# Вариант №009

**(ВМ – Контрольная работа №1)**

Вариант 9

1. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 0 & -4 & 7 & 0 \\ 0 & 7 & -3 & 4 \\ 7 & -9 & 5 & -6 \\ 0 & 1 & -2 & 6 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить:

$$\frac{3}{2}\cdot\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}^T$$

3. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -7, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 12, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 16. \end{cases}$

1) методом Крамера,

2) методом обратной матрицы,

3) методом Гаусса.

4. Даны координаты вершины пирамиды $ABCD$:

$A(2; 4; 3)$, $B(0; -1; 4)$, $C(2; 5; -1)$, $D(0; -5; 1)$.

Найти:

1) площадь грани $ABC$;

2) объем пирамиды $ABCD$;

3) уравнение прямой проходящей через точку $C$ параллельно $AB$;

4) уравнение плоскости $ABC$;

5) угол между прямыми $BC$ и $BD$;

6) угол между плоскостями $ABC$ и $BCD$;

7) расстояние от точки $D$ до плоскости $ABC$.

5. Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$;  2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+10x)}{x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-e^{-2x}}{2arctg(x)-\sin(x)}$;  4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x^2+2}}{\sqrt[4]{4x^4+1}-\sqrt[3]{x^4-1}}$.

Найти $y'(x)$ , если

1) $y=\dfrac{\arcsin(\sqrt{x})}{\arccos x}$;

2) $y=\dfrac{x}{\ln 2}\cdot\arccos(\log_2 x)$.

7. Вычислить

1) Найти вторую производную функции $y=\dfrac{5}{3-x^2}-2\,\mathrm{arctg}\,3x$.

2) Найти $\dfrac{d^2x}{dy^2}$ для функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x=1-\cos 2t, \\ y=1-\sin^2 3t. \end{cases}$$

8. Исследовать функцию $y=\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^2$ и построить её график.

① Вычислить определитель 4 порядка

$$\begin{vmatrix} 0 & -4 & 7 & 0 \\ 0 & 7 & -3 & 4 \\ 7 & -9 & 5 & -6 \\ 0 & 1 & -2 & 6 \end{vmatrix} = 7\cdot(-1)^{3+1}\cdot\begin{vmatrix} -4 & 7 & 0 \\ 7 & -3 & 4 \\ 1 & -2 & 6 \end{vmatrix} = 7(72+0+28-0-32-294) =$$

$$= -1582$$

**2. Вычислить:**

$$\frac{3}{2}\cdot\begin{pmatrix}4\\2\\-4\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & -1 & -1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0 & 1 & -1 & 2\\0 & 2 & -1 & 1\\1 & -1 & 3 & 1\end{pmatrix}^T=\frac{3}{2}\cdot\begin{pmatrix}0 & -4 & -4\\0 & -2 & -2\\0 & 4 & 4\\0 & -4 & -4\end{pmatrix}-$$

$$-\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\1 & 2 & -1\\-1 & -1 & 3\\2 & 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -6 & -6\\0 & -3 & -3\\0 & 6 & 6\\0 & -6 & -6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\1 & 2 & -1\\-1 & -1 & 3\\2 & 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -6 & -7\\-1 & -5 & -2\\1 & 7 & 3\\-2 & -7 & -7\end{pmatrix}$$

③ Решить систему ур-ий:

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -7 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 12 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 16 \end{cases}$$

1) Метод Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{vmatrix} = -40 + 24 + 45 - 50 + 72 - 12 = 39$$

$$\Delta x_1 = \begin{vmatrix} -7 & -3 & 2 \\ 12 & 5 & -3 \\ 16 & 6 & -2 \end{vmatrix} = 70 + 144 + 144 - 160 - 126 - 72 = 0$$

$$\Delta x_2 = \begin{vmatrix} 4 & -7 & 2 \\ 2 & 12 & -3 \\ 5 & 16 & -2 \end{vmatrix} = -96 + 64 + 105 - 120 + 192 - 28 = 117$$

$$\Delta x_3 = \begin{vmatrix} 4 & -3 & -7 \\ 2 & 5 & 12 \\ 5 & 6 & 16 \end{vmatrix} = 320 - 84 - 180 + 175 - 288 + 96 = 39$$

$$x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta} = \frac{0}{39} = 0; \quad x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta} = \frac{117}{39} = 3; \quad x_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta} = \frac{39}{39} = 1.$$

