

西南交通大学 2016—2017 学年第(1)学期考试试卷

课程代码 3231600, 3045931 课程名称 数字信号处理 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总成绩
得分											

阅卷教师签字: _____

一、选择题: (共 20 分, 每空 2 分)

本题共 10 个小题, 每题回答正确得 2 分, 否则得零分. 每小题所给出答案中只有一个是正确的.

- 运用滤波器对某信号进行滤波, 等价于 (B)。
 - 滤波器的传递函数与脉冲响应的乘积。
 - 滤波器的脉冲响应与信号的卷积。
 - 滤波器的脉冲响应与信号的乘积。
 - 滤波器的脉冲响应与频率域中的信号表示的乘积。
- 已知某系统函数的 Z 变换收敛域为 $5 > |z| > 3$, 则该系统具有 (D)。
 - 因果、稳定性
 - 非因果、稳定性
 - 因果、非稳定性
 - 非因果、非稳定性

- 系统的单位抽样响应为 $h(n) = \delta(n-1) + \delta(n+1)$, 其频率响应为 (A)

A. $H(e^{j\omega}) = 2 \cos \omega$ B. $H(e^{j\omega}) = 2 \sin \omega$ C. $H(e^{j\omega}) = \cos \omega$ D. $H(e^{j\omega}) = \sin \omega$

- 序列 $x_1(n)$ 的长度为 4, 序列 $x_2(n)$ 的长度为 3, 则它们线性卷积的长度和 5 点圆周卷积的长度分别是 (B)。

A. 5, 5 B. 6, 5 C. 6, 6 D. 7, 5

- 已知频带宽度有限信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的最高频率分别为 f_1 和 f_2 , 其中 $f_1 < f_2$, 则对信号

$2x_1(t) + 3x_2(t)$ 进行无失真抽样的最低抽样频率为 (B)。

A. $2f_1$ B. $2f_2$ C. $2f_1 + 2f_2$ D. $2f_1 f_2$

- 用窗函数设计的线性相位 FIR 滤波器过渡带越窄越好, 过渡带内外波动越小越好, 要求窗函数频谱 (A)。

A. 主瓣宽度小, 旁瓣面积小 B. 主瓣宽度小, 旁瓣面积大
C. 主瓣宽度大, 旁瓣面积小 D. 主瓣宽度大, 旁瓣面积大

- 下列对 IIR 滤波器特点的论述中错误的是 (B)。

A. 系统的单位冲激响应 $h(n)$ 是无限长的 B. 肯定是稳定的
C. 结构必是递归型的 D. 系统函数 $H(z)$ 在有限 z 平面 ($0 < |z| < \infty$) 上有极点

8.按时间抽取 FFT 计算 N 点 DFT 所需的复数乘法次数为 (D)。

A. N B. N 的平方 C. N 的立方 D. $N \log_2 N$

9. 以下现象中 (C) 不属于截断效应。

A. 频谱泄露 B. 谱间干扰 C. 时域混叠 D. 吉布斯(Gibbs)效应

10. 序列虚部的离散时间 FT 变换等于序列离散时间 FT 变换的 (B) 分量。

A. 共轭对称 B. 共轭反对称 C. 偶对称 D. 奇对称

二、(10 分) 判断题

(对以下各题的说法, 认为对的在括号内填“√”, 认为错的在括号内填“×”; 每小题 2 分, 共 10 分)

1. (√) 一般来说, 左边序列的 Z 变换的收敛域一定在模最小的有限极点所在的圆之内。
2. (×) 双线性变换法是非线性变换, 所以用它设计 IIR 滤波器不能克服频率混叠效应。
3. (√) 只要找到一个有界的输入, 产生有界输出, 则表明系统稳定。
4. (√) 用窗函数法设计 FIR 数字滤波器和用频率抽样法设计 FIR 数字滤波器的不同之处在于前者在时域中进行, 后者在频域中进行。
5. (×) 按频域抽取的基-2 FFT 算法中, 输入顺序为倒序排列, 输出为自然顺序。

三、(10 分) 设系统由下面差分方程描述:

$$y(n) = y(n-1) + y(n-2) + x(n-1)$$

(1) 求系统函数 $H(z)$;

