

西南交通大学 2012—2013 学年第 (1) 学期考试试卷

课程代码 3130100 课程名称 《数字信号处理 A》 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总成绩
得分											

阅卷教师签字: _____

一、选择题: (20 分)

本题共 10 个小题, 每题回答正确得 2 分, 否则得零分。每小题所给答案中只有一个是正确的。

- 离散序列 $x(n)$ 为实、偶序列, 则其频域序列 $X(k)$ 为: (A)。
 - 实、偶序列
 - 虚、偶序列
 - 实、奇序列
 - 虚、奇序列
- 已知某系统的单位抽样响应 $h(n) = 0.3^n u(n)$, 则该系统是 (A)。
 - 因果稳定系统
 - 因果非稳定系统
 - 非因果稳定系统
 - 非因果非稳定系统
- 系统输入序列 $x(n)$ 和输出序列 $y(n)$ 满足差分方程: $y(n) = nx(n)$, 则该系统是 (C)。
 - 线性移不变系统
 - 非线性移不变系统
 - 线性移变系统
 - 非线性移变系统
- 序列实部的傅里叶变换等于序列傅里叶变换的 (A) 分量。
 - 共轭对称
 - 共轭反对称
 - 偶对称
 - 奇对称
- 已知频带宽度有限信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的最高频率分别为 f_1 和 f_2 , 其中 $f_1 < f_2$, 则对信号 $x_1(t) - x_2(t)$ 进行无失真抽样的最低抽样频率为 (B)。
 - $2f_1$
 - $2f_2$
 - $2f_1 + 2f_2$
 - $2f_1 f_2$
- 已知 4 点序列 $x(n) = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$ $n=0,1,2,3$, 该序列的 4 点 DFT 为 $X(k)$, 则 $X(3) =$ (C)。
 - 0
 - 1
 - 2
 - 4

7. 带阻滤波器可以通过方法（ C ）得到
- 给低通滤波器加窗
 - 在频域对低通滤波器进行平移
 - 对一个低通滤波器和一个高通滤波器并联求和
 - 对一个低通滤波器和一个高通滤波器进行级联
8. 在基 2DIT—FFT 运算中通过不断地将长序列的 DFT 分解成短序列的 DFT，最后达到 2 点 DFT 来降低运算量。若有一个 64 点的序列进行基 2 DIT—FFT 运算，需要分成（ B ）级蝶形，方能完成运算。
- A. 32 B. 6 C. 16 D. 8
9. 关于双线性变换法设计 IIR 滤波器正确的说法是（ D ）
- 双线性变换是一种线性变换
 - 不能用于设计高通和带阻滤波器
 - 双线性变换法将线性相位的模拟滤波器映射为一个线性相位的数字滤波器
 - 需要一个频率非线性预畸变
10. 关于 FIR 和 IIR 滤波器特性论述正确的是（ B ）
- IIR 滤波器可以采用非递归式结构
 - FIR 滤波器总是稳定的
 - IIR 滤波器可以利用 FFT 改善运算速度
 - 滤波性能相似的 IIR 滤波器和 FIR 滤波器，IIR 滤波器的阶数高于 FIR 滤波器的

二、(10 分) 简答题

1. 简述用窗函数法设计滤波器的步骤

答：(1) 根据对阻带衰减及过渡带的要求，选择窗函数的类型，并估计窗口长度 N 。

(2) 构造希望逼近的频率响应函数 $H_d(e^{j\omega})$ ，求出 $h_d(n)$

(3) 加窗得到设计结果： $h(n) = h_d(n)w(n)$

2. 相较于窗函数法、频率采样法，等波纹逼近法设计的滤波器有什么优点？

答：等波纹最佳逼近法是一种优化设计法，其频率响应在通带和阻带内都是等波纹的，而且可以分别控制通带和阻带的波纹幅度。

与窗函数法和频率采样法相比较，等波纹法使最大误差均匀分布，所以设计的滤波器性能价格比最高。阶数相同时，等波纹法使滤波器的最大逼近误差最小，即通带最大衰减最小，阻带最小衰减最大；指标相同时，等波纹法设计的滤波器阶数最低。

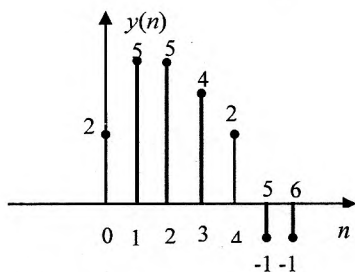
三、(15 分) 假设 $x(n) = 2\delta(n) + 3\delta(n-1) - \delta(n-3)$, $h(n) = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2] + \delta[n-3]$,

