

Eduardo Favoretto Vale Bom RA 108139

Gabriel R. Munhoz RA 106802

João Vítor Batistão RA 108074

Trabalho de Pesquisa Operacional
Análise de lucratividade dos produtos de uma
esfiharia por meio de programação linear

Maringá, Brasil

Novembro de 2020

Sumário

	Introdução	2
I	REFERENCIAL TEÓRICO	3
1	PROGRAMAÇÃO LINEAR	4
2	MÉTODO SIMPLEX	5
II	DESENVOLVIMENTO	7
3	INTRODUÇÃO	8
4	METODOLOGIA	9
5	MODELAGEM	11
III	RESULTADOS	12
6	RESULTADOS OBTIDOS	13
7	CONCLUSÃO	14
	REFERÊNCIAS	15

Introdução

Será realizado um estudo e a aplicação do método simplex em uma esfiharia de Maringá/PR para tornar o resultado operacional e o lucro da empresa melhores. Para isso foi realizado o levantamento de alguns dados cruciais para a resolução deste problema, como as restrições, todos os custos relacionados a matéria prima e o resultado do lucro histórica da empresa no momento, para fins de comparação. Será realizado tudo isso porque encontrou-se um potencial de maximização do lucro da empresa, além de analisar a viabilidade do modelo de negócios (se está sendo rentável ou não) e como poderemos auxiliar a empresa a melhorar a operação em si. (EHRLICH, 1991) (MILHOMEM et al., 2015)

Portanto, essa aplicação de programação linear tem como principal objetivo levantar os produtos vendidos pela empresa, mapear quais são as restrições de produção, elaborar o modelo de maximização, resolver o modelo utilizando o Solver Excel e consequentemente encontrar o lucro máximo sobre a produção.

The background features several abstract geometric shapes. On the left, a large gray parallelogram is partially visible. In the center, a gray parallelogram is tilted. To the right, a large pink triangle points upwards. Below it, a gray parallelogram is tilted. At the bottom right, another gray parallelogram is tilted. The text is centered over these shapes.

Parte I

Referencial Teórico

1 Programação Linear

Com a evolução da organização do trabalho, foram surgindo um conjunto de técnicas quantitativas que resolvessem de maneira mais eficiente possível as problemáticas encontradas nas organizações. Tais técnicas, tem como objetivo principal, gerar insumos para decisões e resoluções de problemas complexos como maior aproveitamento de recursos levando em consideração impedimentos materiais, de recursos humanos e econômicos.

A programação linear utiliza de métodos matemáticos para modelar o problema e atingir soluções ótimas que, no caso em questão a maximização dos lucros da esfiaria.

2 Método Simplex

O método simplex é técnica amplamente utilizada com o intuito de definir de uma maneira numérica a solução ótima de um modelo de equações vinculado à programação linear. É um método algébrico, extremamente eficiente para a resolução de sistemas, adaptado ao cálculo computacional - algoritmo. Esse método iterativo inclui um procedimento de início e um critério para determinar quando parar. (O...,)

Neste sistema linear de equações existem algumas características padrões, e são elas:

- Todas as variáveis são não negativas (≥ 0)
- Tem-se de obter um resultado da maximização do problema
- Todas as restrições funcionais são na forma \leq

Estrutura do método gráfico

O método se divide em três principais passos. O primeiro passo consiste em identificar uma solução básica viável inicial para o programa de PL. Isso pode ser definido atribuindo valores iguais a zero às variáveis de decisão. (HILLIER; LIEBERMAN, 2013)

O segundo passo é o teste de otimalidade. É necessário identificar se o ponto em que você está analisando é o melhor vértice entre todos que são gerados pelas intersecções das retas de restrições. Ou seja, ocorrendo nesse vértice o maior valor para Z ele será atribuído como valor ótimo ou valor ideal. (HILLIER; LIEBERMAN, 2013)

O terceiro passo consiste em transformar o sistema de equações e recalculando a solução básica para nossa PL, caso o valor do vértice do segundo passo não se encaixe como solução ideal. (HILLIER; LIEBERMAN, 2013)

Forma tabular

A forma algébrica apresentada anteriormente não é a forma ideal para a resolução de problemas, para isso usamos a forma tabular, que registra somente as informações cruciais para a resolução dos cálculos algébricos. (HILLIER; LIEBERMAN, 2013)

- Coeficientes das variáveis
- O lado direito das equações
- Variáveis básicas

Como no método anterior, este também tem um passo a passo a ser seguido:

Início: Modelar o problema

Primeiro passo: Encontrar uma SBF inicial para o problema PL.

