



Examen final du 13/01/2021
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2020/2021

Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (13h → 15h).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Consignes et informations en rapport avec le QCM

- Le non-respect des consignes de l'examen sera sanctionné par des points négatifs.
- Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.
- Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.
- Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire. Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).¹
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure 1. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.

1. En particulier, si une question à réponses multiples possède trois propositions de réponses plus une réponse "toutes les réponses sont correctes", il faut cocher les quatre cases correspondantes.



(-i-) KO



(-ii-) KO



(-iii-) KO



(-iv-) OK

FIGURE 1 – Comment marquer une case.

- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication Réserve à l'enseignant). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.
- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**

Rappels et notations. Pour un ensemble E , nous notons $|E|$ le cardinal de E . Les symboles \subseteq et \subset dénotent les relations d'inclusion et d'inclusion stricte entre ensembles.

La longueur d'un mot u est dénotée par $|u|$. Le symbole \cdot dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Pour deux mots w et w' sur un alphabet Σ ,

- w est un préfixe de w' s'il existe un mot w'' tel que $w' = w \cdot w''$;
- w est un suffixe de w' s'il existe un mot w'' tel que $w' = w'' \cdot w$;
- w est un facteur de w' s'il existe deux mots w_1, w_2 tel que $w' = w_1 \cdot w \cdot w_2$;
- w est une extension de w' si et seulement si w' est un préfixe de w .

La fermeture par préfixe (notée $Pref(L)$) d'un langage L est l'ensemble contenant L et tous les préfixes des mots de L . La fermeture par suffixe (notée $Suf(L)$) d'un langage L est l'ensemble contenant L et tous les suffixes des mots de L .

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ -AEFND est un automate à états fini avec ϵ -transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $L(A)$ le langage reconnu par A . Le langage d'une expression régulière r est dénoté par $L(r)$.

On dit qu'un automate est équivalent à une expression régulière si le langage reconnu par l'automate est égal au langage dénoté par l'expression régulière.

Un problème ou une question est décidable s'il existe un algorithme qui permet de répondre à la question. Dans le cas contraire, on dit que le problème est indécidable.

Respect des consignes et champ Libre

Question 1 Réservée au correcteur pour indiquer le bon respect des consignes de l'examen.

Question 2 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Sujet

Partie 1 : Questions générales (6 points)

Question 3 ♣ (0,75 points) Un ϵ -AEFND qui reconnaît le langage universel...

- | | | | |
|----------------------------|--|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> a | a forcément aucun état non-accepteur | <input type="checkbox"/> | peut avoir un seul état accepteur |
| <input type="checkbox"/> c | a un nombre infini d'états | <input type="checkbox"/> d | est minimal |
| <input type="checkbox"/> e | n'a pas d'expression régulière équivalente | <input type="checkbox"/> | peut avoir plusieurs états accepteurs |
| <input type="checkbox"/> | peut avoir des états non-accepteurs | <input type="checkbox"/> h | est forcément déterministe |
| <input type="checkbox"/> i | Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes. | | |
| <input type="checkbox"/> j | Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte. | | |

Question 4 ♣ (0,75 point) Nous nous intéressons aux relations entre mots.

- ☐ a un facteur est un préfixe. ☐ b un préfixe est un suffixe.
☐ un suffixe est un facteur. ☐ d un suffixe est un préfixe.
☐ e une extension est un facteur. ☐ un préfixe est un facteur.
☐ g un facteur est un suffixe. ☐ h un facteur est une extension.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h n'est correcte.
☐ j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,75 point) Soit L un langage pour lequel il n'existe pas d'expression régulière qui le dénote.

- ☐ a \bar{L} est régulier ☐ b L est régulier ☐ L est non-régulier
☐ L ne peut pas être reconnu par un automate ☐ L est de cardinal infini
☐ \bar{L} est non-régulier ☐ L n'est pas un langage à état
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et m sont toutes correctes.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et m n'est correcte.

Question 6 ♣ (0,75 points) Soient e, f et g trois expressions régulières. Le symbole \equiv dénote l'équivalence entre expressions régulières.