(2) 限定系统稳定, 写出 $H(z)$ 的收敛域, 并求出其单位脉冲响应 $h(n)$ 。

解: (1) $H(z) = \frac{z}{z^2 - z - 1}$ (2 分)

(2) $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < |z| < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (2 分);

$$h(n) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n u(n) - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n u(-n-1) \quad (4 \text{ 分})$$

四、(10 分) 设 $x(n] = \begin{cases} n+1, & 0 \leq n \leq 4 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $h(n) = R_4(n-2)$ 令 $\hat{x}(n) = x((n))_6 R_6(n)$, $\hat{h}(n) = h((n))_6 R_6(n)$,

试求: (1) $\hat{x}(n)$ 与 $\hat{h}(n)$ 的 6 点循环卷积; (2) 对卷积结果进行长度为 6 的周期延拓并作图。

解: 可以用列表法求解, 在一个周期内

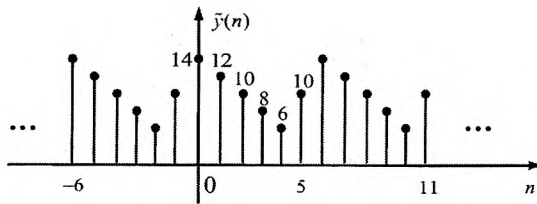
$$\tilde{y}(n) = \tilde{x}(n) * \tilde{h}(n) = \sum_{m=0}^5 \tilde{x}(m) \tilde{h}(n-m)$$

$$x((n))_6 R_6(n) = \{1, 2, 3, 4, 5, 0\}, \quad h((n))_6 R_6(n) = \{0, 0, 1, 1, 1, 1\}$$

则

$$\tilde{y}(n)R_6(n) = x((n))_6 R_6(n) \oplus h((n))_6 R_6(n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ 10 \\ 8 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 12 \\ 10 \\ 8 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}$$

只要将表中对应于某个 n 的一行中的 $\tilde{h}(n-m)$ 值和第一行中与之对应的 $\tilde{x}(m)$ 值相乘，然后再将所有乘积结果相加，就得到此 n 的 $\tilde{y}(n)$ 值。 $\tilde{y}(n)$ 如图所示。



五、(15 分) 用双线性变换法设计一个巴特沃斯低通 IIR 滤波器，设计指标参数为：在通带内频率低于 0.25π 时，最大衰减小于 0.5dB ；在阻带内 $[0.35\pi, \pi]$ 频率区间上，最小衰减大于 3dB 。

求：(1) 预畸数字截止频率求得模拟截止频率；

(2) 求满足设计指标的模拟滤波器阶数 N 和 3dB 带宽 Ω_c 。 $\left(\Omega_c = \frac{\Omega_p}{2N\sqrt{(10^{0.1\alpha_p} - 1)}} \right)$ ；

(3) 写出求出滤波器阶数 N 和 3dB 带宽 Ω_c 之后的设计步骤。

解(1) 数字低通滤波器的技术指标为

$$\omega_p = 0.25\pi, \alpha_p = 0.5\text{dB}, \omega_s = 0.35\pi, \alpha_s = 3\text{dB}$$

模拟低通滤波器的技术指标为

$$\Omega = \tan\left(\frac{\omega}{2}\right), T = 2$$

$$\Omega_p = \tan\left(\frac{\omega_p}{2}\right) = \tan(0.125\pi) = 0.414214\text{rad/s}, \alpha_p = 0.5\text{dB}$$

$$\Omega_s = \tan\left(\frac{\omega_s}{2}\right) = \tan(0.175\pi) = 0.612801\text{rad/s}, \alpha_s = 3\text{dB}$$

$$(2) \lambda_{sp} = \frac{\Omega_s}{\Omega_p} = \frac{0.612801}{0.414214} = 1.4794$$

$$k_{sp} = \sqrt{\frac{10^{0.1\alpha_s} - 1}{10^{0.1\alpha_p} - 1}} = \sqrt{\frac{10^{0.3} - 1}{10^{0.05} - 1}} = 2.855986$$

$$N = \frac{\lg k_{sp}}{\lg \lambda_{sp}} = \frac{\lg 2.855986}{\lg 1.4794} = \frac{0.45576}{0.170086} = 2.6796$$

