

**Lire complètement les consignes avant de répondre à l'examen.**

## Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures (11h → 13h).
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 5 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

## Consignes et informations en rapport avec le QCM

- **Le non-respect des consignes de l'examen sera sanctionné par des points négatifs.**
- **Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur les feuilles de réponses : les réponses données ailleurs seront ignorées.**
- **Vous devez rendre 1) une copie double de type examen sans aucune inscription (à l'exception de vos informations d'identification) 2) et la feuille de réponse.**
- **Les réponses finales sont à indiquer avec un stylo à encre noire.** Ne pas utiliser de feutre.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, répondre à une question consiste à marquer **toutes les cases** correspondant aux affirmations que vous pensez être correctes ou à indiquer votre réponse à la question (exclusivement) dans le champ texte prévu à cet effet (si celui-ci est présent).<sup>1</sup>
- Pour marquer une case, il faut **colorier entièrement** les cases. Ne pas cocher, mettre de croix ou de signe dans la case. Voir Figure I. Colorier avec un stylo **noir**. Conseil : commencer par marquer vos réponses avec un crayon à papier puis colorier au stylo noir avant la fin de l'examen. Si vous souhaitez annuler un choix, mettre du Tipex sur la case (pas besoin de redessiner la case).
- Marquer une case se rapportant à une affirmation correcte donne des points, marquer une case se rapportant à une affirmation incorrecte enlève des points, ne pas marquer de cases n'a pas d'influence sur les points accumulés.
- Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs affirmations correctes. Les autres ont une unique bonne réponse (une seule case à cocher).
- Pour les questions avec une unique bonne réponse, cocher plusieurs cases annule la réponse.
- Dans les feuilles de réponse, ne rien inscrire dans les cases réservées aux enseignants (avec indication *Réservé enseignant*). Toute inscription dans cette case entraîne la nullité de la réponse à la question.

1. En particulier, si une question à réponses multiples possède trois propositions de réponses plus une réponse "toutes les réponses sont correctes", il faut cocher les quatre cases correspondantes.



(.1) KO



(.2) KO



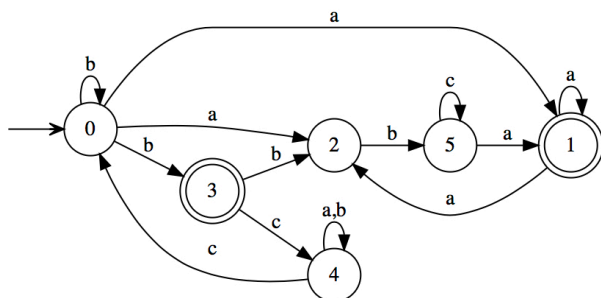
(.3) KO



(.4) OK

FIGURE I – Comment marquer une case.

- Les parties sont indépendantes. Il est conseillé de lire toutes les questions dans une partie avant de commencer à répondre à cette partie.
- **Attention, certaines questions peuvent être coupées entre deux pages.**



(1) Un automate pour l'exercice de déterminisation.

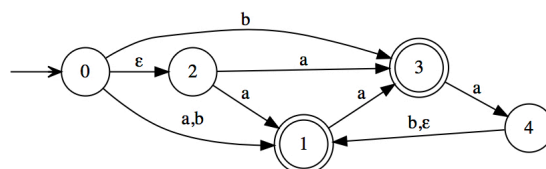
(2) Un automate pour l'exercice de suppression des  $\epsilon$ -transitions.

FIGURE II – Des automates à utiliser pour les exercices.

## Rappels et notations

- Un AEFD est un automate à états fini et déterministe.
- Un AEFND est un automate à états fini et non déterministe.
- Un  $\epsilon$ -AEFND est un automate à états fini et non déterministe avec  $\epsilon$ -transitions.
- Soit  $u$  un mot sur un alphabet quelconque,  $u^R$  dénote le mot miroir de  $u$ , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant  $u$  de droite à gauche.