- ☐ $(e + f) \cdot g \equiv e \cdot g + f \cdot g$ ☐ $e + \emptyset \equiv e \cdot \epsilon$ ☐ $e \equiv e \cdot \epsilon$ ☐ d $e \cdot \emptyset \equiv e$
☐ e $L(e) \subseteq L(e) \cdot L(e)$ ☐ f $L(e) \cdot L(e) \subseteq L(e)$ ☐ $e + f \equiv f + e$ ☐ $e \cdot \emptyset \equiv \emptyset$
☐ $e \cdot \epsilon \equiv e$ ☐ $e + e \equiv e$ ☐ k $e \equiv e \cdot \emptyset$ ☐ $e^* \equiv \epsilon + e \cdot e^*$
☐ m Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et l n'est correcte.
☐ n Les affirmations données dans les réponses entre a et l sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous nous intéressons à l'opération de concaténation entre mots.

- ☐ a l'ensemble vide est l'élément neutre de cette opération. ☐ cette opération est associative
☐ la concaténation de deux mots est une application.
☐ cette opération est une application. ☐ e cette opération est commutative
☐ le mot vide est l'élément neutre de cette opération.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f n'est correcte.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,75 point) Considérons un automate A sur l'alphabet Σ , son automate complété $C(A)$ et son automate complémentaire A^C , obtenus suivant les procédures vues en cours.

- ☐ $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$. ☐ $L(A) = L(C(A))$. ☐ c $L(A) = L(A^C)$.
☐ d $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. ☐ e $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$. ☐ f $\Sigma^* \cup L(A) = L(C(A))$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f n'est correcte.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons la classe EF des langages à états.

- ☐ EF est fermée par complémentation. ☐ EF est fermée par intersection.
☐ EF est fermée par opération miroir. ☐ EF est fermée par union.
☐ EF est fermée par concaténation. ☐ EF est fermée par fermeture de Kleene.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f n'est correcte.

Question 10 (0,25 points)

On applique l'algorithme de calcul des états distinguables vu en cours sur un automate. Après trois étapes de l'algorithme, on obtient le résultat ci-contre.

☐ Cet automate est minimal.

☐ Cet automate est non minimal.

☐ Il manque des données pour déterminer si l'automate est minimal.

1								
2	x							
3	x	x	x					
4	x	x	x					
5	x	x	x	x				
6	x	x	x	x	x			
7	x	x	x	x	x	x		
8	x	x	x	x	x	x	x	
	1	2	3	4	5	6	7	8

Question 11 ♣ (0,75 points) Soit L un langage.

- ☐ si $\epsilon \notin L$, alors $\epsilon \notin L^*$ ☐ $|L^*| \notin \mathbb{N}$ ☐ $L^* \subseteq Pref(L)$ ☐ $L \cdot L \subseteq L^*$
☐ $\forall n \in \mathbb{N}, L^n \subseteq L^*$ ☐ $\exists n \in \mathbb{N}, L^* \subseteq L^n$ ☐ si $|L| > 0$ alors $|L^*| \notin \mathbb{N}$
☐ $L^* \subseteq Suf(L)$ ☐ $Pref(L) \subseteq L^*$ ☐ $|L^*| > 0$ ☐ $|L^*| > 1$
☐ $L^* \subseteq L$ ☐ $L \subseteq L^*$
☐ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et m n'est correcte.
☐ Les affirmations données dans les réponses entre a et m sont toutes correctes.

Question 12 ♣ (0,5 points) Soient L_1 et L_2 deux langages réguliers sur un alphabet Σ .

- ☐ $L_1 \cap L_2$ est toujours un langage régulier.
☐ Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini est *indécidable*.
☐ $L_1 \cup L_2$ est toujours un langage régulier.
☐ Déterminer si $L_1 \cup L_2$ est de cardinal fini est *décidable*.
☐ Déterminer si $L_1 \cup L_2$ est de cardinal fini est *indécidable*.
☐ Déterminer si $L_1 \cap L_2$ est de cardinal fini est *décidable*.
☐ Il manque des données pour déterminer si les précédentes affirmations sont correctes ou non.

Question 13 (0,25 points)

On applique l'algorithme de minimisation vu en cours sur un automate. Après trois étapes de l'algorithme, on obtient le résultat ci-contre.

☐ Cet automate est non minimal.

☐ Cet automate est minimal.

☐ Il manque des données pour déterminer si l'automate est minimal.

\equiv_0	\equiv_1	\equiv_2
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5

Partie 2 : Complétion d'automate déterministe (1 points)

Question 14 (1 points) Nous appliquons l'algorithme de complétion sur l'automate de la Figure 2-i-. L'automate résultant est représenté sur

- ☐ la Figure 3-iii-
 ☐ la Figure 3-iv-
 ☐ la Figure 3-i-
 ☐ la Figure 3-ii-
☐ Aucune des figures.
 ☐ Toutes les figures.