Segundo passo: Teste de otimalidade (Enquanto existir uma variável não-básica com coeficiente negativo, ainda existe solução melhor a ser encontrada).

Figura 1 – Exemplo do método tabular

	z	x₁	x₂	x₃	x₄	x₅	x₆	
z	1	-1	-1	4	0	0	0	0
x₄	0	1	1	2	1	0	0	9
x₅	0	1	1	-1	0	1	0	2
x₆	0	-1	1	1	0	0	1	4

Fonte: ([MORETTI](#),)

Esta é a tabela inicial de um problema real. Para se chegar em uma solução ótima, é necessário realizar iterações até satisfazer o segundo passo descrito acima. ([MORETTI](#),)

The background features several abstract geometric shapes. On the left, a large gray parallelogram is partially visible. In the center, a gray parallelogram is tilted. To the right, a large pink triangle points upwards. Below it, a gray parallelogram is tilted. At the bottom right, another gray parallelogram is tilted. The text is centered over these shapes.

Parte II

Desenvolvimento

3 Introdução

A empresa selecionada para realização desse estudo consta de 3 funcionários, sendo que 2 atuam na cozinha e 1 controla o caixa. O estoque de ingredientes é definido para cada semana conforme a quantidade demandada na semana anterior sempre mantendo um controle do que ainda há em estoque. A massa das esfihas é feita com antecedência, com isso há certa quantidade máxima de esfihas que podem ser produzidas em um dia de funcionamento, esse valor também é definido conforme o histórico de demanda e é de aproximadamente 7200 unidades de massa no mês.

O turno de trabalho gira em torno de 6 a 8 horas dependendo do dia e a esfiharia funciona de quarta-feira até domingo, totalizando por volta de 132 horas trabalhadas no mês. A cozinha opera em linha com os 2 funcionários do setor e a produção de 20 esfihas demora cerca de 25 minutos para ser finalizada.

O estudo em questão foi realizado no cardápio da empresa que consta de 7 tipos de esfiha e não contabilizou bebidas e nem sobremesas.

Nesse trabalho foi utilizada uma ferramenta do Excel para a resolução do problema chamada “Solver” utilizada para o teste de hipóteses com o intuito de encontrar o valor ideal (mínimo ou máximo) dependendo do tipo de problema analisado por meio de programação linear.

Nessa ferramenta é possível introduzir restrições e limites, assim como o necessário para a resolução do problema abordado neste artigo.

4 Metodologia

Foram levantadas as variáveis do problema de acordo com os tipos de esfihas que são produzidas no estabelecimento, sendo 7 tipos diferentes com variações de ingredientes.

Variáveis (quantidade de cada esfiha que será produzida)

- x_1 : esfiha de carne
- x_2 : esfiha de frango
- x_3 : esfiha de calabresa
- x_4 : esfiha de 4 queijos
- x_5 : esfiha de carne com queijo
- x_6 : esfiha de frango com catupiry
- x_7 : esfiha de calabresa com queijo

Elaborou-se a tabela, figura 2, com os ingredientes e suas respectivas quantidades para cada tipo de esfiha, adicionando na mesma o preço final de venda dos produtos e a quantidade mínima de ingredientes totais necessários em estoque.

Tomou-se como base o histórico de vendas mensal para cada tipo de esfiha, sendo que durante um mês há uma média de fabricação de 7200 esfihas. Levando em consideração a duração dos turnos já descrito e um tempo médio de produção por unidade de aproximadamente um minuto e dez segundos(0,019h).

Figura 2 – Tabela com quantidade de ingredientes utilizados, disponíveis e a possível demanda e preço

Ingredientes (g)											Venda		Preço	Lucro	
Tipos de esfiha	Carne	Carne	Tomate	Cebola	Frango desfiado	Calabresa picada	Mussarela	Parmesão	Provolone	Catupiry	Unid.	Mensal	%	Unid.	Unid.
	Carne	10	4	1	0	0	0	0	0	0	1872	26,0%	R\$ 2,50	R\$ 1,50	
	Frango	0	0	1	10	0	0	0	0	0	1080	15,0%	R\$ 2,50	R\$ 1,50	
	Calabresa	0	0	1	0	10	0	0	0	0	936	13,0%	R\$ 2,00	R\$ 1,00	
	4 queijos	0	0	0	0	0	5	5	5	5	432	6,0%	R\$ 4,00	R\$ 2,00	
	Carne com queijo	10	0	0	0	0	5	0	0	0	900	12,5%	R\$ 3,50	R\$ 1,50	
	Frango com catupiry	0	0	0	10	0	0	0	0	5	1368	19,0%	R\$ 3,50	R\$ 1,50	
	Calabresa com queijo	0	0	0	0	10	5	0	0	0	612	8,5%	R\$ 3,50	R\$ 1,50	
Disponibil idade	Diariamente	924	249,6	129,6	816	516	324	72	72	300	240	100%			
	Semanalmente	6468	1747,2	907,2	5712	3612	2268	504	504	2100	1680				
	Mensalmente	27720	7488	3888	24480	15480	9720	2160	2160	9000	7200				
	Anualmente	337260	91104	47304	297840	188340	118260	26280	26280	109500	87600				
	Estoque	Mensalmente	30kg	8kg	4kg	25kg	16kg	10kg	2,5kg	2,5kg	9,5kg				

Fonte: Própria

Foi realizado um levantamento dos custos de acordo com preços médios dos produtos e a quantidade de ingredientes utilizados em cada esfiha - como mostrado a seguir - e, a partir do preço de venda, foi calculada uma margem de contribuição unitária, que posteriormente foi utilizada para gerar os coeficientes do problema de maximização.

Exemplo: Custos (esfiha de carne)

1unid. de massa	R\$ 0,50
10g de carne	R\$ 0,40
4g de tomate	R\$ 0,05
1g de cebola	R\$ 0,05
 CUSTO TOTAL	 R\$ 1,00
PREÇO FINAL	R\$ 3,50
 LUCRO	 R\$ 1,50

Esse modelo foi aplicado em todos os tipos de esfihas produzidas com valores aproximados de gramaturas e preços médios dos ingredientes.

5 Modelagem

Com a primeira etapa de definição de variáveis concluída e todas as restrições encontradas, foram elaboradas a equação de maximização (5.1) e as inequações de restrições:

$$Máx(Z) = 1,5x_1 + 1,5x_2 + 1x_3 + 2x_4 + 1,5x_5 + 1,5x_6 + 1,5x_7 \quad (5.1)$$

Restrições:

- Restrição de quantidade de massas disponíveis:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \leq 7200 \quad (5.2)$$

- Restrição de tempo disponível(em horas):

$$0,019 * (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \leq 132 \quad (5.3)$$

- Restrição de ingredientes(em gramas):

$$Carne \rightarrow 10x_1 + 10x_5 \leq 30000 \quad (5.4)$$

$$Tomate \rightarrow 4x_1 \leq 8000 \quad (5.5)$$

$$Cebola \rightarrow 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 4000 \quad (5.6)$$

$$Frango - desfiado \rightarrow 10x_2 + 10x_6 \leq 25000 \quad (5.7)$$

$$Calabresa - picada \rightarrow 10x_3 + 10x_7 \leq 16000 \quad (5.8)$$

$$Mussarela \rightarrow 5x_4 + 5x_5 + 5x_7 \leq 10000 \quad (5.9)$$

$$Parmesão \rightarrow 5x_4 \leq 2500 \quad (5.10)$$

$$Provolone \rightarrow 5x_4 \leq 2500 \quad (5.11)$$

$$Catupiry \rightarrow 5x_4 + 5x_6 \leq 9000 \quad (5.12)$$

- Restrição de não-negatividade:

$$x_1; x_2; x_3; x_4; x_5; x_6; x_7 \geq 0 \quad (5.13)$$

The background features several abstract geometric shapes. On the left, a large gray parallelogram is partially visible. To its right, a gray trapezoid and a gray parallelogram are positioned. Further right, a large gray parallelogram and a gray trapezoid are visible. In the center-right, there is a prominent red triangle. At the bottom right, a gray parallelogram is partially shown. The text 'Parte III' is centered horizontally between the gray trapezoid and the red triangle.

Parte III

Resultados

6 Resultados Obtidos

A partir da utilização do método Simplex integrado no software do Excel por meio do "Solver", obteve-se o seguinte resultado mostrado pela figura 3.

Figura 3 – Planilha utilizada para utilização do "Solver" no Excel e resultados obtidos

Função objetivo							
x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	
1,5	1,5	1	2	1,5	1,5	1,5	
2000	1553	447	500	1000	947	500	
Z	R\$ 10.447,37						

Restrições										
Nº	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	Lado esquerdo	Condição	Lado direito
1	1	1	1	1	1	1	1	6947	<=	7200
2	0,019	0,019	0,019	0,019	0,019	0,019	0,019	132	<=	132
3	10				10			30000	<=	30000
4	4							8000	<=	8000
5	1	1	1					4000	<=	4000
6		10				10		25000	<=	25000
7			10				10	9474	<=	16000
8				5	5		5	10000	<=	10000
9				5				2500	<=	2500
10				5				2500	<=	2500
11				5		5		7237	<=	9000

Fonte: Própria

Devem ser produzidos 2000 unidades de esfihas de carne, 1553 unidades de esfihas de frango, 447 esfihas de calabresa, 500 esfihas de 4 queijos, 1000 esfihas de carne com queijo, 947 esfihas de frango com catupiry e 500 esfihas de calabresa com queijo para que o lucro da empresa seja máximo durante 1 mês.

O lucro máximo da esfiharia em questão seria de R\$ 10.447,37 com uma venda mensal de 6947 esfihas. Durante esse período seriam utilizadas todas as horas disponíveis para preparo das esfihas e a totalidade de quase todos os ingredientes em estoque, com exceção de "calabresa picada" e "catupiry".

7 Conclusão

Com a análise foi visto que a margem de contribuição dos produtos não é alta, o que pode causar certo prejuízo dependendo da quantidade de vendas realizadas no mês. Como foi definido no início da problematização uma quantidade de massa para produção de 7200 esfihas e um total de 132 horas de trabalho há certo interesse em aumentar essa produção e com isso também o marketing da empresa deve acompanhar para conseguirem resultados mais seguros.

Além disso, foi verificado um grande estoque do ingrediente "calabresa picada" que não se utilizaria caso fossem produzidas as esfihas de acordo com a solução ótima encontrada.

A análise da pesquisa operacional, feita no estabelecimento por meio da programação linear, amplia a visão do empresário fazendo com que ele possa melhorar a competitividade de sua empresa e maximizar os lucros. A esfiharia em questão não consegue controlar a própria demanda por ser uma produção de cunho puxado, ou seja, são realizadas as vendas de cada tipo de esfiha conforme a vontade de cada cliente. No entanto, a partir dessa análise foi possível verificar a viabilidade de todos os produtos e também quais seriam os tipos de esfiha priorizados mesmo com ingredientes comuns entre elas.

Portanto, a programação linear é extremamente efetiva em análises empresariais, mostrando a solução ótima do problema levantado, podendo ser ele de produção, custeio, ou até mesmo o máximo de pessoas que podem ser impactadas com uma ou outra campanha de marketing.

Referências

EHRLICH, P. J. *Pesquisa operacional: curso introdutório*. [S.l.]: Atlas, 1991. 2

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introdução à pesquisa operacional*. [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 2013. 5

MILHOMEM, D. A. et al. Utilização da programação linear e do método simplex para otimização da produção de pães em uma empresa de panificação. *XXXV Encontro Nacional de Engenharia de Produção: Perspectivas globais para a engenharia de produção*, Fortaleza, 2015. 2

MORETTI, P. *Programação Linear*. Disponível em: <<https://www.ime.unicamp.br/~moretti/ms428/aula9.pdf>>. 6

O Método Simplex. Disponível em: <http://wwwp.fc.unesp.br/~arbalbo/Iniciacao_Cientifica/simplex/teoria/3_simplex.pdf>. 5