则 N 取 3.

$$\Omega_c = \frac{\Omega_p}{\sqrt[2N]{(10^{0.1\alpha_p} - 1)}},$$

$$\Omega_c = \Omega_p (10^{0.1\alpha_p} - 1)^{-\frac{1}{2N}} = 0.414214(10^{0.05} - 1)^{-\frac{1}{6}} = 0.58815$$

(3) 第一步查表或利用 MATLAB 中函数 buttap 可得到 6 阶归一化的低通巴特沃斯传输函数

$$H_{an}(s)$$

第二步根据 3dB 带宽 $\Omega_c = 0.58815 \text{ rad/s}$ 去归一化得到

$$H_a(s) = H_{an}\left(\frac{s}{\Omega_c}\right) = H_{an}\left(\frac{s}{0.58815}\right)$$

第三步通过双线性变换最终得到所求的数字低通滤波器传输函数表达式

$$H(z) = H_a(s) \bigg|_{s=\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$

六、(15 分) 设计一个线性相位 FIR 低通滤波器，给定通带截止频率为 $\omega_p = 0.2\pi$ ，阻带截止频率为 $\omega_s = 0.4\pi$ ，阻带衰减不小于 -50dB 。试求解下列问题：

- (1) 选择合适的窗函数，说明原因；
- (2) 选择滤波器的长度 N ；
- (3) 求出 $h(n)$ 。

窗函数	主瓣宽度	旁瓣峰值 衰减 (dB)	阻带最小 衰减 (dB)	窗函数表达式
矩形窗	$4\pi/N$	-13	-21	$R_N(n)$
三角窗	$8\pi/N$	-25	-25	$w(n) = \begin{cases} \frac{2n}{N-1} & 0 \leq n \leq \frac{1}{2}(N-1) \\ 2 - \frac{2n}{N-1} & \frac{1}{2}(N-1) < n \leq (N-1) \end{cases}$
汉宁窗 (Hanning)	$8\pi/N$	-31	-44	$w(n) = 0.5 \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) \right] R_N(n)$
哈明窗 (Hamming)	$8\pi/N$	-41	-53	$w(n) = \left[0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) \right] R_N(n)$
布莱克曼窗 (Blackman)	$12\pi/N$	-57	-74	$w(n) = \left[0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) \right] R_N(n)$

解：(1) 阻带衰减不小于 50dB，根据给定的图表，可以选择哈明窗。

(2) 过渡带 $\Delta\omega = \omega_s - \omega_p = 0.2\pi$ ，则 $0.2\pi \geq 8\pi/N$ ，可得 $N \geq 40$ ；

