

Rappel à propos des consignes et quelques conseils et remarques

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- 3 feuilles A4 R/V autorisées.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, montre connectée, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte. Un point sera réservé pour le soin de votre copie.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Si vous ne savez pas rédiger une démonstration, donner les arguments suggérant que la proposition à démontrer est vraie.

Indiquer votre nom sur chaque copie double rendue.
Indiquer votre numéro de groupe sur chaque copie double rendue.

Exercice 1 A propos de votre copie (1 pt)

Considérons la copie que vous devez rendre en fin d'examen.

1. **(0,5 pt)** La copie respecte les consignes.
2. **(0,5 pt)** La présentation de la copie est soignée.

Exercice 2 Langage et langage universel (3 pts)

Considérons Σ un alphabet et L un langage sur Σ . Considérons la proposition $L \cdot \Sigma^* \neq \Sigma^*$.

1. **(1 pt)** Donner une condition *nécessaire* à la proposition.
2. **(1 pt)** Donner une condition *suffisante* à la proposition.
3. **(1 pt)** Donner, si cela est possible, une condition nécessaire et suffisante à la proposition.

Exercice 3 Donner un automate déterministe (3 pts)

Considérons l'alphabet $\Sigma = \{0, 1, \dots, 9\}$.

1. **(1,5 pt)** Donner un automate déterministe reconnaissant les entiers multiples de 25.
2. **(1,5 pt)** Donner un automate déterministe reconnaissant les entiers naturels inférieurs à 485.

Exercice 4 Fonction de transition et états jumeaux (4 pts)

Considérons un AFED $A = (Q, q_{init}, \Sigma, \delta, \{q_f\})$, et, supposons que pour chaque symbole $s \in \Sigma$ nous avons $\delta(q_{init}, s) = \delta(q_f, s)$.

1. **(2 pts)** Démontrer que, pour n'importe quel mot $u \neq \epsilon$, nous avons $\delta^*(q_{init}, u) = \delta^*(q_f, u)$.
2. **(2 pts)** Démontrer que, si un mot non vide u est reconnu par A , alors u^k (le mot formé par k concaténations du mot u) est aussi dans $L(A)$ pour chaque entier strictement positif k .

Exercice 5 Minimisation (3 pts)

Considérons l'automate dans la Figure 1.

1. Minimiser l'automate en représentant les étapes de l'exécution de l'algorithme de minimisation.

Exercice 6 Déterminisation (3 pts)

Considérons l'automate dans la Figure 2.

1. Déterminiser l'automate en représentant un automate équivalent à la procédure de déterminisation définie dans le cours.

Exercice 7 Algorithme - complémentation (3 pts)

1. Donner un algorithme permettant de calculer l'automate complémentaire d'un automate quelconque. L'automate retourné doit reconnaître le langage complémentaire sur l'alphabet de l'automate. Vous préciserez les entrées de l'algorithme et détaillerez les opérations utilisées par votre algorithme.

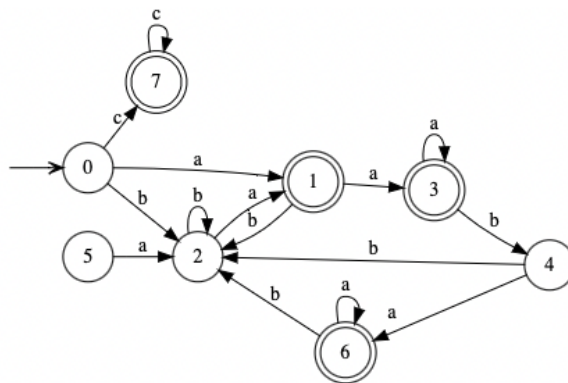


FIGURE 1 – Automate à minimiser

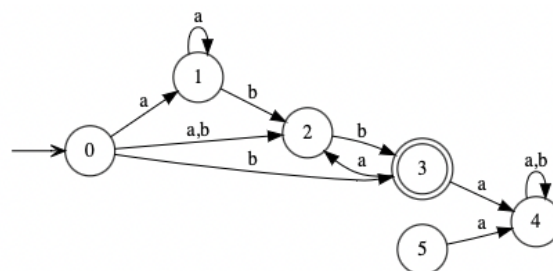


FIGURE 2 – Automate à déterminer.