(1) 令 $y(n) = x(n) * h(n)$, 求 $y(n)$ 。要求写出 $y(n)$ 的表达式, 并画出 $y(n)$ 的波形。

(2) 令 $y_c(n)$ 为 $x(n)$ 和 $h(n)$ 的圆周卷积, 圆周卷积的长度 $L = 5$, 求 $y_c(n)$, 画出 $y_c(n)$ 的波形。

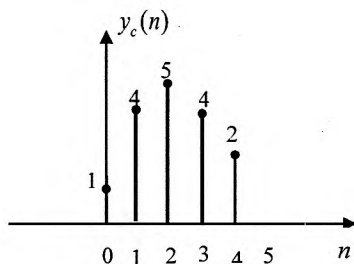
(3) 指出 $y(n)$ 与 $y_c(n)$ 的关系 (即指出二者在那些样点上相等, 在那些样点上不相等, 并说明理由)。

解: (1) $y(n) = x(n) * h(n) = \{2, 5, 5, 4, 2, -1, -1\}$,



(2) $L = 5$ 的圆周卷积为

$$y_c(n) = \{1, 4, 5, 4, 2\}$$



(3) 比较 (1) 和 (2) 可知只有 $n=2, 3, 4$ 时的序列值相同, 因为 (2) 的循环卷积是 (1) 的线性卷积以圆周卷积的长度 $L = 5$ 为周期的延拓并截取 5 个序列值产生的, 线性卷积长度是 $4+4-1=7$, 而与循环卷积的长度之差是 2, 所以有 2 个序列值被延拓时混迭。

四、(15 分) 用双线性变换法设计一个巴特沃斯低通 IIR 滤波器, 设计指标参数为: 在通带内频率低于 0.25π 时, 最大衰减小于 0.5dB ; 在阻带内 $[0.35\pi, \pi]$ 频率区间上, 最小衰减大于 30dB 。

(1) 预畸数字截止频率求得模拟截止频率;

(2) 求满足设计指标的模拟滤波器阶数 N 和 3dB 带宽 Ω_c ;

解(1) 数字低通滤波器的技术指标为

$$\omega_p = 0.25\pi, \alpha_p = 0.5\text{dB}, \omega_s = 0.35\pi, \alpha_s = 30\text{dB}$$

模拟低通滤波器的技术指标为

$$\Omega = \tan\left(\frac{\omega}{2}\right), T = 2$$

$$\Omega_p = \tan\left(\frac{\omega_p}{2}\right) = \tan(0.125\pi) = 0.414214\text{rad/s}, \alpha_p = 0.5\text{dB}$$

$$\Omega_s = \tan\left(\frac{\omega_s}{2}\right) = \tan(0.175\pi) = 0.612801\text{rad/s}, \alpha_s = 30\text{dB}$$

$$(2) \lambda_{sp} = \frac{\Omega_s}{\Omega_p} = \frac{0.612801}{0.414214} = 1.4794$$

$$k_{sp} = \sqrt{\frac{10^{0.1\alpha_s} - 1}{10^{0.1\alpha_p} - 1}} = \sqrt{\frac{10^3 - 1}{10^{0.05} - 1}} = 90.4836$$

$$N = \frac{\lg k_{sp}}{\lg \lambda_{sp}} = \frac{\lg 90.4836}{\lg 1.4794} = \frac{1.9566}{0.170086} = 11.5035$$

则 N 取 12.

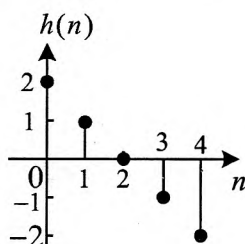
$$\Omega_c = \frac{\Omega_p}{\sqrt[2N]{10^{0.1\alpha_p} - 1}}, \text{ 或 } \Omega_c = \frac{\Omega_s}{\sqrt[2N]{10^{0.1\alpha_s} - 1}}$$

求得 $\Omega_c = 0.452159\text{rad/s}$ 。

$$\Omega_c = \Omega_p (10^{0.1\alpha_p} - 1)^{-\frac{1}{2N}} = 0.414214 (10^{0.05} - 1)^{-\frac{1}{24}} = 0.452159$$

$$\text{或 } \Omega_c = \Omega_s (10^{0.1\alpha_s} - 1)^{-\frac{1}{2N}} = 0.612801 (10^3 - 1)^{-\frac{1}{24}} = 0.459555$$

五、(15 分) 设有一 *FIR* 数字滤波器，其单位冲激响应 $h(n)$ 如图所示：



试求：(1) 该系统的频率响应 $H(e^{j\omega})$ ；

(2) 如果记 $H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$ ，其中， $H(\omega)$ 为幅度函数（可以取负值）， $\varphi(\omega)$ 为相位函数，试求 $H(\omega)$ 与 $\varphi(\omega)$ ；

(3) 判断该线性相位 *FIR* 系统是何种类型的数字滤波器？（低通、高通、带通、带阻），说明你的判断依据。

(4) 画出该 *FIR* 系统的线性相位型网络结构流程图。

解：(1) $h(n) = (2, 1, 0, -1, -2)$

$$\begin{aligned} H(e^{j\omega}) &= \sum_{n=0}^4 h(n)e^{-j\omega n} = h(0) + h(1)e^{-j\omega} + h(2)e^{-j2\omega} + h(3)e^{-j3\omega} + h(4)e^{-j4\omega} \\ &= 2 + e^{-j\omega} - e^{-j3\omega} - 2e^{-j4\omega} = 2(1 - e^{-j4\omega}) + (e^{-j\omega} - e^{-j3\omega}) \\ &= 2e^{-j2\omega}(e^{-j2\omega} - e^{j2\omega}) + e^{-j2\omega}(e^{j\omega} - e^{-j\omega}) = e^{-j2\omega}[4j\sin(2\omega) + 2j\sin(\omega)] \end{aligned}$$

$$(2) H(e^{j\omega}) = e^{-j2\omega} e^{j\frac{\pi}{2}} [4\sin(2\omega) + 2\sin(\omega)] = e^{j(\frac{\pi}{2}-2\omega)} [4\sin(2\omega) + 2\sin(\omega)]$$

$$H(\omega) = 4\sin(2\omega) + 2\sin(\omega), \quad \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - 2\omega$$

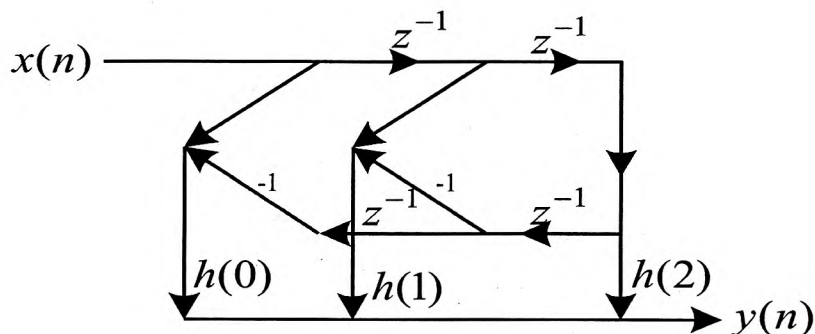
$$(3) H(2\pi - \omega) = 4\sin[2(2\pi - \omega)] + 2\sin(2\pi - \omega) = -4\sin(2\omega) - 2\sin(\omega) = -H(\omega)$$

故 当 $\omega = 0$ 时，有 $H(2\pi) = -H(0) = H(0)$ ，即 $H(\omega)$ 关于 0 点奇对称， $H(0) = 0$ ；

