UNIDAD Nº 8: Teoría del Muestreo

Ejercicio Nº 1

a) Seleccione, utilizando una tabla de números aleatorios, 5 muestras aleatorias de 4 estudiantes, con reposición, de la siguiente tabla de distribución de los pesos de 100 estudiantes de esta Facultad:

60-60-61-61-61-62-62-62--62-62-62-62-62-63-63-63-63-63-63-63-63-63-63-63-64-64-64-64-64-64-64-64--64-64-64-64-64-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-65-66-66-66-66-66-66-66-66-66-66-67-67-67-67-67-67-67-67-67-67-67-67-67-67-67-67-67-68-68-68-68-69-69-69-69

b) Calcule la media poblacional.

c) Calcule, para las muestras aleatorias la media de cada una de las muestras extraídas, y compárela con la media poblacional. Explique cualquier diferencia.

d) Seleccione luego cinco muestras aleatorias de 4 estudiantes con reposición, utilizando una semilla aleatoria igual a 2. Repita el procedimiento 3 veces. ¿Qué conclusiones obtiene con respecto a las características de las muestras en cada selección?

Ejercicio Nº 2

La gerencia de una revista desea hacer una encuesta sobre la actitud de sus lectores respecto de cierta característica de la revista. Hay 500.000 suscriptores y el cuestionario se envía al 10% de ellos. ¿Cómo se toma esa muestra, utilizando la técnica del Muestreo Sistemático?

Ejercicio Nº 3

Se va a seleccionar una muestra de 80 firmas de un total de 800, las que se encuentran divididas en dos estratos de la siguiente forma:

Estrato 1	Firmas con 29 empleados o menos	500
Estrato 2	Firmas con 30 - 99 empleados	300

Determine la afijación:

a) Igual b) Proporcional c) Óptima o de Neyman

Se conoce que la desviación estándar del estrato 1 es 30 y la del estrato 2 es 50.

Ejercicio Nº 4

En el caso del ejercicio anterior se define la variable aleatoria "Número de materias aprobadas por cada alumno", siendo el número de materias aprobadas las siguientes:

Alumno	***Nº de Materias***
Rodríguez (R)	2
Valles (V)	3
Álvarez (A)	6
Blanco (B)	8
Núñez (N)	11

Se desea saber:
a) El promedio de materias aprobadas y la desviación típica poblacional.
Si se define luego la variable aleatoria $\bar{x}$ (media de cada una de las muestras de tamaño 2, encuentre:
b) La distribución por muestreo de $\bar{x}$.
c) La esperanza y la desviación típica de $\bar{x}$.
d) Comprobar la relación de $E(\bar{x})$; $\sigma^2_{\bar{x}}$ y $\sigma_{\bar{x}}$ con los parámetros poblacionales.
e) ¿Cuál es la probabilidad de que $\bar{x}$ se encuentre a una distancia mayor que 1 de la media poblacional?

Ejercicio Nº 5
Una población consta de los siguientes valores: 3, 5, 7 y 8. Calcule:
a) La media de la población.
b) La desviación estándar de la población.
c) Si se realiza un muestreo aleatorio simple sin reemplazo con muestras de tamaño 2,
d) Cuántas y cuáles son todas las muestras posibles.
e) Calcule las varianzas muestrales corregidas y confirme que la $E(\hat{s}^2) = s^2$

Ejercicio Nº 6
En una cierta ciudad hay tres electores registrados: A, B y C. El elector A votará para Gobernador al candidato conservador; mientras que los electores B y C lo harán por el candidato liberal.
Si representamos por 1 al elector que votará por el candidato conservador (éxito) y por 0 al elector que votará por el candidato liberal (fracaso),
Se pide:
a) Calcular la proporción poblacional.
b) Obtener todas las muestras posibles de tamaño 2, sin reemplazo, y calcular sus correspondientes proporciones muestrales.
c) Obtener la distribución muestral de la proporción muestral.

d) Calcular $E(\hat{P})$ y $\sigma_{\hat{P}}$.
e) Comprobar la relación con los parámetros poblacionales.

Ejercicio N° 7
Se desea realizar una encuesta a industrias de cierta región las cuales aparecen estratificadas tal como lo indica la siguiente tabla:

Estrato	*Rubro*	*Cantidad de industrias*	σ_i
I	Alimenticio	600	15
II	Textil	180	10
III	Metalúrgico	300	20

A los fines de ser encuestadas, se eligen 54 empresas. Calcular los tamaños de las submuestras de acuerdo a los tres tipos de afijación conocidos. ¿Cuál de los tres tipos de afijación es el que mejor se adapta al caso planteado? ¿Por qué?

Ejercicio N° 8

Una población está compuesta de cuatro niños de edades 3, 4, 5 y 6. Sea x la edad de un niño cualquiera; encontrar:

a) La media de la población.
b) La varianza de la población.
c) Obtener todas las muestras de magnitud 2 que surjan por enumeración de todas las **combinaciones** posibles
d) Encontrar la distribución por muestreo de la media muestral.
e) Encontrar la distribución por muestreo de la varianza muestral corregida.
f) Calcular la esperanza matemática para cada una de las distribuciones determinadas y comprobar en cada caso la relación de la misma con los parámetros de la población.
g) Calcular la desviación estándar de las medias muestrales y comprobar su relación con los parámetros de la población.

Ejercicio N° 9

Se quiere obtener información referida a los profesionales informáticos que se desempeñan en un determinado grupo de empresas. Dichos profesionales se encuentran agrupados de la siguiente manera:

Estrato	*Profesión*	*Cantidad de personas*	σ_i
I	Técnicos	700	1,2
II	Licenciados	200	2,4
III	Ingenieros	400	1,5

Del total de los 1300 profesionales, se decide encuestar al 10%. Calcule el tamaño de las submuestras utilizando los tres tipos de afijación conocidos.

Ejercicio Nº 10

Suponga que la media de una población de 1.000 individuos es $\mu = 50$ y que la desviación estándar es $\sigma = 12$. Se determina la distribución muestral de las medias para una muestra de $n = 36$, sin reposición. Calcule el valor esperado y la desviación estándar de la distribución. Interprete resultados.

Ejercicio Nº 11

Suponga que hay 300 ingresantes a universidades. El 30 % indicó que iría a una Universidad Privada. De esa población se extraen todas las muestras posibles con reposición de cuatro estudiantes. Determine:

a) La media de las proporciones muestrales.
b) El error estándar de la proporción muestral.
c) La probabilidad de que la proporción muestral sea mayor 0,50, para el caso de que el tamaño de la muestra sea de 100

Ejercicio Nº 12

Supongamos que la estatura media de las alumnas de bachillerato es 165 cm, con desviación típica 8 cm.

a) Hallar los parámetros de las medias muestrales de tamaños n=36 y n= 64.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de 36 alumnas tenga una media superior a 167 cm? ¿Y de que una muestra de 64 alumnas supere esa misma medida?

Ejercicio N° 13

En el último año, el peso de los recién nacidos en una maternidad se ha distribuido según una ley normal de parámetros μ=3.100 gramos y σ= 150 gramos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un recién nacido pese más de 3.130 gramos?

b) ¿Qué distribución seguirán las muestras de tamaño 100 de recién nacidos?

c) ¿Cuál será la probabilidad de que la media de una muestra de tamaño 100 sea superior a 3.130 gramos?

Ejercicio Nº 14

Una urna contiene dos bolas negras y dos blancas. Supóngase que se mezclan dichas bolas y luego se toman dos al azar con reposición de la urna.

a) Haga un listado de todos los eventos elementales del espacio probabilístico y asigne las correspondientes probabilidades.
b) A partir de ello, defina la variable aleatoria “número de bolas blancas en la selección” y determine su función de cuantía y los correspondientes parámetros. Realice idéntico trabajo con la variable aleatoria “proporción de bolas blancas en la selección”.
c) Según las características de este experimento, ¿qué modelo especial de probabilidad aplicaría y por qué? Identifique los datos necesarios. Verifique que el valor de los parámetros obtenidos en b) coincidan con los del modelo seleccionado.

Ejercicio Nº 15

Una urna contiene dos bolas negras y dos blancas. Supóngase que se mezclan dichas bolas y luego se toman dos al azar y sin reposición de la urna.

a) Haga un listado de todos los eventos elementales del espacio probabilístico y asigne las correspondientes probabilidades.
b) A partir de ello, defina la variable aleatoria “número de bolas blancas en la selección” y determine su función de cuantía y los correspondientes parámetros. Realice idéntico trabajo con la variable aleatoria “proporción de bolas blancas en la selección”.
c) Según las características de este experimento, ¿qué modelo especial de probabilidad aplicaría y por qué? Identifique los datos necesarios. Verifique que el valor de los parámetros obtenidos en b) coincidan con los del modelo seleccionado.

Ejercicio Nº 16

Se ha determinado que 60% de los estudiantes de una universidad grande fuman cigarrillos. Se toma una muestra aleatoria de 800 estudiantes. Calcule la probabilidad de que la proporción de la muestra de la gente que fuma cigarrillos sea menor que 0.55.

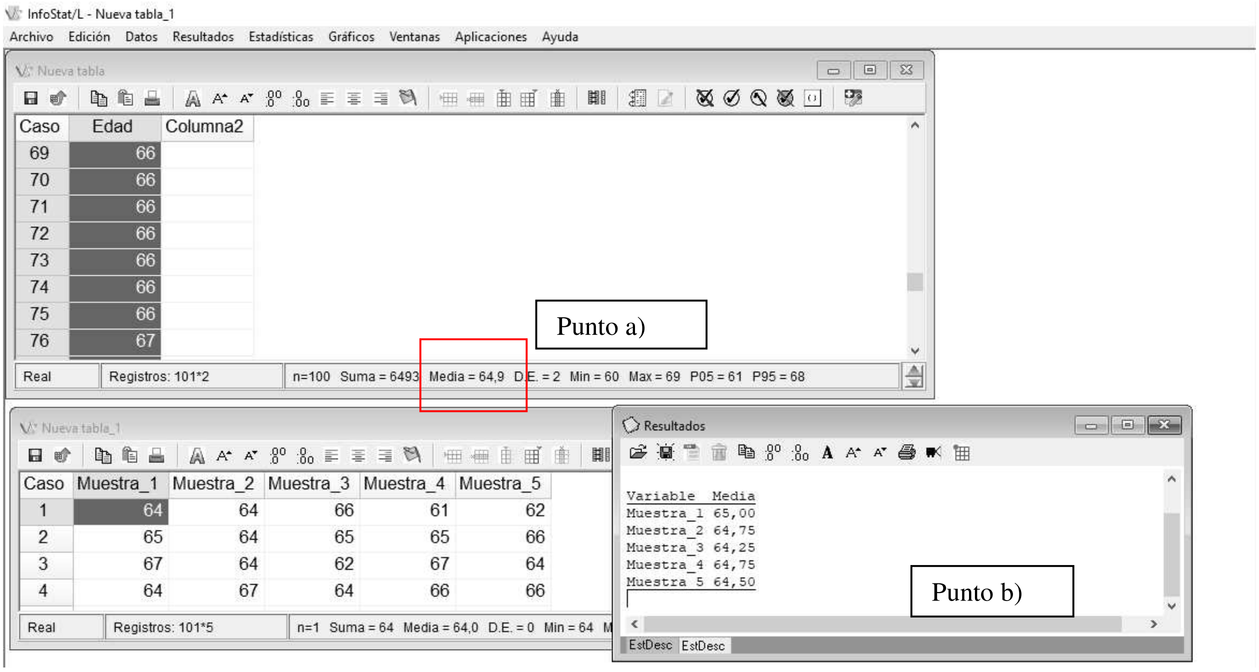
Ejercicio Nº 17

Suponga que el 60% de todos los estudiantes de la UBA acceden a información sobre cursos por medio de Internet.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral sea mayor a 0,50 basada en una muestra aleatoria simple de tamaño 100?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral sea menor a 0,60 con una muestra de tamaño 100?

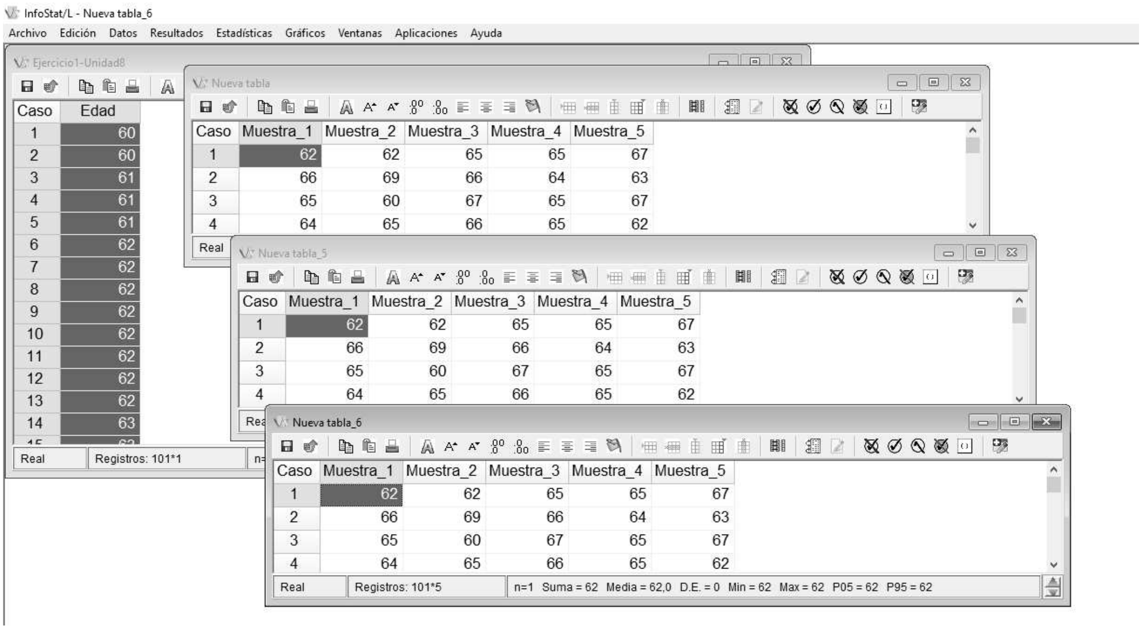
RESPUESTAS Y SOLUCIONES

Ejercicio N° 1



c) Vemos que existen diferencias entre las medias muestrales y la media poblacional, debidas a las fluctuaciones aleatorias de la media muestral. Si bien puede considerarse a primera vista que esas diferencias pueden llegar a ser significativas, no puede pedirse gran precisión. Esas diferencias existentes entre las medias muestrales y la verdadera media poblacional es lo que la mayoría de los autores llaman "error de muestreo".

d)



Al colocar una semilla aleatoria se obtienen las mismas muestras aleatorias, en cada selección.

Ejercicio N° 2

Se asignan los números del 1 al 500.000 a los 500.000 suscriptores. Se utiliza cualquier procedimiento aleatorio para seleccionar un número de entre los números 1, 2, 3,... al 10. Si resulta seleccionado el número 5, entonces los suscriptores con los números 5, 15, 25, 35,..., 499.995 se incluyen en la muestra. El total de la muestra asciende así al 10% del total de los 500.000 suscriptores.