Partie 3 : Complémentation d'automate déterministe (2 points)

Question 15 (2 points) Nous appliquons l'algorithme de complémentation sur l'automate de la Figure 2-ii-. L'automate résultant est représenté sur

- ☐ la Figure 4-iii-
 ☐ la Figure 4-ii-
 ☐ la Figure 4-i-
 ☐ la Figure 4-iv-
☐ Aucune des figures.
 ☐ Toutes les figures.

Partie 4 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 16 (2,5 points) Considérons l' ϵ -AEFND représenté dans la Figure 2-iii-. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

- ☐ la Figure 5-i-
 ☐ la Figure 5-ii-
 ☐ la Figure 5-iii-
☐ Aucune des figures.
 ☐ Toutes les figures.

Partie 5 : Élimination des ϵ -transitions (2,5 points)

Question 17 (2,5 points) Considérons l' ϵ -AEFND représenté dans la Figure 2-iv-. L'AEFND obtenu après suppression des ϵ -transitions est donné dans

- ☐ la Figure 6-iii-
 ☐ la Figure 6-i-
 ☐ la Figure 6-iv-
 ☐ la Figure 6-ii-
☐ Aucune des figures.
 ☐ Toutes les figures.

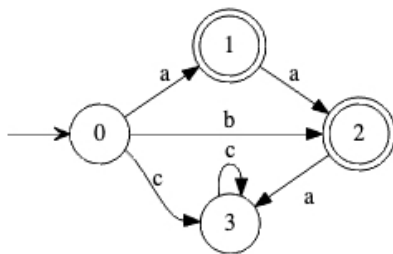
Partie 6 : Expression régulière vers automate (2,5 point)

Question 18 (2,5 point) Nous considérons la traduction compositionnelle d'expressions régulières vers automates, c'est-à-dire la méthode définie sur la structure de l'expression régulière et qui traduit une expression régulière par composition d'automates pour les sous-expressions régulières. Considérons l'expression régulière $(a + b)^* + c$. L' ϵ -AEFND résultant de la traduction compositionnelle d'expressions régulières vers automates est celui représenté dans

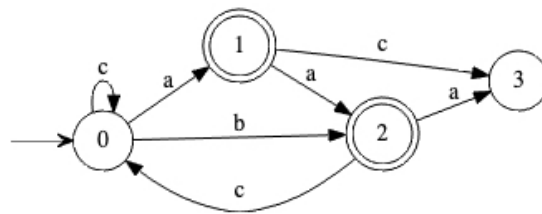
- ☐ la Figure 7-i-
 ☐ la Figure 7-iv-
 ☐ la Figure 7-ii-
 ☐ la Figure 7-iii-
☐ Aucune des figures.
 ☐ Toutes les figures.

Partie 7 : Automate vers expression régulière (3,5 point)

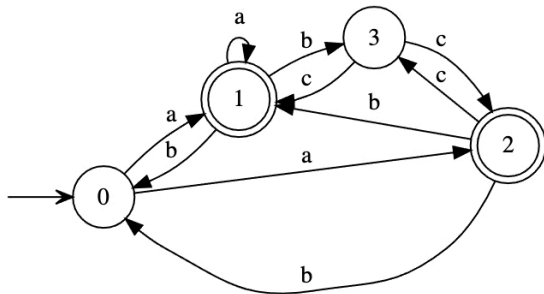
Question 19 (3,5 points) Donner le lemme d'Arden et prouver le.



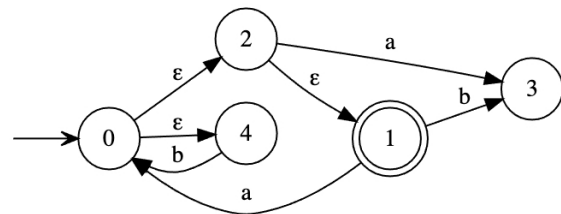
(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de complétion (Partie 2).



(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de complémentation (Partie 3).



(-iii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 4).



(-iv-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme d'élimination des ϵ -transitions (Partie 5).

FIGURE 2 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.

