西南交通大学 2015—2016 学年第（ 1 ）学期考试试卷

课程代码 3231600，3045931 课程名称 《数字信号处理》 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总成绩
得分											

阅卷教师签字：

密封装订线 密封装订线 密封装订线

姓 名 学 号 班 级

一、选择题：（20 分）

本题共 10 个小题，每题回答正确得 2 分，否则得零分。每小题所给答案中只有一个是正确的。

1. 下列系统（ $y(n)$ 为输出序列， $x(n)$ 为输入序列）中哪个属于线性时不变系统？（ D ）

A. $y(n)=x^2(n)$　　　　B. $y(n)=x(n^2)$

C. $y(n)=x(n)+1$　　　　D. $y(n)=\sum_{m=0}^{n}x(m)$

2. 已知某系统的单位抽样响应 $h(n)=\frac{1}{n^2}u(-n)$，则该系统是（ C ）。

A. 因果稳定系统　　B. 因果非稳定系统

C. 非因果稳定系统　　D. 非因果非稳定系统

3. $x(n)=e^{j(\frac{n}{3}-\frac{\pi}{6})}$，该序列是（ A ）。

A.非周期序列　B.周期 $N=\frac{\pi}{6}$　C.周期 $N=6\pi$　D. 周期 $N=2\pi$

4. 直接计算 N 点 DFT 所需的复数乘法次数与（ B ）成正比。

A. N　B. N^2　C. N^3　D. $N\log_2^N$

5. 单位脉冲响应 $h(n)$ 长度 N 为偶数的第一类线性相位 FIR 滤波器，其幅度响应 $H(\omega)$ 特点（ C ）：

A. 关于 $\omega=0、\pi、2\pi$ 偶对称

B. 关于 $\omega=0、\pi、2\pi$ 奇对称

C. 关于 $\omega=0、2\pi$ 偶对称，关于 $\omega=\pi$ 奇对称

D. 关于 $\omega=0、2\pi$ 奇对称，关于 $\omega=\pi$ 偶对称

6. 用窗函数法设计 FIR 数字滤波器时，加矩形窗时所设计出的滤波器，其过渡带比加三角窗时_____，阻带衰减比加三角窗时_______。答案为（ A ）

A. 窄，小　　B. 宽，小　　C. 宽，大　　D. 窄，大

7. 在 N=32 的时间抽取法 FFT 运算流图中，从 x(n) 到 X(k) 需（ B ）级蝶形运算过程。

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 3

8. 脉冲响应不变法（ B ）

A. 无混频，线性频率关系　　B. 有混频，线性频率关系

C. 无混频，非线性频率关系　　D. 有混频，非线性频率关系

9. 下面描述中最适合离散傅立叶变换 DFT 的是（ B ）

A. 时域为离散序列，频域也为离散序列

B. 时域为离散有限长序列，频域也为离散有限长序列

C. 时域为离散无限长序列，频域为连续周期信号

D. 时域为离散周期序列，频域也为离散周期序列

10. 已知序列 Z 变换的收敛域为 $|z|<1$，则该序列为（ C ）。

A. 有限长序列　　B. 无限长右边序列

C. 无限长左边序列　　D. 无限长双边序列

二、（10 分）判断题

（对以下各题的说法，认为对的在括号内填“○”，认为错的在括号内填 “╳”；每小题 2 分，共 10 分）

1.（ ○ ）在时域对连续信号进行抽样，在频域中，所得频谱是原信号频谱的周期延拓。

2.（ ○ ）$x(n)=\sin(\omega_0 n)$ 所代表的序列不一定是周期的。

3.（ ○ ）任何信号通过线性时不变的离散时间系统不可能产生比输入信号本身更多的频率分量。

4.（ ╳ ）对正弦信号进行采样得到的正弦序列必定是周期序列。

5.（ ○ ）窗函数法设计 FIR 数字滤波器和用频率抽样法设计 FIR 数字滤波器的不同之处在于前者在时域中进行，后者在频域中进行。

三、（15 分）已知一个因果的线性非移变系统由下列差分方程描述：

$$y(n) = 5y(n-1) - 6y(n-2) + x(n-1)$$

（1）求系统的系统函数 $H(z)$ 和频率响应 $H(e^{j\omega})$。（5 分）

（2）判断该系统的稳定性。 （5 分）

（3）试画出该系统的方框图或流程图。 （5 分）

解： （1） $Y(z) - 5z^{-1}Y(z) + 6z^{-2}Y(z) = z^{-1}X(z)$

系统函数：$H(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)} = \dfrac{z^{-1}}{1-5z^{-1}+6z^{-2}}$

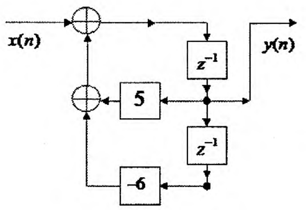
频率响应：由于系统因果，收敛域为 $|z|>3$，不包含单位圆，所以 $H(z)\big|_{z=e^{j\omega}} = \dfrac{e^{-j\omega}}{1-5e^{-j\omega}+6e^{-j2\omega}}$ 不成立。