Entonces: n = 10% s / 500.000 = 50.000

$$k = \frac{500.000}{50.000} = 10$$

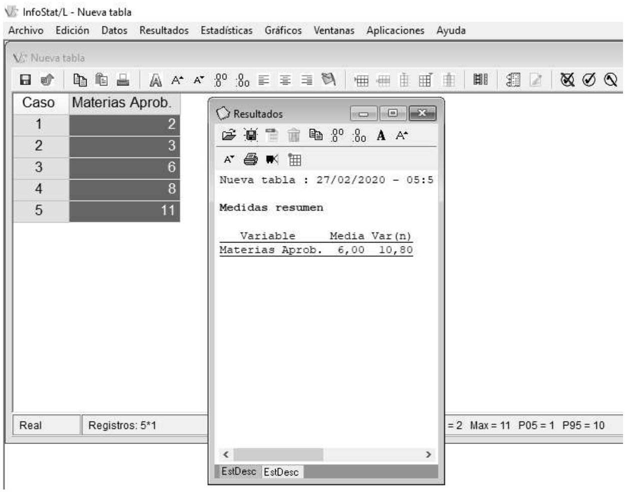
Ejercicio N° 3

n = 80

Estrato	N_i	σ_i	$N_i\,\sigma_i$	*Igual*	*Proporcional*	*Óptima*
1	500	30	15.000	40	50	40
2	300	50	15.000	40	30	40
Total	800		30.000	80	80	80

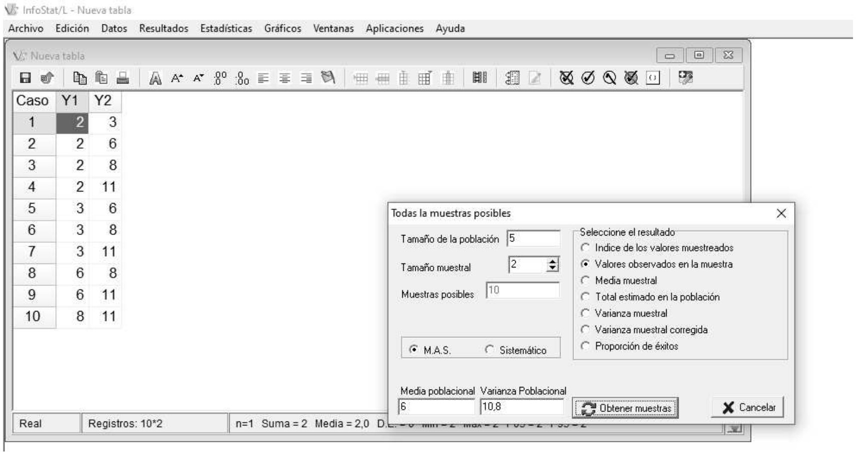
Ejercicio N° 4

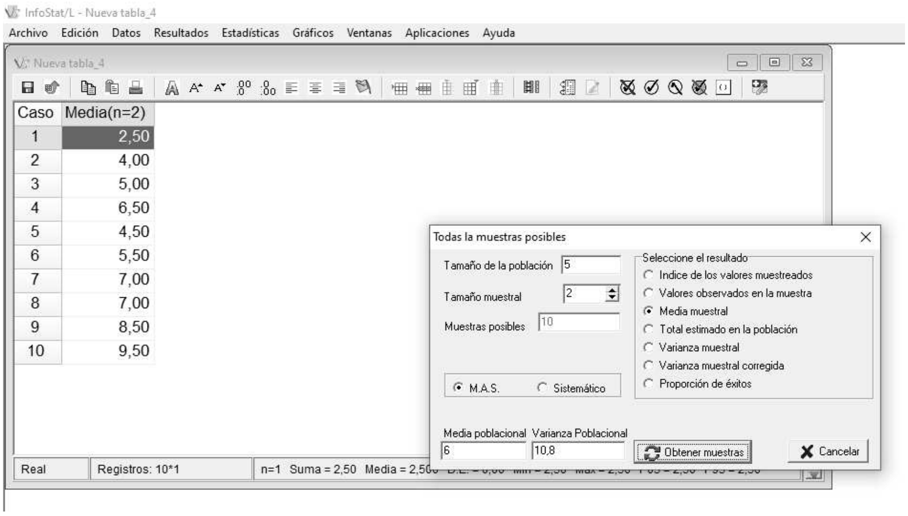
a) $\mu = 6$ $\sigma^2 = \frac{234}{2} - 6^2 = 10{,}8$ $\sigma = 3{,}286$



b)

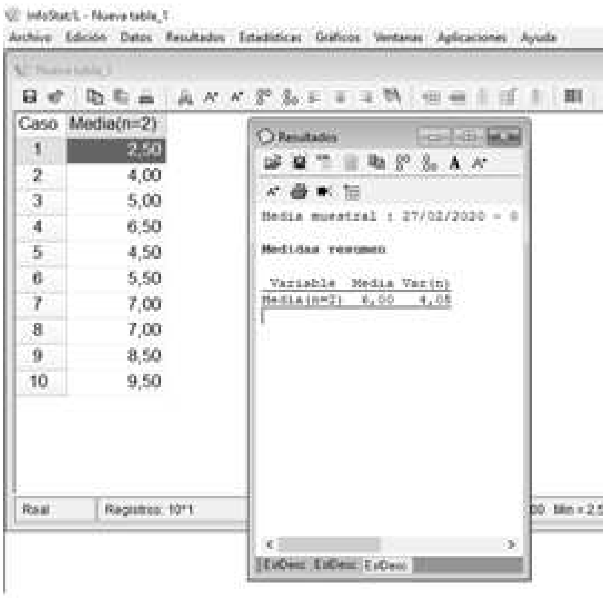
X_2 \ X_1	*2*	*3*	*6*	*8*	*11*
2		2,3	2,6	2,8	2,11
3			3,6	3,8	3,11
6				6,8	6,11
8					8,11
11					





c)

$\bar{x}$	$P(\bar{x})$
2,5	1/10
4	1/10
4,5	1/10
5	1/10
5,5	1/10
6,5	1/10
7	2/10
8,5	1/10
9,5	1/10



$E(\bar{x}) = 6$ $\sigma_{\bar{x}}^2 = 4{,}05$ $\sigma_{\bar{x}} = 2{,}012$

d) $E(\bar{x}) = \mu$ $\qquad \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma_x^2}{n}\frac{N-n}{N-1}$ $\qquad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

$6 = 6$ $\qquad 4{,}05 = \frac{10{,}8}{2}\frac{3}{4} = 4{,}05$ $\qquad 2{,}012 = \frac{3{,}286}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{3}{4}} = 2{,}012$

e) $P\left((\left| x \quad \mu \right| \geq 1 \right) = \frac{1}{25} + \frac{2}{25} + \frac{1}{25} + \frac{2}{25} + \frac{2}{25} + \frac{1}{25} + \frac{2}{25} + \frac{2}{25} + \frac{1}{25} = \frac{14}{25} = 0{,}56$

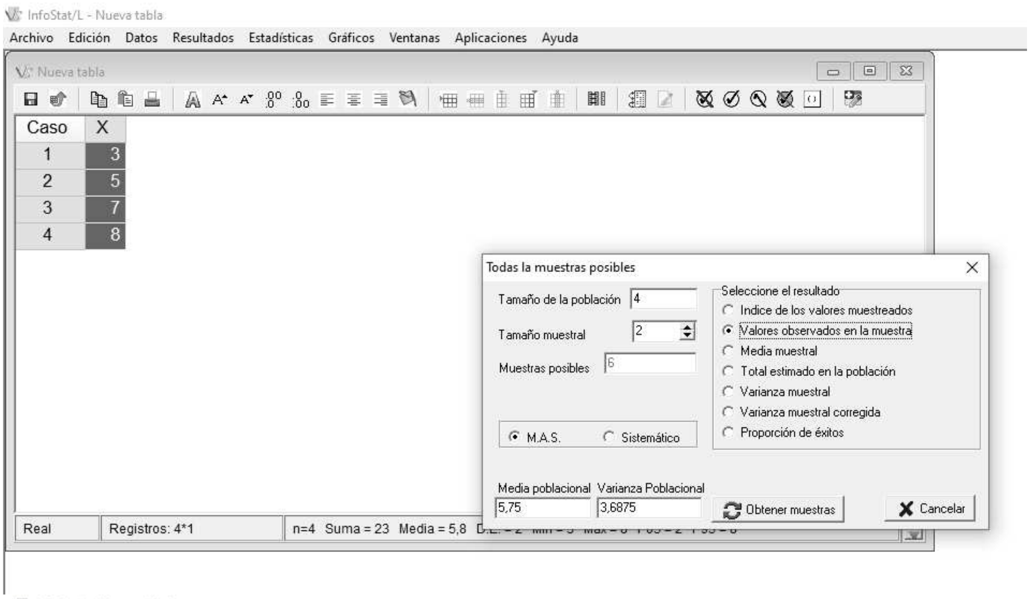
Ejercicio N° 5

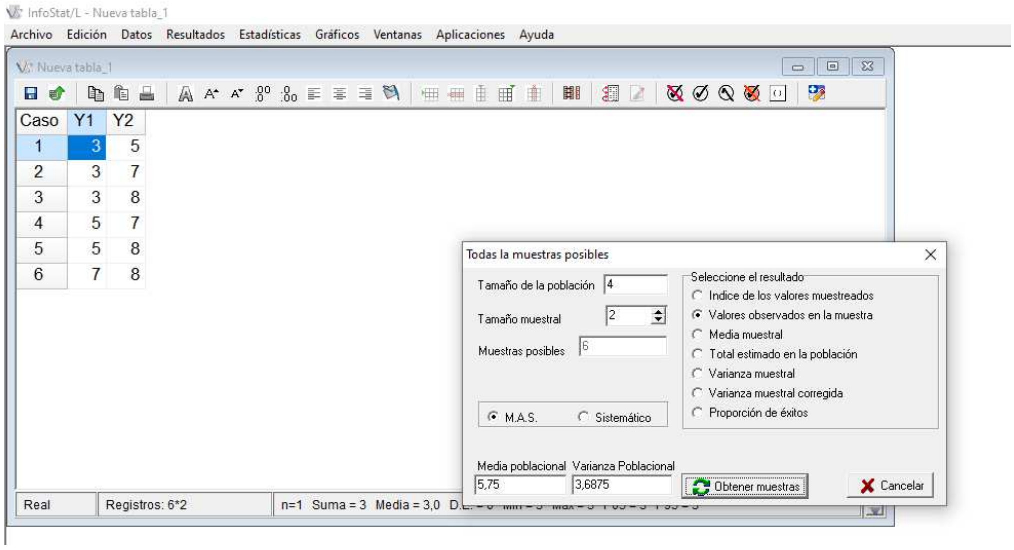
a) captura de pantalla

b) $\sigma = 1{,}92$ $\qquad \sigma^2 = 3{,}6875$. $\qquad s^2 = 4{,}917$

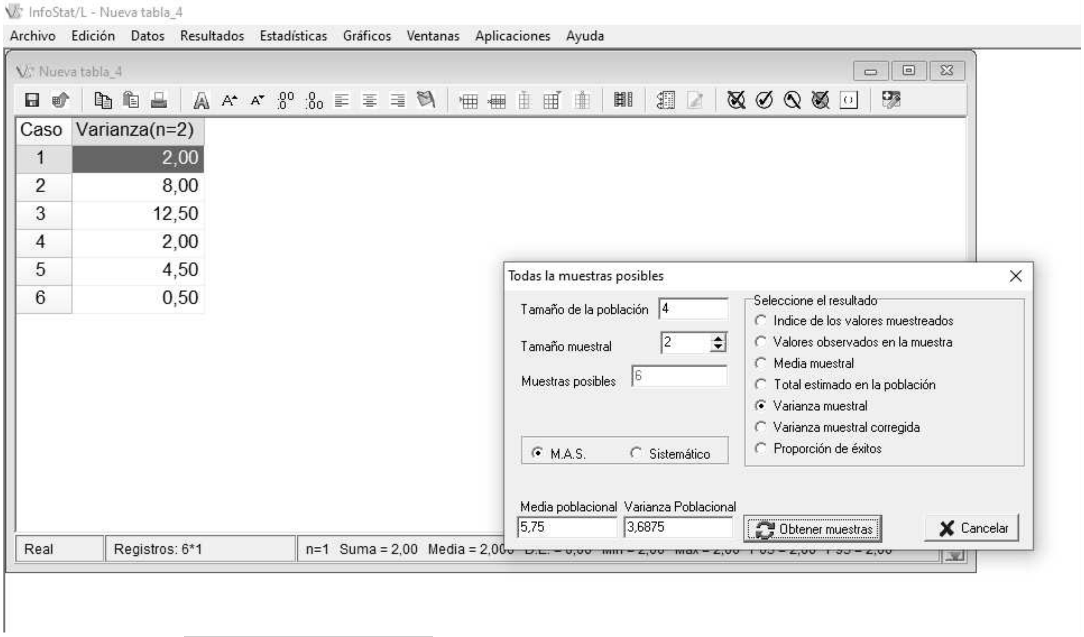
c) 6 muestras

d)





e)



$\hat{s}^2$	$P(\hat{s}^2)$
0,5	1/6
2	2/6
4,5	1/6
8	1/6
12,5	1/6

$$E(\hat{s}^2) = \sum \hat{s}^2 P(\hat{s}^2) = 4{,}917$$
$$E(\hat{s}^2) = s^2$$

Ejercicio N° 6

a) $P = 0{,}33$

b)

Muestra	A A	A B	A C	B A	B B	B C	C A	C B	C C
$\hat{P}$	1	0,5	0,5	0,5	0	0	0,5	0	0

c)

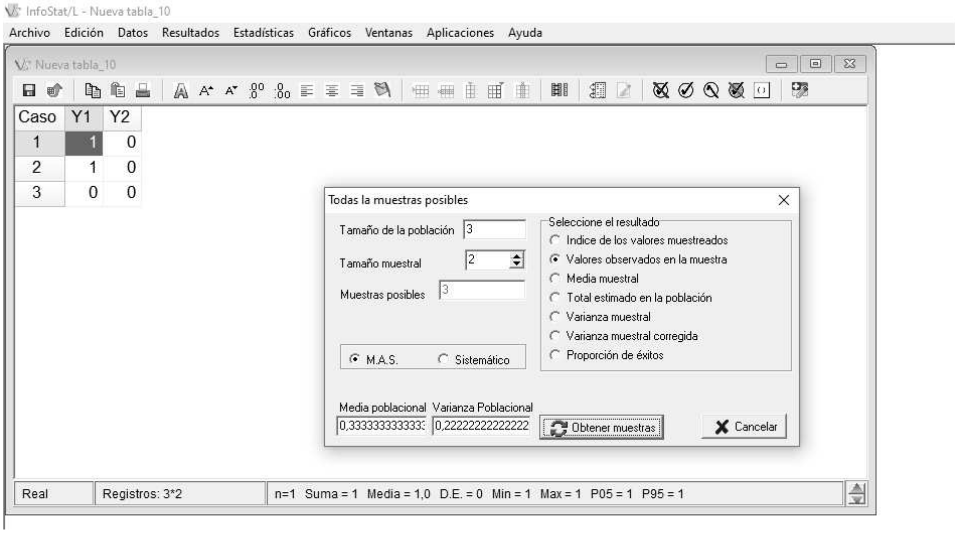
$\hat{P}$	0	0,5	1
$P(\hat{P})$	4/9	4/9	1/9

d) $E(\hat{P}) = 0{,}33$ $\sigma_{\hat{P}} = 0{,}3325$

e) $E(\hat{P}) = P$

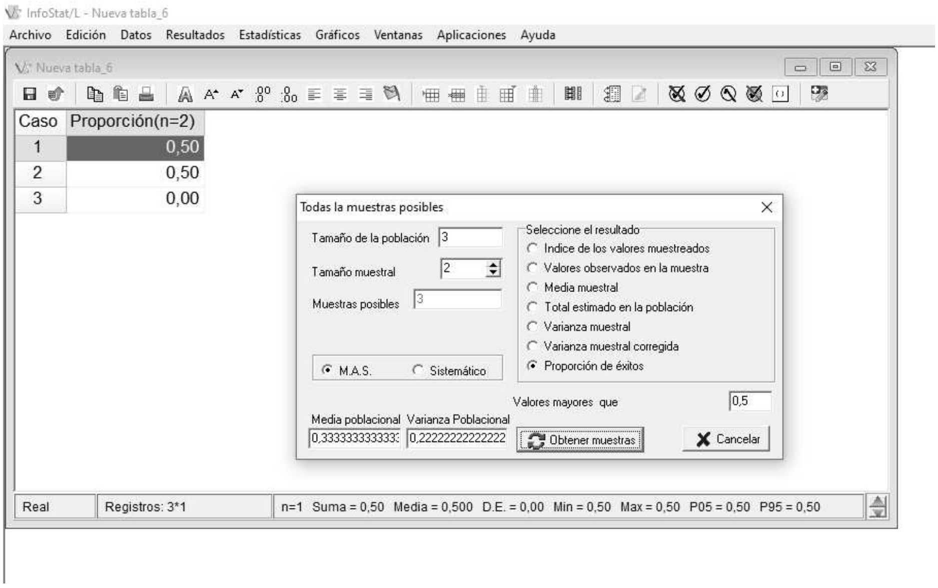
a) $P = 0{,}33$

b)



muestra	*AB*	*AC*	*BC*
$\hat{P}$	0,5	0,5	0

c)



$\hat{P}$	0	0,5
$P(\hat{P})$	1/3	2/3

$d)\ E(\hat{P}) = 0{,}33 \qquad \sigma_{\hat{P}} = 0{,}2714$

$e)\ E(\hat{P}) = P$

Ejercicio N° 7

Estrato	N_i	σ_i	$N_i\ \sigma_i$	Afijación		
				Igual	Proporcional	Optima
I	$N_1 = 600$	$\sigma_1 = 15$	600x15 = 9.000	18	30	29
II	$N_2 = 180$	$\sigma_2 = 10$	180x10 = 1.800	18	9	6
III	$N_3 = 300$	$\sigma_3 = 20$	300x20 = 6.000	18	15	19
	N=1.080		$\Sigma\ N_i\ \sigma_i$ = 16.800	n = 54	n = 54	n = 54

Afijación Igual

$$n_1 = n_2 = n_3 = \frac{n}{r} = \frac{54}{3} = 18$$

Afijación Proporcional

$$n_1 = n\frac{N_1}{N} = 54\frac{600}{1080} = 29{,}9999 \cong 30$$

$$n_2 = n\frac{N_2}{N} = 54\frac{180}{1080} = 8{,}9999 \cong 9$$

$$n_3 = n\frac{N_3}{N} = 54\frac{300}{1080} = 14{,}99 \cong 15$$

Afijación Óptima

$$n_1 = 54\frac{600 \times 15}{16800} = 28{,}92 \cong 29$$

$$n_2 = 54\frac{180 \times 10}{16800} = 5{,}78 \cong 6$$

$$n_3 = 54\frac{300 \times 20}{16800} = 19{,}28 \cong 20$$

El criterio que mejor se adapta es el de afijación óptima, porque los estratos tienen distinta desviación estándar.

