m_s(t) = m(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathrm{Re}ct\left(\frac{t-nT}{\tau}\right)$$

$$M_s(f) = M(f) * \left[\frac{\tau}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} Sa(n\pi f_s \tau)\delta(f-nf_s)\right]$$

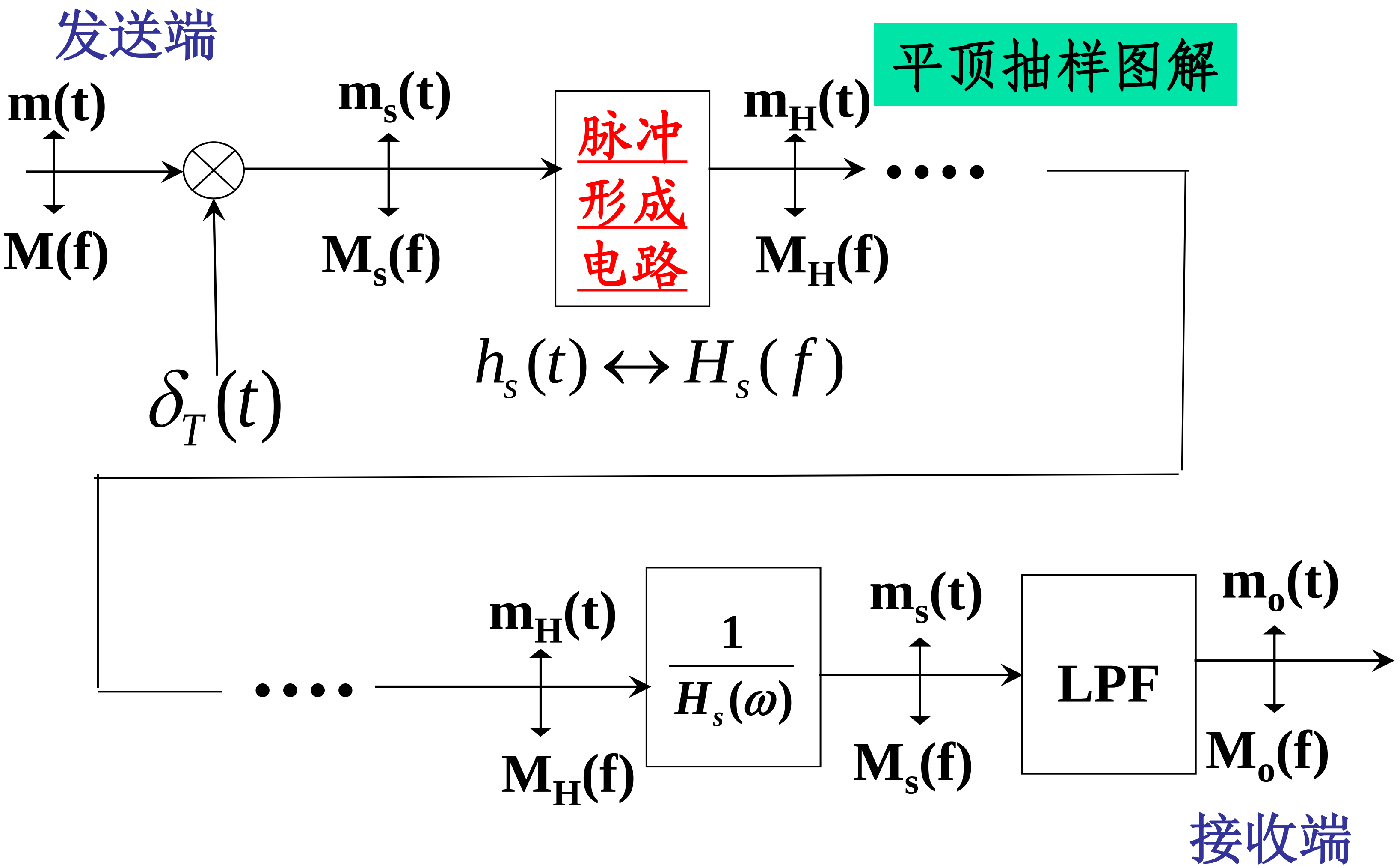
$$= \frac{\tau}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} Sa(n\pi f_s \tau) M(f-nf_s)$$