$H(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)} = \dfrac{z^{-1}}{1-5z^{-1}+6z^{-2}} = \dfrac{z}{z-3} - \dfrac{z}{z-2}$，所以 $h(n) = 3^n u(n) - 2^n u(n)$，

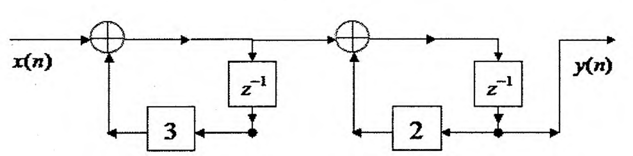
$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)e^{-j\omega n}$ 不存在。

（2） 该系统的极点为 $z_{1,2} = 2, z_1 = 3$，又系统为因果系统，所以收敛域为 $|z|>3$，由于其收敛域不包含单位圆，所以该系统不稳定。

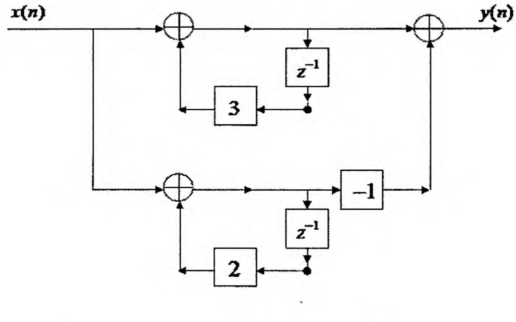
（3）该系统的方框图为：



或者



或者



四、（12分）设x(n)是一个10点的有限序列

x（n）={ 2,3,1,4,-3,-1,1,1,0,6}，不计算DFT，试确定下列表达式的值。

(1) X(0)，(2) X(5)，(3) $\sum_{k=0}^{9}X(k)$ ，(4) $\sum_{k=0}^{9}e^{-j2\pi k/5}X(k)$

解：（1）$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{kn}$，则当$k=0$时，$X(0)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^0=\sum_{n=0}^{9}x(n)=14$

（2）当$k=5$时，$X(5)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{5n}=\sum_{n=0}^{9}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{10}\times 5n}=\sum_{n=0}^{9}x(n)(e^{-j\pi})^n=\sum_{n=0}^{9}x(n)(-1)^n=-12$

（3）$x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^{-kn}$，则当$n=0$时，$x(0)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^0=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)$

所以$\sum_{k=0}^{N-1}X(k)=N\cdot x(0)=20$

（4）设$Y(k)=e^{-j\frac{2\pi}{5}k}X(k)=W_{10}^{2k}X(k)$，根据循环移位定理，则

$y(n)=IDFT[Y(k)]=x((n-2))_{10}$。

则$\sum_{k=0}^{9}e^{-j2\pi k/5}X(k)=\sum_{k=0}^{9}Y(k)=N\cdot y(0)$，而$y(0)=x((-2))_{10}=x(8)$

所以$\sum_{k=0}^{9}e^{-j2\pi k/5}X(k)=N\cdot y(0)=10x(8)=0$

五、（17 分）已知序列 $x(n)=2\delta(n)+3\delta(n-1)+\delta(n-2)$

（1）计算线性卷积 $x(n)*x(n)$

（2）计算 5 点的循环卷积 $x(n)⑤x(n)$；在什么条件下，循环卷积计算的结果与线性卷积的结果相同？；

（3）线性卷积 $x(n)*x(n)$ 也可以采用基 2 FFT 算法计算，请写出计算的方法和步骤。（不要求计算结果）

解：（1）

由竖乘法可求解：

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & 2 & 3 & 1 \\
 & & 2 & 3 & 1 \\
\hline
 & & 2 & 3 & 1 \\
 & 6 & 9 & 3 & \\
4 & 6 & 2 & & \\
\hline
4 & 12 & 13 & 6 & 1
\end{array}
$$

所以， $x(n)*x(n)=\{4,12,13,6,1\}$。

（2）将 $x(n)$ 补零为长度为 5 的序列 $x_1(n)=\{2,3,1,0,0\}$

可由循环卷积的竖乘法求解，也可由以下矩阵的方法求解:

$$
\begin{pmatrix} y(0) \\ y(1) \\ y(2) \\ y(3) \\ y(4) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_1(0) & x_1(4) & x_1(3) & x_1(2) & x_1(1) \\ x_1(1) & x_1(0) & x_1(4) & x_1(3) & x_1(2) \\ x_1(2) & x_1(1) & x_1(0) & x_1(4) & x_1(3) \\ x_1(3) & x_1(2) & x_1(1) & x_1(0) & x_1(4) \\ x_1(4) & x_1(3) & x_1(2) & x_1(1) & x_1(0) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1(0) \\ x_1(1) \\ x_1(2) \\ x_1(3) \\ x_1(4) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 \\ 12 \\ 13 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}
$$

