

西南交通大学 2016—2017 学年第(1)学期考试试卷

课程代码 3121500 课程名称 信号与系统 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总成绩
得分											

阅卷教师签字: _____

一、选择题: (20 分)

本题共 10 个小题, 每题回答正确得 2 分, 否则得零分。每小题所给答案中只有一个是正确的。

1. $x(n) = e^{j\frac{2}{3}n} + e^{j(\frac{4\pi}{3})n}$, 该序列的基波周期是(A)。

A. $N = \infty$ B. $N = 3$ C. $N = 3/8$ D. $N = 24$

2. 一周周期信号 $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-5n)$, 其傅立叶变换 $X(j\omega)$ 为 (A)。

A. $\frac{2\pi}{5} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \frac{2\pi k}{5})$

B. $\frac{5}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \frac{2\pi k}{5})$

C. $10\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - 10\pi k)$

D. $\frac{1}{10\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \frac{\pi k}{10})$

3. 离散时间信号 $x(n) = \{1, 2, 3, 4\} * \{-1, 1, 2\}$, 则 $x(1) =$ (D)

A. 3

B. 0

C. -1

D. 1

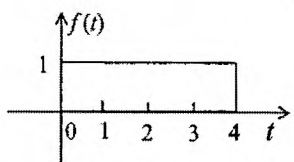
4. 信号 $f(t)$ 如题 4 图所示, 其频谱函数 $F(j\omega)$ 为(D)。

A. $2Sa(2\omega)e^{-j\omega}$

B. $2Sa(2\omega)e^{-j2\omega}$

C. $4Sa(2\omega)e^{j2\omega}$

D. $4Sa(2\omega)e^{-j2\omega}$



题 4 图

5. 信号 $f(t)$ 是实偶函数, 其傅氏变换一定是 (A)。

A. 实偶函数 B. 纯虚函数 C. 任意复函数 D. 任意实函数

6. 零输入响应是(B)。

A. 全部自由响应

B. 部分自由响应

C. 部分零状态响应

D. 全响应与强迫响应之差

7. 单边拉氏变换 $F(s) = \frac{e^{-(s+3)}}{s+3}$ 的原函数 $f(t) = (C)$

- A. $e^{-3(t-1)}u(t-1)$ B. $e^{-3(t-3)}u(t-3)$ C. $e^{-3t}u(t-1)$ D. $e^{-3t}u(t-3)$

8. $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(-2t-1) \left(t + \frac{3}{2}\right) dt = (D)$

- A. 1 B. $-\frac{5}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

9. 信号 $x(t)$ 的带宽为 20KHz, 则信号 $x^2(2t)$ 的奈奎斯特采样频率为 (D)。

- A. 20KHz B. 40KHz C. 80KHz D. 160KHz

10. 若序列 $x(n)$ 的 Z 变换为 $X(z)$, 则 $(-0.5)^n x(n)$ 的 Z 变换为 (D)

- A. $2X(2z)$ B. $2X(-2z)$
C. $X(2z)$ D. $X(-2z)$

二、判断题 (每题 2 分, 共 10 分)

对以下各题的说法, 认为对的在括号内填“√”, 认为错的在括号内填“×”

1. (×) 一个系统的零状态响应就等于它的自由响应。
2. (×) 若一个连续 LTI 系统是因果系统, 它一定是一个稳定系统。
3. (×) 信号 $f(t)$ 和 $y(t)$ 为周期信号, 其和 $f(t) + y(t)$ 是周期的。
4. (×) $f(t) \cdot \delta(t - t_0) = f(t_0)$ 。
5. (√) 连续周期信号的频谱是离散的线状谱。

三、填空题: (10 分) 5 个小题, 每小题 2 分

1. 一个连续因果 LTI 系统可由微分方程 $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = x'(t) + 3x(t)$ 来描述, 则该系统的频

率响应的表达式 $H(j\omega) = \left(\frac{j\omega + 3}{(j\omega)^2 + 3j\omega + 2} \right)$ 。

2. 已知 $X(s) = \frac{1}{s+4} + \frac{1}{s+5}$, 收敛域为 $-5 < \text{Re}\{s\} < -4$, 则 $X(s)$ 的逆变换为

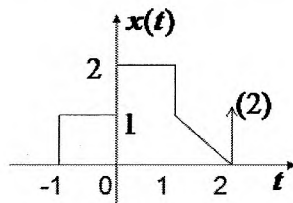
$x(t) = (e^{-5t}u(t) - e^{-4t}u(-t))$ 。

3. 计算卷积 $u(t) * u(t) = (t \cdot u(t))$ 。

4. 连续时间信号 $x(t)$ 的傅里叶变换为 $\frac{1}{j\omega + 1}$, 则信号 $tx(t)$ 的傅里叶变换为 $\left(\frac{1}{(j\omega + 1)^2} \right)$ 。

5.积分器的频域系统函数 $H(j\omega) = \left(\frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega) \right)$ 。