自然抽样图解

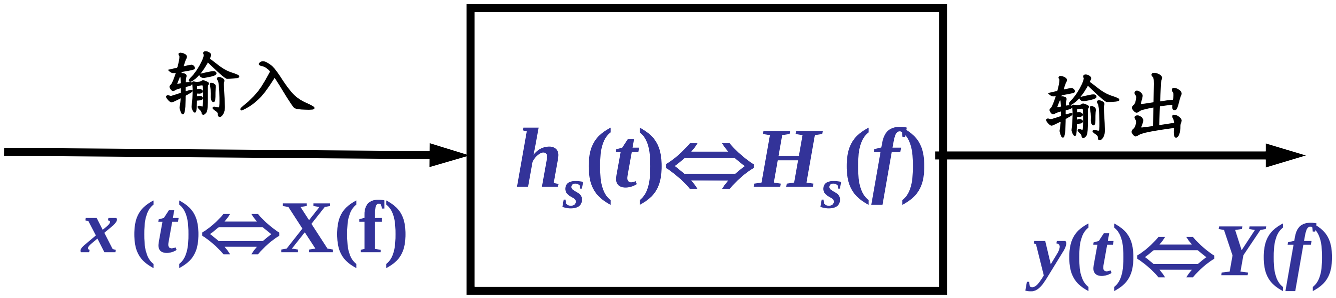


m(t)
(a)
t
M(f)
1
(b)
-f_H
f_H
f
0
s(t)
|S(f)|
(c)
t
(d)
f
τ
T_s
-1/τ
-f_s
0
f_s
1/τ
M_s(f)
m_s(t)
(e)
t
(f)
f
-1/τ
-f_s
0
f_s
1/τ

(3) 平顶抽样


发送端
平顶抽样图解
m(t)
M(f)
$m_s(t)$
$M_s(f)$
脉冲形成电路
$m_H(t)$
$M_H(f)$
$\delta_T(t)$
$h_s(t) \leftrightarrow H_s(f)$
$m_H(t)$
$M_H(f)$
$\frac{1}{H_s(\omega)}$
$m_s(t)$
$M_s(f)$
LPF
$m_o(t)$
$M_o(f)$
接收端