## Sujet

### Partie 1 : Questions diverses et de cours (6 points)

**Question 1 ♣ (0,5 point)** Nous nous intéressons à l'opération de concaténation entre mots.

- le résultat de la concaténation de deux mots est une application.
- cette opération est une application. [c] cette opération est commutative
- cette opération est associative [e] l'ensemble vide est l'élément neutre de cette opération.
- le mot vide est l'élément neutre de cette opération.
- [g] Aucune des affirmations jusqu'à l'affirmation f incluse n'est correcte.
- [h] Toutes les affirmations jusqu'à l'affirmation f incluse sont correctes.

**Question 2 ♣ (0,75 point)** Considérons un automate  $A$  sur l'alphabet  $\Sigma$ , son automate complété  $C(A)$  et son automate complémentaire  $A^C$ , obtenus suivant les procédures vues en cours.

- [a]  $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$ . [b]  $L(A) = L(A^C)$ . ■  $L(A) = L(C(A))$ .
- $\Sigma^* \setminus L(A) = L(A^C)$ . [e]  $\Sigma^* \cup L(A) = L(C(A))$ . [f]  $L(A) \setminus \Sigma^* = L(A^C)$ .
- [g] Aucune des affirmations jusqu'à l'affirmation f incluse n'est correcte.
- [h] Toutes les affirmations jusqu'à l'affirmation f incluse sont correctes.

**Question 3 ♣ (0,5 point)** L'ensemble des langages que l'on peut définir avec une expression régulière

- ☐ a) contient strictement l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les  $\epsilon$ -AEFNDs.
- ☐ b) est inclus strictement dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les  $\epsilon$ -AEFNDs.
- ☐ c) contient l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les  $\epsilon$ -AEFNDs.
- ☐ d) est inclus dans l'ensemble des langages que l'on peut reconnaître avec les  $\epsilon$ -AEFNDs.

**Question 4 ♣ (0,75 point)** Nous nous intéressons aux relations entre mots.

- ☐ a) une extension est un facteur.
- ☐ b) un suffixe est un préfixe.
- ☐ c) un préfixe est un facteur.
- ☐ d) un facteur est un suffixe.
- ☐ e) un facteur est un préfixe.
- ☐ f) un facteur est une extension.
- ☐ g) un suffixe est un facteur.
- ☐ h) un préfixe est un suffixe.
- ☐ i) Aucune des affirmations jusqu'à l'affirmation h incluse n'est correcte.
- ☐ j) Toutes les affirmations jusqu'à l'affirmation h incluse sont correctes.

**Question 5 ♣ (0,75 point)** Soient  $L_1$  et  $L_2$  deux langages non réguliers sur un alphabet  $\Sigma$ .

- ☐ a)  $L_1 \setminus L_2$  est un langage non régulier.
- ☐ b)  $L_1 \cup L_2$  est un langage non régulier.
- ☐ c)  $L_1 \cap L_2$  est un langage non régulier.
- ☐ d)  $L_1 \cap L_2$  est un langage régulier.
- ☐ e)  $L_1 \cup L_2$  est un langage régulier.
- ☐ f)  $L_1 \setminus L_2$  est un langage régulier.
- ☐ g) Il manque des données pour déterminer si  $L_1 \cap L_2$  est régulier ou non.
- ☐ h) Il manque des données pour déterminer si  $L_1 \cup L_2$  est régulier ou non.
- ☐ i) Il manque des données pour déterminer si  $L_1 \setminus L_2$  est régulier ou non.