L 点循环卷积，若 $L \ge N_1+N_2$-1（其中 N_1，N_2 分别是两卷积序列的长度），那么循环卷积计算的结果与线性卷积的结果相同。

（3）

①将 $x(n)$ 延长至 L 点，延长部分用零充当，L 应满足以下条件：

$L \ge 2N-1$，且 $L=2^M$。即 $L=8$

②计算延长的 $x(n)$ 8 点 FFT；

$X(k)=\mathrm{FFT}[x(n)]$

③计算 $X(k)\cdot X(k)$

④计算 $x(n)*x(n)=\mathrm{IFFT}\left[X(k)\cdot X(k)\right]$。

六、(10 分)已知单位脉冲响应长度为 9 的类型 3 实系数线性相位 FIR 滤波器具有零点：$z_1=4$，$z_2=1+j$。

(1) 求其他零点的位置；

(2) 求滤波器的传输函数。

解：(1) 根据 FIR 线性相位滤波器的零点分布特征，可知其零点为：

$$z_1=4, z_2=1+j, z_3=\frac{1}{4}, z_4=z_2^*=1-j, z_5=z_2^{-1}=\frac{1}{2}(1-j), z_6=z_4^{-1}=\frac{1}{2}(1+j)$$

另外，根据单位脉冲响应长度为 9，应该还有两个零点。且滤波器为类型 3，则其幅度函数 $H_g(\omega)$ 在 ω=0，π，2π 处呈奇对称，所以其系统函数 $H(z)$ 在 $z=1, z=-1$ 处有零点。

(2) 系统函数为：

$$H(z)=(1-z^{-1})(1+z^{-1})(1-4z^{-1})(1-\frac{1}{4}z^{-1})(1-(1+j)z^{-1})(1-(1-j)z^{-1})(1-\frac{1}{2}(1+j)z^{-1})(1-\frac{1}{2}(1-j)z^{-1})$$

七、(16 分) **用双线性变换法设计一个巴特沃斯低通 IIR 滤波器，设计指标参数为：在通带内频率低于 0.25π 时，最大衰减小于 1dB；在阻带内[0.35π，π]频率区间上，最小衰减大于 15dB 。**

(1) 预畸数字截止频率求得模拟截止频率；

(2) 求满足设计指标的模拟滤波器阶数 N 和 3dB 带宽 Ω_c；

(3) 写出求出滤波器阶数 N 和 3dB 带宽 Ω_c 之后的设计步骤。

解(1)数字低通滤波器的技术指标为

$$\omega_p=0.25\pi, \alpha_p=1dB, \omega_s=0.35\pi, \alpha_s=15dB$$

模拟低通滤波器的技术指标为

$$\Omega=\frac{2}{T}\tan(\frac{\omega}{2}), T=2$$

$$\Omega_p=\frac{2}{T}\tan(\frac{\omega_p}{2})=\tan(0.125\pi)=0.414214rad/s, \alpha_p=1dB$$

$$\Omega_s=\frac{2}{T}\tan(\frac{\omega_s}{2})=\tan(0.175\pi)=0.612801rad/s, \alpha_s=15dB$$

(2) $\lambda_{sp}=\dfrac{\Omega_s}{\Omega_p}=\dfrac{0.612801}{0.414214}=1.479$

$$k_{sp}=\sqrt{\frac{10^{0.1\alpha_s}-1}{10^{0.1\alpha_p}-1}}=\frac{1}{0.092}=10.8696$$

$N=\dfrac{\lg k_{sp}}{\lg\lambda_{sp}}=\dfrac{\lg 10.8696}{\lg 1.479}=6.0965$，**取 N=7。**

$$\Omega_c = \frac{\Omega_p}{\sqrt[2N]{(10^{0.1\alpha_p}-1)}}，或\ \Omega_c = \frac{\Omega_s}{\sqrt[2N]{(10^{0.1\alpha_s}-1)}}$$

$$\Omega_c = \frac{\Omega_p}{\sqrt[2N]{(10^{0.1\alpha_p}-1)}} = \frac{0.414214}{\sqrt[14]{(10^{0.1}-1)}} = \frac{0.414214}{\sqrt[14]{(10^{0.1}-1)}} = 0.456185$$

或 $$\Omega_c = \frac{\Omega_s}{\sqrt[2N]{(10^{0.1\alpha_s}-1)}} = \frac{0.612801}{\sqrt[14]{(10^{1.5}-1)}} = 0.479925$$

（若取 T=2，则上述Ω$_c$ 的值乘 2）

(3)第一步查表或利用 MATLAB 中函数 buttap 可得到 6 阶归一化的低通巴特沃斯传输函数

$$H_{an}(s)$$

第二步根据 3dB 带宽Ω$_c$=0.7662rad/s 去归一化得到

$$H_a(s) = H_{an}(\frac{s}{\Omega_c}) = H_{an}(\frac{s}{0.7662})$$

第三步通过双线性变换最终得到所求的数字低通滤波器传输函数表达式

$$H(z) = H_a(s)\Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$