脉冲形成电路

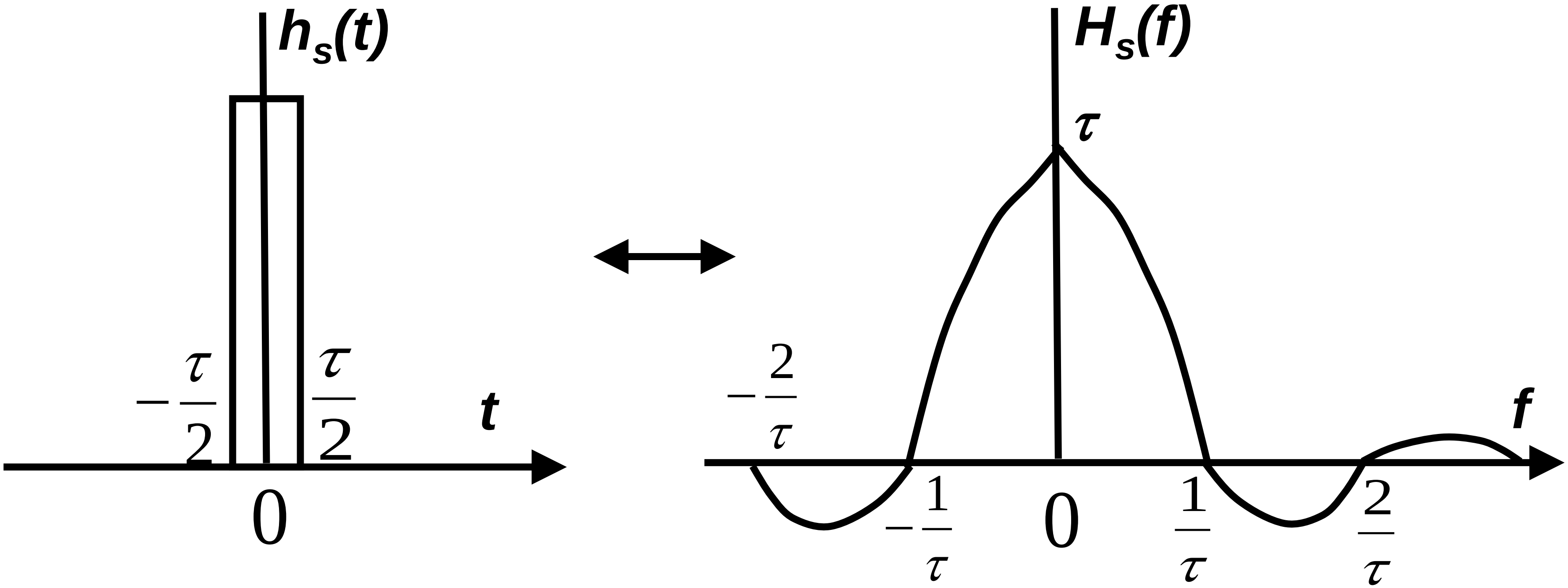


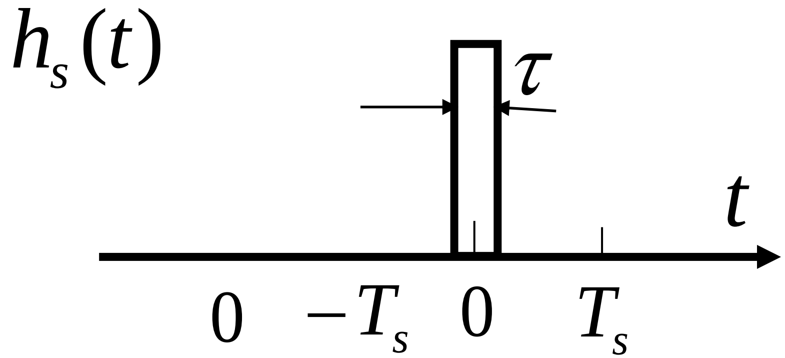
$$y(t) = x(t) * h_s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

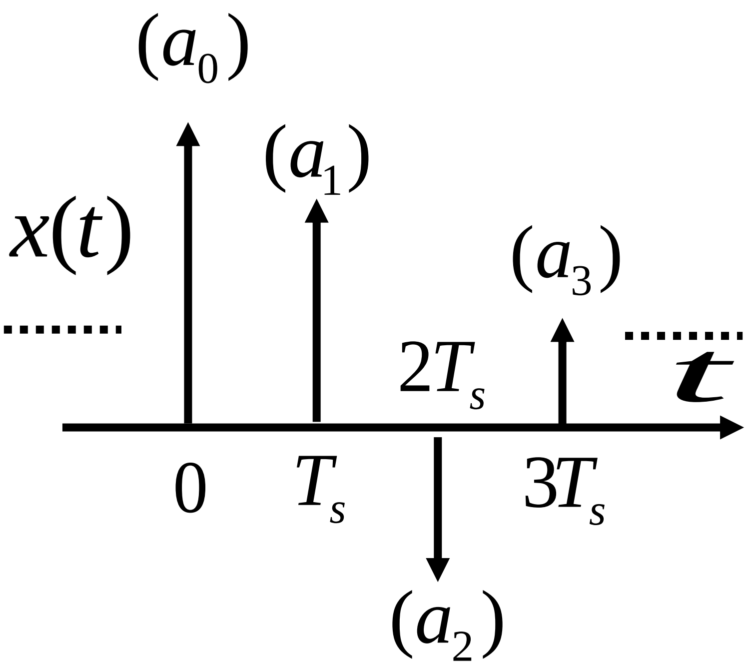
$$Y(f) = X(f)H_s(f)$$

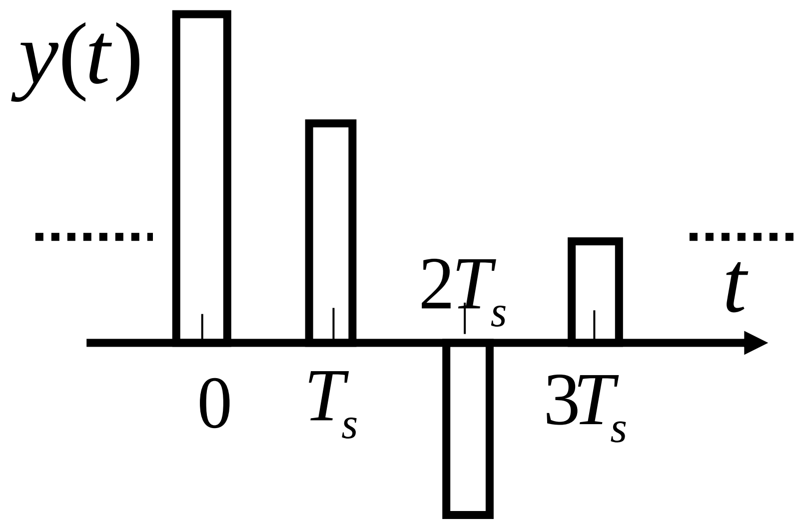
输入		输出
$x(t)$	$\longrightarrow$	$y(t)$
$\delta(t)$	$\longrightarrow$	$h_s(t)$
$\delta(t-nT_s)$	$\longrightarrow$	$h_s(t-nT_s)$
$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s)$	$\longrightarrow$	$\sum_{n=-\infty}^{\infty}h_s(t-nT_s)$
$\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n\delta(t-nT_s)$	$\longrightarrow$	$\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n h_s(t-nT_s)$

