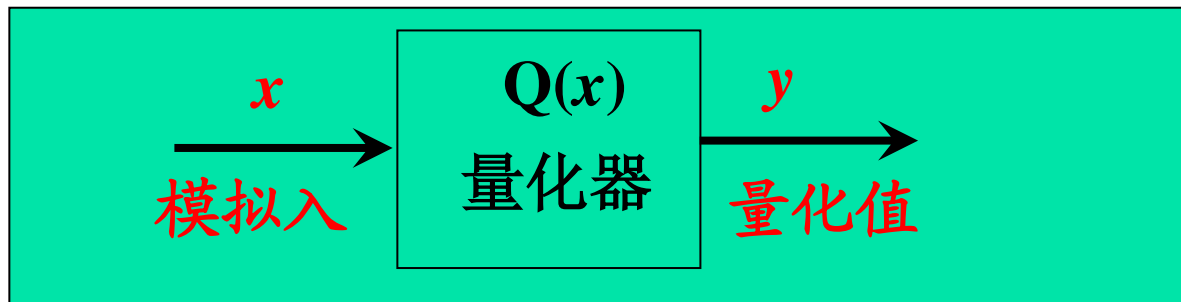


18-量化与编码

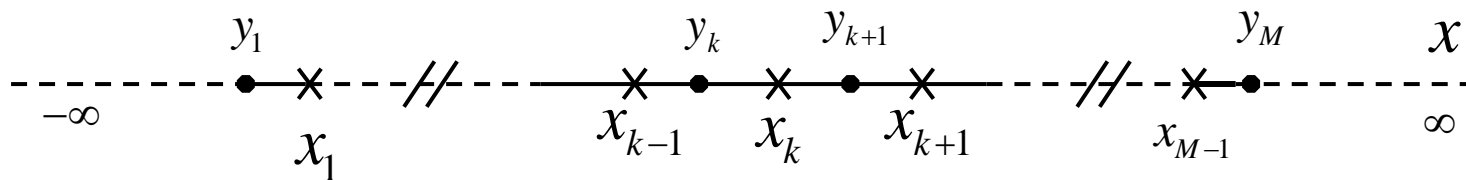
- 1、均匀量化
- 2、对数量化与PCM编码
- 3、时分复用和多路数字电话系统

1、均匀量化

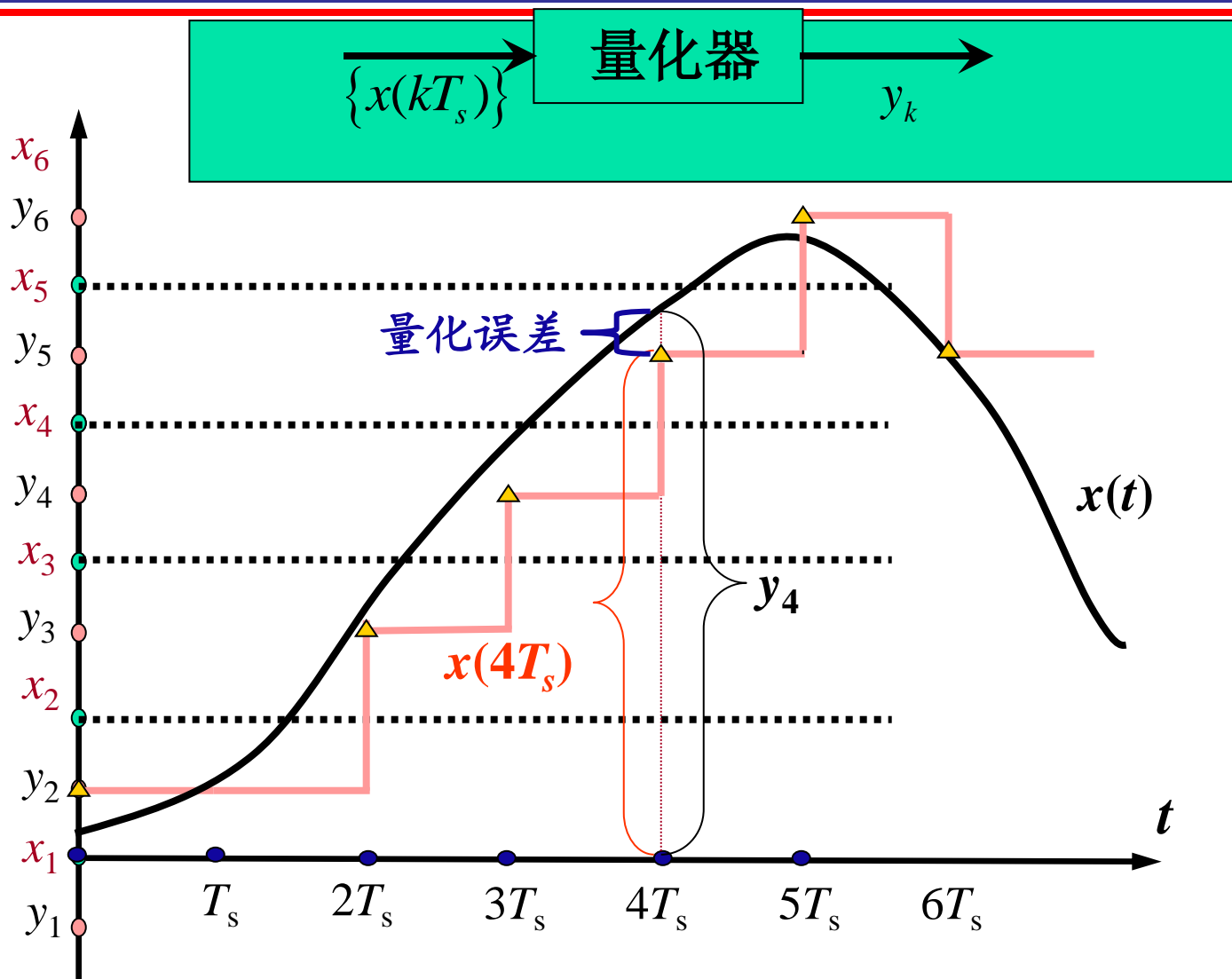
(1) 量化的基本原理



$$y = Q(x) = y_k, x \in (x_{k-1}, x_k), k = 1, 2, \dots, M$$



(1) 量化的基本原理



(1) 量化的基本原理

■ 量化噪声

$$e_q = x - y_k = x - Q(x) \quad x \in (x_{k-1}, x_k), k = 1, 2, \dots, M$$

■ 量化噪声功率

$$N_q = E[e_q^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - y_k)^2 p(x) dx = \sum_{k=1}^M \int_{x_{k-1}}^{x_k} (x - y_k)^2 p(x) dx$$

■ 量化器输入信噪比

$$\frac{S}{N_q} = \frac{E[x^2]}{E[e_q^2]} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx}{\sum_{k=1}^M \int_{x_{k-1}}^{x_k} (x - y_k)^2 p(x) dx}$$

(2) 均匀量化器

- 量化间隔相等, 且

$$\Delta_k = \Delta = \frac{V - (-V)}{M}$$

其中量化器量化范围为 $[-V, V]$, 量化电平数为 M

- 量化电平

$$y_k = \frac{x_k + x_{k-1}}{2}$$

- 量化误差

- 量化范围内 $|x - y_k| \leq 0.5\Delta$
- 过载 $|x - y_k| > 0.5\Delta$

(2) 均匀量化器

- 对于量化电平为M的均匀量化器，若其输入信号在区间 $[-V, V]$ 具有均匀概率密度函数 $p(x)=1/2V$ ，其量化误差为

$$\begin{aligned} y_k &= \frac{x_k + x_{k-1}}{2} \quad \Delta = \frac{2V}{M} \quad x_k = -V + k\Delta, k = 1, 2, \dots, M \\ \sigma_q^2 &= \int_{-V}^V [x - Q(x)]^2 \left(\frac{1}{2V} \right) dx = \frac{1}{2V} \sum_{k=1}^M \int_{x_{k-1}}^{x_k} [x - Q(x)]^2 dx \\ &= \frac{1}{2V} \sum_{k=1}^M \int_{-V+(k-1)\Delta}^{-V+k\Delta} \left(x + V - k\Delta + \frac{\Delta}{2} \right)^2 dx \\ &= \frac{1}{2V} \sum_{k=1}^M \left\{ \frac{1}{3} \left(x + V - k\Delta + \frac{\Delta}{2} \right)^3 \right|_{-V+(k-1)\Delta}^{-V+k\Delta} \right\} = \frac{1}{6V} \sum_{k=1}^M \left\{ \left(\frac{\Delta}{2} \right)^3 - \left(-\frac{\Delta}{2} \right)^3 \right\} \\ &= \frac{M(\Delta)^3}{24V} \xrightarrow{M \cdot \Delta = 2V} \frac{\Delta^2}{12} \end{aligned}$$