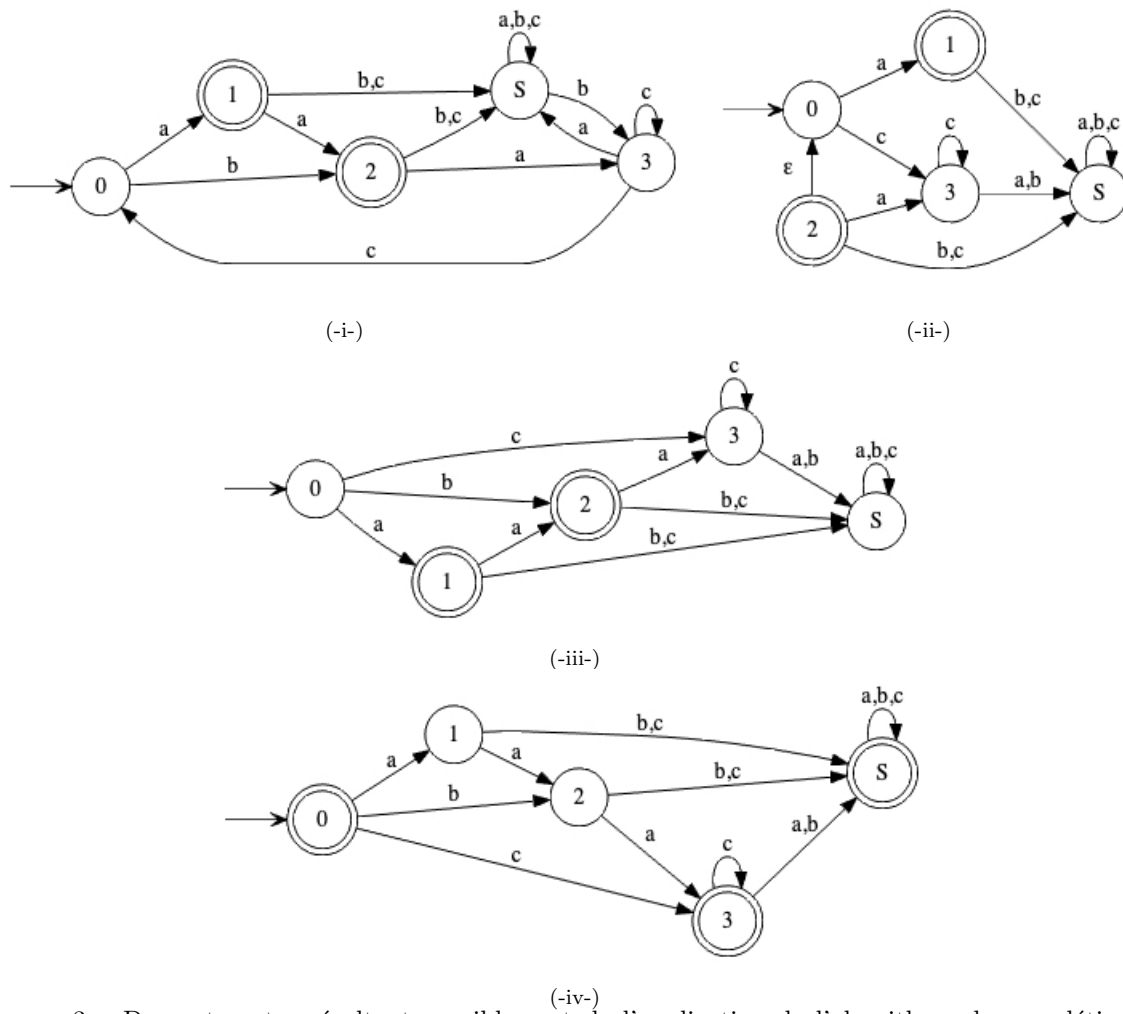
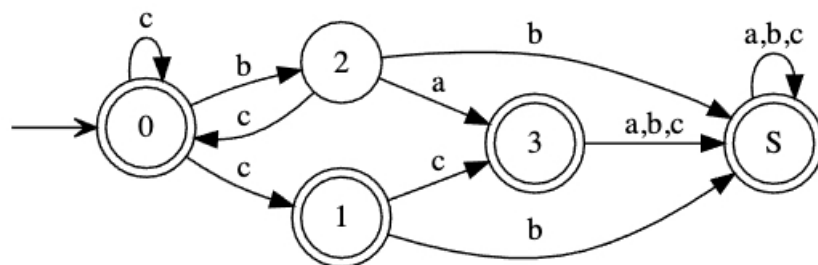
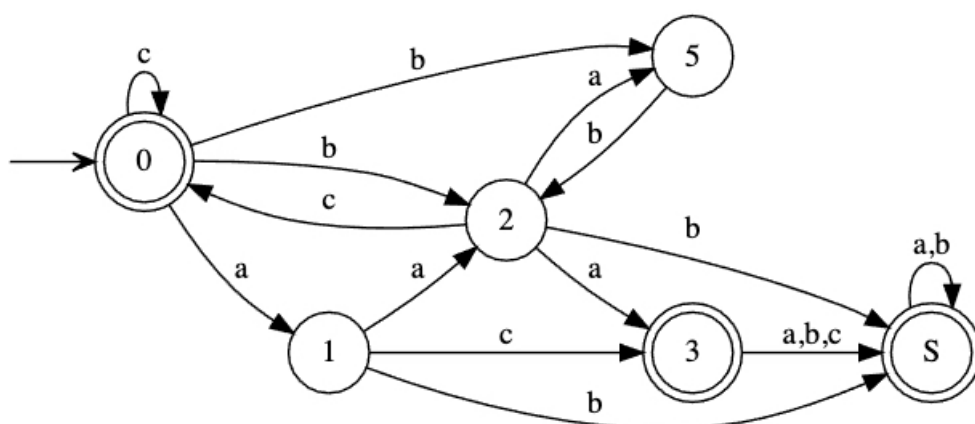


