

西南交通大学 2014—2015 学年第 (1) 学期考试试卷

课程代码 3231600 课程名称 《数字信号处理》 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总成绩
得分											

阅卷教师签字: _____

一、选择题: (20 分)

本题共 10 个小题, 每题回答正确得 2 分, 否则得零分。每小题所给答案中只有一个是正确的。

1. 数字信号的特征是 (B)

- A. 时间离散、幅值连续 B. 时间离散、幅值量化
C. 时间连续、幅值量化 D. 时间连续、幅值连续

2. 有一连续信号 $x_a(t) = \cos(40\pi t)$, 用采样间隔 $T=0.02s$ 对 $x_a(t)$ 进行采样, 则采样所得的

时域离散信号 $x(n)$ 的周期为 (C)

- A. 20 B. 2π C. 5 D. 不是周期的

3. 下列表示错误的是 (B)

- A. $W_N^{-nk} = W_N^{(N-k)n}$ B. $(W_N^{nk})^* = W_N^{nk}$
C. $W_N^{-nk} = W_N^{(N-n)k}$ D. $W_N^{N/2} = -1$

4. 对于离散傅立叶级数而言, 其信号的特点是 (C)。

- A. 时域连续非周期, 频域连续非周期 B. 时域离散周期, 频域连续非周期
C. 时域离散周期, 频域离散周期 D. 时域离散非周期, 频域连续周期

5. 已知 $x(n) = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $x((n+1))_6 R_6(n) =$ (C)

- A. $\{1, 0, 0, 4, 3, 2\}$ B. $\{2, 1, 0, 0, 4, 3\}$
C. $\{2, 3, 4, 0, 0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4, 0\}$

6. 计算 256 点的按时间抽取基-2 FFT, 在每一级有 _____ 个蝶形。 (C)

- A. 256 B. 1024 C. 128 D. 64

7. 下列各种滤波器的结构中哪种不是 IIR 滤波器的基本结构 (D)。

- A. 直接型 B. 级联型 C. 并联型 D. 频率抽样型

8. 窗函数法设计 FIR 滤波器时, 减小通带内波动以及加大阻带衰减只能从 (B) 上找解决方法。

- A. 过渡带宽度 B. 窗函数形状 C. 主瓣宽度 D. 滤波器阶数

9. 线性相位 FIR 滤波器主要有以下四类

- (I) $h(n)$ 偶对称, 长度 N 为奇数 (II) $h(n)$ 偶对称, 长度 N 为偶数
(III) $h(n)$ 奇对称, 长度 N 为奇数 (IV) $h(n)$ 奇对称, 长度 N 为偶数

则其中不能用于设计低通滤波器的是(C)。

A. I、II B. II、III C. III、IV D. IV、I

10. FIR 数字滤波器中线性相位型和直接型相比, 线性相位型(B)。

A. 所需乘法单元多 B. 所需乘法单元少
C. 便于时分复用 D. 便于频分复用

二、判断题(每题 2 分, 共 10 分)

1、(X) 按频率抽取基 2 FFT 首先将序列 $x(n)$ 分成奇数序列和偶数序列。

2、(X) 相同的 Z 变换表达式一定对应相同的时间序列。

3、(√) 有限长序列的 DFT 在时域和频域都是离散的。

4、(√) 系统函数 $H(z)$ 极点的位置主要影响幅频响应峰点的位置及形状。

5、(X) 双线性变换法的模拟角频率 Ω 与数字角频率 ω 成线性关系。

三、(15 分) 已知一个有限长序列为 $x(n) = \{1, 0, 0, 0, 3\}$,

(1) 求它的 8 点 DFT $X(k)$;

(2) 已知序列 $y(n)$ 的 8 点 DFT 为 $Y(k) = W_8^{4k} X(k)$, 求序列 $y(n)$;

(3) 已知序列 $g(n)$ 的 8 点 DFT 为 $G(k) = X(k)Y(k)$, 求序列 $g(n)$ 。

解: (1) $x(n) = \delta(n) + 3\delta(n-4)$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{nk} = \sum_{n=0}^7 [\delta(n) + 3\delta(n-4)]W_8^{nk} = 1 + 3W_8^{4k} = 1 + 3(-1)^k, 0 \leq k \leq 7$$

$$X(k) = \{4, -2, 4, -2, 4, -2, 4, -2\}$$

(2) 由 $Y(k) = W_8^{4k} X(k)$ 可知, $y(n)$ 与 $x(n)$ 的关系为

$$y(n) = x((n-4))_8 R_8(n) = \{3, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0\} = 3\delta(n) + \delta(n-4)$$