(2) 均匀量化器

均匀量化器的平均信噪比

$$S = E[x^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx = x_{\text{rms}}^2$$

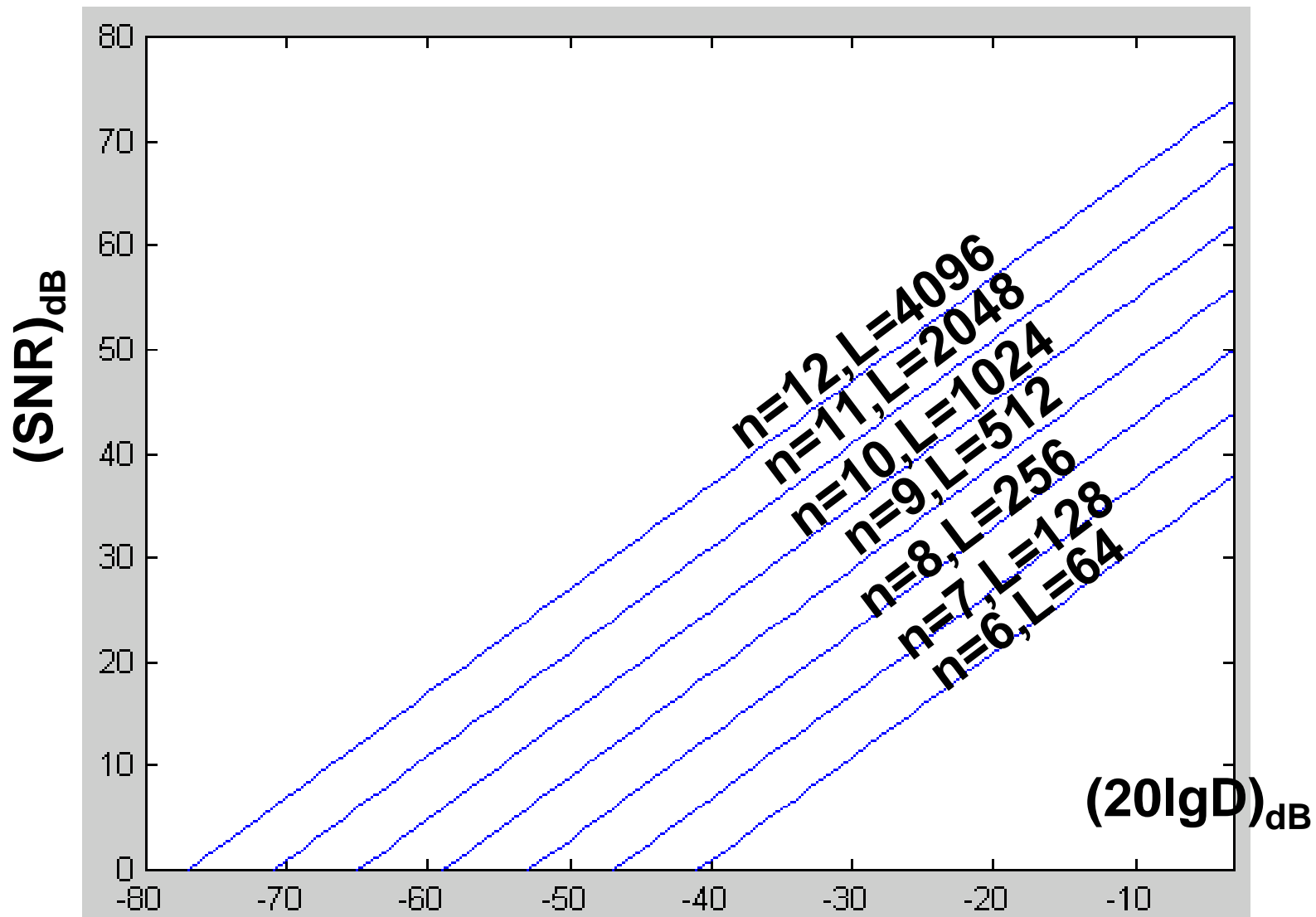
$$\left(\frac{S}{N}\right)_q = \frac{x_{\text{rms}}^2}{\sigma_q^2} = \frac{V^2}{\sigma_q^2} \times \left(\frac{x_{\text{rms}}}{V}\right)^2 = \frac{V^2}{\sigma_q^2} \times D^2 \quad D = \frac{x_{\text{rms}}}{V}$$

$$\sigma_q^2 = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{1}{12} \left(\frac{2V}{M}\right)^2 = \frac{1}{12} \left(\frac{2V}{2^n}\right)^2 = \frac{1}{3} \times 2^{-2n} V^2$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_q = 3 \times 2^{2n} \times D^2$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{q,\text{dB}} = 6.02n + 4.77 + 20 \lg D$$

均匀量化器信噪比特性



(2) 均匀量化器

【例】分析输入信号为均匀分布与正弦信号时，量化器不过载时允许的最大信号幅度与相应的量化信噪比。

(1) 均匀分布，信号分布 $[-V, V]$ 上，此时信号功率为

$$P_s = \frac{1}{2V} \int_{-V}^V x^2 dx = \frac{1}{2V} \times \frac{x^3}{3} \Big|_{-V}^V = \frac{V^2}{3}$$

$$x_{\text{rms}} = \sqrt{P_s}, D = \frac{\sqrt{P_s}}{V} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\left(\frac{S}{N} \right)_{q, \text{dB}} = 6.02n + 4.77 - 4.77 = 6.02n(\text{dB})$$

(2) 均匀量化器

(2) 正弦信号，最大幅度 $[-V, V]$ 上，此时信号平均功率为

$$P_s = \frac{V^2}{2}, x_{\text{rms}} = \frac{\sqrt{2}}{2} V, D = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left(\frac{S}{N} \right)_{q, \text{dB}} = 6.02n + 4.77 - 3.01 = 6.02n + 1.76(\text{dB})$$