**Question 6 ♣ (0,75 point)** Soit  $L$  un langage sur un alphabet  $\Sigma$ .

- ☐ a) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît ce langage avec **un seul** état accepteur.
- ☐ b) Il est toujours possible de trouver un  $\epsilon$ -AEFND avec **un seul** état accepteur qui reconnaît  $L$ , si  $L$  est régulier.
- ☐ c) Il est toujours possible de trouver un  $\epsilon$ -AEFND qui reconnaît  $L$  avec **un seul** état accepteur.
- ☐ d) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît  $L$ , si  $|\Sigma| = 1$ .
- ☐ e) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît  $L$ , si  $L$  est régulier.
- ☐ f) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît  $L$ , si  $|\Sigma| = 1$ .
- ☐ g) Il est toujours possible de trouver un  $\epsilon$ -AEFND qui reconnaît  $L$ , si  $|\Sigma| = 1$ .
- ☐ h) Il est toujours possible de trouver un AEFND qui reconnaît  $L$ .
- ☐ i) Aucune des affirmations jusqu'à l'affirmation h incluse n'est correcte.

**Question 7 ♣ (0,75 point)** Soit  $L$  un langage.

- ☐ a)  $L \cdot L \subseteq L^*$
- ☐ b)  $|L^*| > 1$
- ☐ c)  $L^* \subseteq Pref(L)$
- ☐ d)  $L^* \subseteq Suf(L)$
- ☐ e)  $Pref(L) \subseteq L^*$
- ☐ f)  $\exists n \in \mathbb{N}, L^* \subseteq L^n$
- ☐ g) si  $\epsilon \notin L$ , alors  $\epsilon \notin L^*$
- ☐ h)  $|L^*| \notin \mathbb{N}$
- ☐ i)  $\forall n \in \mathbb{N}, L^n \subseteq L^*$
- ☐ j) si  $|L| > 0$  alors  $|L^*| \notin \mathbb{N}$
- ☐ k)  $L \subseteq L^*$
- ☐ l)  $|L^*| > 0$
- ☐ m)  $L^* \subseteq L$
- ☐ n) Aucune des affirmations jusqu'à l'affirmation m incluse n'est correcte.
- ☐ o) Toutes les affirmations jusqu'à l'affirmation m incluse sont correctes.

**Question 8 ♣ (0,75 point)** Soient  $e, f$  et  $g$  trois expressions régulières. Le symbole  $\equiv$  dénote l'équivalence entre expressions régulières.

- ☐  $e + e \equiv e$       ☐  $e \equiv e \cdot \epsilon$       ☐  $(e + f) \cdot g \equiv e \cdot g + f \cdot g$       ☐  $e \equiv e \cdot \emptyset$   
☐  $e + f \equiv f + e$       ☐  $L(e) \cdot L(e) \subseteq L(e)$       ☐  $e^* \equiv \epsilon + e \cdot e^*$       ☐  $e \cdot \epsilon \equiv e$   
☐  $L(e) \subseteq L(e) \cdot L(e)$       ☐  $e + \emptyset \equiv e \cdot \epsilon$       ☐  $e \cdot \emptyset \equiv \emptyset$       ☐  $e \cdot \emptyset \equiv e$   
☐ Aucune des affirmations jusqu'à l'affirmation l incluse n'est correcte.  
☐ Toutes les affirmations jusqu'à l'affirmation l incluse sont correctes.

**Question 9 ♣ (0,5 point)** Nous considérons la classe  $EF$  des langages à états.

- ☐  $EF$  est fermée par complémentation.      ☐  $EF$  est fermée par opération miroir.  
☐  $EF$  est fermée par union.      ☐  $EF$  est fermée par fermeture de Kleene.  
☐  $EF$  est fermée par intersection.      ☐  $EF$  est fermée par concaténation.  
☐ Toutes les affirmations jusqu'à l'affirmation f incluse sont correctes.  
☐ Aucune des affirmations jusqu'à l'affirmation f incluse n'est correcte.

## Partie 2 : Déterminisation d'automates (2 points)

**Question 10 ♣ (2 points)**

Considérons l'AEFND dans la Figure II.1 sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Nous déterminisons cet automate et ne représentons pas l'état puits. Le/les AEFND(s) équivalent(s) sont :

- ☐ Celui de la Figure III.2.      ☐ Celui de la Figure III.3.      ☐ Celui de la Figure III.1.  
☐ Aucun des automates.