$$\mathrm{Re}ct(\frac{t}{\tau}) \leftrightarrow \tau Sa(\pi f \tau)$$




$h_s(t)$
τ
t
0
$-T_s$
0
T_s


(a_0)
(a_1)
$x(t)$
(a_3)
$2T_s$
t
0
T_s
$3T_s$
(a_2)


$y(t)$
$2T_s$
t
0
T_s
$3T_s$

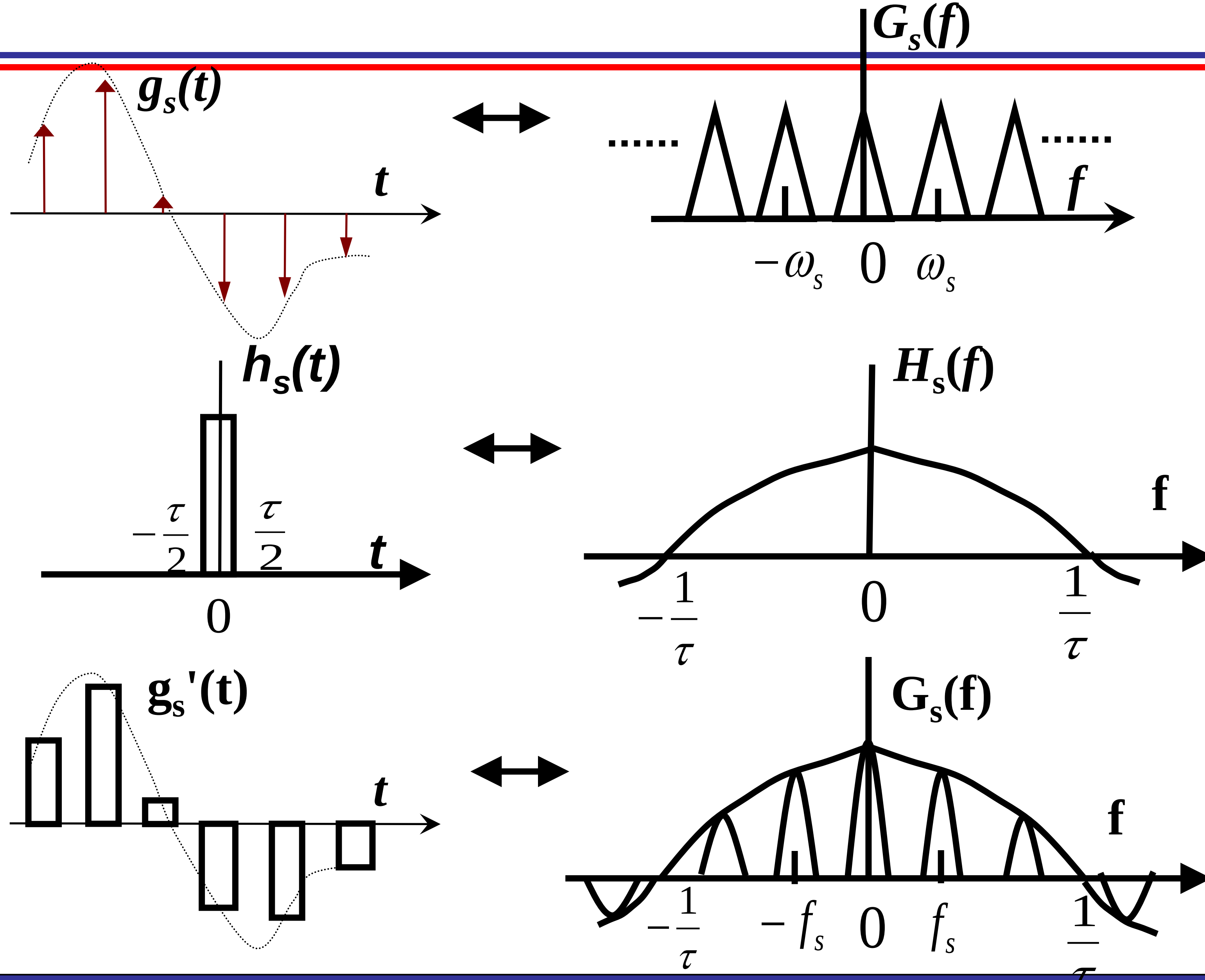
平顶抽样信号及频谱表达式

$$m_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT)\delta(t-nT) \leftrightarrow M_s(f) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} M(f-nf_s)$$

$$m_H(t) = m_s(t) * h_s(t) \quad \leftrightarrow M_H(f) = M_s(f)H_s(f)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT)\,\mathrm{Rect}\left(\frac{t-nT}{\tau}\right) \qquad = \frac{\tau}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} M(f-nf_s)Sa(\pi f\tau)$$

