

# ANÁLISIS NUMÉRICO - MODALIDAD DE CURSADO

## Dos clases presenciales

- Teórico-Prácticas
- Práctica

## Condiciones de Regularidad y aprobación directa

1. Dos parciales (teórico-prácticos) presenciales
  - 1° parcial: 28 Septiembre 2024
  - 2° parcial: 23 Noviembre 2024 (**a confirmar**)
2. Un cuestionario
3. Cuatro trabajos de laboratorio
4. Un recuperatorio puede ser de parcial o de cuestionario

## Bibliografía:

- Señales y Sistemas . Alan V. Oppenheim-Alan Willsky
- Tratamiento digital de señales. Proakis – Manolakis.
- Dspguide.com. Steven W. Smith
- Apuntes de Cátedra Modelos Numérico

- Para **regularizar**:  
Ambos parciales y el cuestionario con **nota  $\geq 4$**  y **todos los prácticos aprobados**
- Para **promoción directa**:  
Ambos parciales y el cuestionario con **nota  $\geq 7$**  y **todos los prácticos aprobados**

## Temas para el primer parcial

1. Manejo de señales
2. Convolución, incluyendo propiedades
3. Serie de Fourier
4. Transformada de Fourier y propiedades

**\*En el práctico trabajaremos solamente con señales en tiempo continuo**

**Es muy importante asistir a la clase teórico-práctica antes de tener la clase práctica correspondiente para poder trabajar y entender los conceptos**

# UNIDAD 1 - SEÑALES Y SISTEMAS (Señales Continuas y Discretas)

## TEMA: Manejo de señales en tiempo continuo y discreto

### A) Transformaciones de la variable independiente

1. Desplazamiento
2. Reflexión
3. Escalamiento (solo tiempo continuo)

### B) Operaciones entre señales

- Suma
- Resta
- Multiplicación

### C) Señales Básicas (escalón unitario, impulso unitario)

# UNIDAD 1 - SEÑALES Y SISTEMAS (Señales Continuas y Discretas)

**Antes de comenzar hagamos un breve  
repaso de lo visto en el teórico...**

*material disponible en el aula virtual*

# Unidad 1

# Señales y Sistemas

**Sistema:** Proceso por el cual la señal de entrada  $x(t)$  se transforma en una señal de salida  $y(t)$ .



## Señales:

1. Se representa matemáticamente como funciones de una o más variables dependientes en función de una o más variables independientes.
2. Las señales pueden describir una variedad muy amplia de fenómenos físicos.
3. En este curso nos enfocaremos en señales que involucren una sola variable independiente y por conveniencia nos referiremos a la variable independiente como el tiempo y la llamaremos:

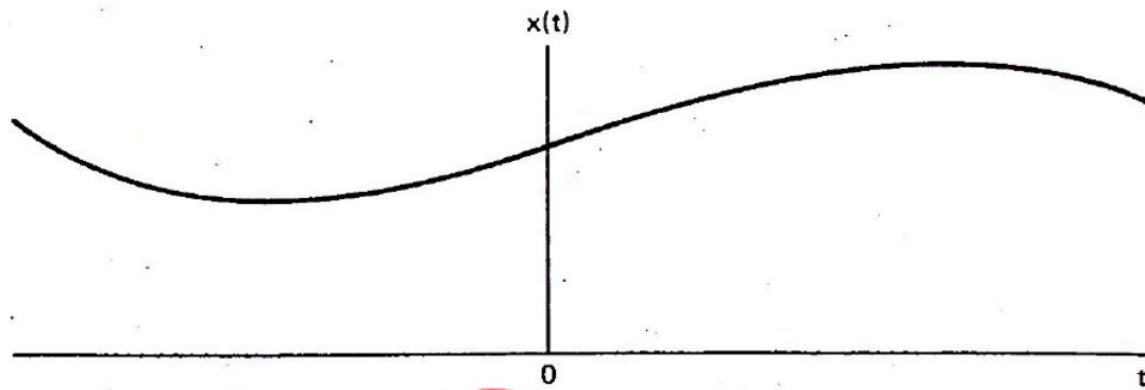
**" t " en tiempo continuo**

**" n " en tiempo discreto**

# Señales

## *tiempo continuo*

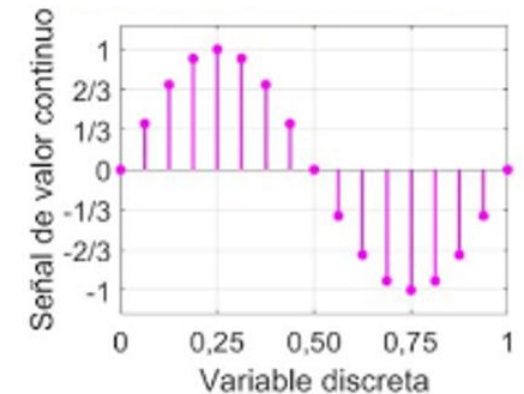
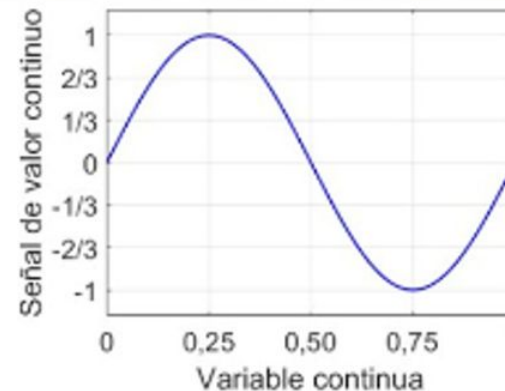
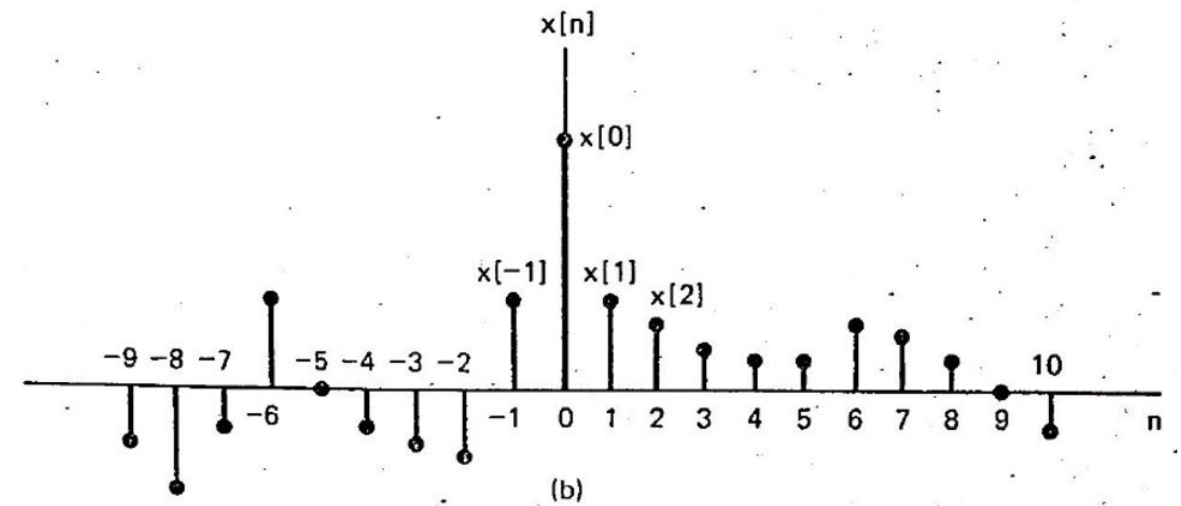
- Estas señales están definidas para una sucesión continua de valores de la variable independiente.



Una señal en tiempo discreto puede representar “muestras” sucesivas de un fenómeno en el cual la variable independiente es continua

## *tiempo discreto*

- La variable independiente adopta solo valores enteros: tiempos discretos.



