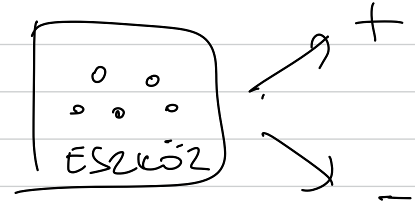
CSOPORTTESZTELÉS / GENERÁTORPOLINOMOK

2024-10-21

CSOPORTTESZTELÉS:

- 11 golyó (külsőre =)

  2 radioaktív

  MÉRÉS: bizonyos golyók → 

CÉL: a lehető legkevesebb mérés: MI A 2 R.A.G.?

NAIV: egyesével

NAIV: $2 \cdot \log N$: 2× bináris keresés (2 r.a. N-ből)

ALK.: ORVOSI ELEMZÉS $N \gg 10^6$ kevés fertőzött

ALSÓ: $\binom{11}{2} = 55$ lehetőség: $\lceil \log_2 55 \rceil$ legalább kell.

PC.

1. KÉRDÉS: $\boxed{8 \text{ golyó}}$ → I

→ N: Hány eset: $\binom{3}{2} = 3$ eset

52 eset

7 g → $\binom{4}{2} = 6$

6 g → $\binom{5}{2} = 10$

5 g → $\binom{6}{2} = 15$

4 g → 34, $\binom{7}{2} = 21$

!

3 g → 27, $\binom{8}{2} = 28$

Hf. ... befejezni

GEN: BINARY SPLITTING

STRAT: (asimpt. opt.) ált. kettéosztásos algo.

N golyó : $\boxed{x\,?}$

$\xrightarrow{1} \sim \binom{N}{2}/2$

$\xrightarrow{N} \sim \binom{N}{2}/2$

$\searrow \binom{N-x}{2}$

$$\binom{N}{2} = 2\cdot\binom{N-x}{2}$$

kb.: $\frac{N^2}{2} = \frac{(N-x)^2}{2}\cdot 2$ $\qquad N = \sqrt{2}\cdot(N-x)$ $\qquad \boxed{\frac{x}{N} = 1-\frac{\sqrt{2}}{2}} \approx 0,3$

$1 = \sqrt{2}\cdot\left(1-\frac{x}{N}\right) \longrightarrow 1 = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}x}{N}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - \frac{x}{N}$

< ② RADIOAKTÍV URAN ENNYI

STRAT: Elsőre $\left\lfloor \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot N \right\rfloor$ golyót teszteljük

$+$

Bináris kereséssel
- 1-et keressük meg
  ennek:
- 1-gyel csökken a
  radioaktívak száma
- vissza az elejére

$-$

$\frac{\sqrt{2}}{2}N$-re újra az
eredeti feladat

GENERÁTORPOLINOMOK:

KOCKADOBÁSOK VALÓSZÍNŰSÉGEI:

$$P\left(\Sigma(7 \times \square) = 23\right) = ?$$

7 kocka → 6 kocka: 22 — 1 kocka 1

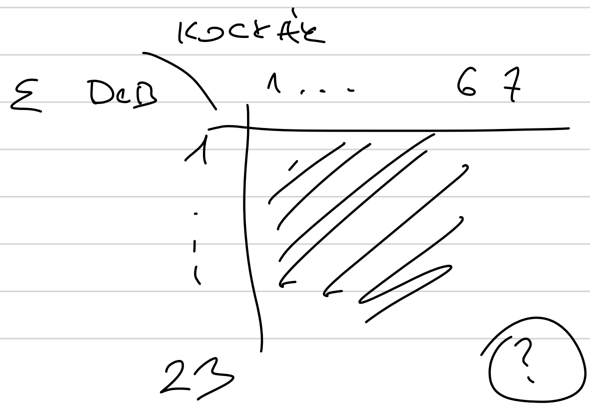
6   21 — 1 " 2

20   3

19   4

18   5

17   6



$$g(x) = \frac{1}{6}\cdot x + \frac{1}{6}x^2 + \underbrace{\frac{1}{6}x^3} + \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{6}x^5 + \frac{1}{6}x^6$$

generátorpolinom

$c_k \cdot x^k$: c_k valséggel dobok k-t

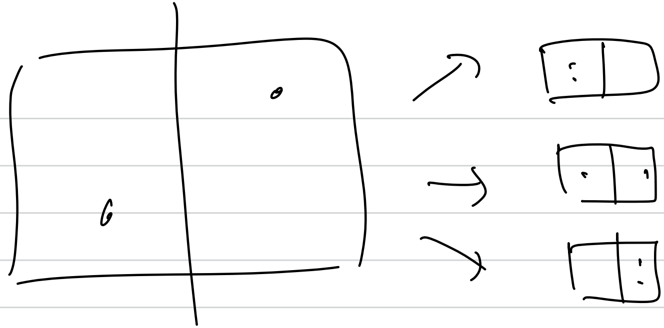
$$(g(x))^2 = \left(\frac{1}{6}x + \ldots + \frac{1}{6}x^6\right)\cdot\left(\frac{1}{6}x + \ldots + \frac{1}{6}x^6\right)$$

$$= \frac{1}{36}x^2 + \frac{2}{36}\cdot x^3 + \frac{3}{36}\cdot x^4 + \frac{4}{36}x^5 + \frac{5}{36}x^6 + \frac{6}{36}x^7 + \frac{5}{36}x^8 + \ldots$$

$$\ldots \frac{2}{36}x^{11} + \frac{1}{36}x^{12}$$

$\sum d_k x^k$: d_k valséggel dobok 2 kockával összesen k-t.

$\Rightarrow$ 7 kockával 23: $(g(x))^7$-ban az x^{23}-nal az együtt-ja.



25%	33.3%
50%	33.3%
25%	33.3%

PÁRONKÉNTI TÁVOLSÁGOK PONTHALMAZBAN

$H \subseteq \mathbb{N}$, n elemű   pl. $H = \{3, 7, 9, 19\}$

MULTIHALMAZKÉNT ADOTT:

$$DS(H) = \{\, |x-y| \mid x, y \in H \,\} \neq \{4, 6, 16, 2, 12, 10\}$$

distance set.

$$= \{0, 0, 0, 0, 2, 2, 4, 4, 6, 6, 10, 10, 12, 12, 16, 16\}$$

$H \longmapsto DS(H)$ ✓

$DS(H) \longmapsto H$???

(ELTOLÁS / TÜKRÖZÉS: $DS(H)$ ugyanaz)

$2, 4, 6, 10, 12, 16 \overset{?}{\longmapsto} 3, 7, 9, 19$

NAIV:

12, 4, 1, 2, 6, 16

$\leftarrow 2, 6, 10$

0 10 12 16

$f(x) = x^3 + x^7 + x^9 + x^{19}$

$$G(x) = f(x) \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) = \left(x^3 + x^7 + x^9 + x^{19}\right)\left(x^{-3} + x^{-7} + x^{-9} + x^{-19}\right)$$

$$= x^0 + x^0 + x^0 + x^0 + x^{19-7} + \ldots$$

KITEVŐK: $\sim DS(H)$

4×0, $2, -2, \pm 4, \pm 6, \pm 10, \pm 12, \pm 16$

$G(x) \longmapsto f(x)$: POLINOMOK PRÍMFELBONTÁSA.