(3) $g(n)$ 为 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的 8 点圆周卷积

$$\begin{aligned} G(k) &= (1 + 3W_8^{4k})(1 + 3W_8^{4k})W_8^{4k} = (1 + 3W_8^{4k})(W_8^{4k} + 3W_8^{0k}) \\ &= W_8^{4k} + 3W_8^{0k} + 3W_8^{0k} + 9W_8^{4k} = 10W_8^{4k} + 6W_8^{0k} \end{aligned}$$

$$g(n) = 6\delta(n) + 10\delta(n-4)$$

四、(15 分) 已知一因果系统的系统函数为 $H(z) = \frac{1+0.5z^{-1}}{1-\frac{3}{5}z^{-1}+\frac{2}{25}z^{-2}}$

试完成下列问题:

(1) 画出系统的极零图, 系统是否稳定? 为什么?

(2) 求单位脉冲响应 $h(n)$;

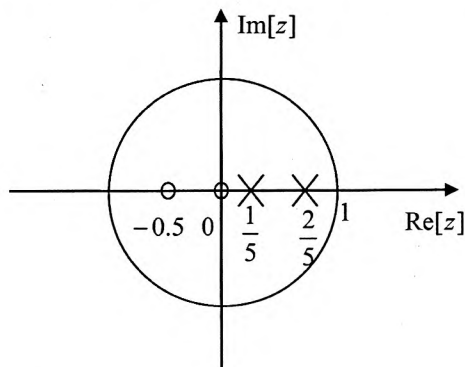
(3) 写出差分方程;

(4) 画出系统的并联结构。

解: (1) $H(z) = \frac{1+0.5z^{-1}}{1-\frac{3}{5}z^{-1}+\frac{2}{25}z^{-2}} = \frac{z(z+0.5)}{(z-\frac{1}{5})(z-\frac{2}{5})}$

零点 $z_1 = 0, z_2 = -0.5$, 极点 $p_1 = \frac{1}{5}, p_2 = \frac{2}{5}$

因为系统因果, 且所有极点在 z 平面单位圆以内, 系统稳定。



(2)

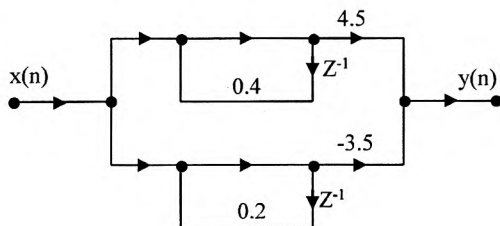
$$H(z) = \frac{z(z+0.5)}{(z-\frac{1}{5})(z-\frac{2}{5})} = \frac{-3.5z}{z-0.2} + \frac{4.5z}{z-0.4}$$

$$h(n) = -3.5(0.2)^n u(n) + 4.5(0.4)^n u(n)$$

(3)

$$y(n] - \frac{3}{5}y[n-1] + \frac{2}{25}y[n-2] = x[n] + 0.5x[n-1]$$

(4)



五、(10 分) 如果一台计算机的速度为平均每次复乘 $5\mu\text{s}$, 每次复加 $0.5\mu\text{s}$, 用它来计算 512 点的 DFT[x(n)], 问直接计算需要多少时间, 用 FFT 运算需要多少时间。

解: 1、 直接计算

$$\text{复乘所需时间 } T_1 = 5 \times 10^{-6} \times N^2 = 5 \times 10^{-6} \times 512^2 = 1.31072\text{s}$$

$$\text{复加所需时间 } T_2 = 0.5 \times 10^{-6} \times N \times (N-1) = 0.5 \times 10^{-6} \times 512 \times 511 = 0.130816\text{s}$$

$$\text{所以 } T = T_1 + T_2 = 1.441536\text{s}$$

2、 用 FFT 计算

$$\text{复乘所需时间 } T_1 = 5 \times 10^{-6} \times \frac{N}{2} \log_2 N = 5 \times 10^{-6} \times \frac{512}{2} \log_2 512 = 0.01152\text{s}$$

$$\text{复加所需时间 } T_2 = 0.5 \times 10^{-6} \times N \log_2 N = 0.5 \times 10^{-6} \times 512 \log_2 512 = 0.002304\text{s}$$

$$\text{所以 } T = T_1 + T_2 = 0.013824\text{s}$$

六、(10 分) 试用矩形窗口法设计一个 5 阶的线性相位 FIR 带通数字滤波器, 其 $\omega \in [-\pi, \pi]$

$$\text{内的幅度特性为 } |H_d(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1, & \frac{\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{2\pi}{3} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 试求 $h(n)$ 的表达式及其 $h(n)$ 的具体值;

(2) 试求 $H(z)$, 并画出其线性相位的直接型结构图。

解:

(1) 用理想带通滤波器作为逼近滤波器, 假设理想带通滤波器的频率特性为

$$H_d(e^{j\omega}) = |H_d(e^{j\omega})| e^{-j\omega\alpha}$$

$$\text{其中, } |H_d(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1, & \frac{\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{2\pi}{3} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} h_d(n) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H_d(e^{j\omega})| e^{-j\omega\alpha} e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{-\frac{\pi}{3}} e^{j\omega(n-\alpha)} d\omega + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} e^{j\omega(n-\alpha)} d\omega \right] \\ &= \frac{1}{(n-\alpha)\pi} \left[\sin\left(\frac{2}{3}\pi(n-\alpha)\right) - \sin\left(\frac{1}{3}\pi(n-\alpha)\right) \right] \end{aligned}$$

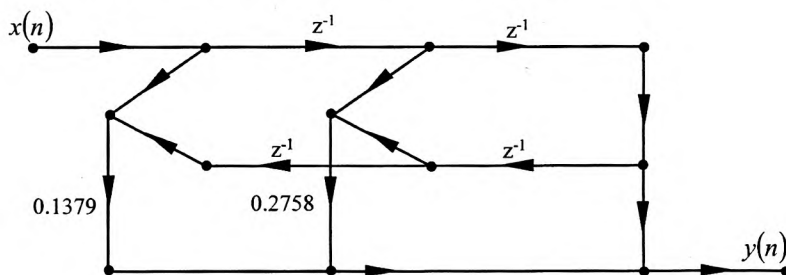
$$\text{按照题目 } N=5, \alpha = \frac{N-1}{2} = 2,$$

$$h_d(n) = \{-0.276, 0, 0.333, 0, -0.276; \quad n = 0, 1, 2, 3, 4\}$$

(2) 其线性相位结构如图所示：

(2) 其线性相位结构如图所示：

$$H(z) = 0.1379 + 0.2758z^{-1} + z^{-2} + 0.2758z^{-3} + 0.1379z^{-4}$$



七、(10 分) 用双线性变换法设计一个数字巴特沃斯低通 IIR 滤波器，设计指标为：通带截止频率 $\omega_p = 0.2\pi$ ，阻带截止频率 $\omega_s = 0.3\pi$ ，通带最大衰减 $\alpha_p = 1\text{ dB}$ ，阻带最小衰减 $\alpha_s = 40\text{ dB}$ 。采样间隔 $T=2$ 秒。

求：(1) 求出模拟滤波器的阶数 N ；

(2) 求出模拟滤波器的 3dB 通带截止频率 Ω_c 。

解：

采用双线性变换法：

$$\Omega = \frac{2}{T} \operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

由指标要求得：

$$\Omega_p = \operatorname{tg}\left(\frac{\omega_p}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{0.2\pi}{2}\right) = 0.325 \quad \Omega_s = \operatorname{tg}\left(\frac{\omega_s}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{0.3\pi}{2}\right) = 0.51$$

过渡比的倒数为：

$$\lambda_{sp} = \frac{\Omega_s}{\Omega_p} = \frac{0.51}{0.325} = 1.569$$

$$k_{sp} = \sqrt{\frac{10^{0.1\alpha_s} - 1}{10^{0.1\alpha_p} - 1}} = \sqrt{\frac{10^4 - 1}{10^{0.1} - 1}} = \frac{\sqrt{9999}}{\sqrt{0.2589}} = \frac{99.995}{0.5088} = 196.53$$

$$\text{故巴特沃斯模拟低通滤波器的阶数 } N \text{ 为：} N = \frac{\lg k_{sp}}{\lg \lambda_{sp}} = \frac{\lg(196.53)}{\lg(1.569)} = \frac{2.2934}{0.1956} = 11.725$$

取 $N=12$

$$\text{又 } 1 + \left(\frac{\Omega_p}{\Omega_c}\right)^{2N} = 10^{0.1\alpha_p} \text{ 可得 } \Omega_c = \Omega_p (10^{0.1\alpha_p} - 1)^{-\frac{1}{2N}} = 0.325 \times 1.0579 = 0.3438$$

八、(10 分) 设一个实序列 $x(n) = \{x(0), x(1), x(2), x(3)\} = \{4, 3, 2, 1\}$,

(1) 请画出序列长度 $N=4$ 时的基 2 按时间抽取 FFT (DIT-FFT) 计算流图,

输入序列为倒序, 输出序列为自然顺序)。

(2) 利用以上画出的计算流图求该有限长序列的 DFT, 即 $X[k], k = 0, 1, 2, 3$ 。

请按要求做, 直接按 DFT 定义计算不得分)。

解