Ejercicio N° 8

a) $\mu = 4{,}5$

b) $\sigma = 1{,}118$ $\sigma^2 = 1{,}25$. $s^2 = 1{,}667$

c) $C_4^2 = 6$

	3	4	5	6
3		3; 4	3;,5	3; 6
4			4; 5	4; 6
5				5; 6
6				

d)

$\bar{x}$	$P(\bar{x})$
3,5	1/6
4	1/6
4,5	2/6
5	1/6
5,5	1/6

e)

$\hat{s}^2$	P ($\hat{s}^2$)
0,5	3/6
2	2/6
4,5	1/6

f) $E(\bar{x}) = \Sigma \bar{x}\, P(\bar{x}) = \dfrac{27}{6} = 4{,}5$ $E(\bar{x}) = \mu$

$E(\hat{s}^2) = \Sigma\, \hat{s}^2 P(\hat{s}^2) = 1{,}667$ $E(\hat{s}^2) = s^2$

g) $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sum \bar{x}^2\; P(\bar{x}) - \left[E(\bar{x})\right]^2} = \sqrt{\dfrac{124}{6} - (4{,}5)^2} = 0{,}6481$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{1{,}118}{1{,}4142}\sqrt{\frac{4-2}{4-1}} = 0{,}645$$

Ejercicio N° 9

Estrato	N_i	σ_i	$N_i\ \sigma_i$	*Afijación*		
				Igual	*Proporcional*	*Óptima*
I	$N_1 = 700$	$\sigma_1 = 1{,}2$	700 x 1,2 = 840	44	70	57
II	$N_2 = 200$	$\sigma_2 = 2{,}4$	200 x 2,4 = 480	43	20	32
III	$N_3 = 400$	$\sigma_3 = 1{,}5$	400 x 1,5 = 600	44	40	41
	N=1300		$\Sigma N_i \sigma_i$ = 1.920	n=130	n= 130	n=130

Afijación Igual

$$n_1 = n_2 = n_3 = \frac{n}{r} = \frac{130}{3} = 43{,}3333$$

n_1=44 n_2=43 n_3=44

Afijación Proporcional

$$n_1 = n\frac{N_1}{N} = 130\frac{700}{1300} = 70 \qquad n_2 = n\frac{N_2}{N} = 130\frac{200}{1300} = 20 \qquad n_3 = n\frac{N_3}{N} = 130\frac{400}{1300} = 40$$

Afijación Óptima

$$n_1 = 130\frac{700 \times 1{,}2}{1920} = 56{,}875 \cong 57 \qquad n_2 = 130\frac{200 \times 2{,}4}{1920} = 32{,}5 \cong 32 \qquad n_3 = 130\frac{400 \times 1{,}5}{1920} = 40{,}52 \cong 41$$

Ejercicio N° 10

$N = 1.000 \quad \mu = 50 \quad \sigma = 12 \quad n = 36$

$E(\overline{x}) = \mu = 50$

Para todas las muestras posibles el *valor esperado promedio* de la variable es 50

$$\sigma_{\overline{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{12}{\sqrt{36}}\sqrt{\frac{1000-36}{1000-1}} = 1{,}9646$$

Para todas las muestras posibles, la *dispersión promedio* de la variable es **1,9646**

Ejercicio N° 11

a- $E(\hat{P}) = P = 0{,}30$

b- $\sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\dfrac{P.Q}{n}} = \sqrt{\dfrac{(0{,}3)(0{,}7)}{4}} = \sqrt{0{,}0525} = 0{,}2291$

c- $P\left\{ Z \geq \dfrac{0{,}50 - 0{,}30}{\sqrt{\dfrac{(0{,}3)(0{,}7)}{100}}} \right\} = P\{Z \geq 4{,}37\} = 1 - P\{Z \leq 4{,}37\} = 1 - 1 = 0$

Ejercicio N° 12

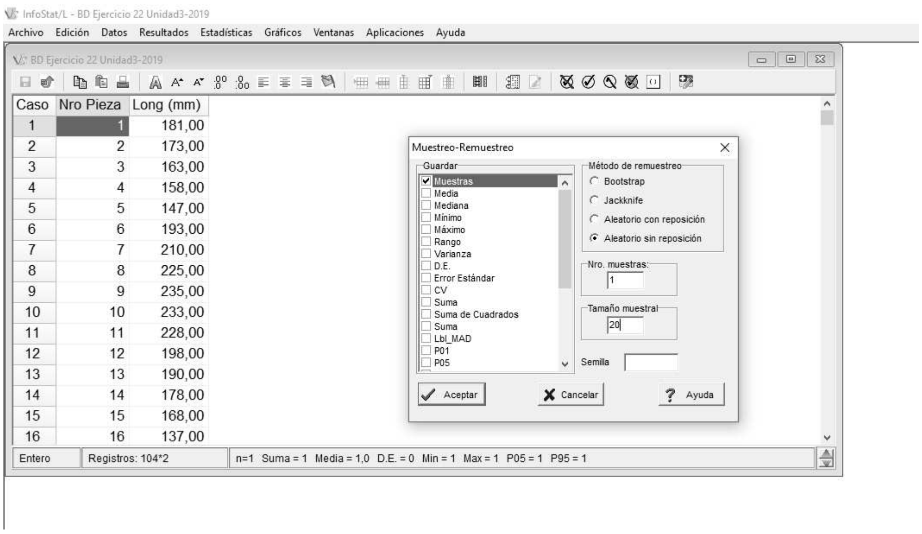
a- $n = 20$ $N = 180$

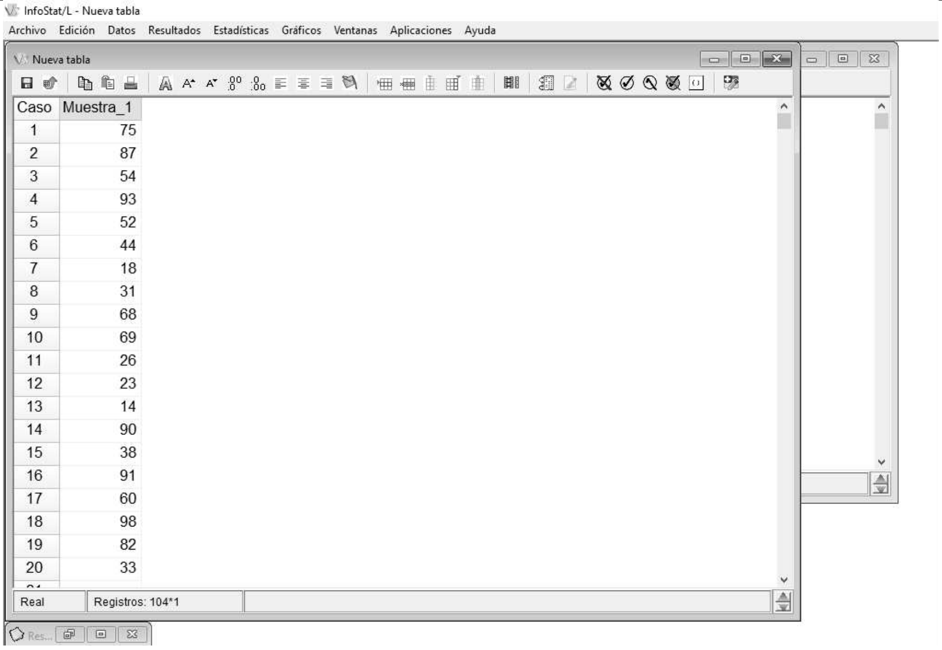
- Ordeno las piezas numerándolas del 1, 2, 3,... al 104.
- Determino K = N/n = 104/20 = 5,2 ≈ 5 a partir del cual selecciono el primer elemento, utilizando la tabla de números aleatorios o cualquier método al azar.
- Al primer elemento seleccionado, le sumo K= 5, y así sucesivamente, hasta completar el tamaño de la muestra.
- Ejemplo:

1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41, 46, 51, 56, 61, 66, 71, 76, 81, 86, 91, 96.

b- A partir de la Tabla de números aleatorios, y en base a las frecuencias absolutas acumuladas, que indican la cantidad de dígitos necesarios (tres, en nuestro ejemplo) se determina al azar el punto de partida, seleccionando seguidamente la cantidad de elementos necesarios para obtener el número fijado como tamaño de muestra. Cuando se selecciona un número superior a 180 se descarta y se continúa con el siguiente. De igual forma, si el muestreo es sin reposición deberán apartarse los números repetidos.

Con InfoStat:





Caso	Muestra_1
1	75
2	87
3	54
4	93
5	52
6	44
7	18
8	31
9	68
10	69
11	26
12	23
13	14
14	90
15	38
16	91
17	60
18	98
19	82
20	33

c- Para este caso es indistinto realizar un procedimiento u otro. Si las piezas se ordenaran de mayor a menor, por ejemplo, el procedimiento sistemático sería más representativo porque elige elementos a lo largo de toda la población.

μ=165 $\sigma = 8$ Los parámetros de las medias muestrales son:

$$E(\bar{x}) = \mu \quad y \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

a) $n = 36$

$$E(\bar{x}) = 165 \quad y \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{8}{\sqrt{36}} = 1{,}33$$

b) $n = 64$

$$E(\bar{x}) = 165 \quad y \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{8}{\sqrt{64}} = 1$$

b) $n = 36$

$$\Pr\{\bar{x} \geq 167\} = \Pr\left\{ Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq \frac{167 - 165}{\frac{8}{\sqrt{36}}} \right\} = \Pr\{Z \geq 1{,}50\} = 1 - \Pr\{Z \leq 1{,}50\} = 1 - 0{,}9332 = \underline{0{,}0668}$$

$n = 64$

$$\Pr\{\bar{x} \geq 167\} = \Pr\left\{ Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq \frac{167 - 165}{\frac{8}{\sqrt{64}}} \right\} = \Pr\{Z \geq 2\} = 1 - \Pr\{Z \leq 2\} = 1 - 0{,}9772 = \underline{0{,}0228}$$

Ejercicio N° 13 $X \approx N(\mu,\sigma)$ $X \approx N(3.100,150)$

a) $P\{\, x \geq 3.130 \,\} = P\left\{ Z \geq \dfrac{3.130 - 3.100}{150} \right\} = P\{Z \geq 0{,}20\} = 1 - 0{,}5793 = 0{,}4207$

b) *Teorema central del límite*

La distribución por muestreo de las medias muestrales para muestras de tamaño *n*, extraídas de una población normal $N(\mu,\sigma)$, se ajustan a una normal $N(\mu,\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$.

Si las medias muestrales provienen de una población no normal, pero el tamaño de las mismas es n≥30, la distribución de las medias muestrales también se ajusta a una $N(\mu,\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$.

c) Considerando que $E(\bar{x}) = \mu$ y que $\bar{x} \approx N(\mu,\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$ a partir de lo cual $Z = \dfrac{\bar{x}-\mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$,

establecemos:

$$\Pr\{\bar{x} \geq 3.130\} = \Pr\left\{ Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \geq \frac{3.130 - 3.100}{\frac{150}{\sqrt{100}}} \right\} = \Pr\{Z \geq 2\} = 1 - \Pr\{Z \leq 2\} = 1 - 0{,}9772 = \underline{0{,}0228}$$

Ejercicio 14

Si el MCR, entonces la cantidad de muestras posibles de tamaño 2 de una población de 4 individuos, se obtiene como $N^n = 4^2 = 16$

a) Luego, el espacio probabilístico queda determinado por los siguientes eventos elementales:

	B_1	B_2	N_1	N_2
B_1	B_1B_1	B_1B_2	B_1N_1	B_1N_2
B_2	B_2B_1	B_2B_2	B_2N_1	B_2N_2
N_1	N_1B_1	N_1B_2	N_1N_1	N_1N_2
N_2	N_2B_1	N_2B_2	N_2N_1	N_2N_2

b) Las funciones de cuantía para la variable aleatoria Número de Bolas Blancas (x) y la variable aleatoria Proporción de Bolas Blancas (p), quedan determinadas seguidamente:

Número de Bolas (x)

x	$P(x)$	$x\,P(x)$	$x^2 P(x)$
0	4/16	0	0
1	8/16	8/16	8/16
2	4/16	8/16	16/16
	1	16/16	24/16

Proporción de Bolas (p)

x	$\hat{P}$	$P(\hat{P})$	$\hat{P}\,P(\hat{P})$	$\hat{P}^2\,P(\hat{P})$
0	0	4/16	0	0
1	1/2	8/16	8/32	8/64
2	2/2	4/16	8/32	16/64
		1	16/32	24/64

$$E(x) = \sum x\ P(x) = 1$$

$$E(p) = \sum p\ P(p) = \frac{16}{32} = 0{,}50$$

$$V(p) = \Sigma p^2\ P(p)\ \ [E(p)]^2 = \frac{24}{64}\ \ (0{,}5)^2 = 0{,}125$$

$$V(x) = \sum x^2\ P(x) - [E(x)]^2 = \frac{24}{16} - 1^2 = 0{,}50$$

c) La distribución aplicable es la Binomial, con *n=2* *P =0,50*, luego:

$$E(x) = nP = 2(0{,}50) = 1 \qquad E(\hat{P}) = P = 0{,}50$$

$$V(x) = nPQ = 2(0{,}50)(0{,}50) = 0{,}5 \qquad V(\hat{P}) = \frac{PQ}{n} = \frac{(0{,}50)(0{,}50)}{2} = 0{,}125$$

Ejercicio Nº 15

Si el MSR, entonces la cantidad de muestras posibles de tamaño 2 de una población de 4 individuos, se obtiene como:

$$C_n^N = \frac{4!}{2!\ 2!} = 6$$

a) Luego, el espacio probabilístico queda determinado por los eventos elementales, del bloque superior o del bloque inferior, que surgen de eliminar los elementos de la diagonal principal:

	B_1	**B_2**	**N_1**	**N_2**
B_1	~~B_1 B_1~~	B_1 B_2	B_1 N_1	B_1 N_2
B_2	B_2 B_1	~~B_2 B_2~~	B_2 N_1	B_2 N_2
N_1	N_1 B_1	N_1 B_2	~~N_1 N_1~~	N_1 N_2
N_2	N_2 B_1	N_2 B_2	N_2 N_1	~~N_2 N_2~~

b) Las funciones de cuantía para la variable aleatoria Número de Bolas Blancas (x) y la variable aleatoria Proporción de Bolas Blancas (p), quedan determinadas seguidamente:

Número de Bolas (x)

x	$P(x)$	$xP(x)$	$x^2P(x)$
0	1/6	0	0
1	4/6	4/6	4/6
2	1/6	2/6	4/6
	1	6/6	8/6

Proporción de Bolas ($\hat{p}$)

x	$\hat{p}$	$P(\hat{P})$	$\hat{P}\ P(\hat{P})$	$\hat{P}^2\ P(\hat{P})$
0	0	1/6	0	0
1	1/2	4/6	4/12	4/24
2	2/2	1/6	2/12	4/24
		1	6/12	8/24

$$E(x)=\sum x\,P(x)=1 \qquad\qquad E(\hat{P})=\Sigma\hat{P}\,P(\hat{P})=\frac{6}{12}=0{,}50$$

$$V(x)=\sum x^2\,P(x)-[E(x)]^2=\frac{8}{6}-1^2=0{,}3334 \qquad V(p)=\sum p^2\,P(p)-[E(p)]^2=\frac{8}{24}-(0{,}5)^2=0{,}0834$$

c) La distribución aplicable es la Hipergeométrica con N=4 n=2 X=2, luego:

$$E(x)=nP=2(0{,}50)=1 \qquad\qquad E(p)=P=0{,}50$$

$$V(x)=nPQ\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}=2(0{,}50)(0{,}50)\sqrt{\frac{4-2}{4-1}}=0{,}3334$$

$$V(x)=\frac{PQ}{n}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}=\frac{(0{,}50)(0{,}50)}{2}\sqrt{\frac{4-2}{4-1}}=0{,}0834$$

Ejercicio Nº 16

$$Z=\frac{p-P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}}=\frac{0{,}55-0{,}60}{\sqrt{\frac{0{,}60x\,0{,}40}{800}}}$$

Z = -2,88675135

P (z<-2,88675135) = 0,00194621

Ejercicio Nº 17

a) Rta: 0,9793
b) Rta: 0,50

UNIDAD Nº 9: Estimación Estadística

Ejercicio Nº 1

Sea x_1, x_2, x_3, observaciones de una variable X con distribución Normal, considerando los siguientes estimadores del parámetro μ (media de la variable X)

$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3$ $\quad \hat{\mu}_2 = \frac{1}{9}x_1 + \frac{3}{9}x_2 + \frac{5}{9}x_3$ $\quad \hat{\mu}_3 = \frac{4}{10}x_1 + \frac{2}{10}x_2 + \frac{4}{10}x_3$

a) Verificar cuál o cuáles son "insesgados" Recordar que $E(x_1) = E(x_2) = E(x_3) = \mu$ (media de la variable X)

b) ¿Cuál es el estimador "relativamente más eficiente" de los tres? Recordar que $V(x_1) = V(x_2) = V(x_3) = \sigma^2$ (varianza de la variable X)

c) ¿Cuál de los 3 estimadores es la "media muestral"?, ¿es el que tiene menor valor de varianza?

Ejercicio Nº 2

Sea X una variable aleatoria con distribución Normal, observable en una población de N elementos, de la cual se pretende estimar su promedio con un riesgo del 2 % y suponiendo que tiene una varianza igual a 310

a) ¿Cuál es la cantidad mínima de elementos que deben seleccionarse para disponer de una muestra aleatoria y obtener "n observaciones" de la variable?

- a.1) 69 para un error máximo admisible de 2,5
- a.2) 137 para un error máximo admisible de 3,5
- a.3) 183 para un error máximo admisible de 4,5

b) ¿Cuál es la expresión del riesgo para un error máximo admisible de 2,5?

- b.1) $Pr(|\bar{x} - \mu| > 2{,}5) = 0{,}02$
- b.2) $Pr\ (|\bar{x} - \mu| \leq 2{,}5) = 0{,}02$
- b.3) $Pr\ (|\bar{x} - \mu| > 0{,}02) = 2{,}5$

c) Obtener el tamaño de muestra solicitado en a) con InfoStat.

<u>Breves instrucciones</u>: 1. Solapa Estadísticas, Cálculo del tamaño Muestral, Para estimar una media con una precisión deseada 2. Dentro del cuadro Tamaño Muestral en Amplitud intervalo de confianza elegir 98, asentar 7 (2 x 3,5) y en Cota superior para la varianza asentar 310. 3. En el teclado pulsar ENTER.