平顶抽样图解



(4) 带通信号抽样定理

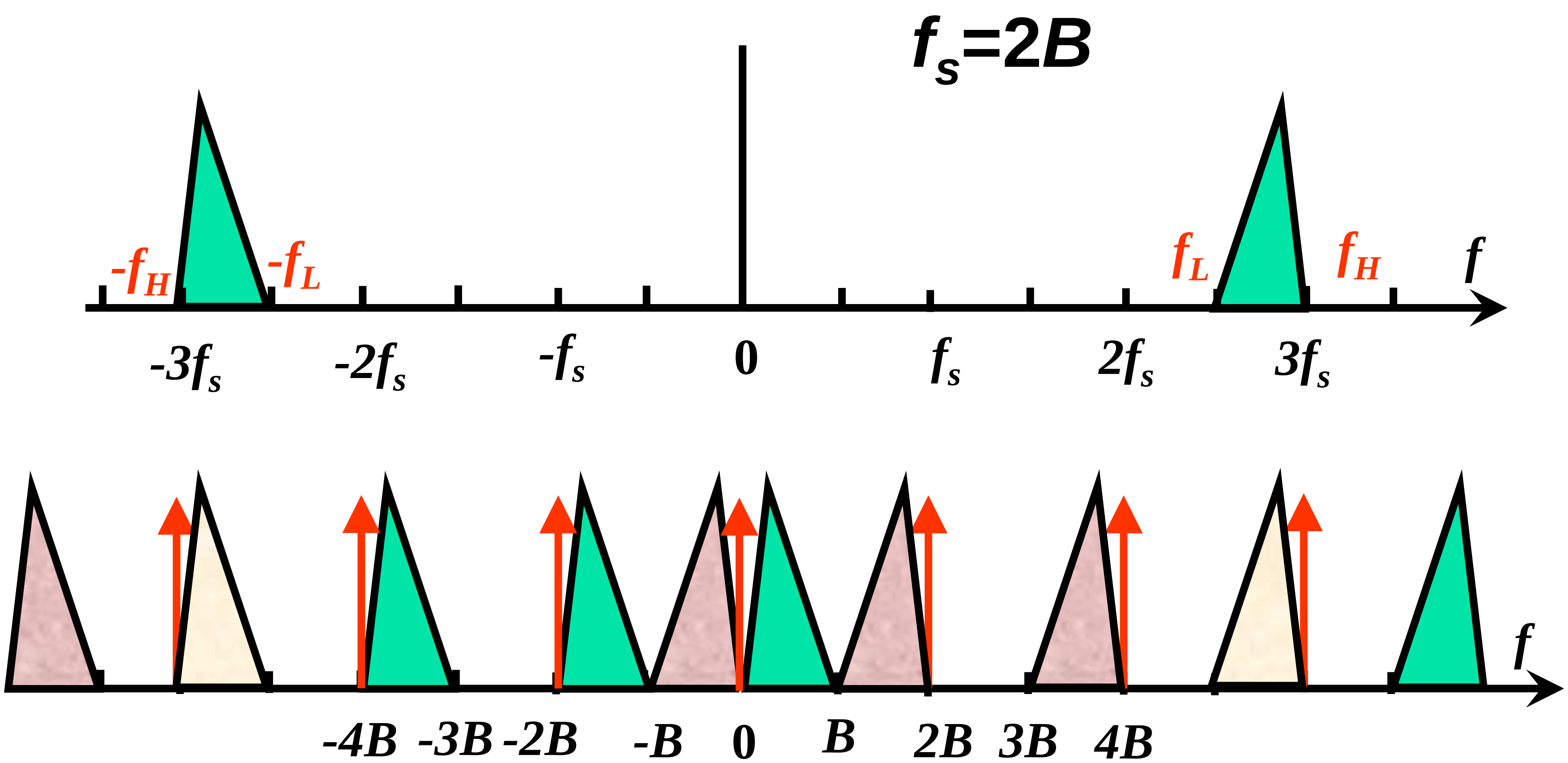
- 问题的引出

  对下截止频率为f_L，上截止频率为f_H的信号，如果信号带宽$B=f_H-f_L$远远小于中心频率$f_0=(f_H+f_L)/2$，所需要的抽样频率f_s是否必须大于$2f_H$?