2) Метод обратной матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -7 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} AX = B \\ X = A^{-1} \cdot B \end{matrix}$$

$$|A| = \Delta = 39.$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ -3 & 5 & 6 \\ 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{A}_{11} = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} = -10+18 = 8 \qquad \tilde{A}_{21} = -\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} = -(-4+15) = -11$$

$$\tilde{A}_{12} = -\begin{vmatrix} -3 & 6 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -(6-12) = 6 \qquad \tilde{A}_{22} = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -8-10 = -18$$

$$\tilde{A}_{13} = \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 9-10 = -1 \qquad \tilde{A}_{23} = -\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -(-12-4) = 16$$

$$\tilde{A}_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 12-25 = -13$$

$$\tilde{A}_{32} = -\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = -(24+15) = -39 \qquad \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{39}\begin{pmatrix} 8 & 6 & -1 \\ -11 & -18 & 16 \\ -13 & -39 & 26 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{A}_{33} = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 20+6 = 26$$

$$X = A^{-1}\cdot B = \frac{1}{39}\begin{pmatrix} 8 & 6 & -1 \\ -11 & -18 & 16 \\ -13 & -39 & 26 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -7 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix} = \frac{1}{39}\begin{pmatrix} -56+72-16 \\ 77-216+256 \\ 91-468+416 \end{pmatrix} = \frac{1}{39}\begin{pmatrix} 0 \\ 117 \\ 39 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3) Метод Гаусса:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & -3 & 2 & -7 \\ 2 & 5 & -3 & 12 \\ 5 & 6 & -2 & 16 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 9 & -4 & 23 \\ 2 & 5 & -3 & 12 \\ 0 & -13 & 8 & -31 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 9 & -4 & 23 \\ 0 & -13 & 5 & -34 \\ 0 & -13 & 8 & -31 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 9 & -4 & 23 \\ 0 & -13 & 5 & -34 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 9 & -4 & 23 \\ 0 & -13 & 5 & -34 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 9 & 0 & 27 \\ 0 & -13 & 0 & -39 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 9 & 0 & 27 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow X = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ответ: $x = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Задание 4

$A(2;4;3)$; $B(0;-1;4)$; $C(2;5;-1)$; $D(0;-5;1)$

1) Площадь грани $ABC$

$\overline{AB}=(0-2;-1-4;4-3)=(-2;-5;1)$ ; $\overline{AC}=(2-2;5-4;-1-3)=(0;1;-4)$

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot|\overline{AB}\times\overline{AC}|=\frac{1}{2}\cdot\left\|\begin{matrix} i & j & k \\ -2 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & -4\end{matrix}\right\|=\frac{1}{2}\cdot|(20-1)i-(8-0)j+(-2-0)k|=$

$=\frac{1}{2}\cdot|19i-8j-2k|=\frac{1}{2}\sqrt{19^2+8^2+2^2}=\sqrt{107{,}25}$ (ед²)

2) Объем пирамиды $ABCD$

$\overline{AD}=(0-2;-5-4;1-3)=(-2;-9;-2)$

$V_{ABCD}=\frac{1}{6}\cdot|\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{AD}|=\frac{1}{6}\left\|\begin{matrix} -2 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \\ -2 & -9 & -2\end{matrix}\right\|=\frac{1}{6}\cdot|4+0-40+2-0+72|=\frac{19}{3}$ (ед³)

3) Ур-ие прямой, проходящей через точку $C$ параллельно $AB$.
Направляющий вектор искомой прямой $\overline{n}=\overline{AB}$

Ур-ие прямой: $\frac{x-2}{-2}=\frac{y-5}{-5}=\frac{z+1}{1}$

4) Ур-ие плоскости $ABC$.

Нормальный вектор плоскости $ABC$ (см. п.1): $\overline{N}_{ABC}=\overline{AB}\times\overline{AC}=(19;-8;-2)$

Ур-ие плоскости: $19(x-2)-8(y-4)-2(z-3)=0 \Leftrightarrow 19x-38-8y+32-2z+6=0$

$19x-8y-2z=0.$

5) Угол м/д прямыми $BC$ и $BD$

$\overline{BC}=(2-0;5+1;-1-4)=(2;6;-5)$ ; $\overline{BD}=(0-0;-5+1;1-4)=(0;-4;-3)$

$\angle(\overline{BC},\overline{BD})=\arccos\frac{|BC\cdot BD|}{|BC|\cdot|BD|}=\arccos\frac{|0-24+15|}{\sqrt{2^2+6^2+5^2}\cdot\sqrt{0^2+4^2+3^2}}=77{,}10°$

6) Угол м/д плоскостями $ABC$ и $BCD$.