Ejercicio Nº3

Suponga que un investigador desea realizar un estudio sobre el gasto en alimentos de una familia en la Ciudad de Córdoba, con un riesgo de 4,55 % y suponiendo que la desviación estándar de la mencionada variable es $ 287

a) Determinar el tamaño de muestra adecuado si el investigador indica que el máximo error muestral no debe ser mayor a $ 20 por arriba y por debajo de la verdadera media del gasto

b) Determinar el tamaño de muestra adecuado si el investigador indica que el máximo error muestral no debe ser mayor a $ 35 por arriba y por debajo de la verdadera media del gasto

c) Explique la razón de la diferencia en el tamaño de muestra adecuado, considerando que se determinan con el mismo riesgo y desviación estándar

Ejercicio Nº 4

Una empresa que produce y comercializa la marca X de un producto desea estimar su "cuota de mercado" en la provincia; es decir, la proporción de consumidores del producto que compran su marca. Con este fin el Ingeniero en Sistemas de la empresa aconseja hacerlo con un riesgo del 1 % y un error máximo aceptable de 0,02

a) ¿Cuántos consumidores del producto deben seleccionarse como mínimo en la provincia para disponer de una muestra aleatoria?

b) ¿Cuántos consumidores del producto deben seleccionarse como mínimo en la provincia para disponer de una muestra aleatoria suponiendo que hay 3 marcas más del producto y cuotas de mercado similares en la provincia?

c) Explique la razón de la diferencia en el tamaño de muestra, considerando que se determinan con el mismo riesgo y error máximo aceptable

d) ¿Cuál de las siguientes es la expresión correcta del riesgo?

d.1) $Pr(|p-P|) \leq 0{,}02 = 0{,}01$

d.2) $Pr(|p-P|) \leq 0{,}01 = 0{,}02$

d.3) $Pr(|p-P|) > 0{,}02 = 0{,}01$

d.4) $Pr(|p-P|) > 0{,}01 = 0{,}02$

e) Obtener el tamaño de muestra solicitado en b) con InfoStat.

Breves instrucciones: 1. Solapa Estadísticas, Cálculo del tamaño Muestral, Para estimar una proporción. 2. Dentro del cuadro Tamaño Muestral en Amplitud intervalo de confianza (en porcentaje) elegir 16 y 99 de confianza; en Proporción seleccionar 0,25

Ejercicio Nº 5

Una compañía de televisión por cable quiere estimar la proporción de clientes adheridos al servicio que comprarán su revista mensual con la programación. El Ingeniero en Sistemas de la compañía sugiere un 5% de riesgo de que la estimación no sea confiable, con un error máximo aceptable de 0,05.

a) ¿Qué tamaño de muestra es el adecuado a estos requerimientos?

b) ¿Qué tamaño de muestra es el adecuado a estos requerimientos si se considera que en otras ciudades el 30% de los suscriptores compran la revista?

c) Escriba la expresión del riesgo

Ejercicio Nº 6

En un país están ubicadas 8.000 estaciones de servicio, para una muestra aleatoria de 200, 90 de las estaciones comercializan una marca de aceite con publicidad a nivel nacional. Estimar por medio de un intervalo de confianza:

a) La proporción de todas las estaciones en el área que comercializan esos aceites a un nivel de confianza de 95 %. Escriba la conclusión correspondiente.

b) La proporción de todas las estaciones en el área que comercializan esos aceites a un nivel de confianza de 99 %.

c) Explique la razón de la diferencia en la amplitud de los intervalos, considerando que se determinan a partir de la misma muestra aleatoria.

d) Observe la presentación InfoStat de la estimación solicitada en a). En particular, Interprete los valores indicados con "Estimación" y "E.E."

Intervalo de confianza---Bilateral---Estimación paramétrica.

Variable	Parámetro	Estimación	E.E.	n	LI(95%)	LS(95%)
Comercializan	Proporción (=1)	0,450	0,035	200	0,381	0,519

Realizar la estimación solicitada en b) con InfoStat.
Breves instrucciones: 1. Solapa Archivo, Nueva Tabla 2. En una misma columna asentar 0 en 110 casos y asentar 1 en 90 casos 3. Solapa Datos, Acciones sobre columnas, Editar etiqueta para asentar el nombre "Comercializan" a la columna 4. Seleccionar la columna, Solapa Estadísticas, Inferencia basada en una muestra, Intervalos de confianza, Seleccionar la variable Comercializan, Aceptar. 5. Dentro del cuadro Intervalos de confianza seleccionar Proporción, Estimación paramétrica, Bilateral, Éxitos valores = y asentar 1, Elegir confianza 99. Aceptar 6. Observar el cuadro Resultados, incrementar el número de decimales.

Ejercicio Nº 7

Una empresa que fabrica pelotas de tenis ha decidido controlar el proceso productivo; es decir, verificar periódicamente si la varianza de la variable diámetro se mantiene. Con este fin es necesario realizar una primera estimación de dicho parámetro y el Ingeniero en Sistemas ha decidido seleccionar aleatoriamente 16 ejemplares midiendo los siguientes diámetros (milímetros):
63,3 - 63,7 - 63,6 - 63,6 - 63,7 - 63,5 - 63,2 - 63,5 - 63,3 - 63,8 - 63,4 - 63,7 - 63,3 - 63,4 - 63,4 - 63,6

a) Determinar el valor de la varianza muestral, ¿es el valor real de la varianza de la variable diámetro?, ¿cómo se denomina este valor?.

b) Determinar un intervalo de estimación con un nivel de confianza del 95 % y escribir la conclusión correspondiente.

c) Realizar la estimación solicitada en b) con InfoStat.

Breves instrucciones: 1. Solapa Archivo, Nueva Tabla 2. En una misma columna asentar las 16 observaciones de la variable 3. Solapa Datos, Acciones sobre columnas, Editar etiqueta para asentar el nombre "Diámetro" a la columna 4. Seleccionar la columna, Solapa Estadísticas, Inferencia basada en una muestra, Intervalos de confianza, Seleccionar la variable Diámetro, Aceptar 5. Dentro del cuadro Intervalos de confianza seleccionar Varianza, Estimación paramétrica, Bilateral, Elegir confianza 95. Aceptar 6. Observar el cuadro Resultados, incrementar el número de decimales

Ejercicio Nº 8

En la provincia de Córdoba se produce una gran variedad de autopartes; es decir, existe un proceso productivo para cada una de ellas. Una variable que se analiza es el valor agregado con insumos importados (fracción del costo final de las autopartes que representan los insumos importados). A continuación se detalla dicho valor en dólares medido en una muestra de autopartes terminadas

15,2	10,8	9,5	0,0	5,6	15,2	20,6	30,8	20,4	16,0
10,5	54,2	36,2	25,0	48,2	30,2	15,5	16,8	23,2	26,0
8,2	41,3	25,4	5,6	28,7	45,6	8,3	18,0	28,1	47,9
35,6	23,5	8,7	42,7	23,1	44,4	18,7	25,4	15,8	16,7

Dada la gran cantidad de autopartes que se producen, se realiza una estimación de los parámetros de la variable "valor agregado de insumos importados" (valores deben expresarse con un decimal)

a) ¿Cuál es la estimación puntual de la media y de la varianza de la variable? ¿Por qué se denomina de esa manera a las estimaciones? Explique

b) ¿Tiene Ud. “confianza” en que esta estimación puntual de la media coincida o se aproxime mucho al real valor? Explique.

c) Construir la estimación por intervalo con un nivel de confianza de 99 % para la media y explique detalladamente su significado

d) Realizar la estimación solicitada en c) con InfoStat.

Breves instrucciones: 1. Solapa Archivo, Nueva Tabla 2. En una misma columna asentar las 40 observaciones de la variable 3. Solapa Datos, Acciones sobre columnas, Editar etiqueta para asentar el nombre “Valor” a la columna 4. Seleccionar la columna, Solapa Estadísticas, Inferencia basada en una muestra, Intervalos de confianza, Seleccionar la variable Valor, Aceptar 5. Dentro del cuadro Intervalos de confianza seleccionar Media, Estimación paramétrica, Bilateral, Elegir confianza 99. Aceptar 6. Observar el cuadro Resultados, reducir el número de decimales.

Ejercicio Nº 9

Una fábrica de autos necesita determinar para la población de poseedores de uno de sus modelos, la utilización (en kilómetros recorridos por mes dentro de la ciudad de residencia) que hacen de sus vehículos. Del registro de clientes que adquirieron durante 2016 este modelo se selecciona una muestra aleatoria de 25 de ellos, con los siguientes kilómetros realizados por mes

291	305	198	206	378
360	389	452	587	690
213	387	345	358	270
847	562	603	750	455
340	582	680	230	487

a) ¿Cuáles son los parámetros de la variable “kilómetros recorridos por mes” que la fábrica desea estimar? Explique por qué

b) Obtener las estimaciones puntuales de dichos parámetros (Expresar sin decimales)

c) Determinar un intervalo de estimación para el promedio y la varianza de la variable kilómetros recorridos por mes a un nivel de confianza del 95 % (expresar sin decimales el valor de los límites)

d) Con los resultados obtenidos elabore una conclusión.

Ejercicio Nº 10

El Ingeniero en Sistemas que asesora s una empresa fabricante de alimentos balanceados solicitó una muestra de 15 aves tomadas al azar en un establecimiento con 5000, esto permitió establecer un aumento de peso promedio de 89 gr. en una semana, y una desviación estándar muestral de 8 gr.

a) Estimar el incremento de peso promedio para las 5000 aves del establecimiento con un intervalo de confianza del 90 %. También se debe fundamentar el modelo de probabilidad a aplicar e indicar si el muestreo realizado debió ser con o sin reposición, trabajando en función de su respuesta.

b) Identificar el nivel de error e interpretar el nivel de confianza utilizado.

c) Si la desviación estándar dada fuera poblacional, ¿qué modelo de probabilidad aplicaría?

d) Si la desviación estándar fuera la original (muestral) pero el tamaño de la muestra hubiera sido de 40 aves, ¿Cambiaría el modelo?

Ejercicio Nº 11

El Ingeniero en Sistemas de una empresa que elabora fertilizantes, para controlar el buen embolsado de sus productos, pesa 15 bolsas, obteniendo una desviación estándar muestral igual a 0,50 kg.

a) ¿De qué variable se estima la varianza? Escriba una conclusión de la estimación puntual.

b) ¿Qué varianza puede inferirse con un 98% de confianza?

Ejercicio Nº 12

Se desea realizar una investigación para estimar el peso medio de los hijos recién nacidos de madres fumadoras. Se admite un error máximo de 25 gramos y un riesgo del 5%. Si por estudios anteriores se sabe que la desviación estándar del peso medio de tales recién nacidos es de 196 gramos, ¿qué tamaño mínimo de muestra se necesita en la investigación?

Ejercicio Nº 13

El ingeniero de Sistema de una fábrica desea estimar el tiempo promedio por operación de todas las máquinas que se utilizan. Se toma una muestra de 25 máquinas y arroja como resultado que el tiempo promedio es de 5 minutos con una desviación estándar muestral de 0.8 minutos

a) Determine el intervalo de estimación con un nivel de confianza del 90 % para el tiempo promedio de todas las máquinas.

b) ¿Cuál sería el error si la muestra se reduce a 16 máquinas? Interprete.

c) Determine el intervalo de estimación con un nivel de confianza del 90 % para el tiempo promedio de todas las máquinas en el caso de que en total se utilizan 87 máquinas.

Ejercicio Nº 14

Para 96 hogares de una ciudad, elegidos al azar, se ha determinado que la televisión permanece encendida en la casa una media de 217 minutos diarios; la desviación estándar de la muestra fue de 40 minutos.

a) ¿De qué variable se disponen estimaciones?

b) Escriba una conclusión a partir de los valores de los estimadores

c) Para una fiabilidad del 95% en la estimación del promedio, ¿qué error se asume cuando se da por bueno ese dato para el total de hogares?

Ejercicio Nº 15

En la provincia de Córdoba se produce una gran variedad de productos metálicos; es decir, existe un proceso productivo para cada uno de ellos. Una variable que se analiza es el costo por hora de trabajo en los procesos productivos. A continuación se detalla el costo por hora de trabajo en pesos medido en una muestra de procesos productivos de distintos productos metálicos

152	169	203	187	221	164	180	174	165	210
226	156	172	188	194	215	183	195	215	223
169	186	208	177	214	226	182	174	192	208
188	173	220	184	206	164	180	204	225	171

La secretaría de industria de la NACION, ha informado que el costo por hora de trabajo en las empresas que producen dichos productos radicadas en el país es en general $ 207.

El Ingeniero en Sistemas de la Cámara de empresas fabricantes de productos metálicos de Córdoba solicita:

a) Determinar las estimaciones del promedio y de la varianza (y desviación estándar) de la variable costo por hora de trabajo. Escribir la interpretación que corresponda (expresar los valores sin decimales)

b) A un nivel de confianza del 98%, ¿el intervalo de estimación comprende al promedio general? (valores de límites sin decimal). Escriba la conclusión correspondiente

Ejercicio Nº 16

El Ingeniero en Sistemas de una radio, a pedido del gerente de programación, necesita estimar el porcentaje de audiencia que tiene el programa cultural.

a) Describa la población de la cual se desea realizar la estimación mencionada

b) Información anterior indicó que el 30 % escuchaban el programa cultural. ¿Qué cantidad de oyentes debería conformar la muestra adecuada, si el Ingeniero determina un riesgo del 5 %, con un margen de error no superior a 0,05?

c) Luego, se consultó por teléfono a esa cantidad de oyentes si escuchaban el programa cultural, arrojando como resultado que 100 lo hacen. Realice la estimación de la verdadera proporción, con un nivel de confianza del 95 %.

Ejercicio Nº 17

Al Ingeniero en Sistemas de un laboratorio se le encargó comprobaciones cuidadosas de la variabilidad de los resultados cuando se analiza una muestra de agua potable. En un estudio de la cantidad de calcio, el cual se efectúa como parte del control de calidad, se analizó seis veces la misma muestra de agua potable en el laboratorio en intervalos aleatorios. Las seis mediciones en partes por millón fueron 9,54; 9,61; 9,32; 9,48; 9,70 y 9,26.

a) Estimar la media y la varianza de la variable "cantidad de calcio"

b) Determinar el intervalo de estimación de la media con un nivel de confianza del 90%.

c) Determinar el intervalo de estimación de la varianza con un nivel de confianza del 90 %.

Ejercicio Nº 18

Una empresa analiza la manera en que son abastecidas sus sucursales de venta desde un depósito central. Con este objetivo, para una muestra de 100 salidas de aprovisionamiento a sucursales se registró el tiempo transcurrido (en minutos) hasta la salida posterior, con dicha cantidad de registros se determinó una media de 18,2 minutos y una desviación estándar de 1,5 minutos

a) Interpretar las estimaciones puntuales de los parámetros de la variable "tiempo que transcurre entre salidas"

b) Determinar e interpretar un intervalo de estimación del tiempo que transcurre entre una salida y otra con un nivel de confianza del 95 % (expresar con un decimal)

c) Suponiendo que Ud. decide seleccionar otra muestra de salidas para registrar el tiempo que transcurre hasta la salida de la siguiente ¿es posible que las estimaciones sean exactamente las mismas? Elabore una explicación.

Ejercicio Nº 19

A pedido de la Gerencia, el Ingeniero en Sistemas de una empresa de transporte aéreo decide estimar cuál sería la cantidad de minutos de atraso en la partida de sus vuelos, para ello toma como muestra aleatoria de vuelos realizados el año pasado y registró las siguientes "diferencias en minutos entre el horario programado y el horario en que realmente partió el vuelo" .El Ingeniero le solicita a Ud.

5	11	19	25	3	0	13	26	31	8	10	19
0	16	27	13	15	0	29	32	14	16	9	7
5	0	26	7	6	0	14	0	28	17	16	12
0	17	16	0	19	17	16	10	9	8	7	3

a) Determinar las estimaciones puntuales de los parámetros (promedio y varianza) de la variable e interpretar (expresar sin decimales)
b) Determinar el "error estándar de estimación" del promedio e interpretar
c) Determinar un intervalo de estimación del promedio con un nivel de confianza del 95 % e interpretar (expresar los límites sin decimales)
d) Interpretar la aproximación al error de estimación asociada al intervalo

Ejercicio Nº 20

El Ingeniero en sistemas de un comercio desea tener información del monto de compra de sus clientes, con este fin utilizará los resultados provenientes de una muestra de 66 ventas seleccionadas aleatoriamente; media muestral = \$ 208, 7 y desviación estándar = \$ 17,2
a) Interprete los valores determinados en la muestra ¿son estimaciones de qué parámetros de la variable monto de la compra?
b) Construya el intervalo de estimación para el monto por compra a un Nivel de confianza del 99 % (valores de límites con un decimal)
c) Elabore una conclusión
d) Sabiendo que el monto de compras de los clientes de este comercio es una variable con valor mínimo de \$ 56 y con valor máximo de \$ 379, escriba "aleatoriamente montos" que pueden observarse en otra muestra de 66 ventas para realizar las mismas estimaciones y elabore una conclusión para explicar las diferencias

Ejercicio Nº 21

Determinado examen incluye un ejercicio tipo "elección de alternativa" más otros tipos de ejercicios. Se pretende estimar la proporción de individuos que responden correctamente dicho ejercicio que muestra 5 opciones a, b, c, d, e (sólo una con la respuesta correcta). Del conjunto de exámenes, con la respuesta correcta escrita en la opción b para el ejercicio tipo elección de alternativa, se selecciona una muestra y se observa cuál de las opciones es indicada por los individuos:

a b b c d b e d a b c b e b d b a
c b a b d b e a d b b c b a c b c
d e b b b c d b e b a b d b e c
b b a b b d a b b d b e a b d b
e c b b d b a b a b

a) Determinar la estimación puntual
b) Determinar el intervalo de estimación con un nivel de confianza del 95 %

c) Escribir la expresión del "estadístico k" de la cual surgen las expresiones de cálculo de los límites del intervalo de estimación

Ejercicio Nº 22

Se desea realizar un estudio sobre el gasto de las familias en la Ciudad de Córdoba. Como no cuenta con información referida a esa variable, utilizará como desviación estándar muestral corregida la referida al ingreso familiar, obtenido en la Encuesta Permanente de Hogares, que es $ 28,07.

a) Encontrar el tamaño de muestra adecuado si el investigador indica que el máximo error muestral no debe ser mayor que $ 2 por arriba y por debajo de la verdadera media del gasto, y toma dos niveles de confianza: 1) 95,45%; 2) 99,73%.

b) Indicar cuál es el valor del riesgo si se toman muestras de tamaño: 1) n = 500; 2) n = 2.000.

c) ¿Cuál sería el error si el nivel de confianza es de 0,9545 y el tamaño de la muestra es de 500 personas?