(2) 均匀量化器

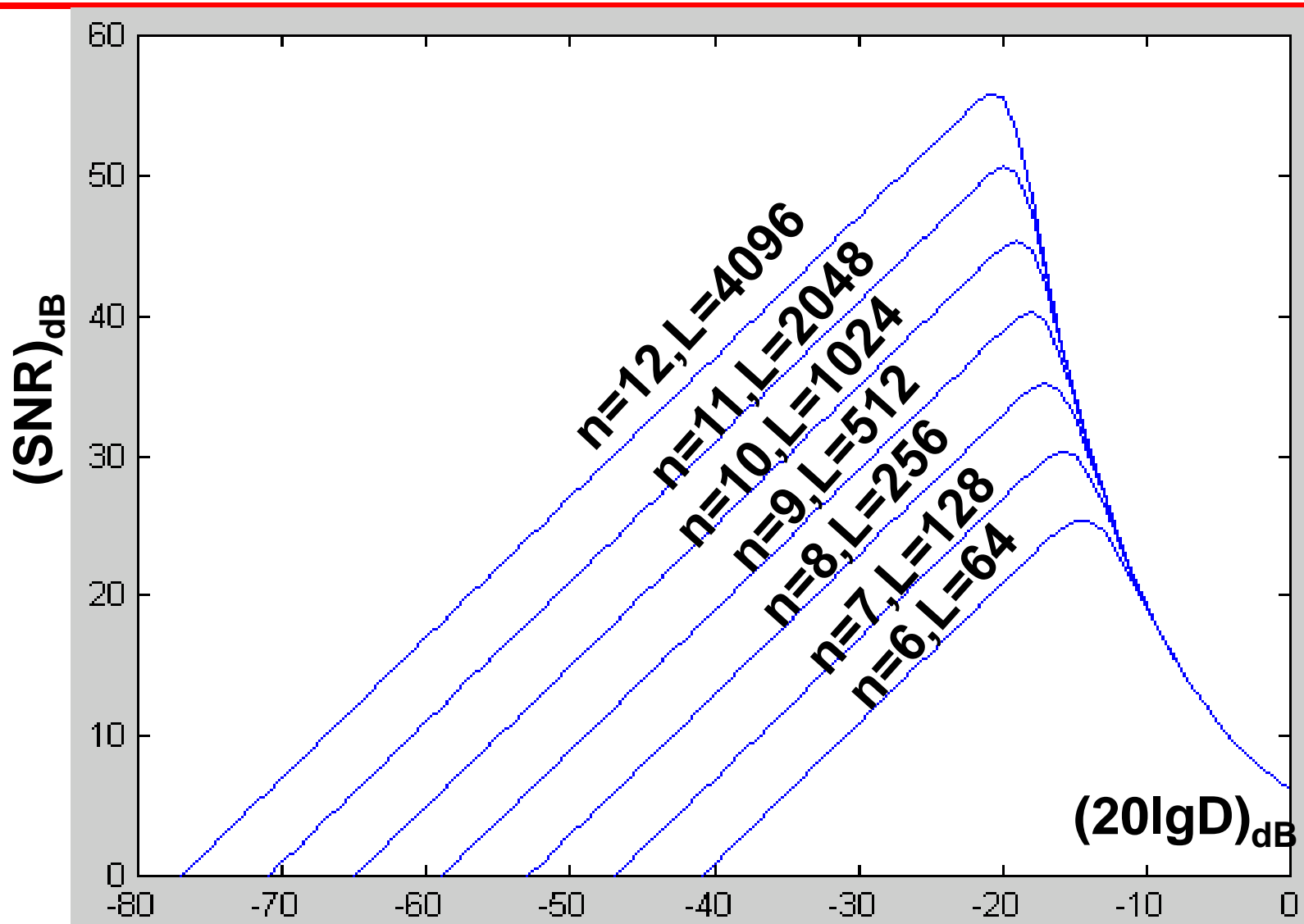
均匀量化的特点

- 在固定量化间隔 $\Delta = \frac{2V}{M}$ 时, 均匀量化时的量化噪声功率与输入的抽样值大小无关
- 如果输入信号在 $[-V, V]$ 区间上均匀分布, 均匀量化信号信噪比只与量化电平数 M 有关
- 在固定量化间隔 $\Delta = \frac{2V}{M}$ 时, 弱信号的量化信噪比较低, 而强信号的量化信噪比较高

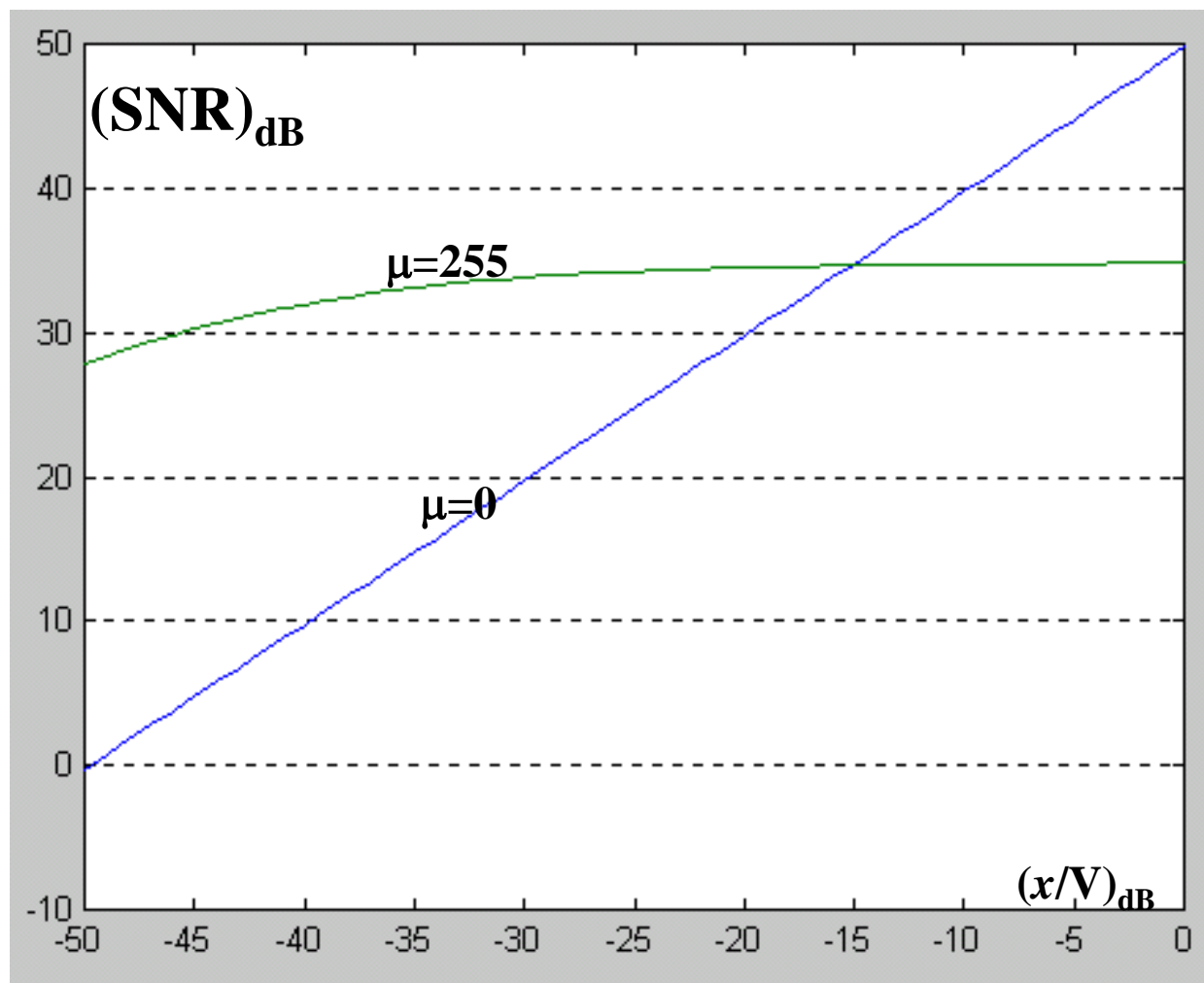
2、对数量化与PCM编码

- 电话信号采用均匀量化主要缺点
 - 电话信号的动态范围40dB~50dB
 - 发话人的音量、习惯、情绪等因素，约30dB
 - 线路损耗：25~30dB
 - 电话信号要求的信噪比应大于28dB
 - 如果采用均匀量化器所需的编码位数 $n \geq 12$
 - 语音信号取小信号的概率大，而均匀量化时小信号量化信噪比远远小于大信号