$\overline{N}_{ABC}=(19;-8;-2)$ ; $\overline{N}_{BCD}=\overline{BC}\times\overline{BD}=\left|\begin{matrix} i & j & k \\ 2 & 6 & -5 \\ 0 & -4 & -3\end{matrix}\right|=(-18-20)i-(-6-0)j+(-8-0)k=$
$=(-38;6;-8)$

$\angle(ABC,BCD)=\arccos\frac{|\overline{N}_{ABC}\cdot\overline{N}_{BCD}|}{|\overline{N}_{ABC}|\cdot|\overline{N}_{BCD}|}=\arccos\frac{|-722-48+16|}{\sqrt{19^2+8^2+2^2}\cdot\sqrt{38^2+6^2+8^2}}=22{,}11°$

7) Расстояние от точки $D$ до плоскости $ABC$

$\rho(D,ABC)=\frac{|19\cdot0-8\cdot(-5)-2\cdot1|}{\sqrt{19^2+8^2+2^2}}=\frac{38}{\sqrt{429}}\approx1{,}835$ (ед) б) Вычислить предел:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1} = [1^\infty] = \left[\begin{array}{l}\text{2 замечат. предел:}\\ \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e\end{array}\right] =$

$= \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1+2}{2x+1}\right)^{x+1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{2x+1}\right)^{\frac{2x+1}{2}\cdot\frac{2}{2x+1}\cdot(x+1)} =$

$= e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x+2}{2x+1}} = e^1 = e.$

2) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(1+10x)}{x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \left[\begin{array}{l}\text{по таблице эквивалент-}\\ \text{ности}\\ \ln(1+\alpha)\sim\alpha \text{ при } \alpha\to0\end{array}\right]$

$= \lim\limits_{x\to0}\frac{10x}{x} = 10$

3) $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{4x}-e^{-2x}}{2\operatorname{arctg}(x)-\sin x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \left[\begin{array}{l}\text{по таблице эквивалент.:}\\ \left.\begin{array}{l}\operatorname{arctg}\alpha\sim\alpha\\ \sin\alpha\sim\alpha\\ e^\alpha\sim\alpha+1\end{array}\right\}\text{ при } \alpha\to0\end{array}\right]$

$= \lim\limits_{x\to0}\frac{4x+1-(-2x+1)}{2x-x} = \lim\limits_{x\to0}\frac{4x+1+2x-1}{x} = 6$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x^2+2}}{\sqrt[4]{4x^7+1}-\sqrt[3]{x^4-1}} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \left[\begin{array}{l}\text{делим почленно}\\ \text{числитель и знаме-}\\ \text{натель на } x^{\frac{4}{3}}\end{array}\right]$

$= \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{\frac{x}{x^{\frac{8}{3}}}+\frac{2}{x^{\frac{8}{3}}}}-\sqrt{\frac{x^2}{x^{\frac{8}{3}}}+\frac{2}{x^{\frac{8}{3}}}}}{\sqrt[4]{4\frac{x^7}{x^{\frac{16}{3}}}+\frac{1}{x^{\frac{16}{3}}}}-\sqrt{1-\frac{1}{x^{\frac{4}{3}}}}} = \left[\frac{0}{-1}\right] = 0$

**6**. **Найти *y′(x)*, если:**

а) $y = \dfrac{\arcsin\sqrt{x}}{\arccos x}$

$$y' = \frac{(\arcsin\sqrt{x})' \cdot \arccos x - \arcsin\sqrt{x} \cdot (\arccos x)'}{\arccos^2 x} =$$

$$= \frac{\dfrac{(\sqrt{x})'}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} \cdot \arccos x + \arcsin\sqrt{x} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{\arccos^2 x} =$$

$$= \frac{\dfrac{1}{2\sqrt{x}\cdot\sqrt{1-x}} \cdot \arccos x + \dfrac{\arcsin\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^2}}}{\arccos^2 x}$$