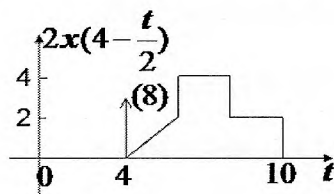
四、（5分）已知一连续时间信号 $x(t)$ ，如下图所示，请画出信号 $2x(4 - \frac{t}{2})$ ，给出求解过程；



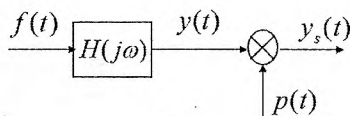
解：先时移： $x(t) \rightarrow x(t+4)$

再尺度扩展： $x(t+4) \rightarrow x(\frac{t}{2}+4)$

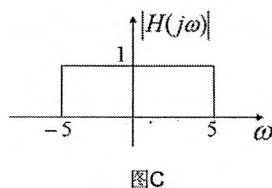
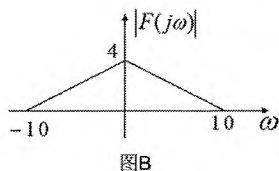
再反转和幅度扩大 2 倍： $x(\frac{t}{2}+4) \rightarrow 2x(-\frac{t}{2}+4)$



五、（15分）已知某系统的结构如图 A 所示，其频响特性及激励信号的频谱分别如图 B 和 C 所示，



图A



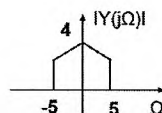
(1) 画出 $y(t)$ 的幅度频谱 $|Y(j\omega)|$ ；

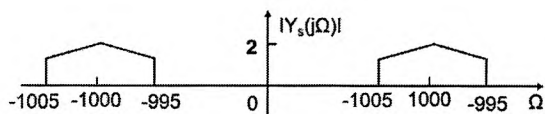
(2) 若 $p(t)=\cos(1000t)$ ，写出 $y_s(t)$ 的频谱 $Y_s(j\omega)$ 与 $Y(j\omega)$ 的关系式，并画出幅度频谱 $|Y_s(j\omega)|$ ；

(3) 若 $p(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - \frac{\pi}{30}k)$ ，画出幅度频谱 $|Y_s(j\omega)|$ 。

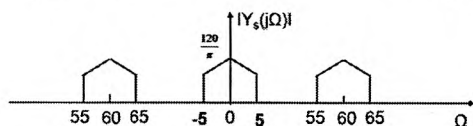
答案： 1)

$$2) Y_s(j\omega) = \frac{1}{2} \{ Y[j(\omega+1000)] + Y[j(\omega-1000)] \}$$





$$3) \quad p(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - \frac{\pi}{30}k), T_s = \frac{\pi}{30}, \Omega_s = 60, Y_s(j\Omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} Y(j(\Omega - k\Omega_s))$$



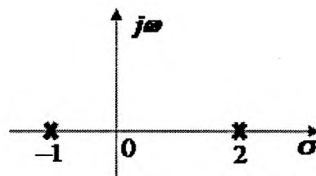
六、（20 分）一连续时间 LTI 系统的输入和输出，由下列微分方程表征：

$$\frac{dy^2(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = x(t)$$

- (1) 求该系统的系统函数 $H(s)$ ，并画出 $H(s)$ 的零极点图；
- (2) 求系统是稳定的情况下，系统的单位冲激响应 $h(t)$ ；
- (3) 求系统是因果的情况下，系统的单位冲激响应 $h(t)$ ；
- (4) 画出系统直接型实现的模拟框图。

解：

$$(1) \quad H(s) = \frac{1}{s^2 - s - 2} = \frac{1/3}{s - 2} - \frac{1/3}{s + 1}, \text{ 极点 } -1, 2$$

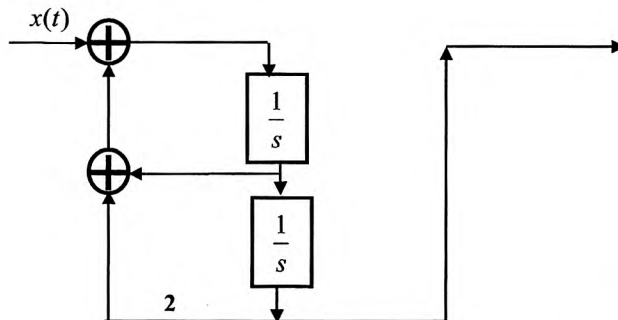


$$(2) \text{ 若系统稳定, 则 } -1 < \text{Re}\{s\} < 2, \quad h(t) = -\frac{1}{3}e^{2t}u(-t) - \frac{1}{3}e^{-t}u(t)$$

$$(3) \text{ 若系统因果, 则 } \text{Re}\{s\} > 2, \quad h(t) = \frac{1}{3}e^{2t}u(t) - \frac{1}{3}e^{-t}u(t)$$

(4)

$$H(s) = \frac{s^{-2}}{1 - s^{-1} - 2s^{-2}}$$



七、（10 分）已知某连续时间 LTI 系统，满足以下条件：系统是因果的；系统是有理的，且仅有两个极点 $s = -2, s = -3$ ；有一个一阶零点，但具体值未知；当输入信号 $f(t) = 1, (-\infty < t < +\infty)$ 时，系

统输出 $y(t) = \frac{1}{3}$ ；系统的单位冲激响应 $h(t)$ 在 $t = 0^+$ 时的值为 2。试确定系统函数 $H(s)$ 及其收敛域。

解：（1）由于系统是有理的，且只有两个极点，一个零点，所以设 $H(s) = \frac{as+b}{(s+2)(s+3)}$

（2）信号 $e^{s_0 t}$ 是系统的特征函数，因此有 $y(t) = H(s_0)e^{s_0 t}$ ，而输入信号 $f(t) = 1$ 可以看做 $f(t) = e^{s_0 t} \Big|_{s_0=0} = 1$ ，并且系统是因果的，收敛域应为 $\text{Re}[s] > -2$ ，则 $s_0 = 0$ 在系统函数的收敛域内，

所以有 $y(t) = H(s_0)e^{s_0 t} = \frac{as_0+b}{(s_0+2)(s_0+3)} = \frac{1}{3}$ ，因此有 $b = 2$ 。

（3）根据初值定理，有 $h(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sH(s)$ 有

$$\lim_{s \rightarrow \infty} sH(s) = \frac{as^2+2}{(s+2)(s+3)} = 2 \text{ 得出 } a = 2$$

所以 $H(s) = \frac{2s+2}{(s+2)(s+3)}$ ， $\text{Re}[s] > -2$

解法 2：（1）由于系统是有理的，且只有两个极点，一个零点，所以设 $H(s) = \frac{as+b}{(s+2)(s+3)}$

则微分方程为： $y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = af'(t) + bf(t)$

将输入信号 $f(t) = 1$ ，系统输出 $y(t) = \frac{1}{3}$ 代入微分方程，得 $b = 2$ 。

（2）根据初值定理，有 $h(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sH(s)$ 有

$$\lim_{s \rightarrow \infty} sH(s) = \frac{as^2+2}{(s+2)(s+3)} = 2 \text{ 得出 } a = 2$$

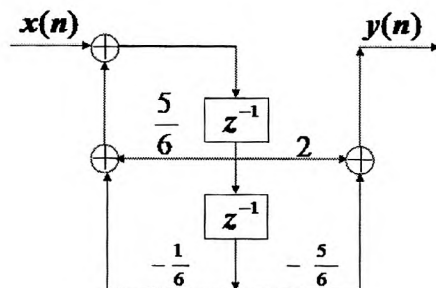
所以 $H(s) = \frac{2s+2}{(s+2)(s+3)}$ ， $\text{Re}[s] > -2$

八、（10 分）已知离散因果系统的模拟框图如下，试求

（1）系统函数 $H(z)$ ，并判断稳定性；

（2）写出差分方程；

（3）求单位函数响应 $h(n)$ 。



解: (1) $H(z) = \frac{2z^{-1} - \frac{5}{6}z^{-2}}{1 - \frac{5}{6}z^{-1} + \frac{1}{6}z^{-2}} \quad H(z) = \frac{2z - \frac{5}{6}}{z^2 - \frac{5}{6}z + \frac{1}{6}} = \frac{2z - \frac{5}{6}}{(z - \frac{1}{2})(z - \frac{1}{3})},$

两个极点: $z_1 = \frac{1}{2}, z_2 = \frac{1}{3}$, 极点在单位圆内, 系统稳定。

(2) $H(z) = \frac{2z^{-1} - \frac{5}{6}z^{-2}}{1 - \frac{5}{6}z^{-1} + \frac{1}{6}z^{-2}} = \frac{Y(z)}{X(z)}, \quad Y(z) - \frac{5}{6}z^{-1}Y(z) + \frac{1}{6}z^{-2}Y(z) = 2z^{-1}X(z) - \frac{5}{6}z^{-2}X(z)$

所以 $y(n) - \frac{5}{6}y(n-1) + \frac{1}{6}y(n-2) = 2x(n-1) - \frac{5}{6}x(n-2)$

(3) $H(z) = \frac{2z - \frac{5}{6}}{(z - \frac{1}{2})(z - \frac{1}{3})} = \frac{1}{z - \frac{1}{2}} + \frac{1}{z - \frac{1}{3}},$ 系统因果, 则

$$h(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u(n-1) + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} u(n-1)$$

或者 $H(z) = -5 + \frac{-\frac{13}{6}z^{-1} + 5}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 - \frac{1}{3}z^{-1})} = -5 + \frac{2}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{3}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}},$

$$h(n) = 3\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n) + 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n) - 5\delta(n)$$