## Partie 3 : Élimination des $\epsilon$ -transitions (2 points)

**Question 11 ♣ (2 points)**

Considérons l' $\epsilon$ -AEFND dans la Figure II.2 sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ . Le/les AEFND(s) équivalent(s) à l'automate résultant de l'algorithme de suppression des  $\epsilon$ -transitions est/sont :

- ☐ Celui de la Figure IV.1.      ☐ Celui de la Figure IV.3.      ☐ Aucun des automates.  
☐ Celui de la Figure IV.4.      ☐ Celui de la Figure IV.2.

## Partie 4 : Définir un automate (2 points)

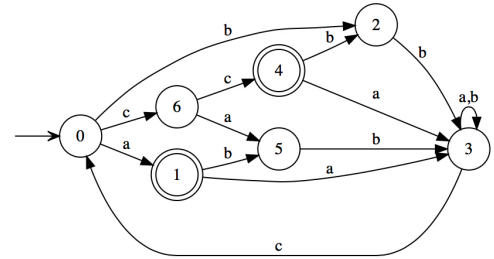
**Question 12 (2 points)** Soit  $A = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$  un automate à états finis, comme défini en cours. Soit  $L$  le langage reconnu par  $A$ . Nous considérons le langage miroir de  $L$ , noté  $L^R$ , défini comme l'ensemble de tous les mots miroirs des mots de  $L$ . Formellement,  $L^R = \{u^R \mid u \in L\}$  où  $u^R$  est le mot miroir de  $u$ , c'est-à-dire le mot obtenu en lisant  $u$  de droite à gauche.

Définir formellement l'automate  $A^R = (Q^R, q_0^R, \Sigma^R, \delta^R, F^R)$  reconnaissant  $L^R$  en fonction de  $A$ . L'automate  $A^R$  pourra être, au choix, un AEFND, AEFND, ou un  $\epsilon$ -AEFND.

## Partie 5 : Minimisation d'automates (3 points)

### Question 13 (3 points)

Considérons l'automate ci-contre sur alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Nous souhaitons minimiser cet automate. En ignorant les noms d'états, l'automate minimal est celui représenté dans



- ☐ la Figure V.1. 
 ☒ la Figure V.3. 
 ☐ la Figure V.2. 
 ☐ la Figure V.4. 
 ☐ Aucune des figures

## Partie 6 : Trouver un automate (3 points)

**Question 14 (3 points)** Étant donné un mot  $w$  et un sous-mot  $w'$  de  $w$ , on note  $|w|_{w'}$  le nombre d'occurrences du mot  $w'$  dans  $w$ . On considère l'alphabet  $\{0, 1\}$ . Donner, sans preuve ni justification, un automate qui reconnaît le langage régulier  $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$ .