语音信号线性PCM编码时的信噪比特性



正弦信号 μ 律信噪比特性



非均匀量化

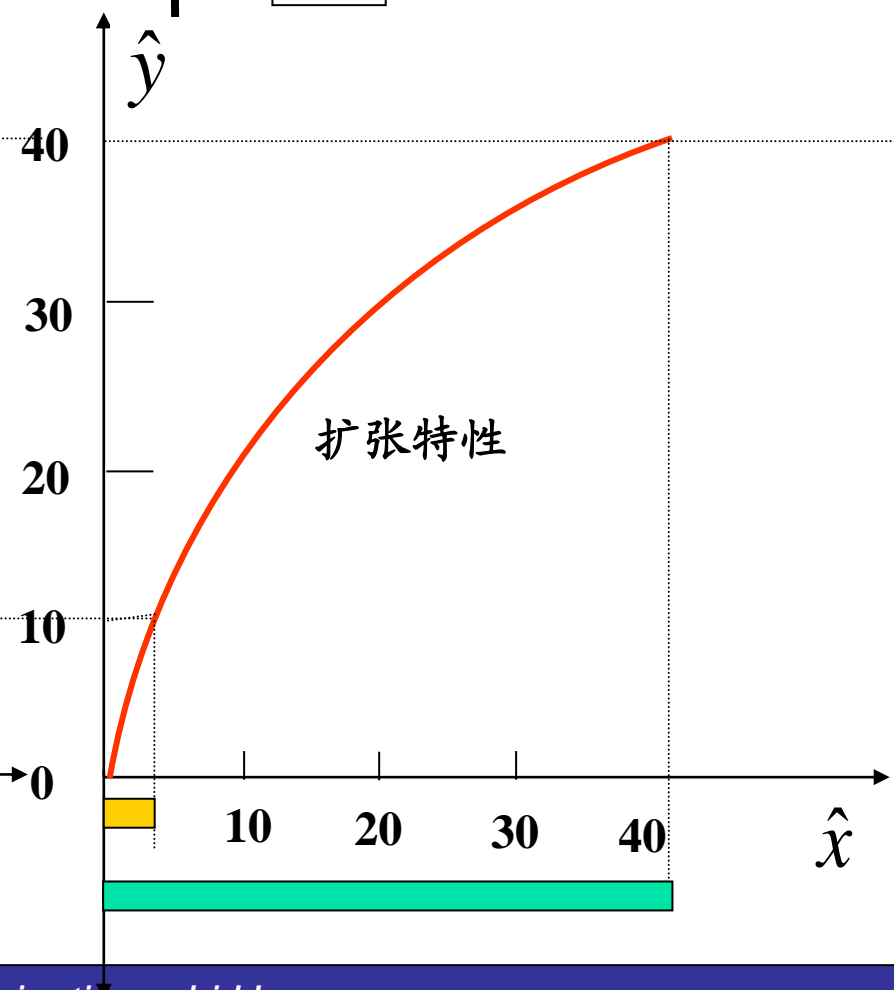
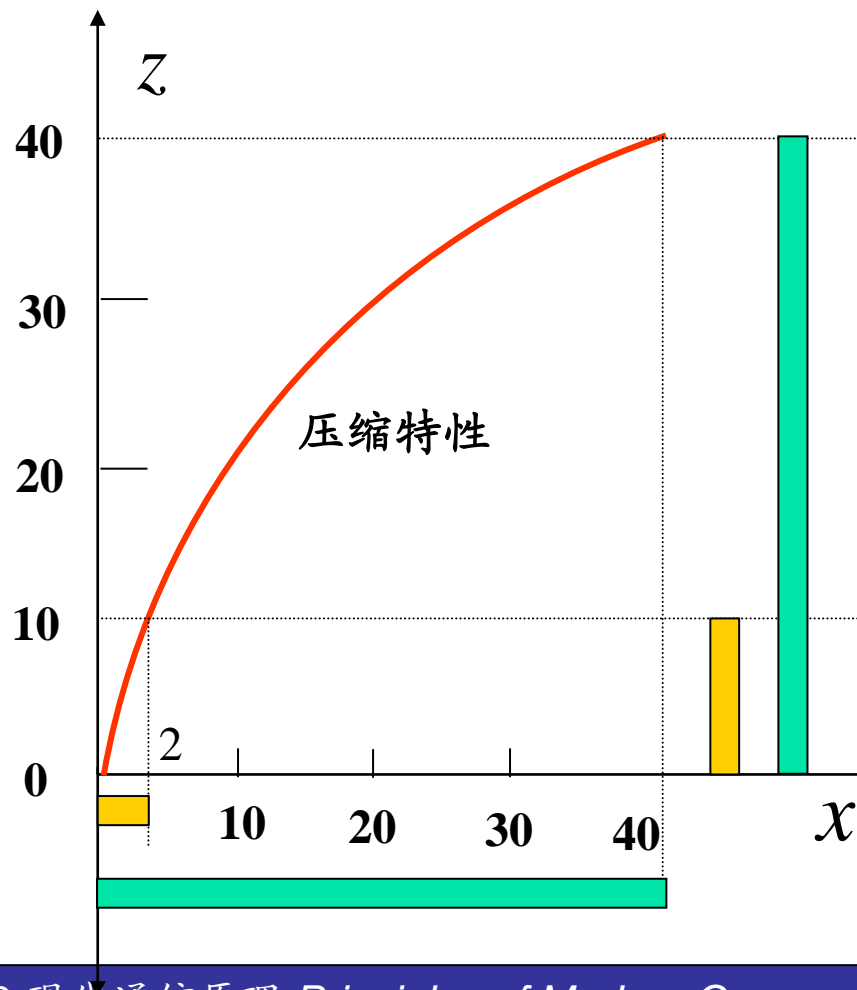
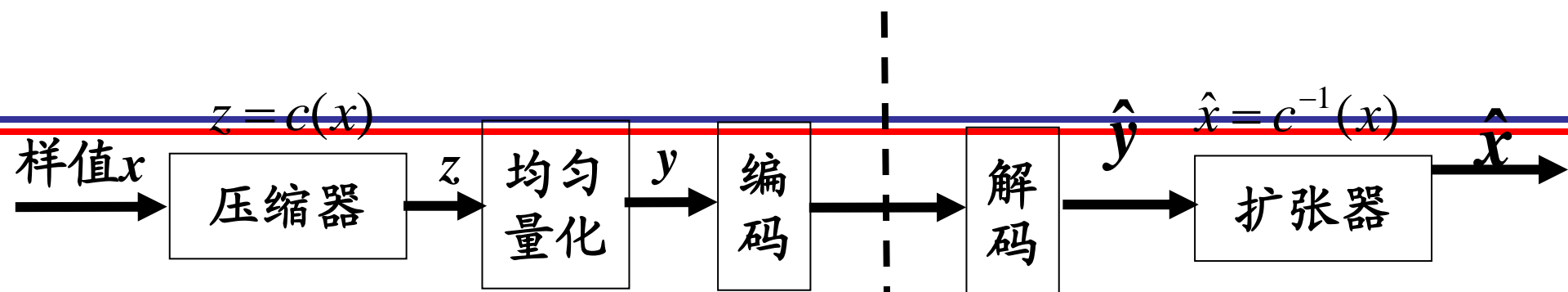
■ 根据信号的不同取值区间来确定量化间隔

信号取值较小 $\rightarrow \Delta$ 较小

信号取值较大 $\rightarrow \Delta$ 较大

■ 优点:

- ✿ 当输入信号具有非均匀分布的概率密度时，量化器输出具有较高的平均量化信噪比
- ✿ 量化噪声对大、小信号影响大致相同，改善了小信号时的信噪比

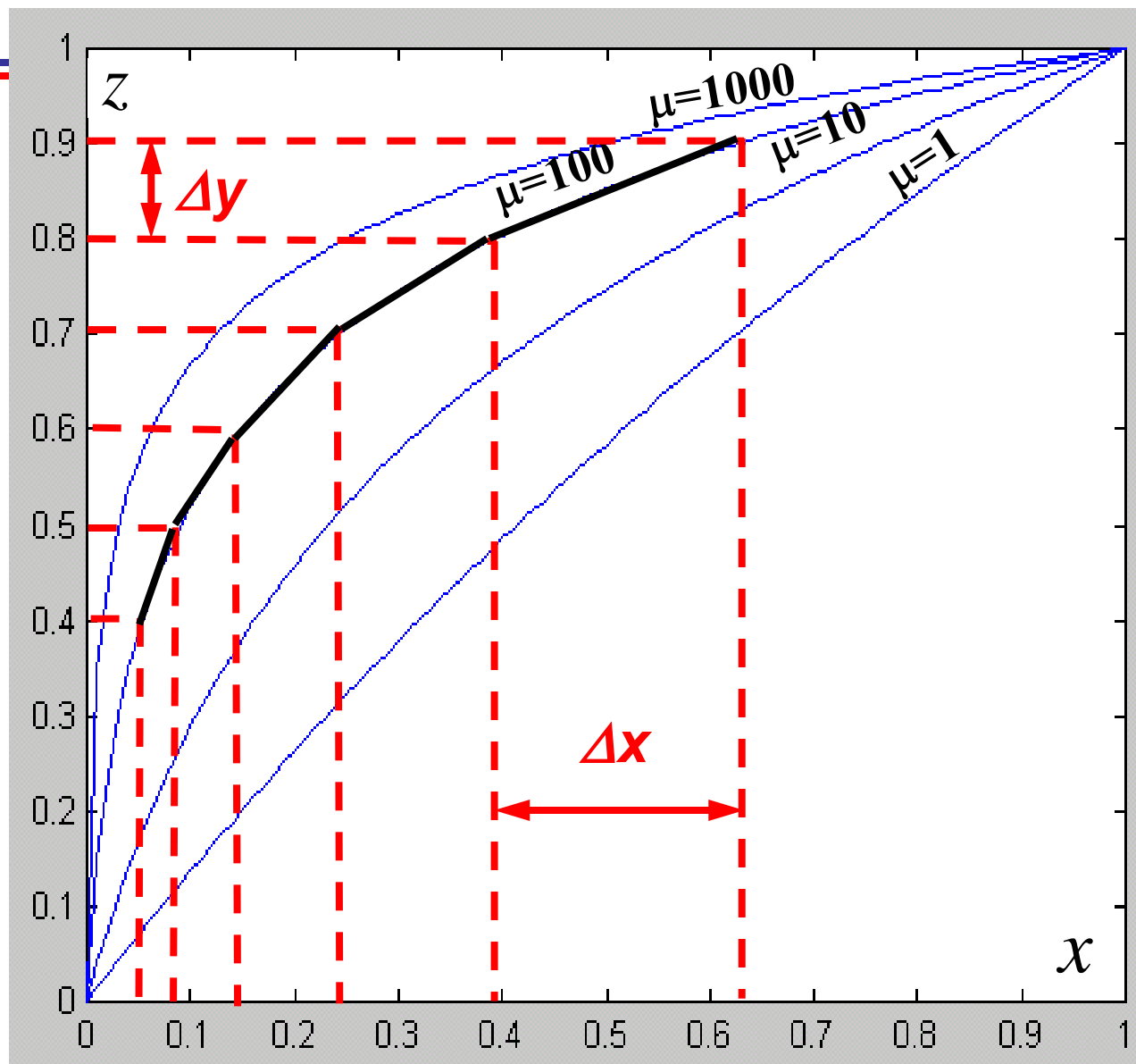


对数量化及其折线近似

■ μ 压缩律


✿ μ 律近似对数压缩特性

$$c(x) = \frac{\ln(1 + \mu x)}{\ln(1 + \mu)}, 0 \leq x \leq 1$$

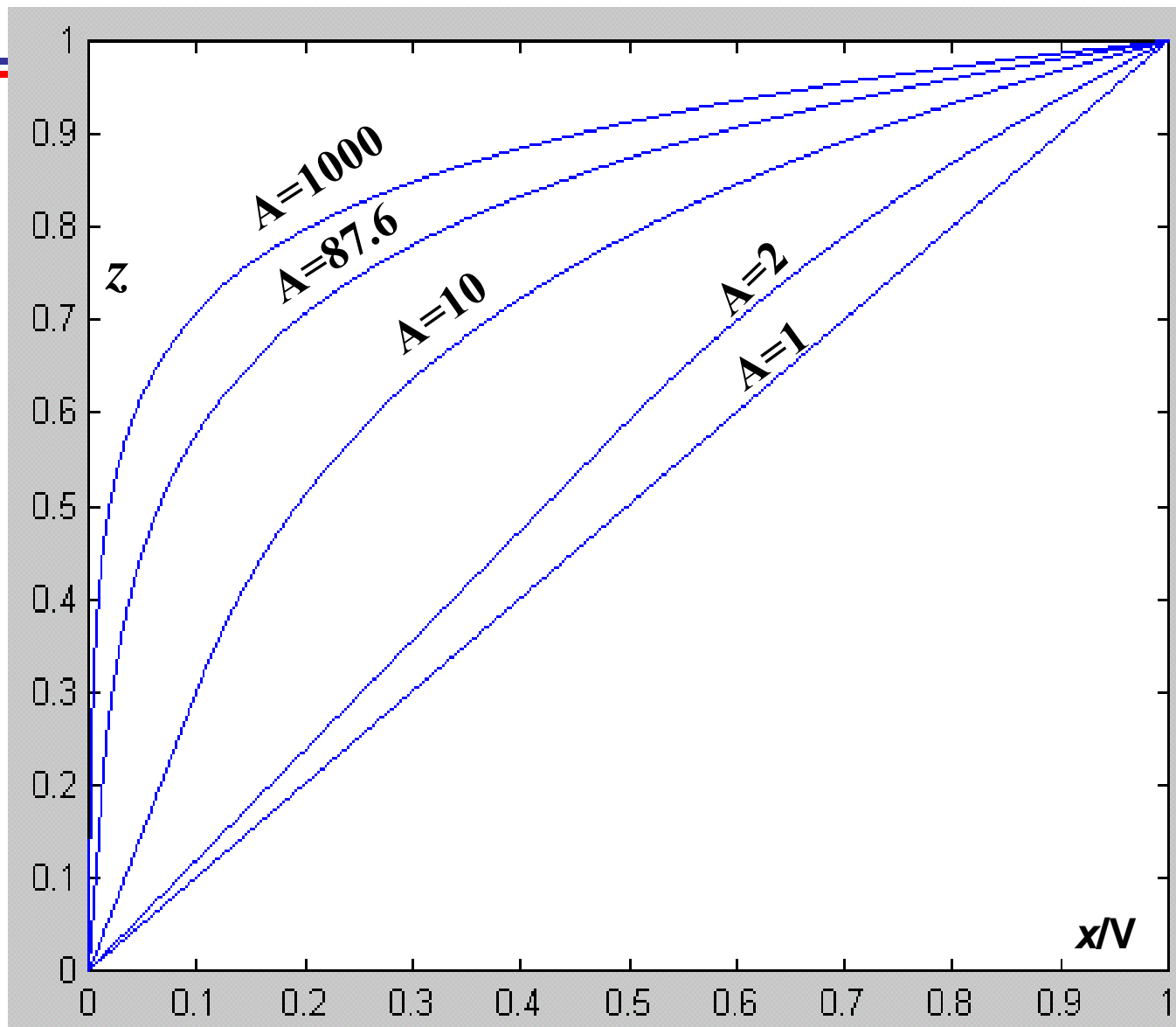


2、对数量化与PCM编码

A压缩律

-  A律对数压缩特性, $A=87.6$

$$c(x) = \begin{cases} \frac{Ax}{1 + \ln A}, & 0 < x \leq \frac{1}{A} \\ \frac{1 + \ln Ax}{1 + \ln A}, & \frac{1}{A} \leq x \leq 1 \end{cases}$$