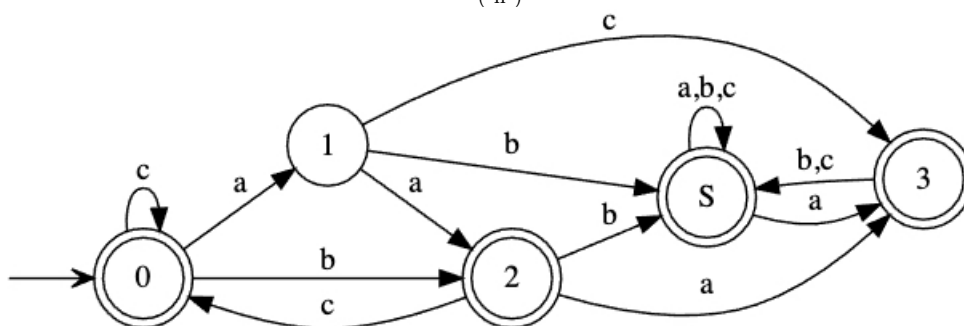
FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complétion sur l'automate de la Figure 2-i-.



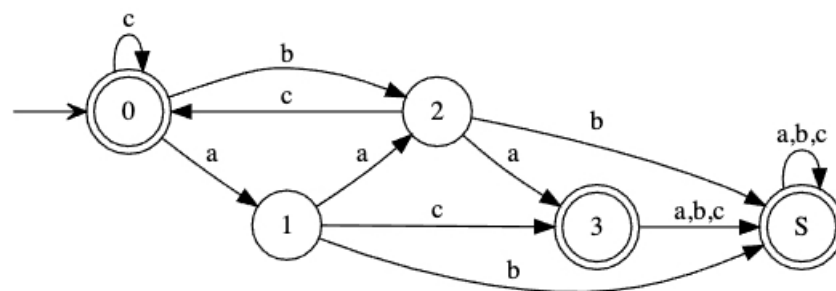
(-i-)



(-ii-)

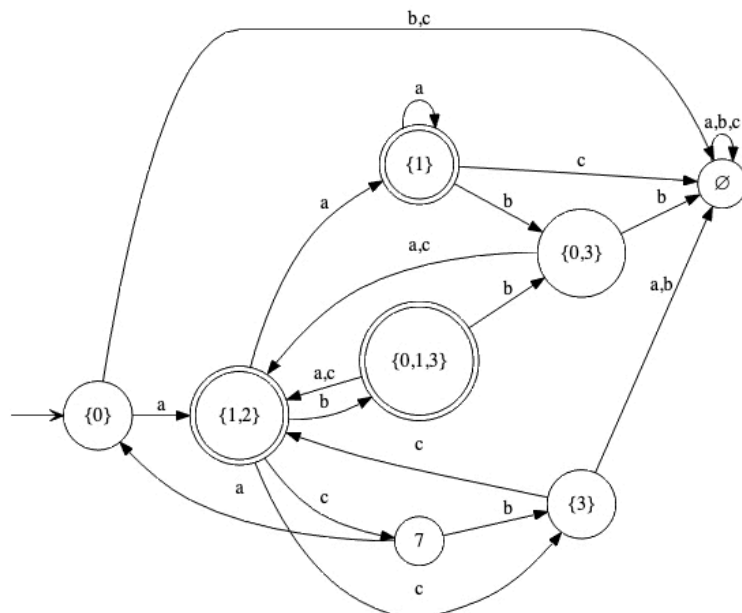


(-iii-)

