HA MINDEN KÖTÉL SZAKAD: IP

EGÉSZ PROGRAMOZÁS

LINEÁRIS PROGRAMOZÁS ALAPFELADATA

- ADOTTAK LIN. FELTÉTELEK (EGYENLŐTLENSÉG FORMÁJÁBAN)

- ADOTT EGY LIN. CÉLFÜGGVÉNY

FELADAT: KERESSÜK A CÉLFÜGGVÉNY MAXIMUMÁT, ÚGY, H. KÖZBEN A FELTÉTELEK TELJESÜLNEK

Pl. $x + y \leq 100$ $\qquad x \geq 0 \qquad y \geq 0$

$2x + 3y \leq 200$ $\qquad \boxed{x, y \in \mathbb{R}}$

CÉL: max: $\boxed{4x + 3y}$

Pl. alk. x: arany (kg) $\qquad x + y \leq 100$ $\quad \Sigma$ tömeg

y: ezüst (kg) $\qquad 2x + 3y \leq 200$ $\quad \Sigma$ térfogat cél: $4x+3y$ (\$) max.

Ami ezzel foglalkozik: - Lineáris optimalizálás

- operációkutatás

MOST FONTOS: VANNAK RÁ HATÉKONY ALGORITMUSOK

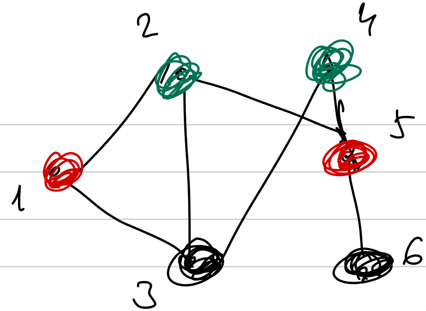
SPEC. ESET: egész programozás

Pl. G gráfok 3-színezhető-e $\longrightarrow$ Lineáris modell

V: csúcsok

Színezés: $f: V \longrightarrow \{\text{piros} / \text{fekete} / \text{zöld}\}$

cél: szomszédos $v_1, v_2 \to$ külön szín



alk: pl. compiler

EGYENLŐTLENSÉGRENDSZERREL LEÍRNI: G 3-színezhető-e

Változók: p_1: az 1-es csúcs pirossága (0 v. 1)

f_1: fehérsége

z_1: zöldsége

$$\begin{cases} p_1 + f_1 + z_1 = 1 \\ \vdots \qquad \vdots \\ p_6 + f_6 + z_6 = 1 \end{cases}$$

$0 \le p_1 \le 1 \quad 0 \le f_1 \le 1 \quad 0 \le z_1 \le 1$

$\vdots$

$0 \le p_6 \le 1 \quad \ldots$

1 – 2 SZOMSZÉDOS: $p_1 + p_2 \le 1 \quad f_1 + f_2 \le 1 \quad z_1 + z_2 \le 1$

$\vdots$

TÖBBI CSÚCSPÁRRA UGYANÍGY

EZ EDDIG LEHETŐVÉ TESZI: $f_1 = 1/2,\ z_1 = 1/2,\ p_1 = 0$

LP: nem tudjuk kikényszeríteni, hogy $\boxed{f_i \in \mathbb{Z}}$

IP: integer programming: egyenlőtlenségek + (néhány) változó: $\in \mathbb{Z}$

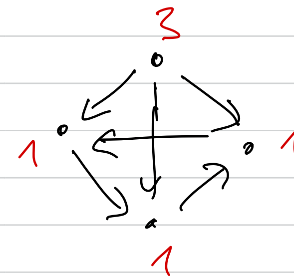
Jó hír: a fenti IP-feladat ~ G 3-színezhető

MÁS FELADATOK, AMIKRE JÓ AZ IP:

TOURNAMENT FOKSZÁMSOROZATA:

↓

TELJES GRÁF,
MINDEN ÉLE VALAMELYIK IRÁNYBA



KIFOK: ~~6~~

TOURNAMENT – REKONSTRUKCIÓ:

G Tournament $\longrightarrow$ kifokok

? $\longleftarrow$?

(3, 1, 1, 1)

pl.: Tétel: melyik irányú ~~$i < j$~~ $e: i - j$

$\longrightarrow 1$

$\longleftarrow 0$

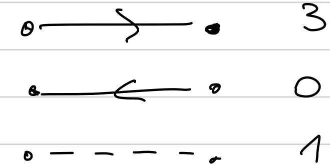
x_{ij} : 0/1 : $i \to j$: 1

$i \leftarrow j$: 0

$0 \le x_{ij} \le 1$ $\qquad$ $x_{ij} + x_{ji} = 1$

$\forall i: \quad \sum_j x_{ij} = \deg_{ki}(i)$ $\leftarrow$ fix értékek $\quad (3, 1, 1, 1)$.