(3) 数字理想目标低通滤波器的截止频率 $\omega_c = \frac{1}{2}(\omega_p + \omega_s) = 0.3\pi$ ，则

$$h_d(n) = \frac{\omega_c}{\pi} \text{Sa}[\omega_c(n-\alpha)]$$

若选择 $N=41$ ，则 $\alpha=20$ 。

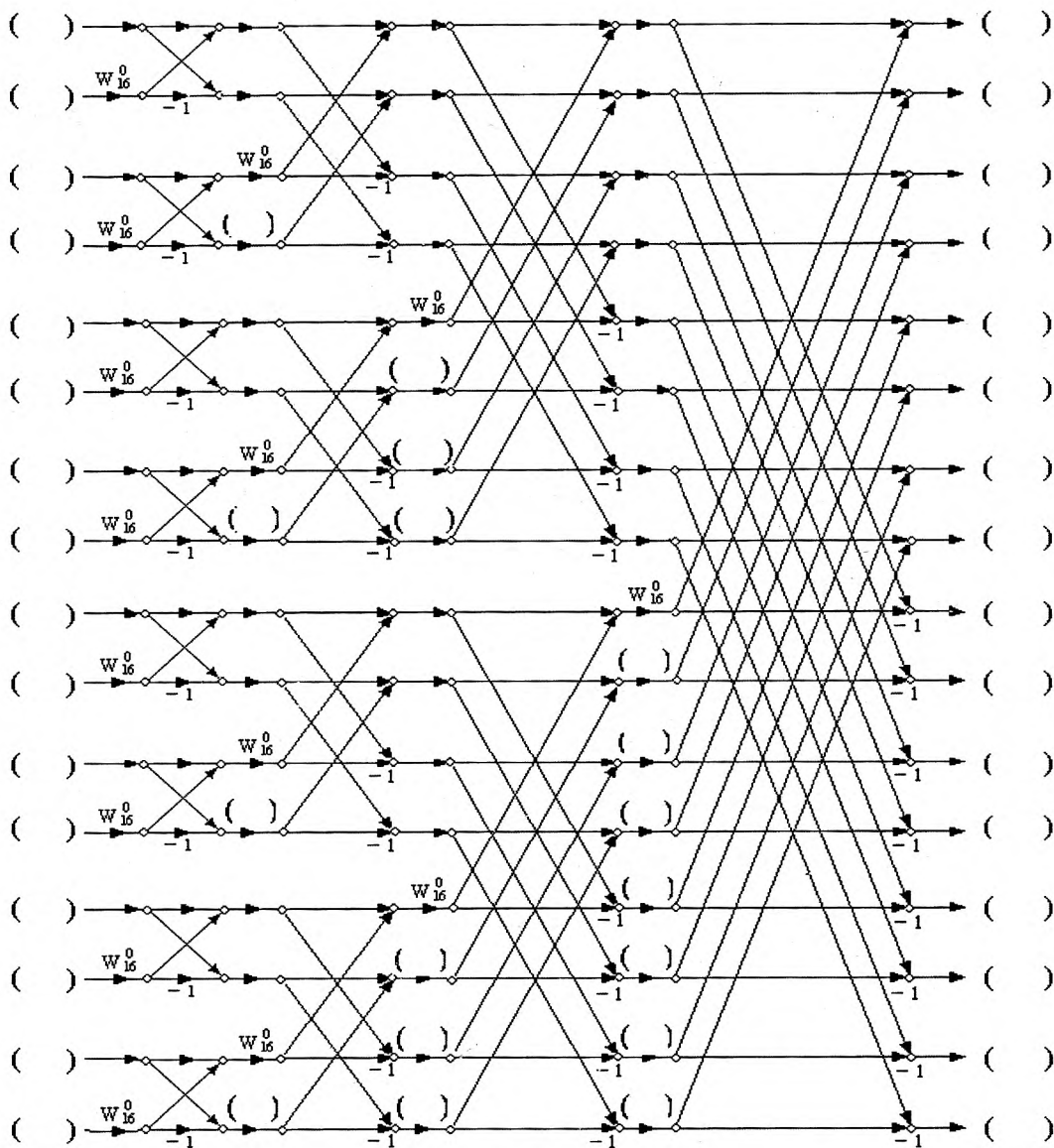
所以
$$h(n) = 0.3 \text{Sa}\left[0.3\pi(n-20)\right] \left[0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{40}\right)\right] R_{41}(n)$$