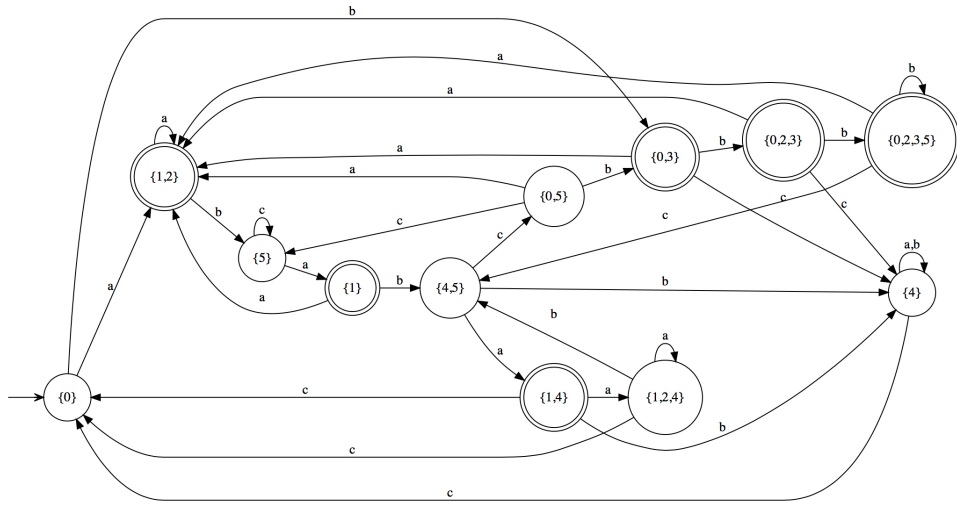
*Proposition de solution :*

## Partie 7 : Produit d'automates (2 points)

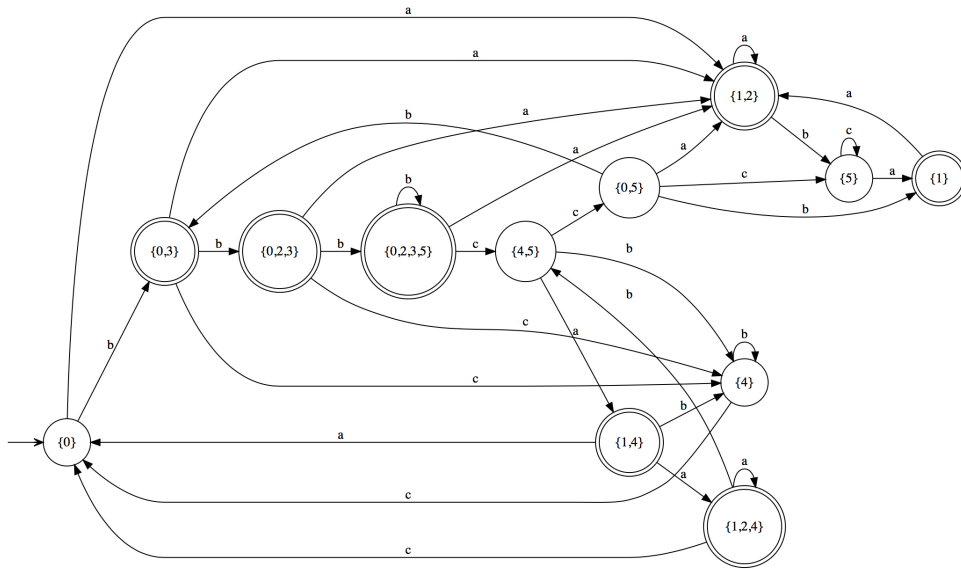
**Question 15 (2 points)** Démontrer que le produit de deux automates déterministes est déterministe.

## Champ Libre

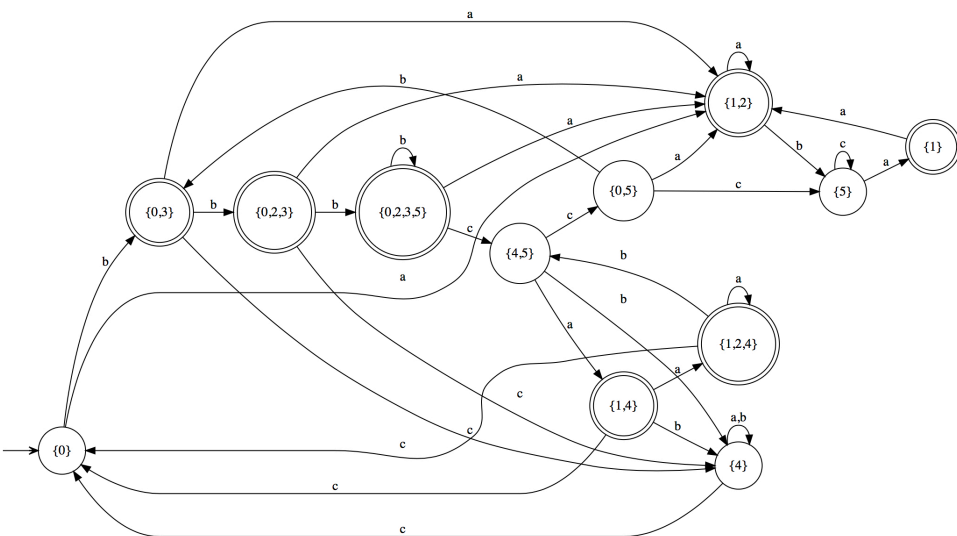
**Question 16** Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information que vous jugerez utile.



(.1)



(.2)



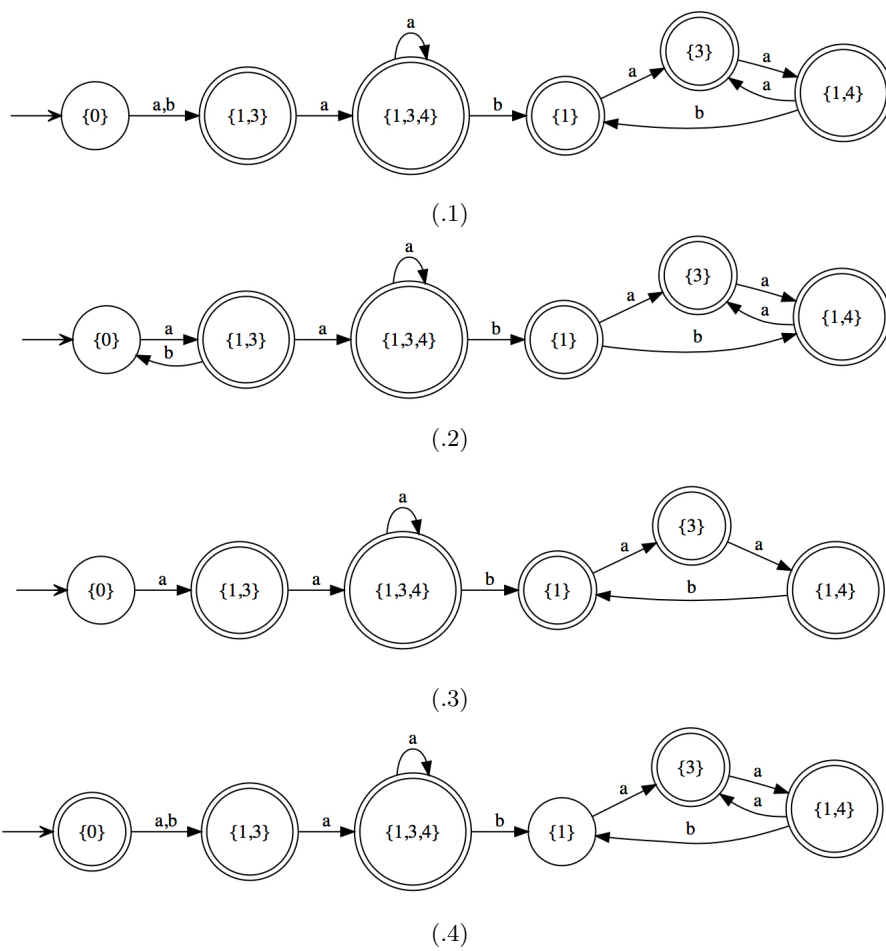
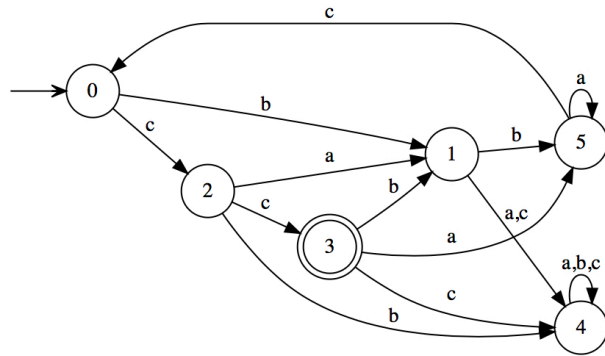
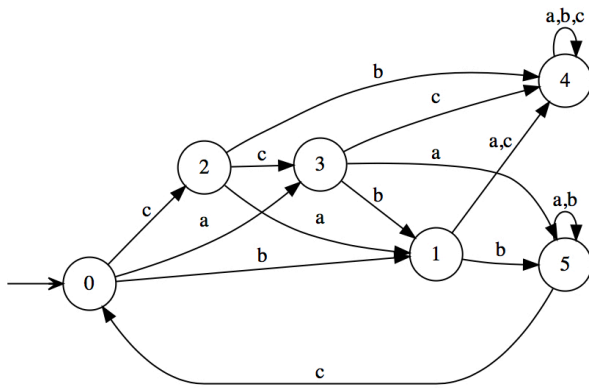


FIGURE IV – Propositions de réponses pour l'exercice d'élimination des  $\epsilon$ -transitions.

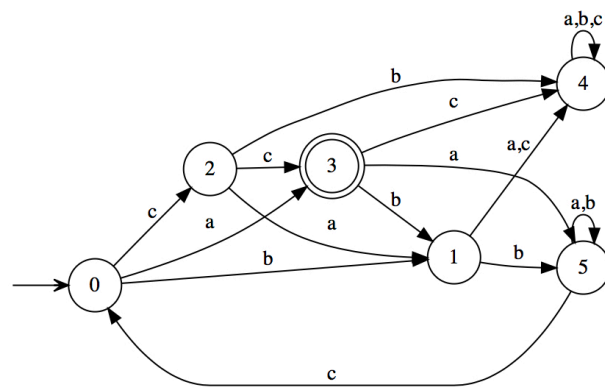




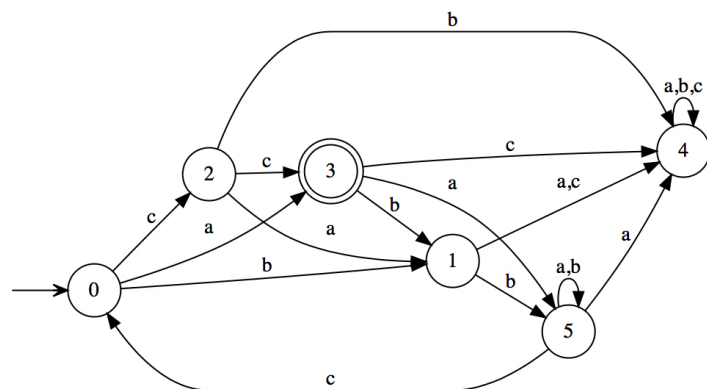
(1)



(2)



(3)







+1/11/50+

Examen de seconde session du 17/06/2021  
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates  
Année académique 2020/2021

## Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre  
et recopiez le manuellement dans la boîte.

Numéro d'anonymat :

.....

Question 1 : ☐ ☐ ☐ c ☐ ☐ e ☐ ☐ g ☐ h

Question 2 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h

Question 3 : ☐ a ☐ b ☐ ☐

Question 4 : ☐ a ☐ b ☐ ☐ d ☐ e ☐ f ☐ ☐ h ☐ i ☐ j

Question 5 : ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ ☐ ☐

Question 6 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ d ☐ ☐ f ☐ g ☐ h ☐ i

Question 7 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f ☐ g ☐ h ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ m ☐ n ☐ o

Question 8 : ☐ ☐ ☐ d ☐ ☐ f ☐ ☐ ☐ i ☐ ☐ ☐ l ☐ m ☐ n

Question 9 : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ g ☐ h

Question 10 : ☐ a ☐ ☐ c ☐ d

Question 11 : ☐ ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e



Question 12 :

☐ f ☐ pl ☐ pj ☒ Réservé enseignant

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Question 13 : ☐ a ☒ ☐ c ☐ d ☐ e

Question 14 :

☐ f ☐ pl ☐ pj ☒ Réservé enseignant

--



●



●

●



●