

西南交通大学 2014—2015 学年第(1)学期考试试卷

课程代码 6022900 课程名称 复变函数与积分变换 B 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总成绩
得分										

阅卷教师签字: _____

注意: 答案必须写在答题纸指定的位置上!!!

一、填空题 (每题 3 分, 共计 $8 \times 3 = 24$ 分)

1、 $\cos i =$ _____。

2、设 C 为正向圆周 $|z|=1$, 则 $\oint_C \frac{1 - \cos z}{z} dz =$ _____。

3、 $z=0$ 是 $\frac{\sin z^2}{z^4}$ 的_____阶极点。

4、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} z^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n} z^{2n}$ 的收敛区域为_____。

5、设 C 为正向圆周 $|z|=2$, 则 $\oint_C \operatorname{Re} z dz =$ _____。

6、函数 $f(z) = \frac{1}{\sin z}$ 在 0 处的留数为_____。

7、 $\oint_{|z|=2} \frac{z}{z^4 - 1} dz =$ _____。

8、方程 $z^5 + 1 = 0$ 的全部解为_____。

二、选择题 (每题 3 分, 共计 $8 \times 3 = 24$ 分)

1、下列各函数中, 解析的函数是_____

(A) $|z^2|$; (B) $x - yi$; (C) $-2yi$; (D) $-4xy + 2i(x^2 - y^2)$

2、 $\frac{1}{2\pi i} \oint_{|z|=1} \frac{\sin z}{z-1-i} dz$ 的值为 ()

- A. $\sin(1+i)$ B. 1 C. 0 D. -1

3、在下列复数中, 使得 $e^{2z} = -1$ 成立的是 ()

- A. 0 B. $\frac{\pi i}{2}$
C. πi D. 0.5π

4、在复平面上, 下列的命题中, 错误的是 ()

- A. $\sin z$ 是有界函数 B. $\sin z$ 是解析函数
C. e^z 是周期函数 D. $(\sin z)' = \cos z$

5、若 $f(z) = \frac{g(z)}{z-a}$, 且 $g(z)$ 在 a 点解析, $g(a) \neq 0$, 则 $\operatorname{Res}[f(z), a] =$ ()

- A. 0 B. $g'(a)$
C. $2\pi i g(a)$ D. $g(a)$

6、 $\frac{1}{(z-i)^3}$ 在点 $z=i$ 处的留数为 ()

- A. -1 B. 2 C. 1 D. 0

7、下列级数收敛的是 ()

- A. $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{4+4i}{5}\right)^n$ B. $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{in}$ C. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} i^n$ D. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{2+i}}$

8、把复数 $-\sin \frac{\pi}{5} - i \cos \frac{\pi}{5}$ 化为三角表示式是 ()

- A. $-(\cos \frac{3\pi}{10} + i \sin \frac{3\pi}{10})$ B. $\cos s \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}$
C. $\cos(-\frac{7\pi}{10}) + i \sin(-\frac{7\pi}{10})$ D. $\cos \frac{3\pi}{10} + i \sin \frac{3\pi}{10}$

三、简答题（每题 5 分，共计 $4 \times 5 = 20$ 分）

- 1、计算积分 $\oint_{|z-2|=2} e^{\frac{1}{2-z}} dz$ 。
- 2、将函数 $f(z) = \frac{1}{z}$ 在 $1 < |z-1| < \infty$ 的展成洛朗级数。
- 3、求实常数 k 使得 $f(z) = \frac{(x+k)-iy}{x^2+y^2+2x+1}$ 解析 ($z = x + iy \neq -1$)。
- 4、求调和函数 $u(x, y) = -2xy$ 为实部的解析函数 $f(z)$ 。

四、计算题（每题 8 分，共计 $4 \times 8 = 32$ 分）

- 1、利用留数定理计算积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} dx$ 。
- 2、计算积分 $\oint_{|z|=5} \frac{(\sin z)^2}{(z-1)(z-\pi)^2(z+6)^3} dz$ 。
- 3、求 $f(t) = \delta(t+1) \sin t \cos t + \sin t \cos t$ 的傅氏变换。
- 4、试用拉普拉斯变换法求初值问题 $y'' + 3y' + 2y = e^{-t}$ ， $y(0) = 0, y'(0) = 1$ 的解。