班级________ 学号________ 姓名________

密封装订线



# 西南交通大学 2023—2024 学年第（一）学期考试试卷



课程代码 MATH000812 课程名称 高等数学 I（A卷） 考试时间 120 分钟

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 总成绩 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | |

阅卷教师签字：________________

## 一、选择题（每小题 4 分，共 24 分）

1. 函数 $f(x)$ 在点 $x_0$ 处连续的充分必要条件是（　　）.

(A) $|f(x)|$ 在点 $x_0$ 处连续　　(B) $f^2(x)$ 在点 $x_0$ 处连续

(C) $e^{f(x)}$ 在点 $x_0$ 处连续　　(D) $\dfrac{1}{f(x)}$ 在点 $x_0$ 处连续

2. 函数 $f(x)=\dfrac{|x|\sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)}$ 有（　　）个可去间断点.

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

3. 设 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续，且 $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(h)}{|h|}=1$，则（　　）.

(A) $f(0)=0$，$f'(0)=1$　　(B) $f(x)$ 在 $x=0$ 处不可导

(C) $f(0)=0$，$f'_-(0)=1$　　(D) $f(0)=1$，$f'_+(0)=-1$

4. 设函数 $f(x)$ 二阶可导，$f'(1)<0$，$F(x)=f(\cos x)$，则 $x=0$ 是 $F(x)$ 的（　　）.

(A) 极小值点　　(B) 极大值点　　(C) 非极值点　　(D) 拐点

5. 数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n^2+1}+\dfrac{n}{n^2+4}+\dfrac{n}{n^2+9}+\cdots+\dfrac{n}{n^2+n^2}\right)=$（　　）.

(A) $\dfrac{\pi}{3}$　　(B) 1　　(C) $\dfrac{\pi}{2}$　　(D) $\dfrac{\pi}{4}$

6. 下列反常积分发散的是（　　）.

(A) $\displaystyle\int_e^{+\infty}\frac{1}{x\ln^2 x}dx$　　(B) $\displaystyle\int_0^{+\infty}xe^{-2x}dx$

(C) $\displaystyle\int_0^{2}\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}dx$　　(D) $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{x}{1+x^2}dx$



## 二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

7. 当 $x\to0$ 时 $\arctan x-x$ 与 $x^k$ 是同阶无穷小，则 $k=$________.

8. 设 $y=\dfrac{\tan x}{1+x^2}$，则 $y$ 在 $x=0$ 处的微分 $dy|_{x=0}=$________.

9. 曲线 $y=xe^{\frac{1}{x}}$ 的凸区间是________.

10. 曲线 $y=\dfrac{2}{3}x^{3/2}$ 上相应于 $0\le x\le3$ 的一段弧的弧长为________.

11. 微分方程 $y'=\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}$ 的通解为________.

## 三、计算题（每小题 7 分，共 21 分）

12. 计算极限 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\int_0^{x^2}(1+\sin 2t)^{\frac{1}{t}}dt}{(e^x-1)\ln(1+x)}$.

13. 计算不定积分 $I=\int x\arctan x\,dx$.

14. 计算定积分 $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\cos^3 x-\cos^5 x}\,dx$.

## 四、解答题（15 题 10 分，16 每题 9 分，17 题 10 分，共 29 分）

15. 设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=2t+1,\\ te^y+y=1\end{cases}$ 确定，求 $\dfrac{dy}{dx}$ 和曲线 $y=y(x)$ 在 $t=0$ 相应点处的切线方程.

16. 求微分方程 $y''+2xy'=e^{-x^2}$ 满足初值条件 $y|_{x=0}=0$，$y'|_{x=0}=0$ 的特解.

17. 求抛物线 $x=y^2$ 与直线 $x=2y$ 所围图形的面积，并求此图形分别绕 $x$ 轴和 $y$ 轴旋转一周而成的旋转体的体积.

## 五、证明题（6 分）

18. 设函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 为连续函数，$g(x)$ 为偶函数，$f(x)+f(-x)=A$（$A$ 为常数），

证明：对任意非零实数 $a$ 有 $\int_{-a}^{a}f(x)g(x)dx=A\int_0^a g(x)dx$，并计算 $\int_{-2}^{2}x^2\arctan e^x dx$.