FOCI-PROBLÉMA: $\quad$ gy / d / v:

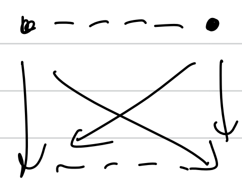


$\downarrow$

1 fordulós körmérkőzés pontszáma $\longrightarrow$ Lehetséges-e

7
7
1
1

$\longrightarrow$



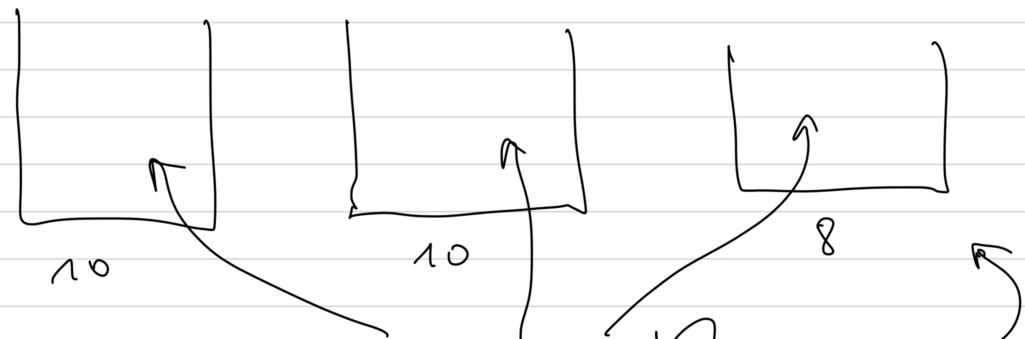
Kérdés: van-e erre hatékony algo? $\qquad$ NEM TUDNI

LÁDAPAKOLÁS: ládák: adott kapacitás

BIN PACKING

dolgok: adott méret.

Elférnek a dolgok a ládákban?



dolgok: 6, 6, 6, $\boxed{5}$, 2, 1

?

IP-modell: x_{ij}: i-edik dolog a j-edik ládába kerül.

1 dolog csak 1 helyre: $\sum_{j \in \text{láda}} x_{ij} = 1$ $\forall i$

A ládák kapacitása: $\sum_{i \in \text{dolgok}} x_{ij} \cdot \text{méret}_i \leq \text{kap}_j$ $\forall j$

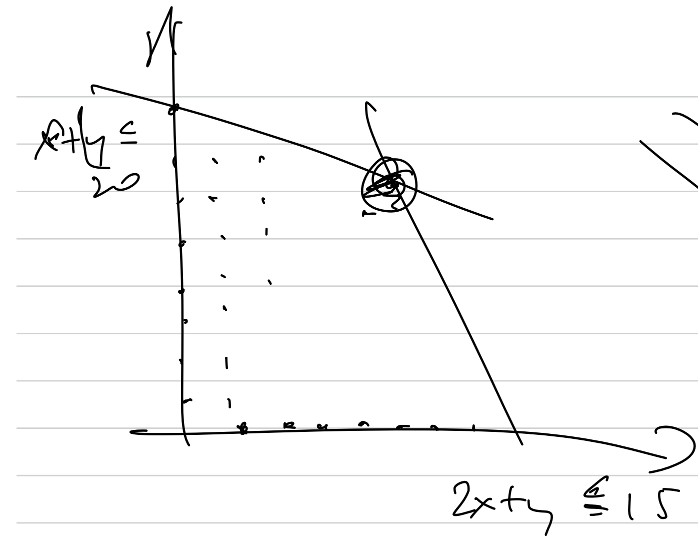
$0 \leq x_{ij} \leq 1$ $\forall i, j$ $\boxed{x_{ij} \in \mathbb{Z}}$

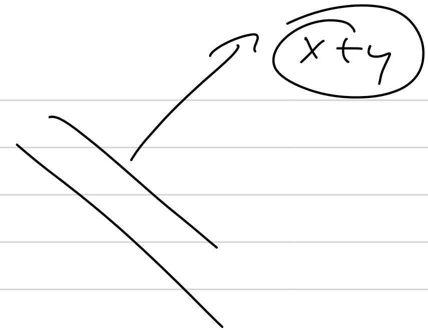
Jó hír: IP-feladatként $\forall$ NP-beli probléma megfogalmazható

$\downarrow$

azok a feladatok, amiknél hatékonyan ellenőrizhető, hogy a megoldás helyes-e.

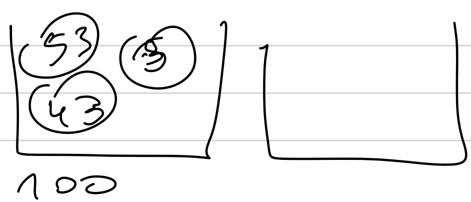
(pl. N szám összefett
G: $\exists$ Hamilton-kör)





Q1. HÁNY FOCISOROZAT VAN 4 CSAPATRA?

Q2. HÁNY LÁDÁBAN FÉR EL AZ ÖSSZES PRÍM 100-IG, HA A LÁDA KAPACITÁSA 100?



BEAD: IP feladatokat

- 3-színezhetőség,
- FOKSOROZAT-REKONSTRUKCIÓ
- FOKSZÁM - REKONSTR.

⋮