Ejercicio Nº 23

Un administrador universitario desea estimar la proporción de estudiantes inscriptos en programas de postgrado en Administración de Empresas, que también tienen Licenciaturas en la misma área, con un margen de error del 0,05 y una confianza del 90%,

a) ¿Qué tamaño de muestra debe utilizarse, como mínimo, si no existe ninguna base para estimar el valor apropiado de la proporción antes de tomar la muestra?

b) ¿Cuál será el nivel de error si debe reducirse la muestra en un 20%? ¿Aumentó ó disminuyó? ¿Por qué?

c) ¿Cuál será el riesgo, si n se fija en 300, el error en 0,05 y no existe ninguna base para estimar el valor apropiado de la proporción antes de tomar la muestra? ¿Por qué aumenta la confianza?

Ejercicio Nº 24

Con el fin de estimar el gasto promedio de compras realizadas en el exterior (pagadas en dólares) por personas en un sitio de internet, se seleccionó una muestra aleatoria de compras. La presentación InfoStat de la estimación realizada es la siguiente:

Intervalos de confianza *–Bilateral-- Estimación paramétrica*

Variable	Parámetro	Estimación	E.E.	n	LI(95%))	LS(95%))
Gasto	Media	28,7	2,3	118	24,1	33,2

Escribir la conclusión sobre la estimación empleando cada uno de los resultados que figuran en el cuadro.

Ejercicio Nº 25

Una Institución financiera estimó la proporción de titulares de cuentas de ahorro bancarias que tienen dos o más de dichas cuentas activas. La presentación InfoStat de la estimación realizada es la siguiente:

Intervalos de confianza—*Bilateral-- Estimación paramétrica*

Variable	Parámetro	Estimación	E.E.	n	LI(95%)	LS(95%)
Dos o más Cuentas	Proporción	0,21	0,02	436	0,17	0,24

Escribir la conclusión sobre la estimación empleando cada uno de los resultados que figuran en el cuadro.

Ejercicio Nº 26

Una empresa que fabrica cierta pieza estimó la varianza de la longitud (en milímetros) seleccionando una muestra aleatoria de ejemplares. La presentación InfoStat de la estimación realizada es la siguiente:

Intervalos de confianza — *Bilateral-- Estimación paramétrica*

Variable	Parámetro	Estimación	E.E.	n	LI(90%))	LS(90%))
Longitud	Varianza	1,74	0,34	54	1,30	2,48

Escribir la conclusión sobre la estimación empleando cada uno de los resultados que figuran en el cuadro.

RESPUESTAS Y SOLUCIONES

Ejercicio Nº 1

a) $E(\hat{\mu}_1) = E\left(\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3\right) = E\left(\frac{1}{3}x_1\right) + E\left(\frac{1}{3}x_2\right) + E\left(\frac{1}{3}x_3\right) =$

$$\frac{1}{3}E(x_1) + \frac{1}{3}E(x_2) + \frac{1}{3}E(x_3) = \frac{1}{3}\mu + \frac{1}{3}\mu + \frac{1}{3}\mu = \mu\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) = \mu\,\frac{3}{3} = \mu.1 = \mu$$

Se verifica que $E(\hat{\mu}_1) = \mu$; en consecuencia, el estimador $\hat{\mu}_1$ es “insesgados”
Con igual procedimiento se verifica que los otros estimadores son insesgados; es decir:

$$E(\hat{\mu}_2) = \mu \quad \text{y} \quad E(\hat{\mu}_3) = \mu$$

b) $V(\hat{\mu}_1) = V\left(\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3\right) = V\left(\frac{1}{3}x_1\right) + V\left(\frac{1}{3}x_2\right) + V\left(\frac{1}{3}x_3\right) =$

$$\frac{1}{9}V(x_1) + \frac{1}{9}V(x_2) + \frac{1}{9}V(x_3) = \frac{1}{9}\sigma^2 + \frac{1}{9}\sigma^2 + \frac{1}{9}\sigma^2 = \sigma^2\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right) = \sigma^2\,\frac{3}{9}$$
$$= \sigma^2.0{,}333$$

Con igual procedimiento se determina la varianza de los otros estimadores:

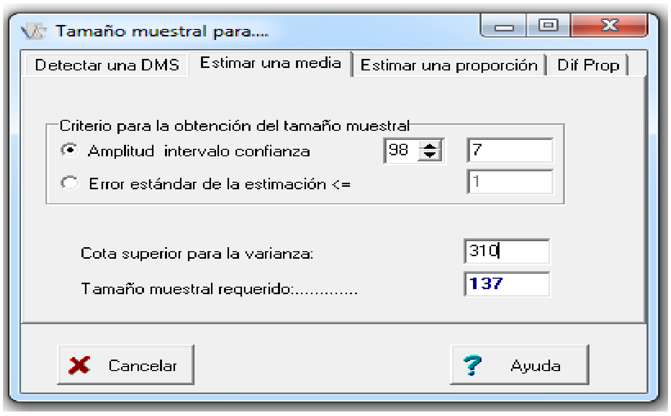
$$V(\hat{\mu}_2) = \sigma^2.0{,}432 \quad y \quad V(\hat{\mu}_3) = \sigma^2.0{,}360$$

Se verifica que $\hat{\mu}_1$ es el estimador “relativamente más eficiente” dado que su varianza es de menor valor con respecto a la de los otros estimadores insesgados

c) El estimador $\hat{\mu}_1$ tiene una expresión de cálculo idéntica a la de media aritmética:
$\hat{\mu}_1 = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$
Además, es el estimador de menor varianza; en consecuencia, la media muestral es el estimador insesgados del parámetro μ y sus valores posibles tienen menor dispersión alrededor del valor de dicho parámetro

Ejercicio Nº 2

a. 2)
b. 1)
c)



Ejercicio Nº 3

a) n ≥ 824 familias

b) n ≥ 269 familias

c) Al ser mayor el error máximo admisible se requiere "menor información" (menor cantidad de observaciones de la variable), suponiendo el mismo riesgo de que el valor del estimador $(\bar{x})$, que se determine en la muestra correspondiente, se separe del verdadero valor del parámetro (μ) en una cantidad superior al error máximo admisible

Ejercicio Nº 4

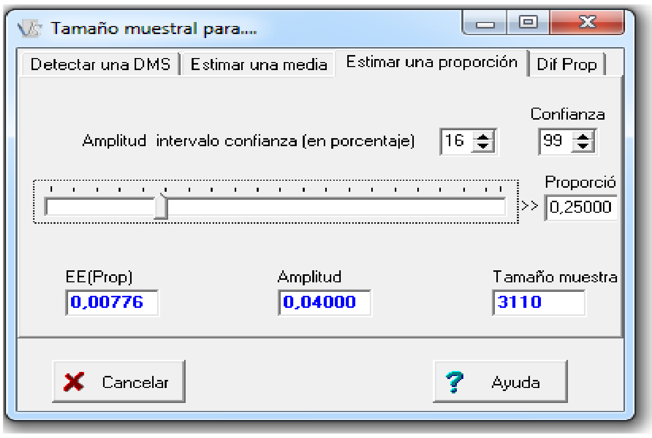
a) n ≥ 4145 consumidores

b) n ≥ 3109 consumidores

c) La diferencia en el tamaño de muestra mínimo necesario obedece al valor que se otorga a la proporción (de consumidores que compran la marca X) en la fórmula de cálculo. En el primer cálculo se otorga el valor 0,5; mientras que en el segundo cálculo se otorga el valor 0,25 a dicha proporción

d) d.3

e)



Ejercicio Nº 5

a) n ≥ 385 clientes adheridos al servicio

b) n ≥ 323 clientes adheridos al servicio

c) $Pr(|p - P|) > 0{,}05 = 0{,}05$

Ejercicio Nº 6

a) Intervalo de estimación: 0,381 ; 0,519 $\hat{e} = 0{,}069$ con 95 % de confianza

Con un nivel de confianza del 95 %, la proporción de estaciones de servicio que comercializan una marca de aceite con publicidad a nivel nacional ubicadas en cierto país estaría comprendida entre 0,39 y 0,51. (Este es el intervalo que se obtiene de una muestra seleccionada de estaciones; pero como es posible seleccionar una gran cantidad de muestras de igual tamaño que permitirían obtener intervalos con límites distintos, se puede concluir que el 95 % de los intervalos comprenderían al verdadero valor de dicha proporción; se tiene "una confianza elevada" de que el intervalo determinado sea uno de este conjunto). Además, se dispone de una aproximación al error de estimación de 0,069 para este nivel de confianza y tamaño de muestra (se entiende que la posible diferencia entre el valor del estimador y el verdadero valor del parámetro puede ser hasta 0,069)

b) Intervalo de estimación: 0,359 ; 0,541 con 99 % de confianza

c) Amplitud de intervalo: diferencia entre los límites del intervalo de estimación y se interpreta como una medida del "grado de precisión" de la estimación por intervalo (a menor amplitud mayor grado y viceversa). En consecuencia, a mayor nivel de confianza (más posibilidad de que el intervalo calculado de una muestra comprenda al verdadero valor del parámetro) mayor amplitud (menor grado de precisión). Comparando el intervalo 0,381 ; 0,519 y el intervalo 0,359 ; 0,541 se observan las relaciones descriptas

d) "Estimación" es la estimación puntual del parámetro, es decir, el valor del estimador proporción muestral de éxitos, con lo observado en esta muestra, 90 / 200. Aproximadamente, 0,45 sería la proporción de estaciones de servicio del país que comercializan una marca de aceite con publicidad a nivel nacional. "E.E." es la desviación estándar estimada, del estimador proporción muestral de éxitos o "Error Estándar"; con lo observado en esta muestra, $\sqrt{\frac{0{,}45\,.0{,}55}{200}}$

e)
Intervalo de confianza—Bilateral---Estimación paramétrica

Variable	Parámetro	Estimación	E.E.	n	LI(99%)	LS(99%)
Comercializan	Proporción (=1)	0,450	0,035	200	0,359	0,541

Ejercicio Nº 7

a) $\hat{s}^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ = 0,032 "aproximadamente, la varianza de la variable diámetro de las pelotas de tenis producidas es 0,032 $mm.^2$ "
Este valor puede tener una diferencia (que no es ilimitada) con respecto al verdadero valor de la varianza de la variable en la población de pelotas de tenis y se trata de uno de los valores posibles del estimador varianza muestral (en diferentes muestras de tamaño 16 puede asumir distintos valores); por esta razón al valor 0,032 se lo denomina "estimación puntual"

b) Intervalo de estimación: 0,017 ; 0,077 $\hat{e} = 0{,}03$ con 95 % de confianza
Con un nivel de confianza del 95 %, la varianza del diámetro de las pelotas de tenis estaría comprendida entre 0,017 $mm.^2$ y 0,51 $mm.^2$. (Este es el intervalo que se obtiene de una muestra seleccionada de pelotas fabricadas; pero como es posible seleccionar una gran cantidad de muestras de igual tamaño que permitirían obtener intervalos con límites distintos, se puede concluir que el 95 % de los intervalos comprenderían al verdadero valor de dicha varianza; se tiene "una confianza elevada" de que el intervalo determinado sea uno de este conjunto). Además, se dispone de una aproximación al error de estimación de 0,03 para este nivel de confianza y tamaño de muestra (se entiende que la posible diferencia entre el valor del estimador y el verdadero valor del parámetro puede ser hasta 0,03)

c)
Intervalo de confianza—*Bilateral--Estimación paramétrica*

Variable	Parámetro	Estimación	E.E.	n	LI(95%)	LS(95%))
Diámetro	Varianza	0,032	0,012	16	0,017	0,077

<u>Ejercicio Nº 8</u>

$a)\ \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 23{,}5$ "aproximadamente, el promedio del valor agregado con insumos importados en la producción de autopartes terminadas en Córdoba es 23,5 dólares"

$\hat{s}^2 = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$ = 182,3 "aproximadamente, la varianza de la variable valor agregado con insumos importados es 182,3 $dólares^2$ "

23,5 es un valor posible del estimador media muestral y puede ser "algo" mayor o menor al verdadero valor del parámetro promedio del valor agregado con insumos importados y se considera "un punto" entre los valores que puede asumir en diferentes muestras de 40 autopartes terminadas en la provincia.
182,3 es un valor posible del estimador varianza muestral y puede ser "algo" mayor o menor al verdadero valor del parámetro varianza de la variable valor agregado con insumos importados y se considera "un punto" entre los valores que puede asumir en diferentes muestras de 40 autopartes terminadas en la provincia.

b) Se debe reconocer de que puede existir una diferencia entre el valor del estimador media muestral y el valor del parámetro media poblacional pero que es acotada (no ilimitada). La estimación puntual no provee una aproximación al "error de estimación" (tamaño de la posible diferencia entre el valor del estimador en la muestra seleccionada y el verdadero valor del parámetro).

c) Intervalo de estimación: 18,0; 29,0 $\hat{e} = 5{,}5$ con 99 % de confianza

d)
Intervalo de confianza—Bilateral---Estimación paramétrica

Variable	Parámetro	Estimación	E.E.	n	LI(99%))	LS(99%))
Valor	Media	23,5	2,1	40	17,8	29,3

<u>Ejercicio Nº 9</u>

a) Por ser medidas descriptivas de la variable que permitirán caracterizar el grado de utilización en ciudad del auto y modelo en cuestión, los parámetros a estimar son: el promedio (µ) y la varianza (σ^2) de la variable "kilómetros recorridos con el auto por mes dentro de la ciudad de residencia del cliente"

b) $\bar{x}$ = 443 $km.$ $\hat{s}^2$ = 31973 $km.^2$

c) Intervalo de estimación (µ): 373; 513 $\hat{e} = 70$ con 95 % de confianza.
Intervalo de estimación (σ^2): 19476; 61884 $\hat{e} = 21204$ con 95 % de confianza.
d) Aproximadamente, un poseedor promedio del auto y modelo en cuestión recorre 443 kilómetros en ciudad. Con un nivel de confianza del 95 %, la media de los kilómetros recorridos en ciudad por los poseedores del auto y modelo que se analiza estaría comprendida entre los 373 y 513 km. Con una aproximación al error de estimación de 70.
Aproximadamente, la varianza de la variable kilómetros recorridos en ciudad por el auto y modelo analizado es 31973 $km.^2$ (o desviación estándar aproximada de 179 $km.$)

Ejercicio Nº 10

a) Intervalo de estimación: 85,5 ; 92,5 $\hat{e} = 3{,}5$ con 90 % de confianza

El estadístico k = $\frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}}$ permite calcular valores de la variable "t" que se distribuyen según el modelo Student de probabilidad con 14 grados de libertad. En este caso se utiliza el "factor de corrección" $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ en la estimación de la desviación estándar del estimador media muestral porque el tamaño de muestra es una fracción considerada importante con respecto al tamaño de la población (N) y se tiene este dato; además, por el tipo de estudio se mide el cambio de peso de 15 aves distintas resultando un muestro sin reposición. Este estadístico es posible aplicarlo porque se ha verificado que la variable "cambio de peso" presente valores que se distribuyen según el modelo Normal de probabilidad

b) Con un nivel de confianza del 90 %, la media del aumento de peso de aves alimentadas con el alimento balanceado que se prueba estaría comprendida entre 85,5 y 92,5 grs. por semana. (Este es el intervalo que se obtiene de una muestra seleccionada de aves; pero como es posible seleccionar una gran cantidad de muestras de igual tamaño que permitirían obtener intervalos con límites distintos, se puede concluir que el 90 % de los intervalos comprenderían al verdadero valor de dicha media; se tiene "una confianza elevada" de que el intervalo determinado sea uno de este conjunto). Además, se dispone de una aproximación al error de estimación de 3,5 para este nivel de confianza y tamaño de muestra (se entiende que la posible diferencia entre el valor del estimador y el verdadero valor del parámetro puede ser hasta 3,5)

c) Si se dispone del valor (no una estimación) de la desviación estándar de la variable "cambio de peso", el estadístico a aplicar es: k = $\frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}}$ que permite calcular valores de la variable "z" que se distribuyen según el modelo Normal de probabilidad, con media igual a 0 y desviación estándar igual a 1.

d) Si el tamaño de muestra es 40 y se dispone de una estimación de la desviación estándar de la variable "cambio de peso", el estadístico a aplicar es: k = $\frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}}$ que permite calcular valores de la variable "z" que se distribuyen según el modelo Normal de probabilidad, con media igual a 0 y desviación estándar igual a 1. En este caso no es necesario que se verifique que la variable "cambio de peso" presente valores que se distribuyen según el modelo Normal de probabilidad.

Ejercicio Nº 11

a) Se estima la varianza de la variable "peso del fertilizante cargado en bolsas" y aproximadamente tiene un valor de 0,25 $kg.^2$; es un valor posible del estimador varianza muestral y puede ser "algo" mayor o menor al verdadero valor del parámetro varianza de la variable peso del fertilizante y se considera "un punto" entre los valores que puede asumir en diferentes muestras de 15 bolsas

b) Intervalo de estimación: 0,12; 0,75 Precisión de la estimación: 0,63 $\hat{e} = 0{,}315$ con 98 % de confianza.

Ejercicio Nº 12

n ≥ 237 recién nacidos de madres fumadoras

Ejercicio Nº 13

a) Intervalo de estimación: 4,73 ; 5,27 $\hat{e} = 0{,}27$ con 90 % de confianza
b) Intervalo de estimación: 4,65 ; 5,35 $\hat{e} = 0{,}35$ con 90 % de confianza
c) Intervalo de estimación: 4,77 ; 5,23 $\hat{e} = 0{,}23$ con 90 % de confianza

Ejercicio Nº 14

a) Se dispone una estimación puntual del parámetro "media" de la variable minutos que permanece por día encendida la televisión en hogares de una ciudad y una estimación puntual del parámetro "varianza (y desviación estándar)" de dicha variable

b) Aproximadamente, la media de minutos que permanece por día encendida la televisión en un hogar de la ciudad sería de 217 minutos; es un valor posible del estimador media muestral y puede ser "algo" mayor o menor al verdadero valor del parámetro y se considera "un punto" entre los valores que puede asumir en diferentes muestras de 96 hogares.
Aproximadamente, la varianza de la variable minutos que permanece por día encendida la televisión en hogares de la ciudad sería de 1600 $minutos^2$ o una desviación estándar de aproximadamente 40 minutos

c) Se dispone de una aproximación al error de estimación al determinar un intervalo de estimación; es decir, un valor de la posible diferencia entre la estimación determinada en la muestra y el verdadero valor del parámetro. $\hat{e} = 8$ con 95 % de confianza

Ejercicio Nº 15

a) $\bar{x}$ = 191 $. $\hat{s}^2$ = 455 $\$^2$ $\hat{s}$ = 21 $
Aproximadamente, el costo promedio por hora de trabajo en la fabricación de productos metálicos en empresas radicadas en la provincia sería de 191 $; es un valor posible del estimador media muestral y puede ser "algo" mayor o menor al verdadero valor del parámetro y se considera "un punto" entre los valores que puede asumir en diferentes muestras de 40 productos metálicos.
Aproximadamente, la varianza de la variable costo por hora de trabajo sería de 455 $\$^2$ o una desviación estándar de aproximadamente 21 $

b) Intervalo de estimación: 183; 199 $\hat{e} = 8$ con 98 % de confianza
El promedio general del costo por hora de trabajo informado por la secretaría de industria de la nación no está comprendido entre los límites del intervalo, puede concluirse que dicho costo sería menor para las empresas radicadas en Córdoba que fabrican productos metálicos.
Con un nivel de confianza del 98 %, el promedio del costo por hora de trabajo en empresas que fabrican productos metálicos radicados en Córdoba estaría comprendido entre los 183 y 199 $. Con una aproximación al error de estimación de 8.

Ejercicio Nº 16

a) Población: oyentes de la radio, compuesta por "oyentes de la radio que escuchan el programa cultural (éxitos)" y por "oyentes de la radio que no escuchan el programa cultural (escuchan otros programas)". Población dicotomizada de oyentes de la radio.

b) n ≥ 323 oyentes de la radio

c) Intervalo de estimación: 0,26; 0,36 $\hat{e} = 0{,}05$ con 95 % de confianza.

Con un nivel de confianza del 95 %, la proporción de oyentes de la radio que escuchan el programa cultural estaría comprendida entre 0,26 y 0,36. (Este es el intervalo que se obtiene de una muestra seleccionada de oyentes; pero como es posible seleccionar una gran cantidad de muestras de igual tamaño que permitirían obtener intervalos con límites distintos, se puede concluir que el 95 % de los intervalos comprenderían al verdadero valor de dicha proporción; se tiene "una confianza elevada" de que el intervalo determinado sea uno de este conjunto). Además, se dispone de una aproximación al error de estimación de 0,05 para este nivel de confianza y tamaño de muestra (se entiende que la posible diferencia entre el valor del estimador y el verdadero valor del parámetro puede ser hasta 0,05)

Ejercicio Nº 17

a) $\bar{x}$ = 9,5 $\hat{s}^2$ = 0,0282

b) Intervalo de estimación: 9,36 ; 9,64$\hat{e} = 0{,}14$ con 90 % de confianza

c) Intervalo de estimación: 0,0127 ; 0,1226 $\hat{e} = 0{,}0549$ con 90 % de confianza

Ejercicio Nº 18

a) Aproximadamente, entre una salida y otra de aprovisionamiento a sucursales transcurren 18,2 minutos en promedio (en algunas ocasiones la separación entre una salida y otra es menor a 18,2 minutos, en otras ocasiones la separación puede ser mayor a 18,2 minutos); es un valor posible del estimador media muestral y puede ser "algo" mayor o menor al verdadero valor del parámetro y se considera "un punto" entre los valores que puede asumir en diferentes muestras de 100 salidas

Aproximadamente, la varianza de la var$minutos^2$iable minutos que transcurren entre una salida y otra de aprovisionamiento sería de 2,25 (o una desviación estándar de aproximadamente 1,5 minutos)

b) Intervalo de estimación: 17,9 ; 18,5 $\hat{e} = 0{,}3$ con 95 % de confianza

Con un nivel de confianza del 95 %, el promedio de minutos que transcurren entre una salida y otra de aprovisionamiento estaría comprendida entre 17,9 y 18,5. (Este es el intervalo que se obtiene de una muestra seleccionada de salidas; pero como es posible seleccionar una gran cantidad de muestras de igual tamaño que permitirían obtener intervalos con límites distintos, se puede concluir que el 95 % de los intervalos comprenderían al verdadero valor de dicho promedio; se tiene "una confianza elevada" de que el intervalo determinado sea uno de este conjunto). Además, se dispone de una aproximación al error de estimación de 0,3 para este nivel de confianza y tamaño de muestra (se entiende que la posible diferencia entre el valor del estimador y el verdadero valor del parámetro puede ser hasta 0,3)

c) Si se selecciona otra muestra aleatoria de 100 salidas de aprovisionamiento para registrar los minutos que transcurren entre una y otra, es muy posible que se obtenga otro valor para la media y varianza muestral. Esto es así, porque estos estimadores son variables aleatorias que pueden adoptar distintos valores (menores o mayores al verdadero valor del parámetro correspondiente) en diferentes muestras de igual tamaño.

Ejercicio Nº 19

a) $\bar{x}$ = 12,5 minutos $\hat{s}^2$ = 84,7 $minutos^2$

b) El "error estándar de estimación" es la desviación estándar estimada del estimador media muestral: $\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} = 1{,}3$ En promedio, un valor del estimador $\bar{x}$ media muestral se separa del valor del parámetro μ media poblacional en 1,3 (algunos valores d$\bar{x}$e se separan en más de la cantidad 1,3 con respecto de μ; otros valores de $\bar{x}$ se separan en menos de la cantidad 1,3 con respecto de μ)

c) Intervalo de estimación: 9,9; 15,1 $\hat{e} = 2{,}6$ con 95 % de confianza.

d) Se entiende que la posible diferencia entre el valor del estimador y el verdadero valor del parámetro puede ser hasta 2,6 (aproximación al error de estimación de 2,6)

Ejercicio Nº 20

a) Aproximadamente, el monto promedio por compra sería de 208,7 $; es un valor posible del estimador media muestral y puede ser "algo" mayor o menor al verdadero valor del parámetro y se considera "un punto" entre los valores que puede asumir en diferentes muestras de 66 ventas

Aproximadamente, la varianza de la variable monto de compra sería de 295,8 $\$^2$ o una desviación estándar de aproximadamente 17,2 $

Se trata de estimaciones puntuales de los parámetros μ (promedio de la variable monto de venta por cliente) y σ^2 (varianza de la variable monto de venta por cliente

b) Intervalo de estimación: 203,2; 214,1 $\hat{e} = 5{,}45$ con 99 % de confianza.

c) A completar

Ejercicio Nº 21

a) x : cantidad de respuestas correctas (cantidad de éxitos) = 35

p: proporción muestral de respuestas correctas (proporción muestral de éxitos) = $\frac{35}{76}$ = 0,46

Aproximadamente, la proporción de individuos que responden correctamente el ejercicio tipo elección de alternativa sería 0,46; es un valor posible del estimador proporción muestral de éxitos y puede ser "algo" mayor o menor al verdadero valor del parámetro y se considera "un punto" entre los valores que puede asumir en diferentes muestras de 76 exámenes.

b) Intervalo de estimación: 0,35 ; 0,57 $\hat{e} = 0{,}11$ con 95 % de confianza

c) k = $\frac{p-P}{\sqrt{\frac{\hat{P}\,.\,(1-\hat{P})}{n}}}$ esta expresión permite calcular, con datos de diferentes muestras, valores posibles de la variable z que se distribuyen según el modelo Normal de probabilidad con media igual a 0 y desviación estándar igual a 1.

__Ejercicio Nº 22__

Datos Generales

$\hat{s} = 28{,}07$ $\quad e = \pm 2$ $\quad 1\text{-}\alpha = 0{,}9545$

a) 1.

$$n = \frac{z^2 \times \hat{s}^2}{e^2} = \frac{z^2_{0,9773} \times 28{,}07^2}{2^2} = \frac{2^2 \times 28{,}07^2}{4} = 788$$

2. $n \geq 1773$

b)

1. $n = 500$ $\quad e = \pm 2$ $\quad \hat{s} = 28{,}07$

$$z = \frac{e \times \sqrt{n}}{\hat{s}} = \frac{2 \times \sqrt{500}}{28{,}07} = 1{,}59$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}9441$$
$$\alpha = (1 - 0{,}9441) \times 2$$
$$\alpha = 0{,}1118$$

2. Si $n = 2.000$, entonces $\alpha = 0{,}0014$

c) $1\text{-}\alpha = 0{,}9545$ $\quad n = 500$

$$e = \frac{z_{1-\alpha/2} \times \hat{s}}{\sqrt{n}} = \frac{z_{0,9773} \times 28{,}07}{\sqrt{500}} = \frac{2 \times 28{,}07}{22{,}36} = 2{,}51$$

__Ejercicio Nº 23__

a) $n \geq 271$
b) $e = \pm 0{,}055$
c) $\alpha = 0{,}0836$

__Ejercicio Nº 24-25-26__

Conclusiones serán elaboradas por el estudiante en función de los ejemplos descriptos, en ejercicios similares.

UNIDAD Nº 10: Contraste o Verificación de Hipótesis

Ejercicio Nº 1

Para una población de elementos, se supone que el promedio de una variable aleatoria X es 75,2 y la desviación estándar 5,72. En una muestra aleatoria de elementos, los valores observados de la variable son:

69,0	69,5	67,4	69,7	68,1	77,0	74,9	78,8	76,5	77,9
78,2	72,1	73,6	74,6	75,5	71,8	76,4	75,7	82,2	89,3
81,5	84,7	83,4	82,9	85,0	80,6	86,5	88,3	87,1	84,8
78,1	79,2	77,3	84,2	72,7	75,8	81,3	80,9	76,7	74,8
70,2	86,0	74,5	81,8	78,0					

a) Realizar la prueba lateral derecha a un nivel de significación del 5 %. Escriba la conclusión
b) Realizar la prueba lateral izquierda a un nivel de significación del 1 %. Escriba la conclusión
c) Realizar la prueba bilateral a un nivel de significación del 10 %. Escriba la conclusión
d) Observe la presentación InfoStat de la prueba solicitada en a). En particular, interprete los valores indicados con "T" y "p(Unilateral D)"

Prueba para una media—Valor de la media bajo la hipótesis nula: 75,2

Variable	n	Media	DE	T	p(Unilateral D)
Variable X	45	78,10	5,72	3,40	0,0007

e) Realizar la prueba solicitada en b) con InfoStat.
Breves instrucciones: 1. Solapa Archivo, Nueva Tabla 2. En una misma columna asentar las 45 observaciones de la variable 3. Solapa Datos, Acciones sobre columnas, Editar etiqueta para asentar el nombre "Variable X"" a la columna 4. Seleccionar la columna, Solapa Estadísticas, Inferencia basada en una muestra, Prueba para una media, Seleccionar la Variable X, Aceptar 5. Dentro del cuadro Prueba para una media seleccionar n, Media, DE, T, p y Unilateral izquierda. Asentar parámetro 75,2. Aceptar 6. Observar el cuadro Resultados (2 decimales)

Ejercicio Nº 2

A fines del año pasado los Encargados de comercios de la ciudad anunciaban que, en promedio, el valor del porcentaje de variación de ventas de bienes de consumo para el cuarto trimestre sería del 0 % con respecto al tercer trimestre (las ventas del cuarto trimestre no aumentarían ni disminuirían con respecto a las ventas del tercer trimestre) Se selecciona una muestra de Encargados y se les consulta la variación porcentual de las ventas en sus comercios entre el tercer y el cuarto trimestre que acaba de finalizar, las respuestas son:

-1,5	+0,5	-2,0	+1,0	0,0	+2,0	+1,5	-0,5	0,0	+3,0	-2,0	-0,5	+1,0	+1,5	-3,5
+0,5	-0,5	-2,5	-1,0	+3,5	+2,5	+4,0	-3,0	+1,0	+4,0	-2,5	-3,5	-0,5	-1,5	+2,5
-4,5	-3,0	-2,5	-4,5	+1,0	+2,5	+3,5	-0,5	-2,0	-4,0	+2,0	+1,5	-4,5	-3,0	+1,5
-5,5	0,0	+3,5	+4,5	-0,5	-1,5	+2,0	+3,5	+4,0	-2,5	+2,5	+3,0	-1,5	-4,5	-3,0

(Signo – indica que las ventas del cuarto trimestre son menores en "tanto %" con respecto a las ventas del tercer trimestre, signo + indica que las ventas del cuarto trimestre son mayores en "tanto %" con respecto a las ventas del tercer trimestre).
Sin embargo, el gobierno ha informado que las ventas de bienes de consumo han sido mayores con respecto a las ventas del tercer trimestre

a) Construir la prueba de hipótesis que corresponda al anuncio de los Encargados.

b) Verificar lo anunciado por los Encargados a un nivel de significación del 5 % y elaborar una conclusión.

c) En base a la decisión adoptada (se rechaza o no a la hipótesis nula), explique qué "error" es probable que se esté presentando.

Ejercicio N° 3

El Departamento de Tránsito de una cierta ciudad usa decenas de millares de lámparas cada año. La marca que ha sido usada hasta ahora tiene una vida media de 1.250 horas; es ofrecida una nueva marca al Departamento, a un precio muy inferior al que se ha estado pagando, razón por la que se decidirá comprarla, a menos que su vida media sea menor que 1.250 horas. El Ingeniero en Sistemas del Departamento decide probar 17 lámparas de la nueva marca, dando un promedio de 1210 horas y una desviación estándar muestral de 19 horas.

a) El Departamento, ¿escogerá comprar la nueva marca? Nivel de significación 5 %

b) En base a la decisión adoptada (se rechaza o no a la hipótesis nula), explique qué "error" es probable que se esté presentando.

Ejercicio Nº 4

En la provincia de Córdoba se produce una gran variedad de autopartes; es decir, existe un proceso productivo para cada una de ellas. Una variable que se analiza es el costo por hora de trabajo en los procesos productivos. A continuación se detalla el costo por hora de trabajo en pesos medido en una muestra de procesos productivos de distintas autopartes

152	169	203	187	221	164	180	174	165	210
226	156	172	188	194	215	183	195	212	223
169	186	208	177	214	226	182	174	192	208
188	173	220	184	206	164	180	204	225	171

La secretaría de industria de la NACION, ha informado que el costo por hora de trabajo en las empresas que producen autopartes radicadas en el país es en general \$ 207 con desviación estándar \$ 22.

a) Con el fin de averiguar si el costo por hora de trabajo en la provincia es más conveniente para las empresas con respecto al general, describa la prueba de hipótesis que debe realizar el ingeniero en Sistemas de la Cámara de empresas autopartistas de Córdoba.

b) A un nivel de significación del 1 % realice la prueba.

c) Elabore una conclusión.

Ejercicio Nº 5

La dirección de Turismo de cierta ciudad realizó por muestreo un relevamiento en restaurantes y hoteles sobre los precios de estos servicios; combinando estos datos se mide el gasto que un turista que visita la ciudad deberá desembolsar por día ($) en estos servicios. Si un turista dispone de hasta $ 335 para gastar por día ¿le faltará dinero para gozar de estos servicios?

358	425	488	554	419	668	551
550	578	521	454	387	480	401
498	477	356	601	523	610	454

a) Con el fin de informar al turista de su situación, describa la prueba de hipótesis que debe realizar el ingeniero en Sistemas de la Dirección de Turismo.
b) Realice la prueba con un nivel de significación de 1 % (punto crítico y valor observado de la media muestral expresarlo sin decimales).
c) Elabore una conclusión.

Ejercicio N° 6

Un proveedor vende fibras naturales a una fábrica y sostiene que tienen una resistencia media de 33,5 kg. y una varianza de 64 kg^2.
Una muestra aleatoria de 25 fibras da una resistencia media de 30 kg. El comprador sostiene que si la resistencia media de todas las fibras es menor a lo que menciona el proveedor suspenderá la compra.
a) ¿Es de descartar lo mencionado por el proveedor a un α=0,05?
b) ¿Cuál es la potencia de esta Dócima si el comprador opina que la resistencia media es 30 kg.?