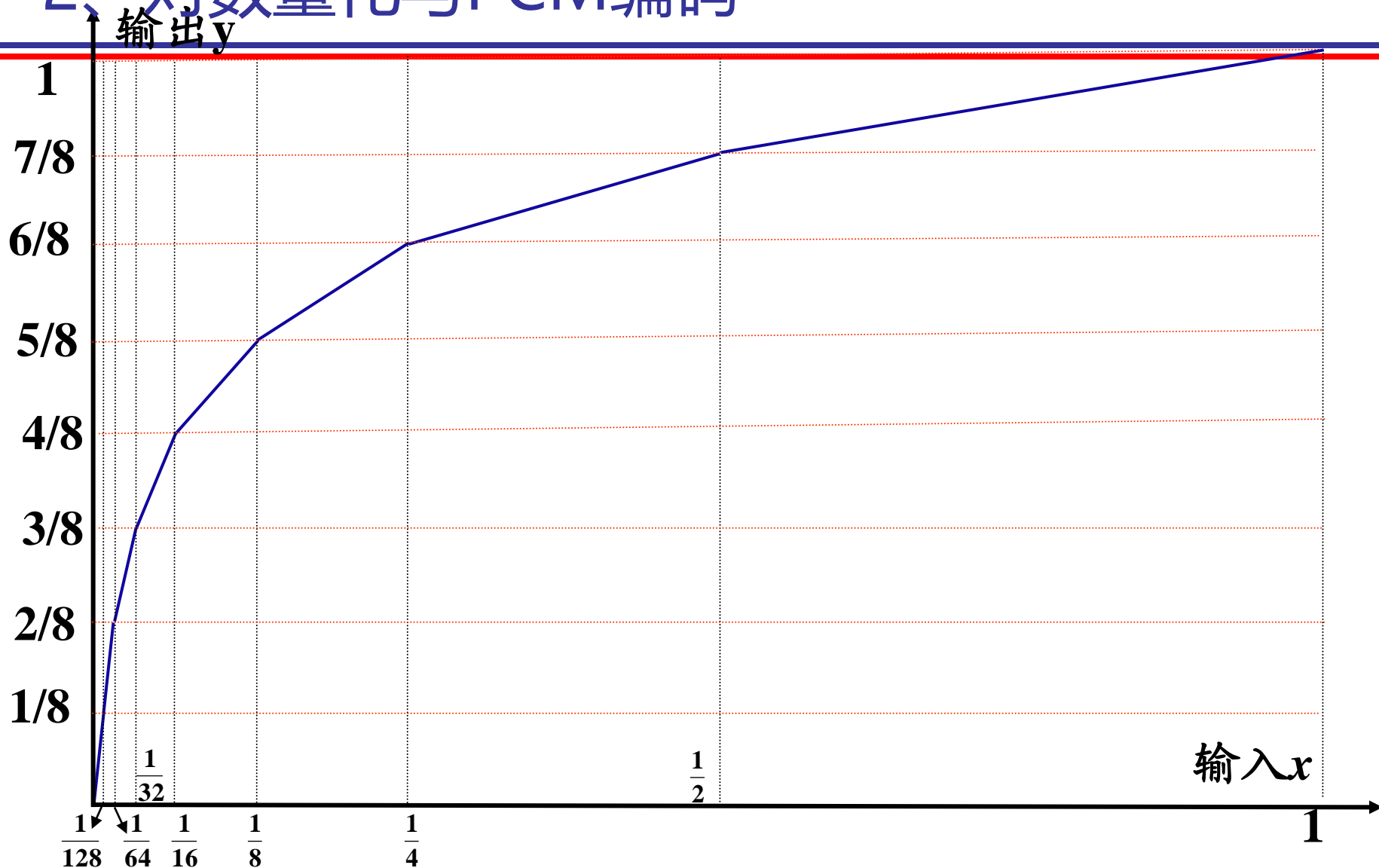
2、对数量化与PCM编码

A=87.6

y	0	1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8	1
$x_{\text{准确值}}$	0	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{60.6}$	$\frac{1}{30.6}$	$\frac{1}{15.4}$	$\frac{1}{7.79}$	$\frac{1}{3.93}$	$\frac{1}{1.98}$	1
$x_{\text{近似值}}$	0	2^{-7}	2^{-6}	2^{-5}	2^{-4}	2^{-3}	2^{-2}	2^{-1}	2^0

段号	1	2	3	4	5	6	7	8
斜率	16	16	8	4	2	1	0.5	0.25

2、对数量化与PCM编码





常用二进制码型

样值脉冲 极性	自然二进制	折叠二进制	格雷码	量化级
正 极 性 部 分	1111 1110 1101 1100 1011 1010 1001 1000	1111 1110 1101 1100 1011 1010 1001 1000	1000 1001 1011 1010 1110 1111 1101 1100	15 14 13 12 11 10 9 8
负 极 性 部 分	0111 0110 0101 0100 0011 0010 0001 0000	0000 0001 0010 0011 0100 0101 0110 0111	0100 0101 0111 0110 0010 0011 0001 0000	7 6 5 4 3 2 1 0

2、对数量化与PCM编码

■ 编码位数的选择 $n = \log_2(M)$

可懂：3~4位非线性编码

理想：7~8位非线性编码

■ A律13折线编码规则

✿ 8位码

$\underbrace{b_1}_{\text{极性码}} \quad \underbrace{b_2 b_3 b_4}_{\text{段落码}} \quad \underbrace{b_5 b_6 b_7 b_8}_{\text{段内码}}$

2、对数量化与PCM编码

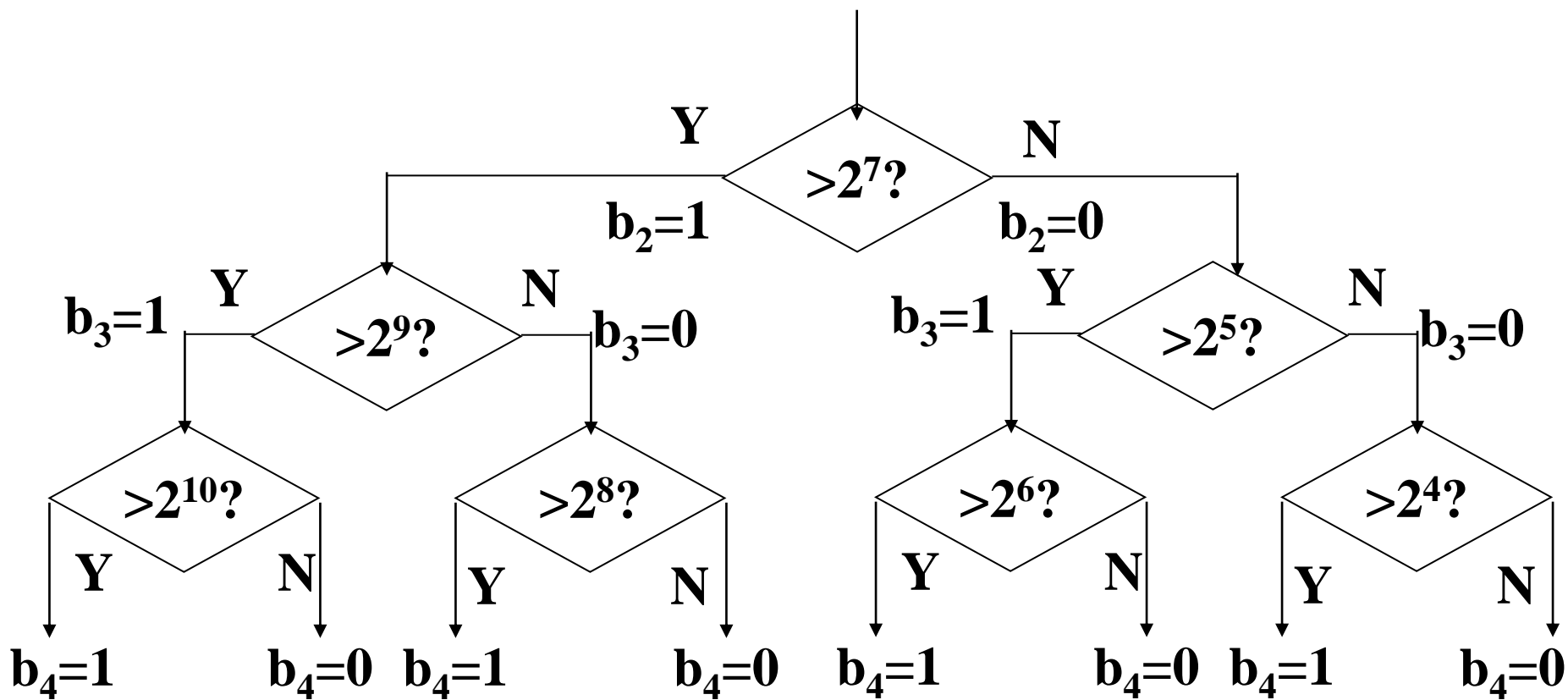
段号	段落码			起始值 (Δ)	段内间距
	b_2	b_3	b_4		
1	0	0	0	0	Δ
2	0	0	1	2^4	Δ
3	0	1	0	2^5	2Δ
4	0	1	1	2^6	4Δ
5	1	0	0	2^7	8Δ
6	1	0	1	2^8	16Δ
7	1	1	0	2^9	32Δ
8	1	1	1	2^{10}	64Δ

$$\text{量化单位} = \frac{1}{4096}; \quad \text{最小量化间隔} = \frac{1}{2048}$$

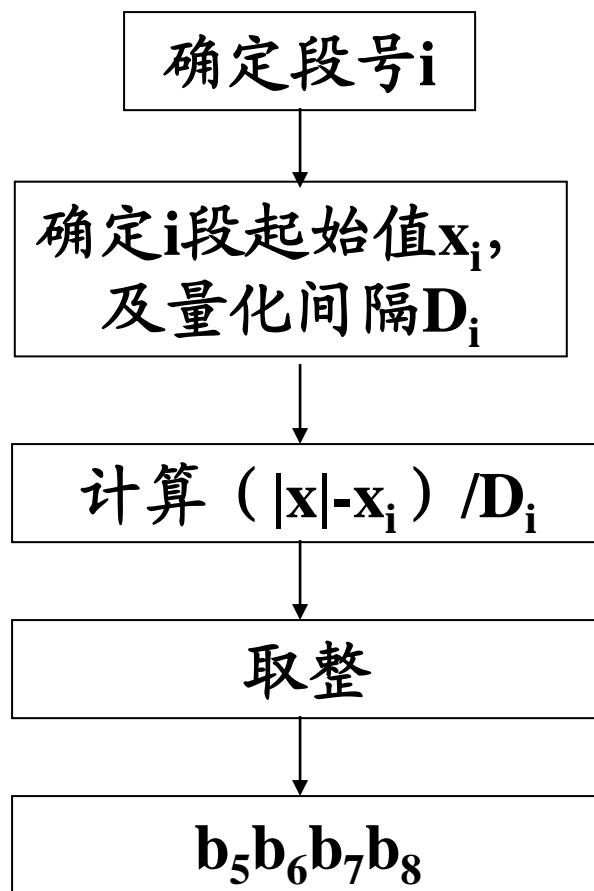
2、对数量化与PCM编码

量化级	段内码 $b_5 \ b_6 \ b_7 \ b_8$	量化级	段内码 $b_5 \ b_6 \ b_7 \ b_8$
15	1111	7	0111
14	1110	6	0110
13	1101	5	0101
12	1100	4	0100
11	1011	3	0011
10	1010	2	0010
9	1001	1	0001
8	1000	0	0000

编段落码子流程



编段内码子流程



$$x_i = \begin{cases} 0, & i = 1 \\ 2^{i+2}, & i > 1 \end{cases}$$

$$D_i = \begin{cases} 1, & i = 1 \\ 2^{i-2}, & i > 1 \end{cases}$$

例

〔例〕某A律13折线PCM编码器的设计输入范围是 $[-6\ 6]\text{V}$ 。若采样脉冲幅度 $x=-2.4\text{V}$ ，设输入信号归一化后的量化器的最小量化间隔 Δ 为2个量化单位，1个量化单位为 $1/4096$ ，量化器的最大分层电平为4096个量化单位。

- (1) 求编码器的输出码组；
- (2) 求解码器输出的量化电平
- (3) 写出对应于对数PCM码组的线性PCM的13位码组。

〔解答〕 $\frac{-2.4\text{V}}{6\text{V}} = -0.4 \Rightarrow -0.4/(1/4096) = -1638.4 \text{ 个量化单位} = -819.2\Delta$

• 编极性码 $\because x = -819.2\Delta < 0, \therefore b_1 = 0$

• 编段落码 $\because |x| = 819.2\Delta > 2^7 \Delta, \therefore b_2 = 1$

$\because |x| = 819.2\Delta > 2^9 \Delta, \therefore b_3 = 1$

$\because |x| = 819.2\Delta < 2^{10} \Delta, \therefore b_4 = 0$

例

• 编段内码

- 段号 $i = 7$
- 段起始值 $x_i = 2^{i+2} \Delta = 512\Delta$
- 量化间隔 $D_i = 2^{i-2} \Delta = 32\Delta$

$$\left\lfloor \frac{|x| - x_i}{D_i} \right\rfloor = 9 = (1001)_B$$

$$-|512\Delta + 9.5 * 32\Delta| = -816\Delta = -1632 \text{ 个量化单位}$$

• 输出码字 (01101001)

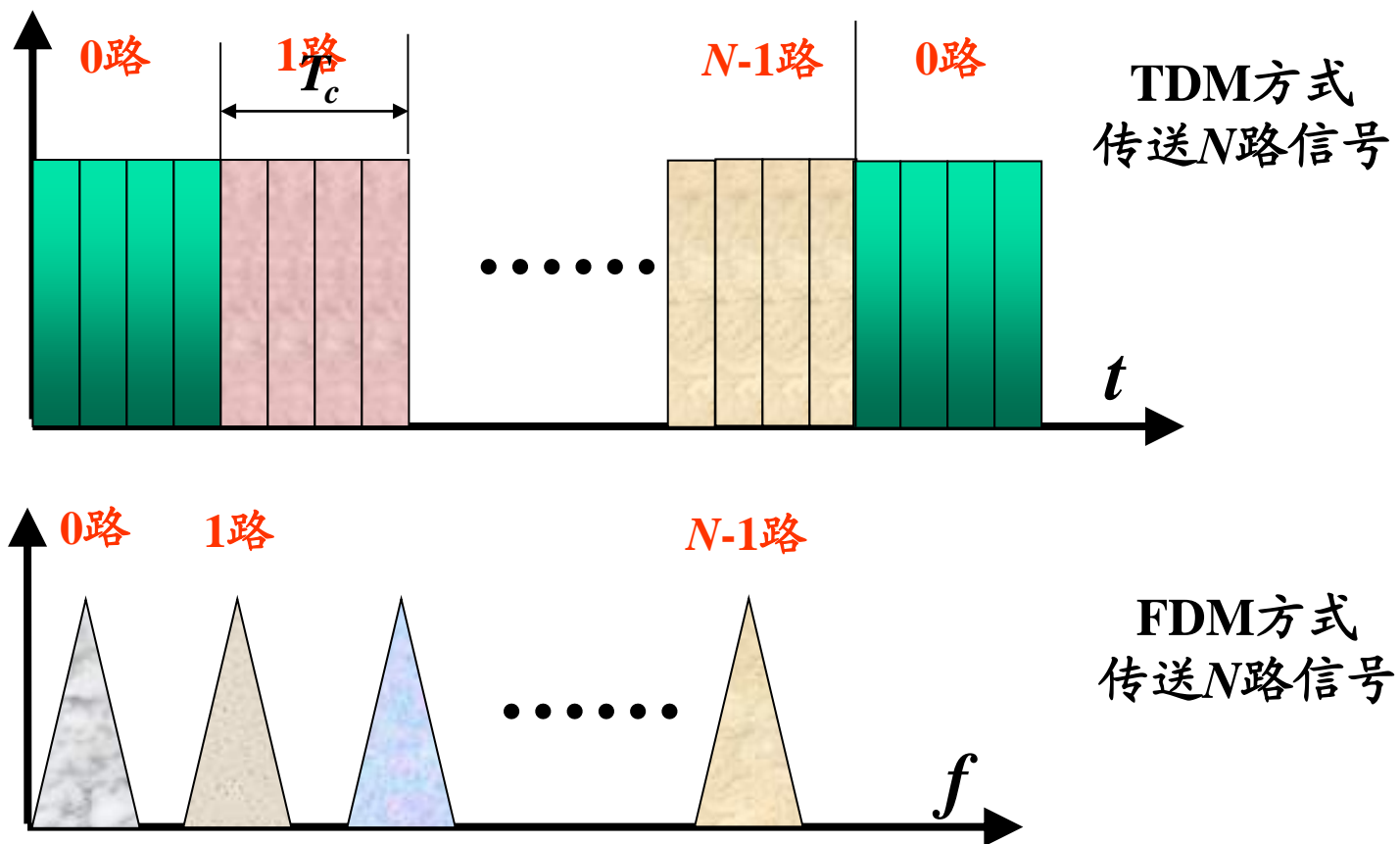
• 量化电平 $e = -1632 - (-1638.4) = 6.4 \text{ 个量化单位}$

