

8-信息论基础

Dr. Li Hao

Email: lhao@swjtu.edu.cn

信息论基础

- 1、离散信源的熵
- 2、模拟无记忆信道的容量
- 3、数字通信系统常用性能指标

1、离散信源的熵

自信息量(self-information)

设信源: $X = \begin{bmatrix} X \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1, & a_2, & \dots, & a_q \\ p(a_1), & p(a_2), & \dots, & p(a_q) \end{bmatrix}$, 把

$$I(a_i) = -\log p(a_i)$$

称为符号 a_i 的自信息量.

自信息量 $I(a_i)$

=符号 a_i 具有的不确定性

=收到符号 a_i 后获得的信息量

1、离散信源的熵



自信息量的单位

- 对数以2为底(\log), 单位为比特(**bit, binary unit**)
- 对数以e为底(\ln), 单位为奈特(**nat, nature unit**)
- 对数以10为底(\lg), 单位为哈特(**Hart, Hartley**)
- 单位转换
 - $\text{1 nat} = \log(e)\text{bit} \approx 1.433 \text{ bit}$
 - $\text{1 Hart} \approx 3.322 \text{ bit}$

1、离散信源的熵

例:英文字母中, $p(e)=0.1031$, $p(c)=0.0218$, $p(x)=0.0013$, 则:

$$I(e)=-\log(0.1031)=3.2779\text{bit}$$

$$I(c)=-\log(0.0218)=5.5195\text{bit}$$

$$I(x)=-\log(0.0013)=9.5873\text{bit}$$

概率、不确定度与自信息量的关系

概率越小 \rightarrow 不确定度越大 \rightarrow 自信息量越大

设一个信源发出的二进制码元0和1，如发0的概率为 $P(0)=1/4$ ，发1的概率为 $P(1)=3/4$ ，则符号0的自信息量为 [填空1] bit，符号1的自信息量为 [填空2] bit，其平均信息量为 [填空3] bit。
(注： $\log_2 3=1.59$ ，上述结果均取小数点后两位。)

正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答

1、离散信源的熵

熵(entropy)

设信源为: $X = \begin{bmatrix} X \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1, & a_2, & \dots, & a_q \\ p(a_1), & p(a_2), & \dots, & p(a_q) \end{bmatrix},$

则把 $H(X) = -\sum_{i=1}^q p(a_i) \log p(a_i)$ (比特/符号) 称为信源 X 的熵 (*Entropy*).

- 信源熵是表示信源输出后，每个符号所提供的平均信息量
- 信源熵是信源全体符号自信息量的平均值
- 规定: $0 \cdot \log 0 = 0!$

设信源符号集 $X=\{x_1, x_2, x_3\}$ ，每个符号发生的概率分别为： $p(x_1)=1/2$, $p(x_2)=1/4$, $p(x_3)=1/4$ ，则信源熵为 [填空1] (bit/symbol)。

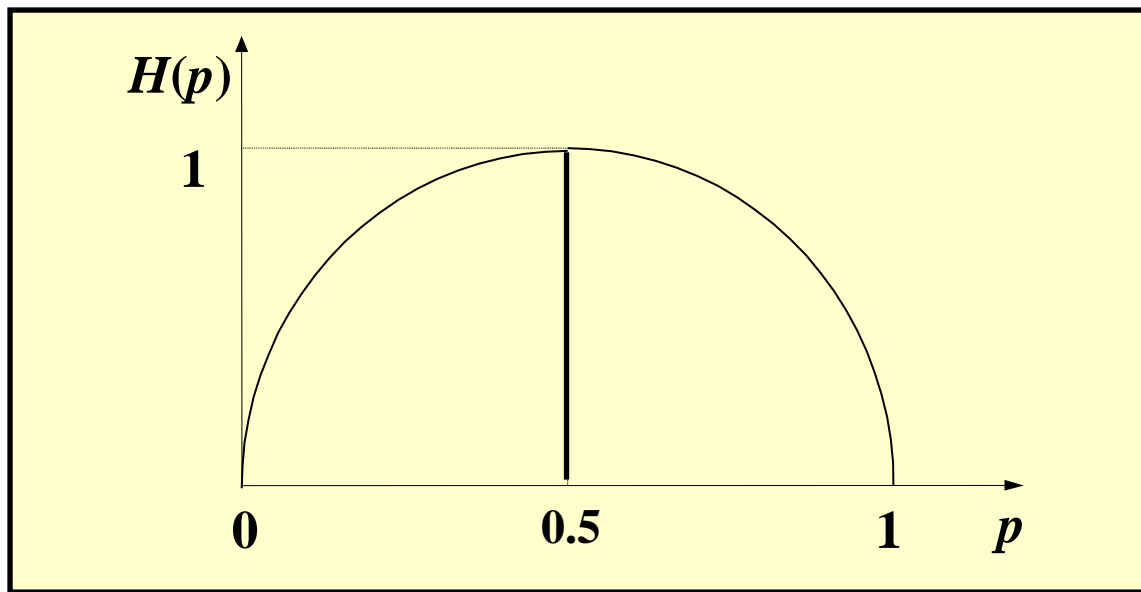
正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答

1、离散信源的熵

例: 设二元信源 X 发出符号 0 和 1, 发 0 的概率为 p , 发 1 的概率为 q , 则 $p + q = 1$, 则求信源熵。

$$H(x) = -[p \log_2 p + q \log_2 q] = -[p \log_2 p + (1-p) \log_2 (1-p)]$$



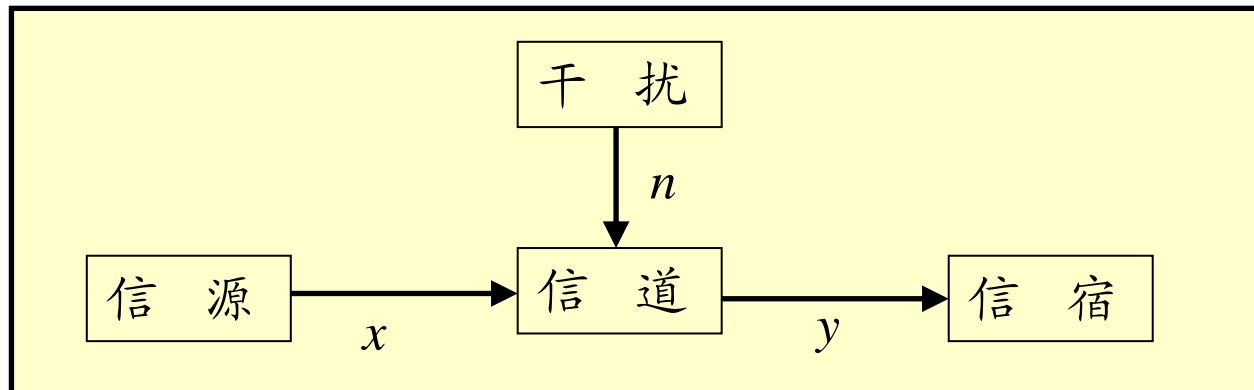
2、模拟无记忆信道的容量

Shannon公式

- 单位时间的信道容量为

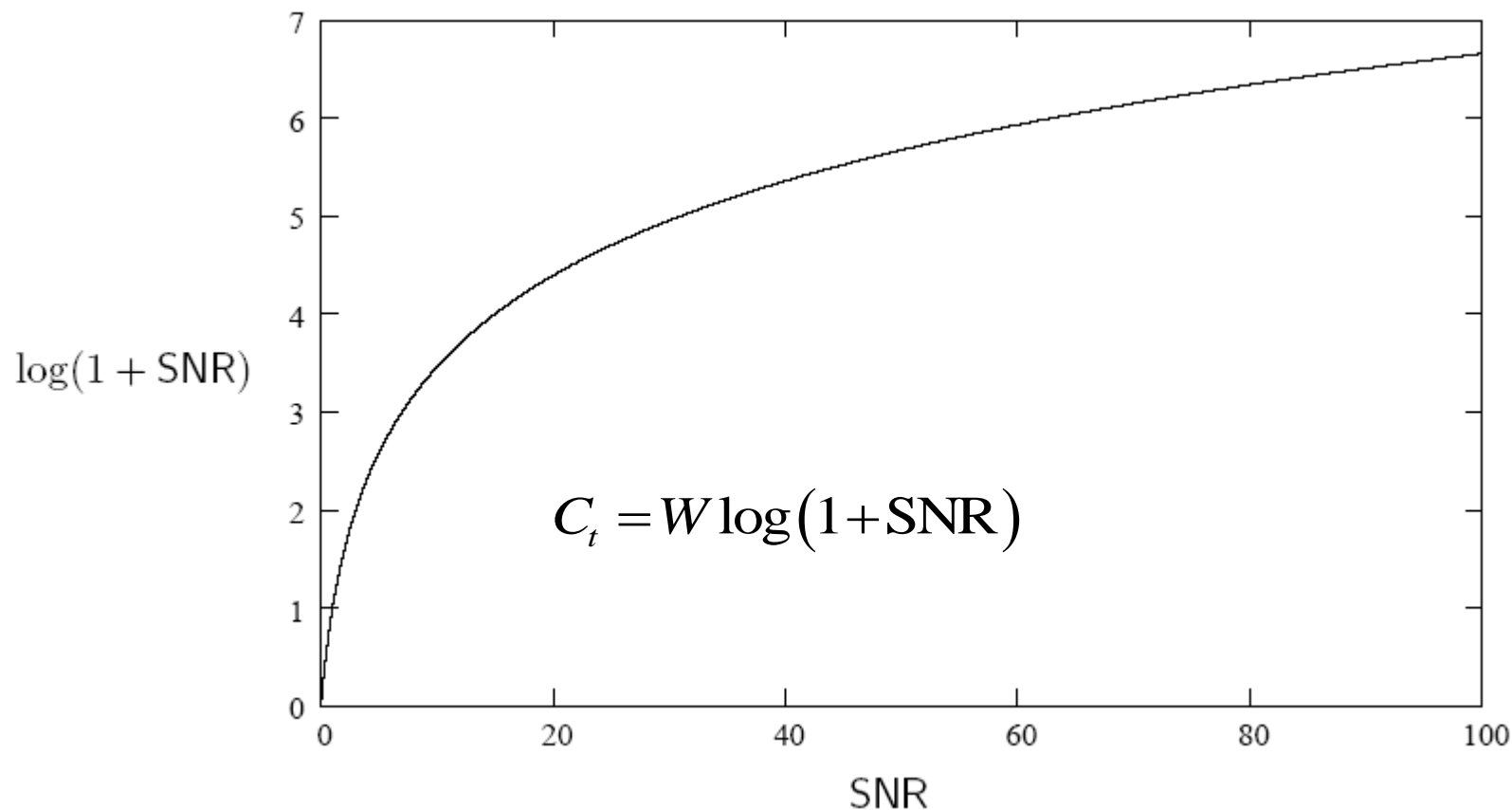
$$C_t = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{C}{T} = W \log \left(1 + \frac{P_s}{N_0 W} \right) = W \log(1 + \text{SNR}) (\text{bit} / \text{秒})$$