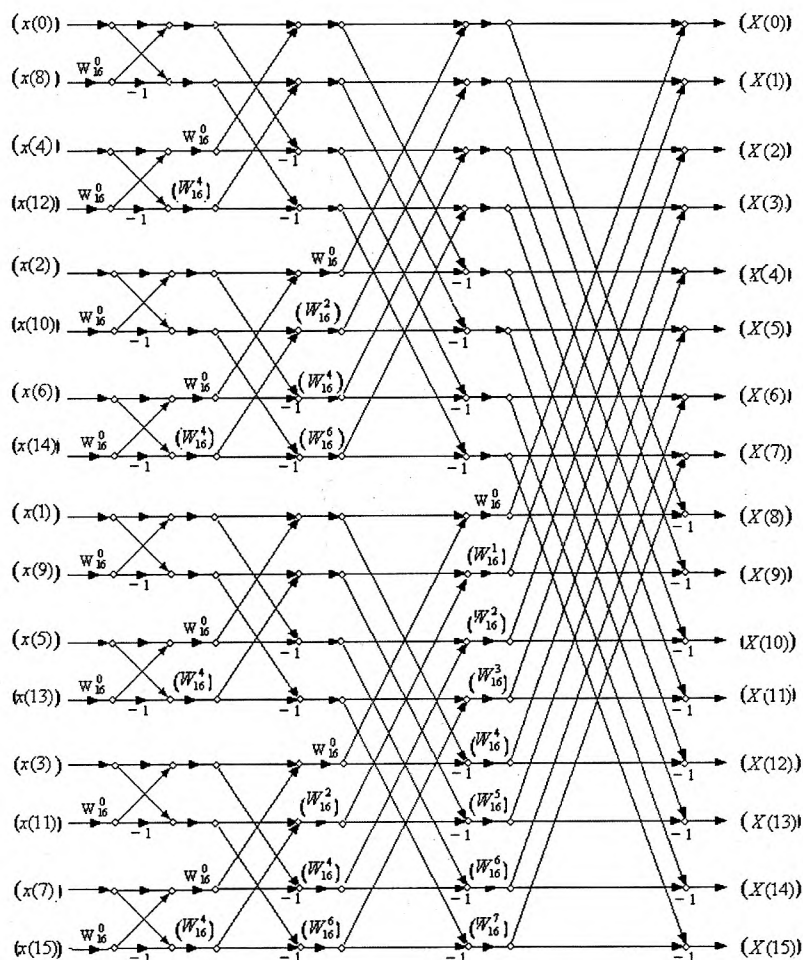
七、(10分) 下图是 $N=16$ 时的按时间抽取的基-2FFT 流图：

1. 在图中括号内写出输入序列 $x[n]$ 与输出序列 $X[k]$ 排列顺序。

2. 在图中括号内写出恰当的传输系数。

(注：请将本题答案写在题签的图中。)





八、(10分) 有一调幅信号

$$x_a(t) = \frac{\sin(200\pi t)}{\pi t} \cos(1200\pi t)$$

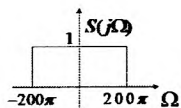
用 DFT 做频谱分析, 要求谱分辨率 $F \leq 10\text{Hz}$, 问:

- (1) 抽样频率应为多少赫兹 (Hz)?
- (2) 抽样时间间隔应为多少秒 (Sec)?
- (3) 至少应截取的最小记录时间 T_{pmin} 是多少秒?
- (4) 抽样点数至少应为多少点?

解: (1) $x_a(t) = \frac{\sin(200\pi t)}{\pi t} \cos(1200\pi t) = 200Sa(200\pi t) \cos(1200\pi t)$

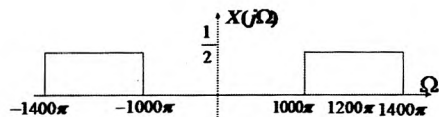
其中 $200Sa(200\pi t) \xrightarrow{F} S(j\Omega) = [u(\Omega + 200\pi) - u(\Omega - 200\pi)]$,

如图



$$\text{则 } x_a(t) = 200\text{Sa}(200\pi t) \cos(1200\pi t) \xrightarrow{F} X(j\Omega) = \frac{1}{2} \{S[j(\Omega + 1200\pi)] + S[j(\Omega - 1200\pi)]\},$$

如下图



则信号的频带宽度为 $\Omega_m = 1400\pi$ ，即 $f_m = 700\text{Hz}$ ，所以抽样频率应为

$$f_s \geq 2 \times 700 = 1400\text{Hz}。$$

(2) 抽样时间间隔应为 $T \leq \frac{1}{f_s} = \frac{1}{1400} = 0.00071\text{Sec} = 0.71\text{ms}$

(3) $T_p \geq \frac{1}{F}$ ，所以 $T_p \geq \frac{1}{F} = \frac{1}{10} = 0.1\text{s}$

(4) $N = \frac{T_p}{T} = \frac{0.1}{0.00071} = 140.81 \approx 141$ 抽样点数至少为 141 点。