当 $\omega = \pi$ 时，有 $H(\pi) = -H(\pi)$ ，即 $H(\omega)$ 关于 π 点奇对称， $H(\pi) = 0$

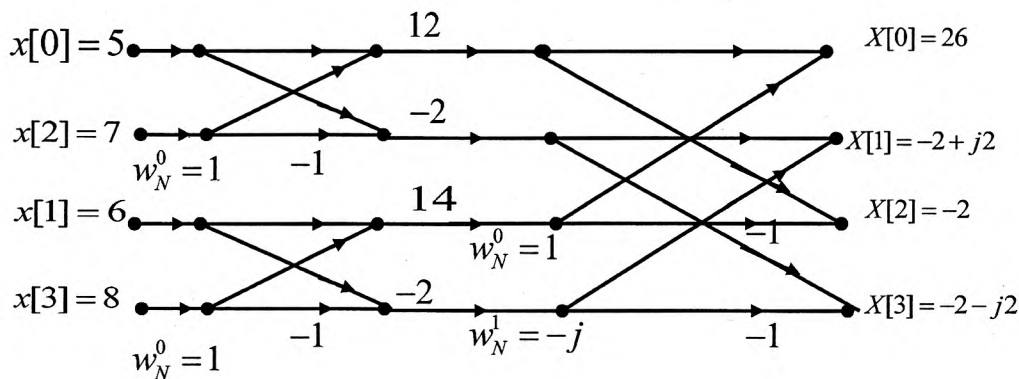
上述条件说明，该滤波器为一个线性相位带通滤波器。

(4) 线性相位结构流程图



六、(15 分) 设一个实际序列 $x[n] = \{x[0], x[1], x[2], x[3]\} = \{5, 6, 7, 8\}$,

- (1) 请画出序列长度 $N=4$ 时的基 2 按时间抽取 FFT (DIT-FFT) 计算流图, (输入序列为倒序, 输出序列为自然顺序)。
- (2) 利用以上画出的计算流图求该有限长序列的 DFT, 即 $X[k], k = 0, 1, 2, 3$ 。(请按要求做, 直接按 DFT 定义计算不得分)。
- (3) 若 $y(n) = \{x(0), 0, x(1), 0, x(2), 0, x(3), 0\} = \{5, 0, 6, 0, 7, 0, 8, 0\}$, 使用最少的运算量求 $Y(k), 0 \leq k \leq 7$ 按 DFT 定义直接计算不得分。(提示: 利用时域抽取法原理)



(3)

$$\begin{aligned}
 Y(k) &= \sum_{n=0}^7 y(n)W_8^{nk} = \sum_{r=0}^3 y(2r)W_8^{2rk} + \sum_{r=0}^3 y(2r+1)W_8^{(2r+1)k} \\
 &= \sum_{r=0}^3 x(r)W_8^{2rk} + \sum_{r=0}^3 y(2r+1)W_8^{(2r+1)k} \\
 &= \sum_{r=0}^3 x(r)W_4^{rk} = X(k) \text{ (因 } y(2r+1) = 0 \text{)} \\
 k &= 0, 1, \dots, 7
 \end{aligned}$$

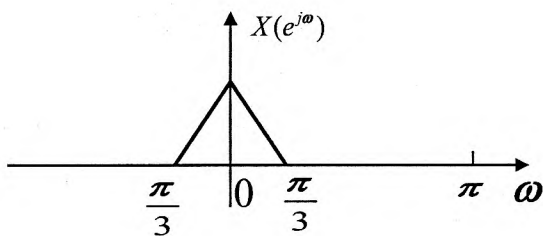
当 $k=0, 1, 2, 3, Y(k)=X(k)$;

当 $k=4, 5, 6, 7$, 利用 DFT 的圆周性, $Y(k)=Y(4+k')=X(4+k')=X(k'), k'=0, 1, 2, 3$;

故

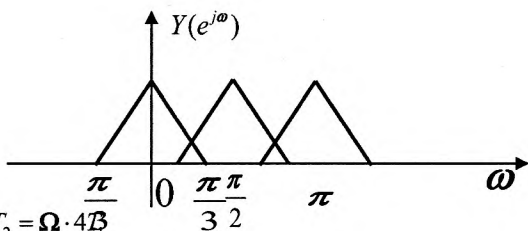
$$Y(k) = \{26, -2+2j, -2, -2-2j, 26, -2+2j, -2, -2-2j\}$$

七、(10 分) 假设信号 $x(n]$, 其频谱 $X(e^{j\omega})$ 如图所示。按因子 $D=4$ 直接对 $x(n]$ 抽取, 得到信号 $y(m)=x(4m)$, 画出 $y(m)$ 的频谱函数曲线, 说明抽取过程是否丢失了信息。



解: 设信号 $x(n]$ 的采样模拟频率为 Ω_{sal} , 对应的数字域频率为 2π 。

若按因子 $D=4$ 直接对 $x(n]$ 抽取, 则 $y(m)=x(4m)$ 的采样模拟频率为 $\Omega_{\text{sal}}/4$, 对应的数字域频率为 $\pi/2$, 频谱混叠, 抽取过程丢失了信息。变换为数字域频率 $\omega = \Omega \cdot T_1$, 则



或: 若变换为 $\omega = \Omega \cdot T_2 = \Omega \cdot 4T_1$