б) $y = \dfrac{x}{\ln 2} \cdot \arccos(\log_2 x)$

$$y' = \frac{1}{\ln 2} \cdot \left((x)' \cdot \arccos(\log_2 x) + x \cdot (\arccos(-\log_2 x))'\right) =$$

$$= \frac{1}{\ln 2} \cdot \left(\arccos(\log_2 x) - x \cdot \frac{(\log_2 x)'}{\sqrt{1-\log_2^2 x}}\right) =$$

$$= \frac{1}{\ln 2} \cdot \left(\arccos(-\log_2 x) - \frac{x}{\ln 2 \cdot x \cdot \sqrt{1-\log_2^2 x}}\right) =$$

$$= \frac{1}{\ln 2} \left(\arccos(\log_2 x) - \frac{1}{\ln 2 \cdot \sqrt{1-\log_2^2 x}}\right)$$

**7. Вычислить:**

а) $y = \frac{6}{3-x^3} - 2\,\text{arctg}\,3x$

$$y' = -\frac{5(3-x^3)'}{(3-x^3)^2} - 2\cdot\frac{3}{1+9x^2} = \frac{15x^2}{(3-x^3)^2} - \frac{6}{9x^2+1}$$

$$y'' = \left(\frac{15x^2}{(3-x^3)^2} - \frac{6}{9x^2+1}\right)' = 15\cdot\frac{(x^2)'\cdot(3-x^3)^2 - x^2\cdot((3-x^3)^2)'}{(3-x^3)^4} +$$

$$+\frac{6\cdot(9x^2+1)'}{(9x^2+1)^2} = 15\cdot\frac{2x(3-x^3)^2 - x^2\cdot 2\cdot(3-x^3)\cdot(-3x^2)}{(3-x^3)^4} + \frac{6\cdot 18x}{(9x^2+1)^2} =$$

$$= 15\cdot\frac{2x(3-x^3)+6x^4}{(3-x^3)^3} + \frac{108x}{(9x^2+1)^2} = 15\cdot\frac{6x-2x^4+6x^4}{(3-x^3)^3} + \frac{108x}{(9x^2+1)^2} =$$

$$= \frac{15(6x+4x^4)}{(3-x^3)^3} + \frac{108x}{(9x^2+1)^2}$$

б) $\frac{d^2x}{dy^2}$ — ? $\quad \begin{cases} x = 1-\cos 2t \\ y = 1-\sin^2 3t \end{cases}$; $\; y = 1-\sin^2 3t = \cos^2 3t = \frac{1+\cos 6t}{2}$

$$x'_t = (1-\cos 2t)' = 2\sin 2t$$

$$y'_t = \left(\frac{1}{2} + \frac{\cos 6t}{2}\right)' = \frac{-6\sin 6t}{2} = -3\sin 6t$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{x'_t}{y'_t} = \frac{2\sin 2t}{-3\sin 6t} = -\frac{2}{3}\cdot\frac{\sin 2t}{\sin 6t}$$

$$\left(\frac{dx}{dy}\right)'_t = -\frac{2}{3}\cdot\frac{(\sin 2t)'\cdot\sin 6t - \sin 2t\cdot(\sin 6t)'}{\sin^2 6t} =$$

$$= -\frac{2}{3}\cdot\frac{2\cos 2t\cdot\sin 6t - \sin 2t\cdot 6\cos 6t}{\sin^2 6t}$$

$$\frac{d^2x}{dy^2} = \frac{\left(\frac{dx}{dy}\right)'_t}{y'_t} = \frac{\frac{4}{3}\cdot\frac{3\sin 2t\cdot\cos 6t - \cos 2t\cdot\sin 6t}{\sin^2 6t}}{-3\sin 6t} =$$

$$= \frac{4}{9}\cdot\frac{\cos 2t\cdot\sin 6t - 3\sin 2t\cdot\cos 6t}{\sin^3 6t}$$

8. Исследовать функцию и построить её график:

$y=\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$

1) О.Д.З.: $x\neq 1$ $\quad x\in(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$

$y\in[0;+\infty)$.

2) $y(-x)=\left(\frac{-x+1}{-x-1}\right)^2=\left(\frac{1-x}{-x-1}\right)^2\neq y(x)\neq -y(x)$

функция не является ни чётной, ни нечётной

3) Асимптоты, точки разрыва

Вертикальные асимптоты:

$x=1$

$x=1$ – точка разрыва II рода

$\lim\limits_{x\to1-0}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2=\left[\left(\frac{2}{-б.м.}\right)^2\right]=+\infty$

$\lim\limits_{x\to1+0}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2=\left[\left(\frac{2}{+б.м.}\right)^2\right]=+\infty$

Наклонные асимптоты:

$y=kx+b$

$k=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{y}{x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{(x+1)^2}{x\cdot(x-1)^2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x^2+2x+1}{x^3-2x^2+x}=0$

$b=\lim\limits_{x\to\pm\infty}(y-kx)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2=1$.