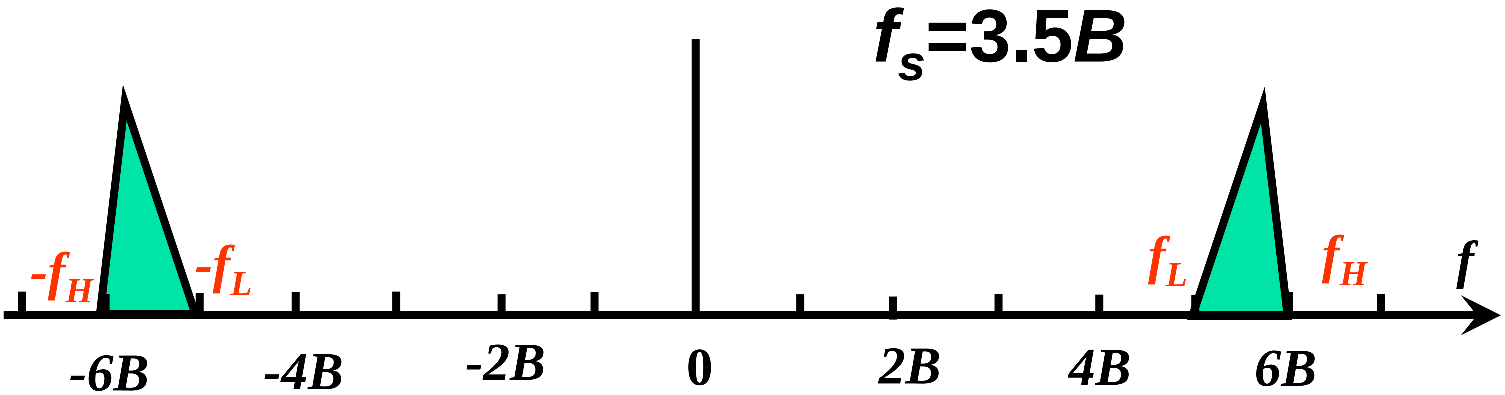
  例如对于f_0=100MHz的信号，如果B=20kHz，所需要的取样速率为多少?

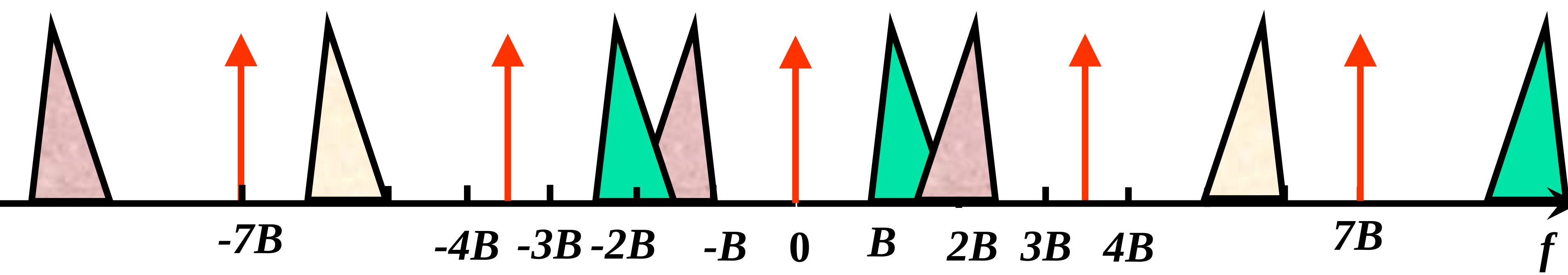
  - 低通抽样定理：$f_s \geq 200.04$MHz
  - 带通抽样定理：$f_s = 40$kHz

$f_H=kB$时带通信号的抽样频谱

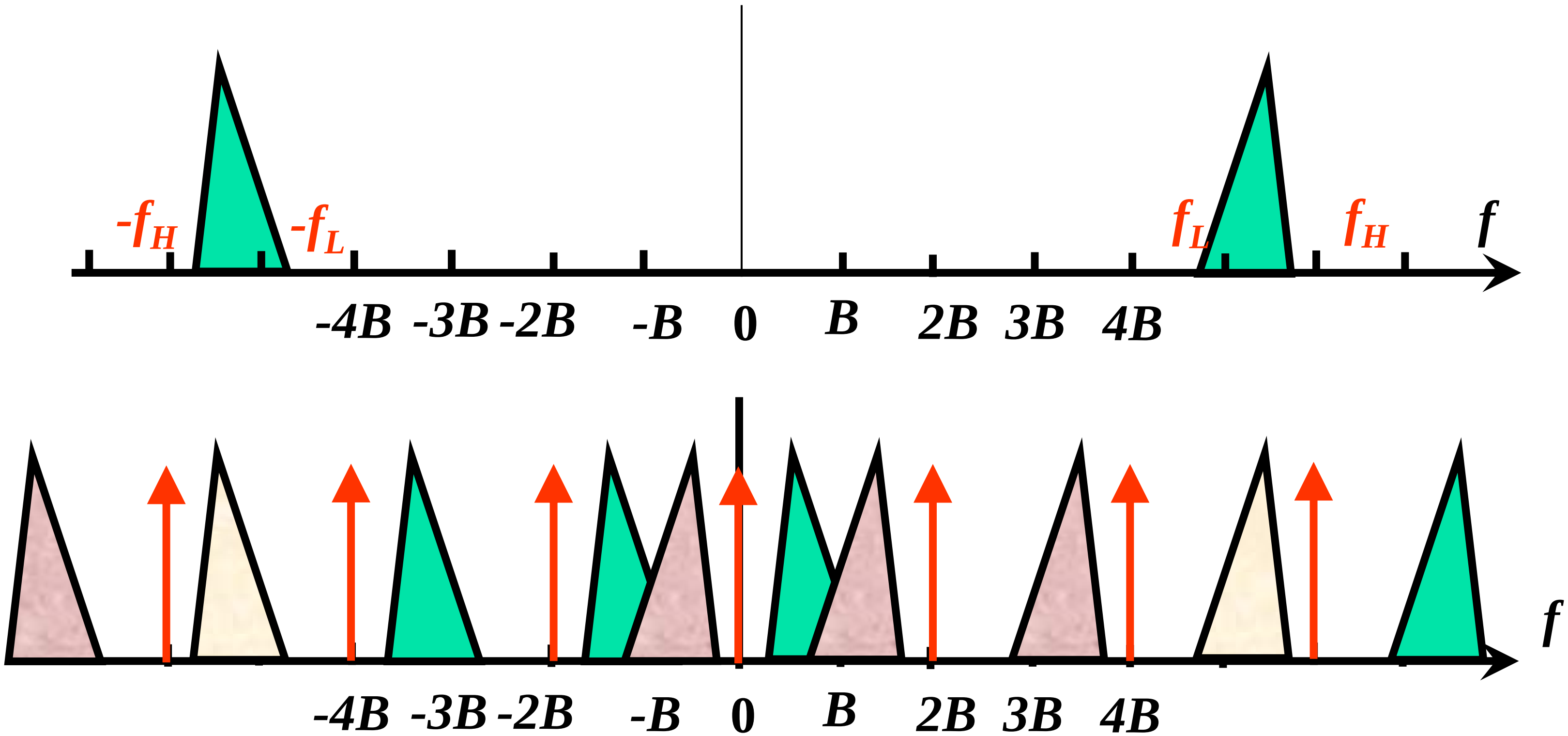


$f_H=kB$时带通信号的抽样频谱

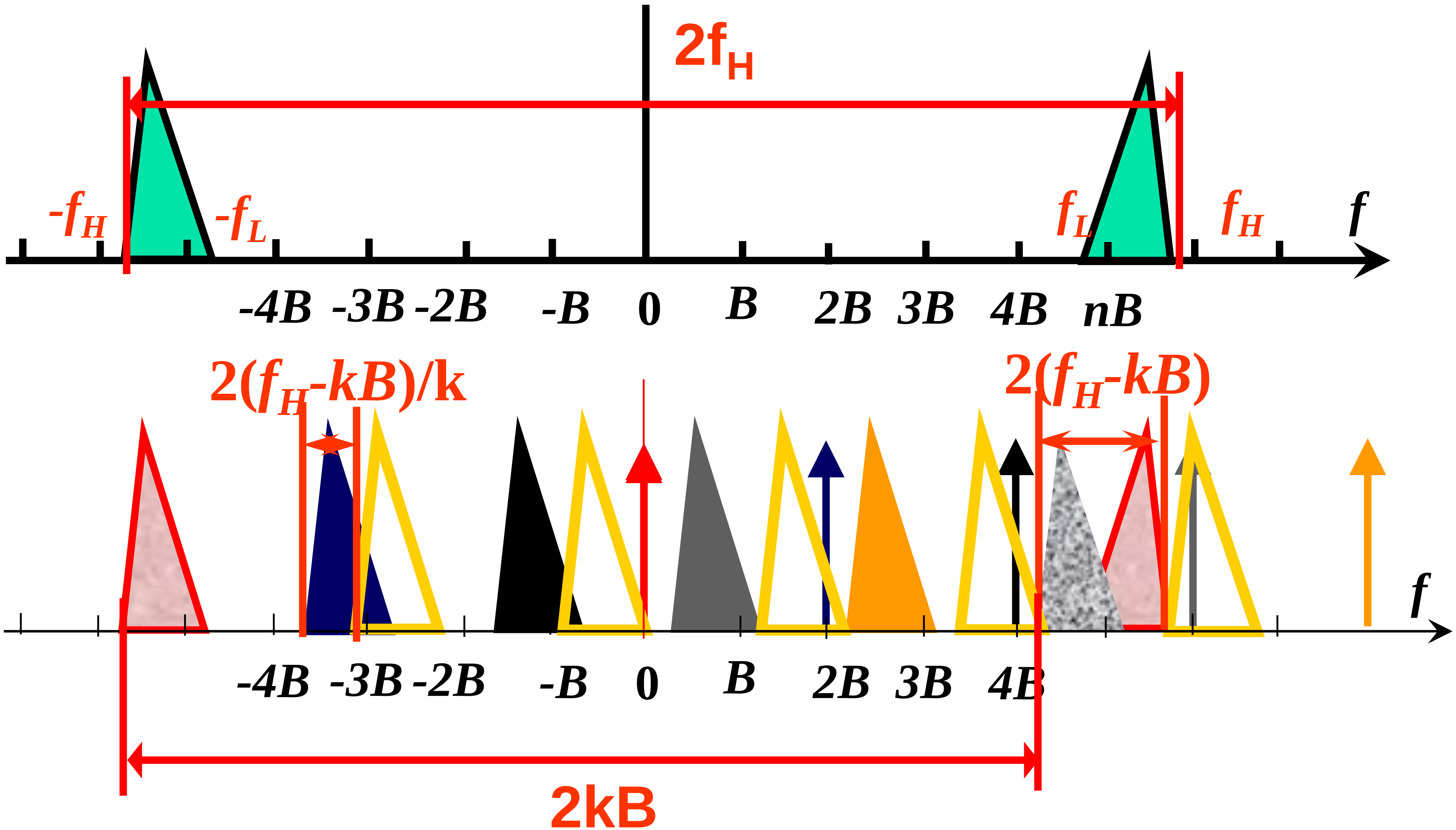




$f_H = kB + mB$, $f_s = 2B$



$f_H = kB + mB$



2f_H
-f_H
-f_L
f_L
f_H
f
-4B
-3B
-2B
-B
0
B
2B
3B
4B
nB
2(f_H-kB)/k
2(f_H-kB)
f
-4B
-3B
-2B
-B
0
B
2B
3B
4B
2kB

f_s与f_H的关系

$$f_s = 2B + \frac{2(f_H - kB)}{k}$$

$$= 2B[1 + \frac{m}{k}]$$