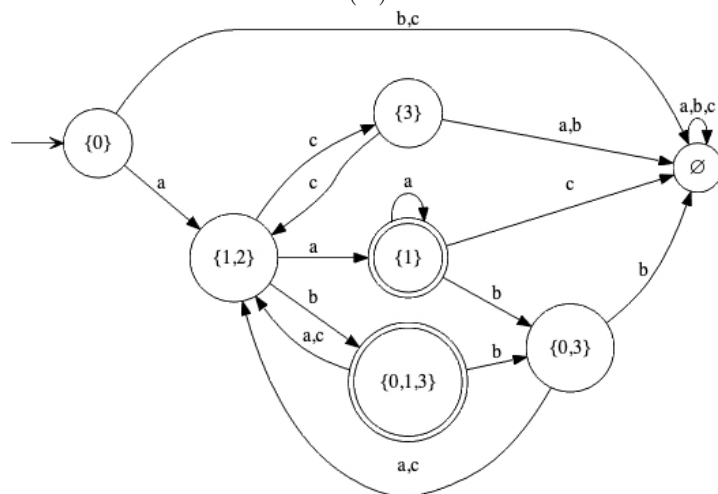


(-iv-)

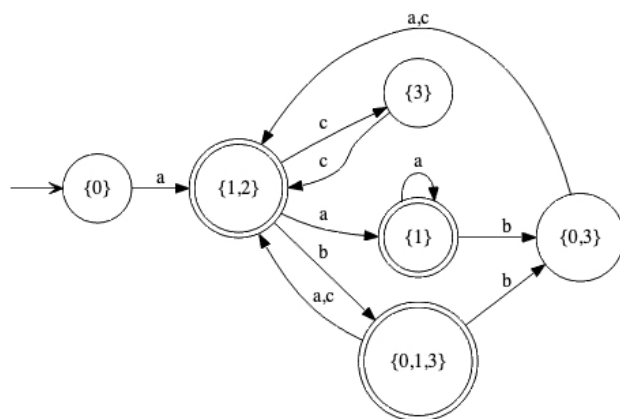
FIGURE 4 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de complémentation sur l'automate de la Figure 2-ii-.



(-i-)



(-ii-)



(-iii-)

FIGURE 5 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 2-iii-.

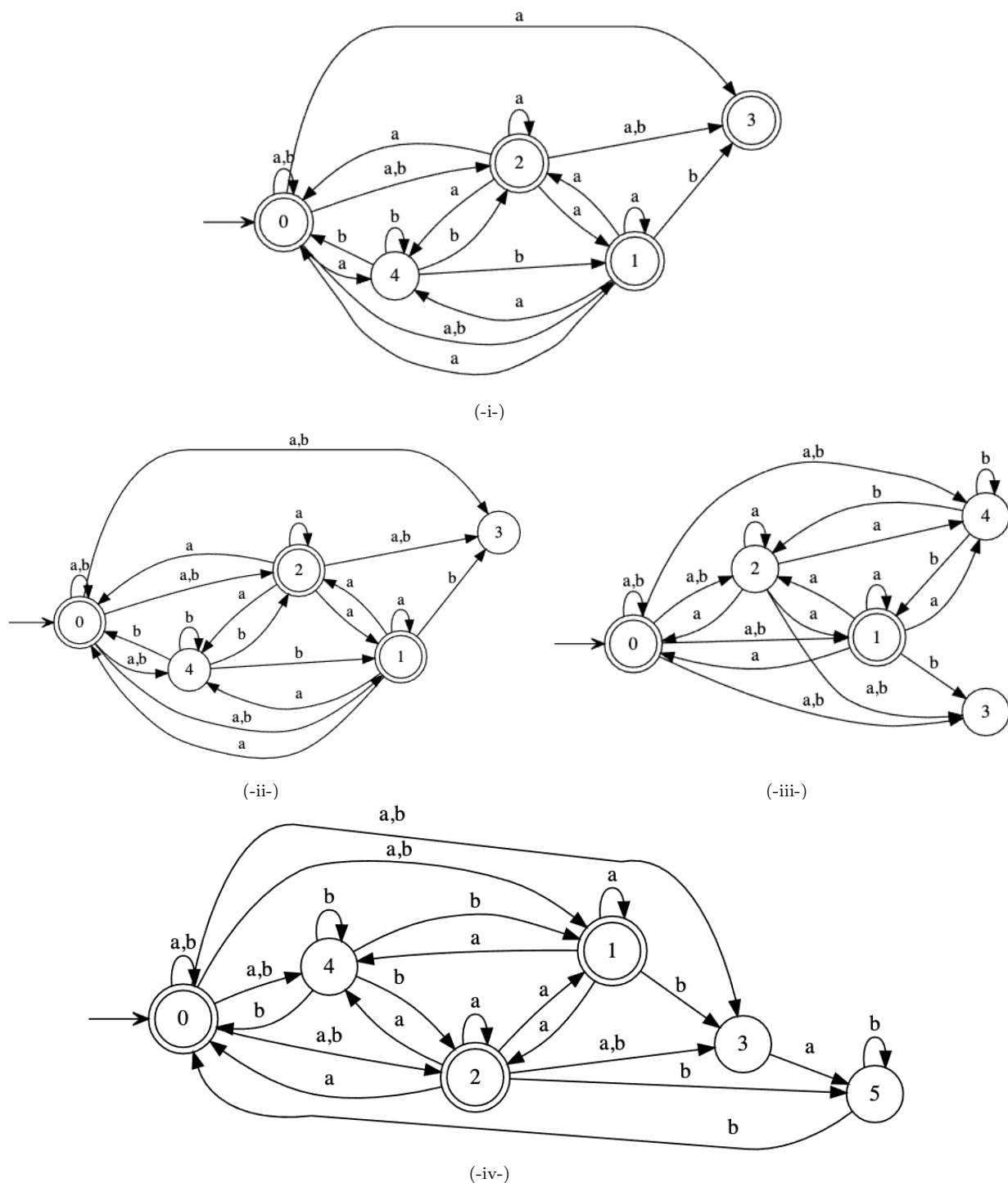
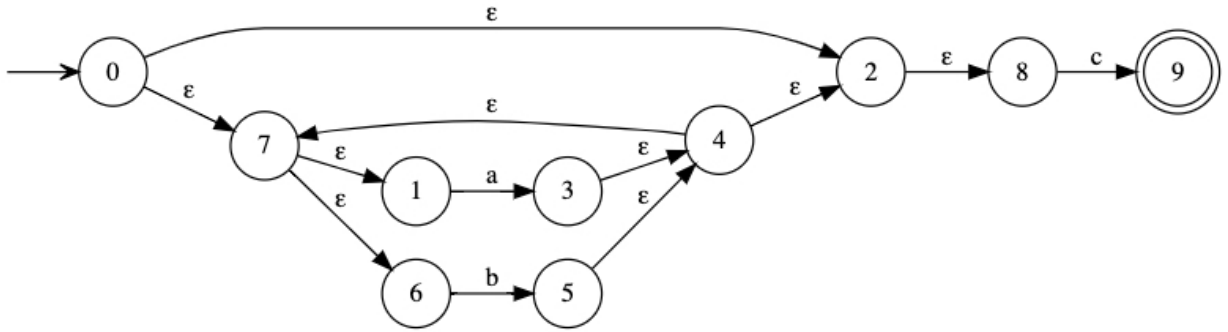
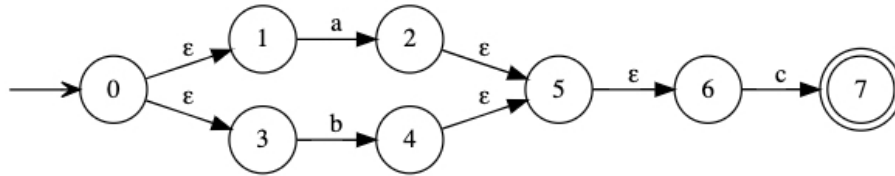


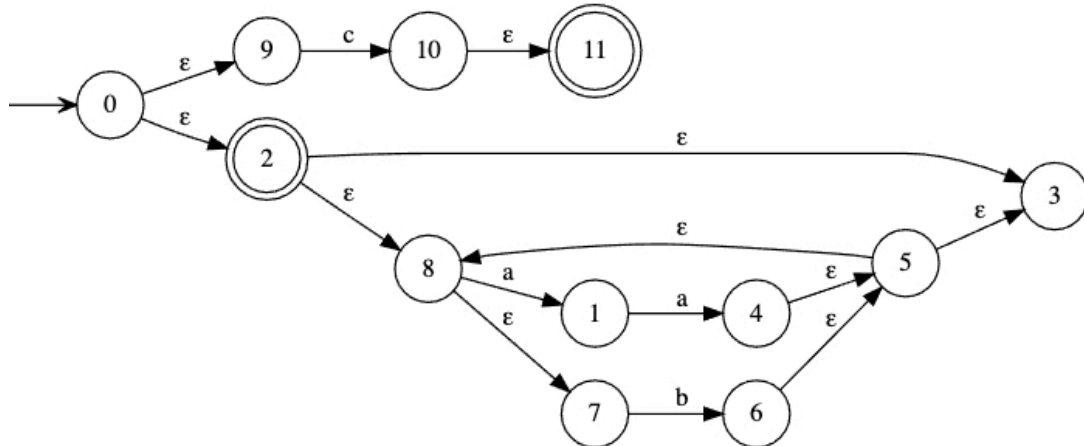
FIGURE 6 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme d'élimination des ϵ -transitions sur l'automate de la Figure 2-iii-.



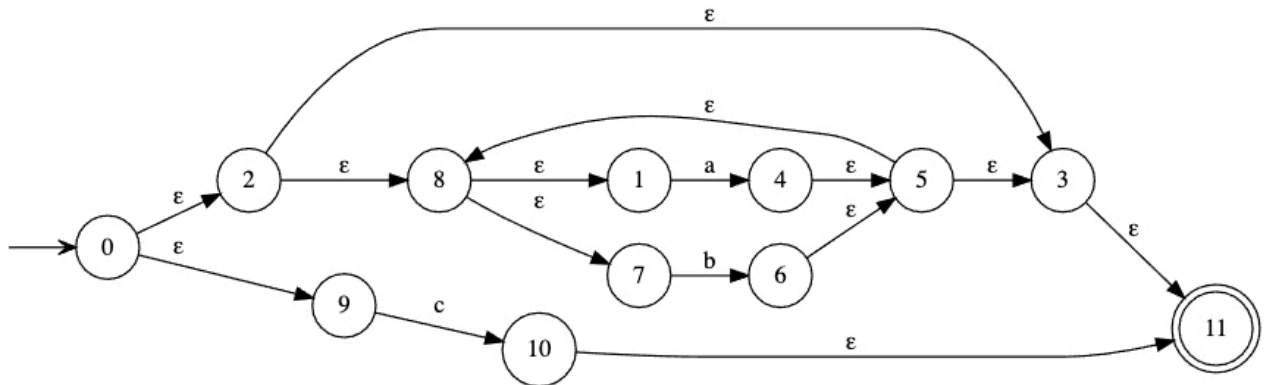
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 7 – Des automates résultant possiblement de la traduction compositionnelle d'expressions régulières vers ϵ -AEFND, pour l'expression $(a + b)^* + c$.



+1/13/48+

Examen final du 13/01/2021
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2020/2021

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

**Codez votre numéro d'anonymat ci-contre
et recopiez le manuellement dans la boîte.**

Numéro d'anonymat :

.....

**Indiquez la salle d'examen
et numéro de place ci-dessous.**

Salle d'examen :

Numéro de place :

.....


.....

Question 1 :

 ko Réservé à l'enseignant




.....

Question 2 :



 Réservé à l'enseignant

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Question 3 :

a		c	d	e			h	i	j
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---









Question 4 :

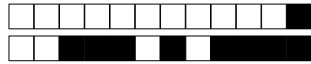
a	b		d	e		g	h	i	j
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Question 5 :

a	b						h	i
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Question 6 :

			d	e	f					k		m	n
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



Question 7 :

Question 8 :

Question 9 :

Question 10 :

Question 11 :

Question 12 :

Question 13 :

Question 14 :

Question 15 :

Question 16 :

Question 17 :

Question 18 :



●

[illegible]