$y=1$ – горизонтальная асимптота.

4) Пересечение с осями координат

С $OY$: $x=0$ $\quad y(0)=\left(\frac{0+1}{0-1}\right)^2=\left(\frac{1}{-1}\right)^2=1$

С $OX$: $y=0$ $\quad \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2=0 \Rightarrow x=-1$

Получили точки: $(0;1)$; $(-1;0)$.

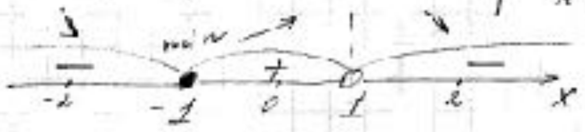
5) Интервалы возрастания/убывания функции. Экстремумы. Экстремальные значения функции.

$$\boxed{y' = 0}$$

$$y' = 2\cdot\frac{x+1}{x-1}\cdot\frac{1\cdot(x-1)-(x+1)\cdot 1}{(x-1)^2} = 2\cdot\frac{x+1}{x-1}\cdot\frac{-2}{(x-1)^2}$$

$$y' = -4\cdot\frac{(x+1)}{(x-1)^3}$$

$$-4\cdot\frac{x+1}{(x-1)^3} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x \neq 1 \end{cases}$$




$$y'(0) = -4\cdot\frac{1}{(-1)^3} = -4\cdot(-1) = 4 > 0$$

$$y'(2) = -4\cdot\frac{3}{1^3} = -12 < 0$$

$$y'(-2) = -4\cdot\frac{-1}{(-3)^3} = -\frac{4}{27} < 0$$

min: $x = -1$

$$y(-1) = \left(\frac{-1+1}{-1-1}\right)^2 = 0$$

$(-1;0)$ – точка минимума.

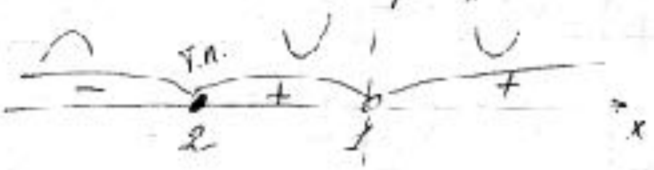
6) Интервалы выпуклости/вогнутости функции. Точки перегиба.

$$\boxed{y'' = 0}$$

$$y'' = -4\cdot\frac{1\cdot(x-1)^3-(x+1)\cdot 3\cdot(x-1)^2\cdot 1}{(x-1)^6} = -4\cdot\frac{x-1-3(x+1)}{(x-1)^4} =$$

$$= -4\cdot\frac{x-1-3x-3}{(x-1)^4} = 4\cdot\frac{2x+4}{(x-1)^4} = 8\cdot\frac{x+2}{(x-1)^4}$$

$$8\cdot\frac{x+2}{(x-1)^4} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x \neq 1 \end{cases}$$



$y''(-3) = 8 \cdot \frac{-1}{(-4)^4} = \frac{-8}{256} < 0$

$y''(0) = 8 \cdot \frac{2}{(-1)^4} = 16 > 0$

$y''(2) = 8 \cdot \frac{4}{1^4} = 32 > 0$

точка перегиба: $x = -2$

$y(-2) = \left(\frac{-2+1}{-2-1}\right)^2 = \left(\frac{-1}{-3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$\left(-2; \frac{1}{9}\right)$ – точка перегиба

7) Сводная таблица:

| $x$ | $(-\infty; -2)$ | $-2$ | $(-2; -1)$ | $-1$ | $(-1; 0)$ | $0$ | $(0; +1)$ | $1$ | $(1; +\infty)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | ↘ ∩ | $1/9$ | ↘ ∪ | $0$ | ↗ ∪ | $1$ | ↗ ∪ | $\varnothing$ | ↘ ∪ |
| $y'$ | $-$ | | $-$ | | $+$ | | $+$ | | $-$ |
| $y''$ | $-$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ |
| | | т.п. | | min | | | | | |

График: