

西南交通大学 2016—2017 学年第(1)学期考试试卷

课程代码 2100488 课程名称 复变函数与积分变换 B 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总成绩
得分											

阅卷教师签字 郑军 符伟

注意： 1. 请将选择题与填空题的答案写在指定位置；

2. 计算题需要写出必要的步骤。

一、选择题(每题 4 分, 共 40 分)

- 复数 $\cos 5 - i \sin 5$ 的辐角主值为【 】
(A) -5 (B) $5 - 2\pi$ (C) $2\pi - 5$ (D) $\pi - 5$
- 已知调和函数 $v = 2xy$, 当 $f(i) = -1$ 时, 则解析函数 $f(z) = u + vi$ 为【 】
(A) z (B) $z^2 + 1$ (C) z^2 (D) $z^2 + 2$
- $(1+i)^{-i}$ 的主值等于
(A) e (B) $e^{\frac{\pi}{4}}$ (C) $e^{\frac{\pi}{2}}$ (D) -1
- $\oint_{|z|=1} \frac{e^z}{(z^{10} + 2i)^{15} (5+z)^2} dz =$ 【 】
(A) 0 (B) $-\pi i$ (C) πi (D) $2\pi i$
- 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{n^4} (z+i)^n$ 的收敛半径等于
(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1
- $z=0$ 是函数 $\frac{\sin z}{z^2 \tan z}$ 的【 】
(A) 可去奇点 (B) 一级极点 (C) 二级极点 (D) 本性奇点
- $\text{Res} \left[\frac{1 - \cos z}{z^{101}}, 0 \right] =$ 【 】
(A) 0 (B) $\frac{1}{98!}$ (C) $\frac{1}{99!}$ (D) $\frac{1}{100!}$
- 函数 $f(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq 1 \\ 0, & |t| > 1 \end{cases}$ 的傅里叶变换等于【 】
(A) $\frac{2 \cos \omega}{\omega}$ (B) $\frac{2 \sin \omega}{\omega}$ (C) $\frac{4 \cos \omega}{\omega}$ (D) $\frac{4 \sin \omega}{\omega}$
- 若函数 $f(t)$ 的拉普拉斯变换 $L[f(t)] = F(s)$ 存在, 则下列等式中正确的是【 】

- (A) $L^{-1}[2F(s)] = \frac{1}{2}f(t)$ (B) $L^{-1}[sF(s)] = tf(t)$
 (C) $L\left[\int_0^\infty f(t)dt\right] = \frac{1}{s}F(s)$ (D) $L[f(t)e^{at}] = F(s-a)$ (其中 a 为常数)
 10. 函数 $f_1(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$ 与 $f_2(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ e^{-t}, & t \geq 0 \end{cases}$ 在傅里叶变换意义下的卷积 $f_1(t) * f_2(t)$ 等于
 (A) 0 (B) $\begin{cases} 0, & t < 0 \\ e^{-t}, & t \geq 0 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} 0, & t < 0 \\ e^{-t} + 1, & t \geq 0 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - e^{-t}, & t \geq 0 \end{cases}$

二、填空题(每题 4 分, 共 20 分)

11. 函数 $f(z) = (x^2 - xy) + i(x^2 + 2y^2)$ 在其可导点处的导数值等于 _____;
 12. 广义积分 (*Cauchy* 主值意义下) $\int_0^{+\infty} te^{-t} \sin t dt$ 的值等于 _____,
 13. 函数 $f(z) = \frac{3}{z+1}$ 在 $z_0 = 1+i$ 处的泰勒展开式的收敛半径 $R =$ _____;
 14. 函数 $f(t) = \int_0^t e^x \sin x dx$ 的 *Laplace* 变换等于 _____ (注: 象函数用 s 作变量)
 15. 在拉普拉斯变换意义下, 卷积 $1 * e^t =$ _____.

三、解答题 (共 4 个题, 共 40 分, 要求: 写出必要的解题步骤)

16. 计算复积分: $I = \int_C z \operatorname{Re}(z) dz$, 其中 C 为由原点 O 到 $1-2i$ 的直线段. (8 分)
 17. 计算 $\oint_{|z|=2} \frac{5+z}{(z^2+1)(z-1)} dz$ (8 分)
 18. 将函数 $f(z) = \frac{1}{z^2+2z-3}$ 分别在下列圆环域内展成洛朗级数. (12 分)
 (1) $1 < |z| < +\infty$; (2) $0 < |z-1| < 1$.
 19. 利用拉普拉斯变换求解常微分方程初值问题: $\begin{cases} y'' + 5y' - 14y = e^{3t}, \\ y(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$ (12 分)

请从此处开始答题

一、选择题 (每题 4 分, 共 40 分)

1. _____; 2. _____; 3. _____; 4. _____; 5. _____;
 6. _____; 7. _____; 8. _____; 9. _____; 10. _____.

二、填空题 (每题 4 分, 共 20 分)

11. _____; 12. _____; 13. _____;
 14. _____; 15. _____.

计算题从此处开始填写答案, 请写清楚题号及必要的解题步骤。