Ejercicio N° 7

Un fabricante que contempla la compra de un nuevo equipo para elaborar herramientas, especifica que el equipo debe exigir en promedio 10 minutos de tiempo de preparación por cada hora de operación, si supera dicho tiempo rechazará la compra. El agente de compra visita una compañía donde está instalado el mismo equipo y por la información que en ella recoge comprueba que 40 horas (2.400 minutos) de operación seleccionadas aleatoriamente incluyen un total de 7 horas y 30 minutos (450 minutos) de tiempo de preparación (del total de horas). Se sabe además que la desviación estándar poblacional (de la variable tiempo de preparación) es de 3 minutos. Basado en el resultado de la muestra:
a) ¿Puede rechazar la suposición de que el equipo es adecuado en relación al tiempo de preparación al nivel de significación del 1 %?
b) Calcular la probabilidad del Error Tipo II y la Potencia de la Dócima si se supone un tiempo de preparación promedio de 11 minutos.

Ejercicio N° 8

Las especificaciones de determinado medicamento exigen un contenido de 30 % de aspirina en cada comprimido. Se toman aleatoriamente y analizan 16 comprimidos; la concentración media de aspirina es 30,4 % con desviación estándar muestral de 0,8 %.

a) ¿Qué supuesto debe verificarse para la variable "porcentaje de aspirina en los comprimidos" para realizar la Dócima?
b) El medicamento, ¿cumple con las especificaciones al nivel de significación del 1 %?

Ejercicio N° 9

Una máquina que llena botellas de leche chocolatada está programada para descargar 32 onzas por botella con una desviación estándar de 0.06 onza. Regularmente se realiza una comprobación para verificar que la máquina funciona según lo programado, se toma aleatoriamente 36 botellas llenadas por la máquina y se calcula que contienen una media de 32,01 onzas,

a) Al nivel de significación de 5 %, la máquina ¿funciona adecuadamente?

b) Calcular β y $1\text{-}\beta$ para μ = 31,99 y μ = 32,1

Ejercicio N° 10

Los coeficientes de inteligencia de los estudiantes de la UTN se distribuyen como una Normal, $X \sim N(\mu, \sigma)$. Una muestra de 25 estudiantes da una media de 106 y una desviación estándar muestral de 15. Se pide:

a) ¿Sería de concluir que la verdadera media de los coeficientes de inteligencia de los estudiantes de la UTN es 100 contra la alternativa de que es 109,531 a un α = 0,01?

b) Hallar la potencia de la Dócima y la probabilidad de cometer el Error Tipo II. ¿Cómo simboliza a estas probabilidades? ¿Cuál es su significado aplicado al caso?

Ejercicio N° 11

Una máquina expendedora de refrescos se diseñó para descargar, en promedio, 7 onzas de la bebida. En una prueba de la máquina, se seleccionan diez vasos llenados con la máquina y se midió su contenido. La media y la desviación estándar muestral de las 10 mediciones fueron 7,1 y 0,12 onzas, respectivamente.

a) ¿Presentan estos datos evidencia suficiente para indicar que la cantidad promedio descargada difiere de 7 onzas? Realice la prueba a un nivel de significación del 10%.

b) Calcule la probabilidad del Error Tipo II y su complemento, si el verdadero valor promedio de la descarga fuera 6,8447 onzas. Indique el significado de las probabilidades encontradas.

Ejercicio Nº 12

Una compañía que produce una pieza para un motor, afirma que tiene una varianza de diámetro no mayor a 0,0002 $pulgadas^2$. Una muestra aleatoria de 10 ejemplares de la pieza dio una varianza muestral de 0,0003 $pulgadas^2$. Si se supone que las medidas del diámetro se distribuyen en forma normal, ¿hay evidencia para refutar lo que afirma la compañía a un α= 0,05?

Ejercicio Nº 13

Suponga que el espesor de un componente de un semiconductor es una dimensión crítica. El proceso de producción de tal característica (espesor) se distribuye normalmente con una desviación estándar de 0.6 milésimas de pulgada. Para controlar el proceso se toman muestras periódicas de veinte piezas y se define un límite de control con base en un probabilidad de 0.01 de que la varianza muestral exceda dicho límite, si el proceso está estable ¿Qué se puede concluir si para una muestra dada la desviación estándar muestral es 0.84 milésimas de pulgada?

Ejercicio Nº 14

Una empresa de instrumentos de precisión realiza un estricto control de calidad de sus productos. Por ejemplo, NO pone a la venta una balanza analítica a menos que muestre una variabilidad significativamente menor que un microgramo; el control se basa en pesar un objeto certificado de 500 grs. en varias ocasiones con el ejemplar de la balanza que se analiza

En consecuencia, el valor que se toma de referencia para la varianza de la variable "diferencia en microgramo entre el peso registrado por la balanza del objeto certificado y el valor 500" es $1\ microgramo^2$ (o desviación estándar de $1\ microgramo$)

La línea de producción ha entregado para su control un nuevo ejemplar de la balanza y los resultados del control son:

0,7	1,2	0,4	1,3	1,1	0,2	0,9	1,6	0,1	1,5

¿Es posible poner en venta la balanza?. Realizar la prueba de hipótesis correspondiente a un nivel de significación de 1 % y escribir la correspondiente conclusión

Ejercicio Nº 15

Un Ingeniero en Sistemas considera que invertir en una acción se considera de alto riesgo si su cotización diaria tiene una varianza significativamente mayor a $5{,}5\ \$^2$. En 19 días distintos del último semestre se registró la cotización de esta acción:

25,8	28,7	32,6	30,4	26,9	26,3	27,6	33,5	35,8	31,2
30,5	29,7	34,6	31,8	26,5	30,4	33,6	36,8	32,1	

a) ¿Puede considerarse que invertir en esta acción es una inversión de alto riesgo a un nivel de significación de 5 %?

b) En base a la decisión adoptada (se rechaza o no a la hipótesis nula), explique qué "error" es probable que se esté presentando

Ejercicio Nº 16

Un farmacéutico Jefe del Departamento de Control de Calidad en una Industria Alimenticia, descubre que en su proceso de producción el contenido de ciclamato en su línea de mermeladas dietéticas varía en forma indeseada. Sospechando que se trata de una falla en el dosificador, decide tomar 12 muestras seguidas del mismo. Encuentra un promedio de 20 gramos con una varianza muestral de 8,1 $gramos^2$. Si en su protocolo de fabricación la variación máxima permitida es de 3 $gramos^2$, determinar si el dosificador debe ser corregido, a un nivel de significación del 5%. Escriba la conclusión correspondiente.

Ejercicio Nº 17

El contenido de azúcar del almíbar de los duraznos enlatados tiene una distribución normal, donde se cree que la varianza es $\sigma^2 = 18\ mg^2$. Se toma una muestra de 16 latas encontrando una desviación estándar muestral de 4,8 mg. ¿Muestran estos datos suficiente evidencia para decir que la varianza ha cambiado? Use un $\alpha = 0{,}05$.

Ejercicio N° 18

La proporción de audiencia de TV que observa cierto programa el sábado por la noche fue del 50 % según se ha encontrado previamente. Se sospecha que la proporción ha cambiado. Una muestra de 100 televidentes a quienes se entrevistó dio como resultado que 45 de ellos veían el programa. Si el nivel de significación se fija en 5 %. ¿Es de concluir que la proporción ha cambiado efectivamente?

Ejercicio N° 19

Una fábrica de prendas de punto conoce que en una proporción de 0,015 de los pullovers que produce tiene algún defecto. Se ha adquirido una partida de lana y se quiere asegurar que esta nueva materia prima no incrementa la cantidad de defectuosos que habitualmente se producen, puesto que implica una considerable alza de los costos. Se tomó una muestra aleatoria de 100 pulóveres fabricados con lana y 4 de ellos resultan defectuosos.

a) A un nivel del 1 % de significación realice la Dócima que corresponda

b) Calcule la probabilidad del error tipo II para los siguientes valores de la "proporción de pullovers producidos con algún defecto"

Proporción	Probabilidad
0,015	
0,016	
0,017	
0,018	
0,019	
0,020	

c) ¿Cuál sería el título correcto para la tabla anterior: "Función de Potencia" o "Función Operatoria Característica"?. Explique

Ejercicio Nº 20

Un experto, basado en anteriores comicios, sostiene que si se celebran elecciones generales en este momento, tan sólo acudiría a votar el 48% de la población como máximo. No obstante, en un sondeo electoral realizado recientemente entre 1.500 personas, 800 tienen intención de votar. ¿Supone esto, con un nivel de significación del 1%, que el experto se equivoca y la intención de voto es mayor?

a) Realice la prueba y saque sus conclusiones. Fundamente la elección de Distribución de Probabilidad del estadístico

b) Calcule β y $1 - \beta$, considerando que el verdadero valor del parámetro es de 48% y 55%.

Ejercicio Nº 21

El editor de una revista encontró, basándose en su experiencia, que 60% de sus abonados renuevan sus suscripciones. Como la compañía se encaminaba a una recesión en los negocios, decidieron seleccionar al azar, mediante una encuesta telefónica, una muestra de 200 clientes a los fines de determinar si planeaban renovar sus suscripciones, 105 indicaron que sí pensaban renovarlas.

a) ¿Qué escogerá como hipótesis alternativa para detectar si los datos proporcionan suficiente evidencia de una reducción en la proporción P de todos los suscriptores que renovarán sus suscripciones? ¿Cuál sería la hipótesis nula?
b) Realice la prueba utilizando α = 0,05. Enuncie los resultados.
c) Calcular la potencia de la prueba para P = 0,50.

Ejercicio N° 22

Según la siguiente información: H_0: P = 0,50 H_1: P < 0,50
α = 0,025 n = 100 Zona de Rechazo (-∞; 0,402)
a) Calcular la probabilidad de "No Rechazar H_0/ H_0 falsa" para P = 0,40, 0,42, 0,44, 0,46 y 0,48 dejando indicado cómo las obtiene.
b) ¿Cuál es el valor de la probabilidad de "No Rechazar H_0/ H_0 falsa" si P = 0,50, ¿de qué probabilidades se trata?
c) Construya la correspondiente función de Potencia (tabla y gráfico).

Ejercicio Nº 23

Una empresa emplea cierto proceso productivo para terminar una pieza y está programado que el promedio de la longitud de los ejemplares terminados de la pieza sea 204 milímetros. Con el propósito de verificar que el proceso termina la pieza según lo programado, periódicamente se selecciona una muestra aleatoria de ejemplares. La presentación InfoStat de la reciente muestra y prueba realizada es la siguiente:

Prueba para una media
Valor de la media bajo la hipótesis nula: 204

Variable	n	Media	DE	T	p(Bilateral)
Longitud	54	202,26	1,32	-9,69	<0,0001

Escribir la conclusión sobre la prueba empleando cada uno de los resultados que figuran en el cuadro y para un nivel de significación de 1 %

Ejercicio Nº 24

Para verificar si el gasto promedio de compras realizadas en el exterior por personas (pagadas en dólares) en un sitio de internet se ha afectado por la implementación del impuesto a dichas compras. Se seleccionó una muestra aleatoria de para observar lo gastado. La presentación InfoStat de la muestra y prueba realizada es la siguiente:

Prueba para una media
Valor de la media bajo la hipótesis nula: 25,1

Variable	n	Media	DE	T	p(Unilateral I)
Gasto	45	23,8	12,7	-0,7	0,2449

Escribir la conclusión sobre la prueba empleando cada uno de los resultados que figuran en el cuadro y para un nivel de significación del 5 %

RESPUESTAS Y SOLUCIONES

Ejercicio Nº 1

$a)\ H_0: \mu = 75{,}2 \qquad H_1: \mu > 75{,}2$

$z^* = 1{,}645 \Rightarrow \bar{x}^* = 76{,}6$

$\bar{x} = 78{,}1$ Valor que pertenece a la zona de rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 5 % se rechaza la hipótesis nula; es decir, se considera que el promedio de la variable aleatoria sería superior a 75,2 (sería significativamente mayor a 75,2)

$b)\ H_0: \mu = 75{,}2 \qquad H_1: \mu < 75{,}2$

$z^* = -2{,}326 \Rightarrow \bar{x}^* = 73{,}2$

$\bar{x} = 78{,}1$ Valor que pertenece a la zona de no rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 1 % NO se rechaza la hipótesis nula; es decir, se considera que el promedio de la variable aleatoria no sería inferior a 75,2 (no sería significativamente menor a 75,2)

$c)\ H_0: \mu = 75{,}2 \qquad H_1: \mu \neq 75{,}2$

$z^* = -1{,}645 \Rightarrow \bar{x}^* = 73{,}8 \qquad z^{**} = 1{,}645 \Rightarrow \bar{x}^{**} = 76{,}6$

$\bar{x} = 78{,}1$ Valor que pertenece a la zona de rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 10 % se rechaza la hipótesis nula; es decir, se considera que el promedio de la variable aleatoria sería distinta a 75,2 (sería significativamente diferente a 75,2)

d) T = 3,40 valor del estadístico determinado con el valor de la media muestral calculado con las observaciones de la variable; al comparar con el valor punto crítico (1,645) y al ser prueba lateral derecha se concluye que pertenece a la zona de rechazo

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{78{,}1 - 75{,}2}{\frac{5{,}72}{\sqrt{45}}} = 3{,}40$$

p(Unilateral D) es la probabilidad asociada al valor 3,40 del estadístico; al ser un valor menor al nivel de significación de la prueba (0,05) se asume que dicho valor pertenece a la zona de rechazo
El punto crítico del estadístico (1,645) tiene asociada la probabilidad 0,05, el valor determinado del estadístico (3,40) tiene asociada la probabilidad 0,0007

e)

Prueba para una media

Valor de la media bajo la hipótesis nula: 75,2

Variable	n	Media	DE	T	p(Unilateral I)
Variable X	45	78,10	5,72	3,40	0,9993

Ejercicio Nº 2

$a)\ H_0: \mu = 0{,}0 \quad H_1:\ \mu > 0{,}0$

b) $z^* = 1{,}645 \Rightarrow \bar{x}^* = 0{,}57$

$\bar{x} = -0{,}15$ valor que pertenece a la zona de no rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 5 % No se rechaza la hipótesis nula; es decir, se considera que el promedio del porcentaje de variación de ventas de bienes de consumo no sería superior a 0,0 (no sería significativamente mayor que 0,0). Se espera que las ventas del cuarto trimestre sean similares a las del tercer trimestre

c) Como no se rechaza la hipótesis nula, existe cierta posibilidad de que se presente en error tipo II (No rechazar la hipótesis nula en el caso que sea falsa)

Ejercicio Nº 3

$a)\ H_0: \mu = 1250 \quad H_1:\ \mu < 1250$

$t_{16}^* = -1{,}753 \Rightarrow \bar{x}^* = 1242$

$\bar{x} = 1210$ valor que pertenece a la zona de rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 5 % Se rechaza la hipótesis nula, no se comprará la nueva marca

b) Como se rechaza la hipótesis nula, existe cierta posibilidad de que se presente el error tipo I (rechazar la hipótesis nula en el caso que sea cierta)

Ejercicio Nº 4

a) $H_0: \mu = 207 \quad H_1:\ \mu < 207$

b) $z^* = -2{,}326 \Rightarrow \bar{x}^* = 199$

$\bar{x} = 191$ Valor que pertenece a la zona de rechazo

c) En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 1 % Se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, el costo por hora de trabajo en la producción de autopartes en empresas radicadas en la provincia sería menor al anunciado por la Secretaría de Industria de la Nación (el costo promedio por hora de trabajo en la producción de autopartes en empresas de Córdoba sería significativamente menor a $ 207)

Ejercicio Nº 5

$a) H_0: \mu = 335 \quad H_1:\ \mu > 335$

$b) t_{20}^* = 2{,}528 \Rightarrow \bar{x}^* = 382$

$\bar{x} = 493$ Valor que pertenece a la zona de rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 1 % Se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, el gasto en servicios de restaurante y hotel sería mayor a la cifra que dispone un turista representativo (el gasto promedio en los servicios sería significativamente mayor a $ 335)

Ejercicio Nº 6

$a)\ H_0 : \mu = 33{,}5 \quad H_1 :\ \mu < 33{,}5$

$z^* = -1{,}645\ \Rightarrow\ \bar{x}^* = 30{,}9$

$\bar{x} = 30$ Valor que pertenece a la zona de rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 5 % Se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, la resistencia media de las fibras sería menor a 33,5 kg. El comprador debería suspender la compra

b) Potencia: $1 - \beta =$ Pr(Rechazar H_0 / H_0 falsa) $=$ Pr($\bar{x} < \bar{x}^*$) $=$ Pr($\bar{x} < 30{,}9$) $=$
Pr(z $\leq 0{,}56$) $= 0{,}7123$

Ejercicio Nº 7

$a)\ H_0 : \mu = 10 \qquad H_1 : \mu > 10$

$z^* = 2{,}326\ \Rightarrow\ \bar{x}^* =$11,10

$\bar{x} = 11{,}25$ Valor que pertenece a la zona de rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 1 % Se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, el tiempo promedio de preparación por hora de operación sería superior a 10 minutos. Se rechazará la compra del equipo

$b)\ \beta$ = Pr(error tipo II) = Pr(No Rechazar H_0 / H_0 Falsa) = Pr($\bar{x} \leq \bar{x}^*$) = Pr($\bar{x} \leq 11{,}10$) =
Pr(z $\leq 0{,}21$) = 0,5832

$1 - \beta$ = Pr(Rechazar H_0 / H_0 Falsa) = Pr($\bar{x} > \bar{x}^*$) = Pr($\bar{x} > 11{,}10$) = Pr(z $> 0{,}21$) = 0,4168

Ejercicio Nº 8

a) Los valores de la variable "porcentaje de aspirina contenido en comprimidos" deben distribuirse según el modelo normal de probabilidad

$b)\ H_0 : \mu = 30 \quad H_1 :\ \mu \neq 30$

$t_{15}^* = -2{,}947\ \Rightarrow\ \bar{x}^* =$ 29,4; $t_{15}^{**} = 2{,}947\ \Rightarrow\ \bar{x}^{**} =$ 30,6

$\bar{x} = 30{,}4$ Valor que pertenece a la zona de No rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 1 % No se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, el porcentaje promedio de aspirina contenido en comprimidos sería 30 % (el porcentaje de aspirina no sería significativamente diferente de 30 %). Se están cumpliendo las especificaciones

Ejercicio N° 9

$a)\ H_0:\ \mu = 32 \qquad H_1:\ \mu \neq 32$

$z^* = -1{,}96 \Rightarrow \bar{x}^* = 31{,}98 \ ; \ z^{**} = 1{,}96 \Rightarrow \bar{x}^{**} = 32{,}02$

$\bar{x} = 32{,}01$ Valor que pertenece a la zona de No rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 5 % No se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, el promedio de leche chocolatada que descarga la máquina en botellas sería de32 onzas. Al momento de seleccionar la muestra la máquina funciona según lo programado

b) β = Pr(error tipo II) = Pr(No Rechazar H_0 / H_0 Falsa) = Pr($\bar{x}^* \leq \bar{x} \leq \bar{x}^{**}$) = Pr(31,98$\leq \bar{x} \leq 32{,}02$)

Para μ = 31,99

Pr(31,98$\leq \bar{x} \leq 32{,}02$) = Pr(-1,00 ≤ z ≤ 3,00) = 0,8400

Para μ = 32,10

Pr(31,98$\leq \bar{x} \leq 32{,}02$) = Pr(-12,00 ≤ z ≤ -8,00) = 0,0000

$1-\beta$ = Pr(Rechazar H_0 / H_0 Falsa) = Pr($\bar{x} < \bar{x}^*$) + Pr($\bar{x} > \bar{x}^{**}$) =
Pr($\bar{x} < 31{,}98$) + Pr($\bar{x} > 32{,}02$)

Para μ = 31,99

Pr($\bar{x} < 31{,}98$) + Pr($\bar{x} > 32{,}02$) = Pr(z $< -1{,}00$) + Pr(z $> 3{,}00$) = 0,1600

Para μ = 32,10

Pr($\bar{x} < 31{,}98$) + Pr($\bar{x} > 32{,}02$) = Pr(z $< -12{,}00$) + Pr(z $> -8{,}00$) = 1,0000

Ejercicio Nº 10

a) $H_0: \mu = 100 \quad H_1: \mu = 109{,}531$

$t^*_{24} = 2{,}492 \Rightarrow \bar{x}^* = 107{,}476$

$\bar{x} = 106$ Valor que pertenece a la zona de No rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 1 % No se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, el promedio de los coeficientes de inteligencia no sería distinto de 100

$b)\ 1-\beta$ =Pr(Rechazar H_0 / H_0 Falsa) = Pr($\bar{x} > \bar{x}^*$) = Pr($\bar{x} > 107{,}476$) =Pr($t_{24} > -0{,}685$) = 0,7500

β = Pr(error tipo II) = Pr(No Rechazar H_0 / H_0 Falsa) = Pr($\bar{x} \leq \bar{x}^*$) = Pr($\bar{x} \leq 107{,}476$) = Pr($t_{24} \leq -0{,}685$) = 0,2500

Ejercicio Nº 11

$a)\ H_0 : \mu = 7 \qquad H_1 :\ \mu \neq 7$

$t_9^* = -1{,}833\ ;\ t_9^{**} = 1{,}833 \Rightarrow \bar{x}^* = 6{,}93\ ;\ \bar{x}^{**} = 7{,}07$

$\bar{x} = 7{,}1$ Valor que pertenece a la zona de rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 10 % se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, la descarga promedio de la bebida sería distinta de 7 onzas

b) β=Pr(error tipo II) = Pr(No Rechazar H_0 / H_0 Falsa) = $\Pr(6{,}93 \leq \bar{x} \leq 7{,}07) =$

$$\Pr(2{,}26 < t_9 < 5{,}95) = 0{,}025$$

1-β = Pr(Rechazar H_0 / H_0 Falsa) = 0,975

Ejercicio Nº 12

$H_0 : \sigma^2 = 0{,}0002$

$H_1 : \sigma^2 > 0{,}0002$

x_9^{2*} =16,9 ⇨ $\hat{s}^{2*}$ = 0,000375

$s^2 = 0{,}0003$ Valor que pertenece a la zona de no rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 5 % NO se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, la varianza de la variable diámetro de los ejemplares de la pieza no sería mayor a 0,0002 $pulgadas^2$

Ejercicio Nº 13

$H_0 : \sigma^2 = 0{,}36$

$H_1 : \sigma^2 > 0{,}36$

x_{19}^{2*} =36,2 ⇨ $\hat{s}^{2*}$ = 0,685

$\hat{s}^2 = 0{,}705$ Valor que pertenece a la zona de rechazo

A un nivel de significación del 1 % se rechaza la hipótesis de que la varianza de la variable espesor es 0,36 milésimas de pulgada. Pueden existir factores (causas asignables) que provoquen que el proceso productivo elabore el componente con una varianza superior a la especificada

Ejercicio Nº 14

$H_0 : \sigma^2 = 1$

$H_1 : \sigma^2 < 1$

x_9^{2*} =2,09 ⇨ $\hat{s}^{2*} = 0{,}232$

$\hat{s}^2 = 0{,}284$ Valor que pertenece a la zona de NO rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 1 % no se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, la varianza de la variable "diferencia" entre el peso registrado por esta balanza y el valor 500 NO es significativamente menor a 1. Este ejemplar de la balanza NO debe entregarse para la venta y se lo debe despachar para su revisión al sector de producción

<u>Ejercicio Nº 15</u>

$a)\ H_0: \sigma^2 = 5{,}5$

$H_1: \sigma^2 > 5{,}5$

$x^{2*}_{18} = 28{,}9 \ \Rightarrow \hat{s}^{2*} = 8{,}83$

$\hat{s}^2 = 10{,}66$ Valor que pertenece a la zona de rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación del 5 % se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, se considera que la varianza de la variable cotización de esta acción es significativamente mayor a 5,5 y se trata, entonces, de una inversión de alto riesgo

b) Dado que en base a la evidencia muestral se ha rechazado la hipótesis nula, existe cierta posibilidad de que se presente el error tipo I (rechazar hipótesis nula siendo cierta). La probabilidad en este caso coincide con el nivel de significación $\alpha = 0{,}05$

<u>Ejercicio Nº 16</u>

$H_0: \sigma^2 = 3$

$H_1: \sigma^2 > 3$

$x^{2*}_{11} = 19{,}7 \ \Rightarrow \hat{s}^{2*} = 5{,}4$

$\hat{s}^2 = 8{,}1$ Valor que pertenece a la zona de rechazo

Con un nivel de significación del 5 % se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, se considera que la varianza de la variable contenido de ciclamato es significativamente mayor a 3, entonces, el dosificador debe ser revisado porque estaría descargando con mayor variabilidad ciclamato en la preparación de la mermelada

<u>Ejercicio Nº 17</u>

$H_0: \sigma^2 = 18$

$H_1: \sigma^2 \neq 18$

$x^{2*}_{15} = 6{,}26 \ ; \ x^{2**}_{15} = 27{,}5 \ \Rightarrow \ \hat{s}^{2*} = 7{,}51 \ ; \ \hat{s}^{2**} = 33{,}00$

$\hat{s}^2 = 23{,}04$ valor que pertenece a la zona de NO rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación del 5 % NO se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, se considera que la varianza de la variable contenido de azúcar del almíbar no es significativamente diferente a 18.

Ejercicio Nº 18

$H_0 : P = 0{,}5 \qquad H_1 :\ P\ \neq 0{,}5$

$z^* = -1{,}96\ \ ;\ \ z^{**=1{,}96}\ \Rightarrow\ p^* = 0{,}402\ \ ;\ \ p^{**} = 0{,}598$

$p = 0{,}45$ Valor que pertenece a la zona de NO rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación del 5 % NO se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, se considera que la proporción de televidentes que observan el programa del sábado por la noche no es significativamente distinto a 0,5 (por el momento se debe dejar de sospechar de que dicha proporción haya cambiado)

Ejercicio Nº 19

$a)\ H_0 : P = 0{,}015 \qquad H_1 :\ P > 0{,}015$

$z^{\ *} = 2{,}326\ \Rightarrow\ p^* = 0{,}043$

$p = 0{,}04$ Valor que pertenece a la zona de NO rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación del 1 % NO se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, se considera que la proporción de pullovers con algún defecto fabricados con lana no es significativamente superior a 0,015

b) Pr(error tipo II) = Pr(No rechazar H_0 / H_0 falsa) = Pr($p \leq p^*$) = Pr($p \leq 0{,}043$)

Proporción	Probabilidad
0,015	$1-\alpha = \beta = 0{,}9900$
0,016	$\beta = 0.9842$
0,017	$\beta = 0{,}9778$
0,018	$\beta = 0{,}9699$
0,019	$\beta = 0{,}9599$
0,020	$\beta = 0{,}9495$

c) El título apropiado para la tabla es “Función Operatoria Característica”, ya que representa la asociación entre valores del parámetro planteados en las hipótesis (proporción de pullovers que pueden producirse con algún defecto) y las correspondientes probabilidades de No Rechazar la hipótesis nula; para el valor del parámetro planteado bajo hipótesis nula coinciden las probabilidades $(1-\alpha)\ y\ \beta$

Ejercicio Nº 20

$a)\ H_0 : P = 0{,}48 \qquad H_1 :\ P > 0{,}48$

$z^* = 2{,}326\ \Rightarrow\ p^* = 0{,}51$

$p = \frac{800}{1500} = 0{,}53$ Valor que pertenece a la zona de rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación del 1 % Se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, se considera que la proporción de ciudadanos que votarían si en este momento se realizara una elección general es significativamente superior a 0,48

El estadístico: k = $\frac{p-P}{\sqrt{\frac{P.(1-P)}{n}}}$ permite calcular valores de la variable z que se distribuyen con media igual a 0 y desviación estándar igual a 1, como consecuencia de que por teorema central del límite el estimador p $(proporción\ muestral)$ puede asumir distintos valores alrededor del parámetro P (proporción poblacional) según el modelo Normal de probabilidad dado que el tamaño de muestra es "suficientemente grande"

b) Para el valor del parámetro planteado bajo hipótesis nula coinciden las probabilidades $(1-\alpha)\ y\ \beta.$ Es decir, para P = 0,48: $1-\alpha=\beta=0{,}9900$ = Pr(error tipo II) y $1-\beta=0{,}0001$

Para el valor del parámetro planteado bajo hipótesis alternativa P = 0,55: $\beta=0{,}0009=$ Pr(error tipo II) y $1-\beta=0{,}9991$

<u>Ejercicio Nº 21</u>

$a)\ H_0: P=0{,}60$ $\quad H_1:\ P<0{,}60$

b) $z^*=-1{,}645$ ⇨ $p^*=0{,}543$

$p=\frac{105}{200}=0{,}525$ Valor que pertenece a la zona de rechazo

En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación del 1 % Se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, se considera que la proporción de abonados que piensan renovar su suscripción a la revista sería inferior a 0,60

c) Potencia de la prueba: $1-\beta$ = Pr(Rechazar H_0 / H_0 falsa) = Pr($p<p^*$) =
$\Pr(p<0{,}543)=\Pr(z<1{,}22)=0{,}8888$

<u>Ejercicio Nº 22</u>

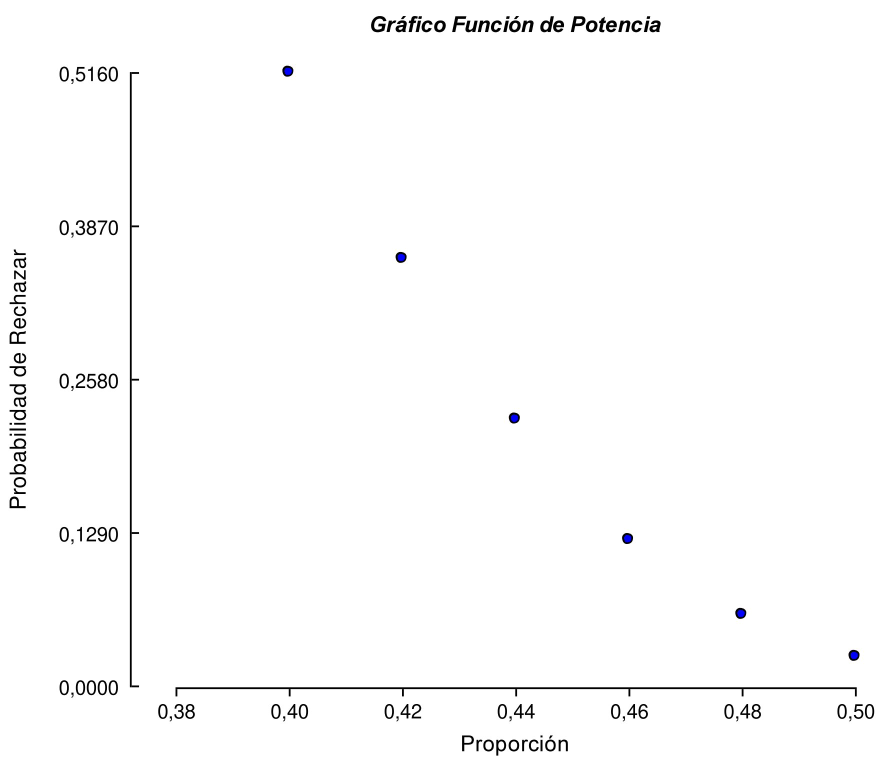
a) $\beta=$ Pr(error tipo II) = Pr(No rechazar H_0 / H_0 falsa) = Pr($p\geq p^*$) = Pr($p\geq 0{,}402$)

Para P = 0,40: $\Pr(p\geq 0{,}402)=\Pr(z\geq 0{,}04)=0{,}4840$
Para P = 0,42: $\Pr(p\geq 0{,}402)=\Pr(z\geq -0{,}36)=0{,}6406$
Para P = 0,44: $\Pr(p\geq 0{,}402)=\Pr(z\geq -0{,}76)=0{,}7764$
Para P = 0,46: $\Pr(p\geq 0{,}402)=\Pr(z\geq -1{,}16)=0{,}8770$
Para P = 0,48: $\Pr(p\geq 0{,}402)=\Pr(z\geq -1{,}56)=0{,}9406$

b) Para P = 0,50: $\Pr(p\geq 0{,}402)=\Pr(z\geq -1{,}96)=0{,}9750=1-\alpha$
Cuando se calcula la probabilidad del error tipo II (β) para el valor del parámetro planteado bajo H_0, se verifica que es igual a la probabilidad $1-\alpha$ =Pr(No Rechazar H_0 / H_0 cierta)

c) Función de Potencia: representa la asociación entre valores del parámetro (P) planteados en las hipótesis y las correspondientes probabilidades de Rechazar la hipótesis nula; para el valor del parámetro planteado bajo hipótesis nula coinciden las probabilidades $(1-\beta) =$ Pr(Rechazar H_0 / H_0 falsa) y α = Pr(Rechazar H_0 / H_0 cierta)

Proporción (P)	Probabilidad de Rechazar H_0
0,40	$1-\beta$=0,5160
0,42	$1-\beta$=0,3594
0,44	$1-\beta$=0,2236
0,46	$1-\beta$=0,1230
0,48	$1-\beta$=0,0594
0,50	$1-\beta$=0,025=α



Ejercicio Nº 23

$H_0: \mu = 204$ se supone que el promedio de longitud de los ejemplares de la pieza se mantiene en 204 milímetros

$H_1:\ \mu \neq 204$

Con la longitud medida en 54 ejemplares de la pieza seleccionados se calcula una media muestral de 202,26 milímetros y una desviación estándar muestral de 1,32 milímetros. En consecuencia, el valor del estadístico es - 9,69 y tiene asociada una probabilidad de 0,0001:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\grave{s}}{\sqrt{n}}} = \frac{202{,}26 - 204}{\frac{1{,}32}{\sqrt{54}}} = -9{,}69$$

$$\Pr\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\grave{s}}{\sqrt{n}}} < -9{,}69\right) = 0{,}0001$$

Dado que la probabilidad asociada al valor de estadístico es menor a la probabilidad asociada al nivel de significación (0,0001 < 0,01) se debe rechazar la hipótesis nula; también, el valor del estadístico pertenece a la zona de rechazo al ser menor al punto crítico correspondiente al nivel de significación.
En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 1 % se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, el proceso estaría terminando ejemplares de la pieza con un promedio distinto del programado y esto puede generar que algunos ejemplares no sean útiles

Ejercicio Nº 24

$H_0: \mu = 25{,}1$ Se supone que el gasto promedio de las compras hasta la implementación del impuesto es 25,1 dólares

$H_1: \mu < 25{,}1$
Con el gasto medido en 45 compras seleccionadas se calcula una media muestral de 23,8 dólares y una desviación estándar muestral de 12,7 dólares. En consecuencia, el valor del estadístico es –0,7 y tiene asociada una probabilidad de 0,2449:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\grave{s}}{\sqrt{n}}} = \frac{23{,}8 - 25{,}1}{\frac{12{,}7}{\sqrt{45}}} = -0{,}7$$

$$\Pr\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\grave{s}}{\sqrt{n}}} < -0{,}7\right) = 0{,}2449$$

Dado que la probabilidad asociada al valor de estadístico es mayor a la probabilidad asociada al nivel de significación (0,2449 >0,05) NO se debe rechazar la hipótesis nula; también, el valor del estadístico pertenece a la zona de aceptación al ser mayor al punto crítico correspondiente al nivel de significación.
En base a la evidencia muestral y con un nivel de significación de 5 % NO se rechaza la hipótesis nula; en consecuencia, la implementación del impuesto por las compras en el exterior no estaría afectando al gasto promedio implícito.