• 量化误差 $\frac{6}{4096} \times 6.4 = 0.009375V$

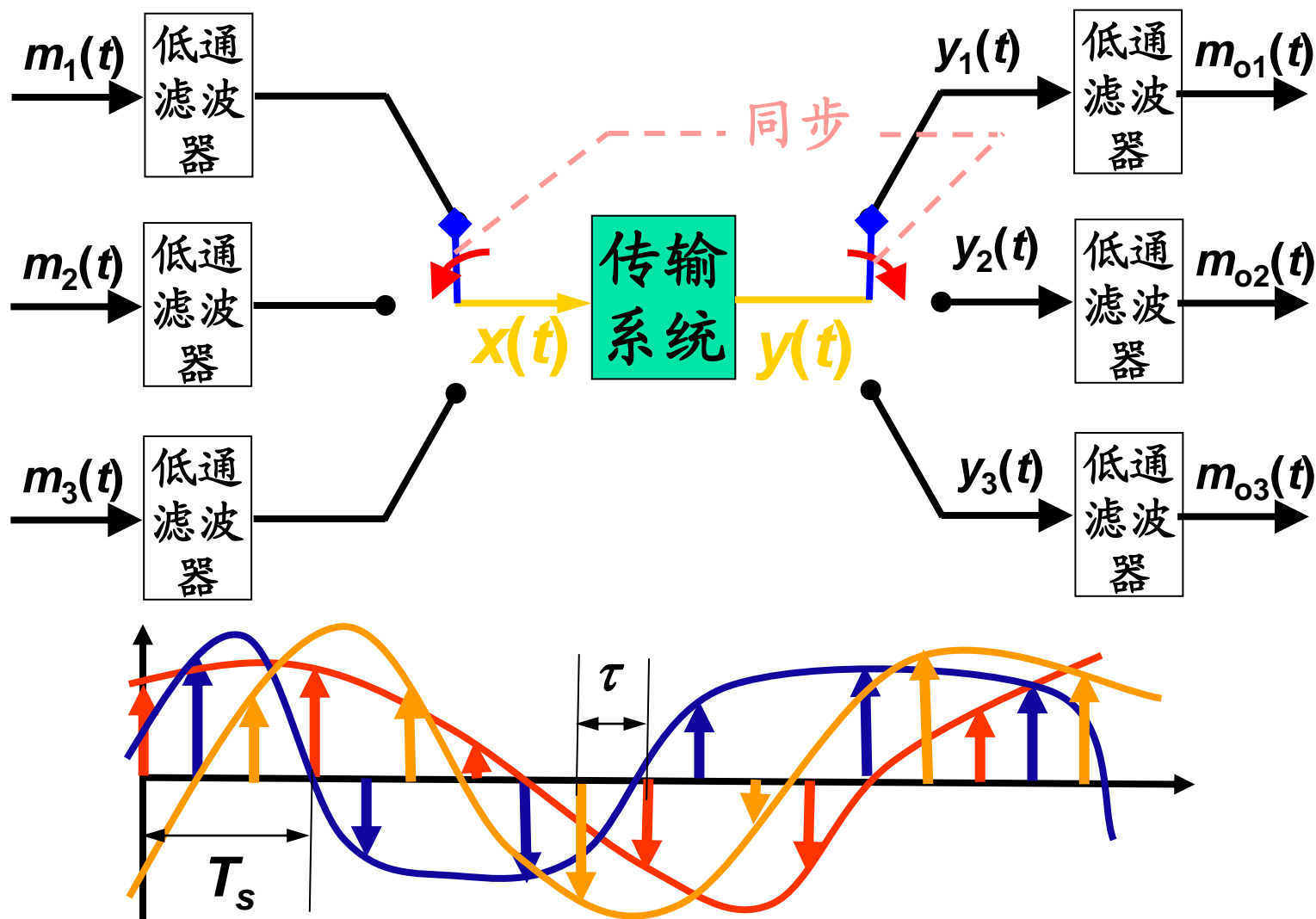
• 13位线性编码 0011001100000

3、时分复用和多路数字电话系统

TDM基本原理

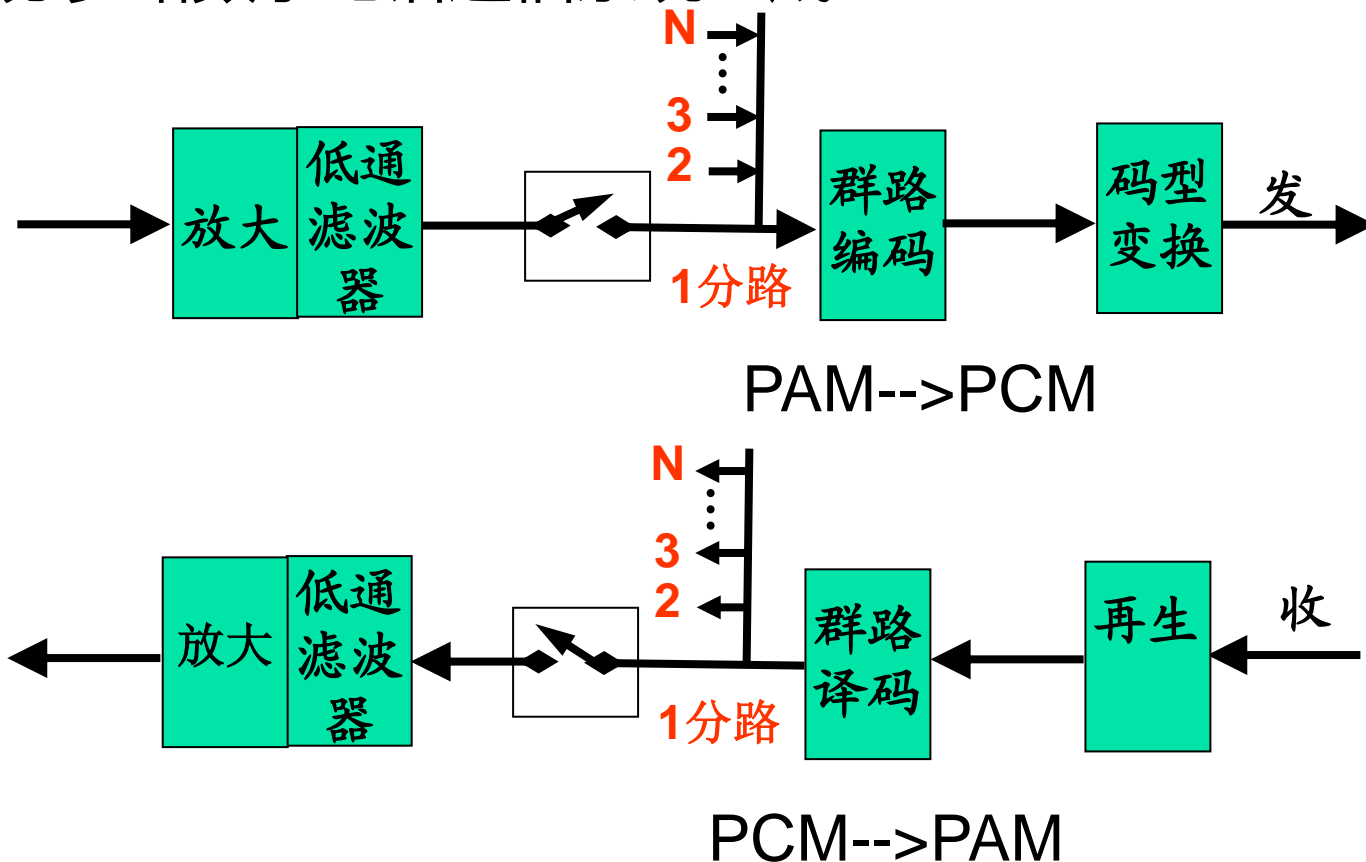


3路TDM示意图



3、时分复用和多路数字电话系统

■ 时分多路数字电话通信系统组成



数字复接等级

	北美，日本		欧洲，中国	
	信息速率kb/s	路数	信息速率kb/s	路数
基群	1, 544	24	2,048	30
二次群	6,312	96	8,448	120
三次群	32,064或44,736	480或672	34,368	482
四次群			139,264	1920
STM-1	CCITT G.707-G.709 155,520			
STM-4	622,080			
STM-16	2,488,320			

E1

基本特性

- 话路数目: 30路
- 抽样频率: 8kHz
- 压扩特性: $A=87.6/13$ 折线压扩律, 编码8位, 输出为折叠二进制码
- 时隙数/帧: 32
- 总传输速率: $8 \times 32 \times 8000 = 2048 \text{ kb/s}$
- 每帧宽度: $1/8000 = 125 \mu\text{s}$

课后作业

教材p.261~262

7.7、 7.8、 7.9、 7.12、 7.13、 7.14、 7.16、 7.17