- P_s : 输入信号的平均功率
- $N_0 W$: 高斯白噪声在带宽 W 内的平均功率



2、模拟无记忆信道的容量

信道容量与SNR的关系

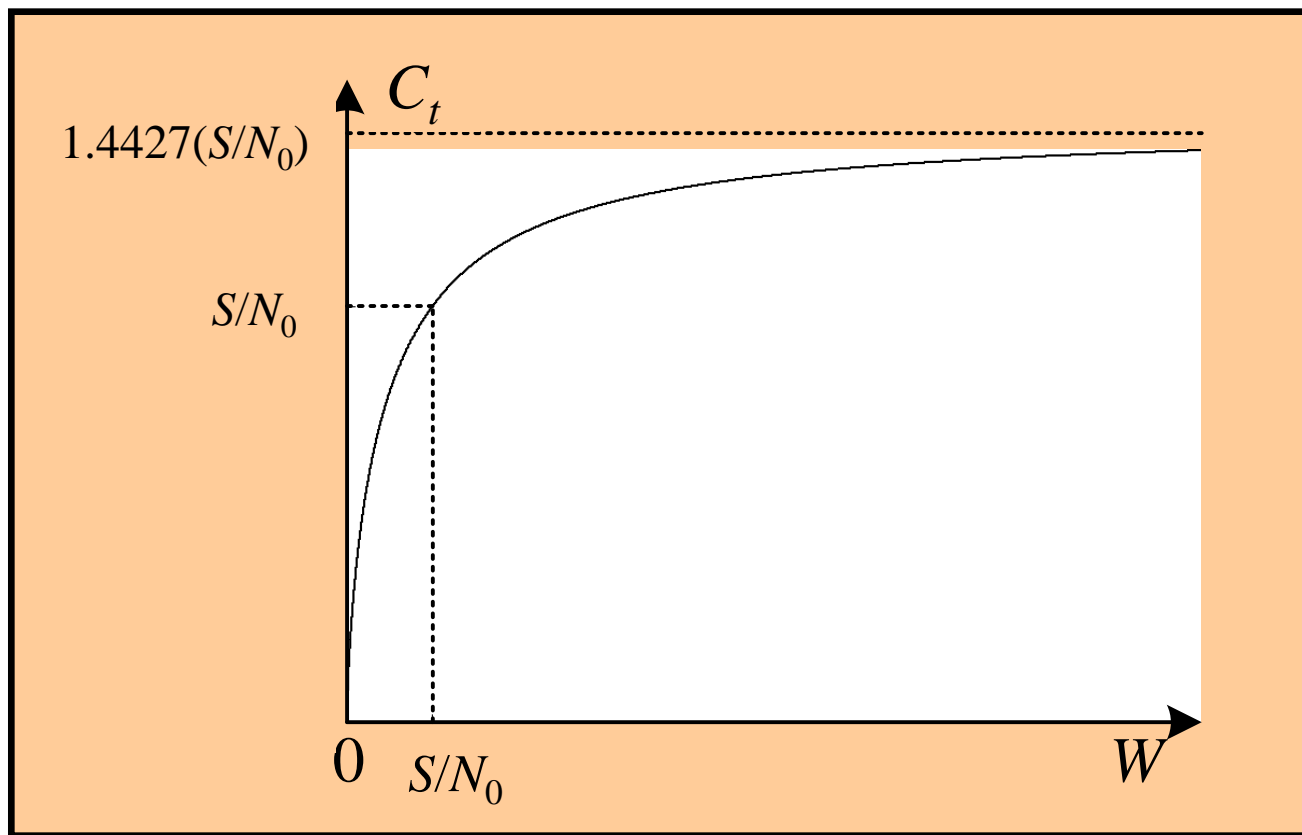


2、模拟无记忆信道的容量



信道容量与带宽的关系

$$x \log x \approx \log e$$



$$\lim_{W \rightarrow \infty} C_t = \lim_{W \rightarrow \infty} \frac{P_s}{N_0} \frac{N_0 W}{P_s} \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{N_0 W} \right) = 1.4427 \frac{P_s}{N_0} \text{ (bit / 秒)}$$

一个平均功率受限的连续信道，其带宽为1MHz，信道上存在高斯白噪声。

(1) 已知信道上的信噪比为10，则信道的信道容量为 [填空1] (bit/s)；

(2) 信道上信噪比降至5时，要达到相同的信道容量，信道带宽应为 [填空2] (Hz)；

(3) 若信道带宽减小为0.5MHz时，要保持相同的信道容量，信道上信噪比应为 [填空3] 。

(注： $\log_2(11)=3.46$ ； $\log_2(6)=2.59$ ；结果均保留两位小数。)

正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答

3、数字通信系统常用性能指标

■ 模拟系统性能衡量指标

- 信噪比
- 百分比失真度
- 发送端波形和接收波形的期望均方误差等

■ 数字通信系统性能指标

- 有效性指标 - 传输速率
 - 码元传输速率 r_s : 每秒传送码元(符号)的数目
 $r_s = 1/T_s$ (Baud、B、波特)

3、数字通信系统常用性能指标

➤ 信息传输速率 r_b : 每秒传送比特个数

$$r_b = 1/T_b \quad (\text{bit/s, bps})$$

➤ r_s 与 r_b 关系:

$$r_b = r_s \log_2 M \quad (\text{bit/s})$$

$$r_s = r_b / \log_2 M \quad (\text{Baud})$$

➤ 频带利用率

$$\eta_b = r_b / B \quad (\text{bit/s/Hz})$$

✿ 可靠性指标 - 传输差错率

➤ 误码率 P_e : $P_e = \frac{\text{错误码元数}}{\text{传输总码元数}}$

➤ 误比特率 P_b : $P_b = \frac{\text{错误比特数}}{\text{传输总比特数}}$

$$P_b \approx P_e / \log_2 M$$

已知二进制数字信号在2min内共传送72000个码元，且0、1等概，则

- 1) 码元速率为 [填空1] (Baud)，信息速率为 [填空2] (bits/s)；
- 2) 如果码元宽度不变，改为8进制数字信号，则码元速率为 [填空3] (Baud)，信息速率为 [填空4] (bits/s)；
- 3) 在2) 的条件下，如果误码率为 10^{-3} ，则两分钟内错误的符号个数为 [填空5]；如果错误的比特数为54，则误比特率为 [填空6] $\times 10^{-3}$ 。

正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答