# UNIDAD 1 - SEÑALES Y SISTEMAS (Señales Continuas)

## Señales en tiempo continuo

# Señales en tiempo continuo

## A) Transformaciones de la variable independiente en tiempo continuo

### 1. Desplazamiento

- $x(t - t_0)$   $t_0$  es el desplazamiento

### 2. Reflexión

- $x(-t)$

### 3. Escalamiento (solo lo vemos en tiempo continuo)

- $x(at)$   $a$  es un número real



# Señales en tiempo continuo - Transformaciones

## 1 - DESPLAZAMIENTO $x(t-t_0)$

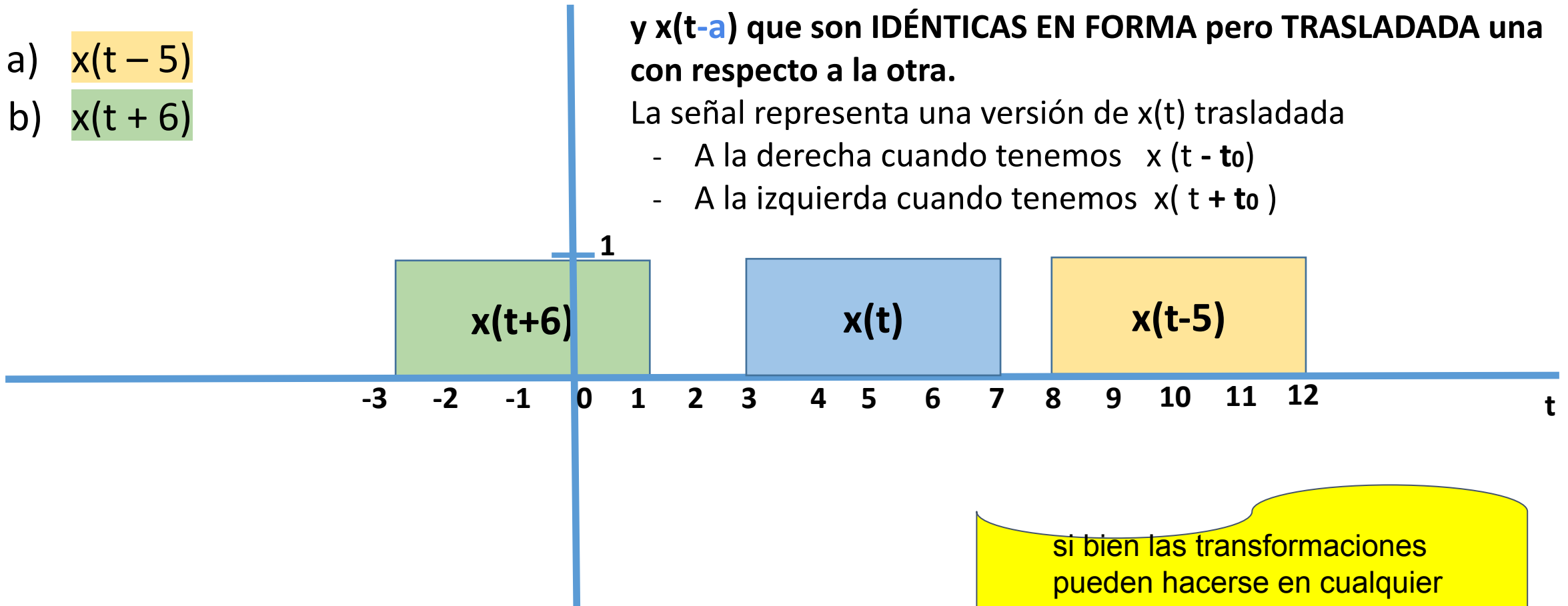
a)  $x(t - 5)$

b)  $x(t + 6)$

Se produce un **CORRIMIENTO** en el cual tenemos 2 señales  $x(t)$  y  $x(t-a)$  que son **IDÉNTICAS EN FORMA** pero **TRASLADADA** una con respecto a la otra.

La señal representa una versión de  $x(t)$  trasladada

- A la derecha cuando tenemos  $x(t - t_0)$
- A la izquierda cuando tenemos  $x(t + t_0)$



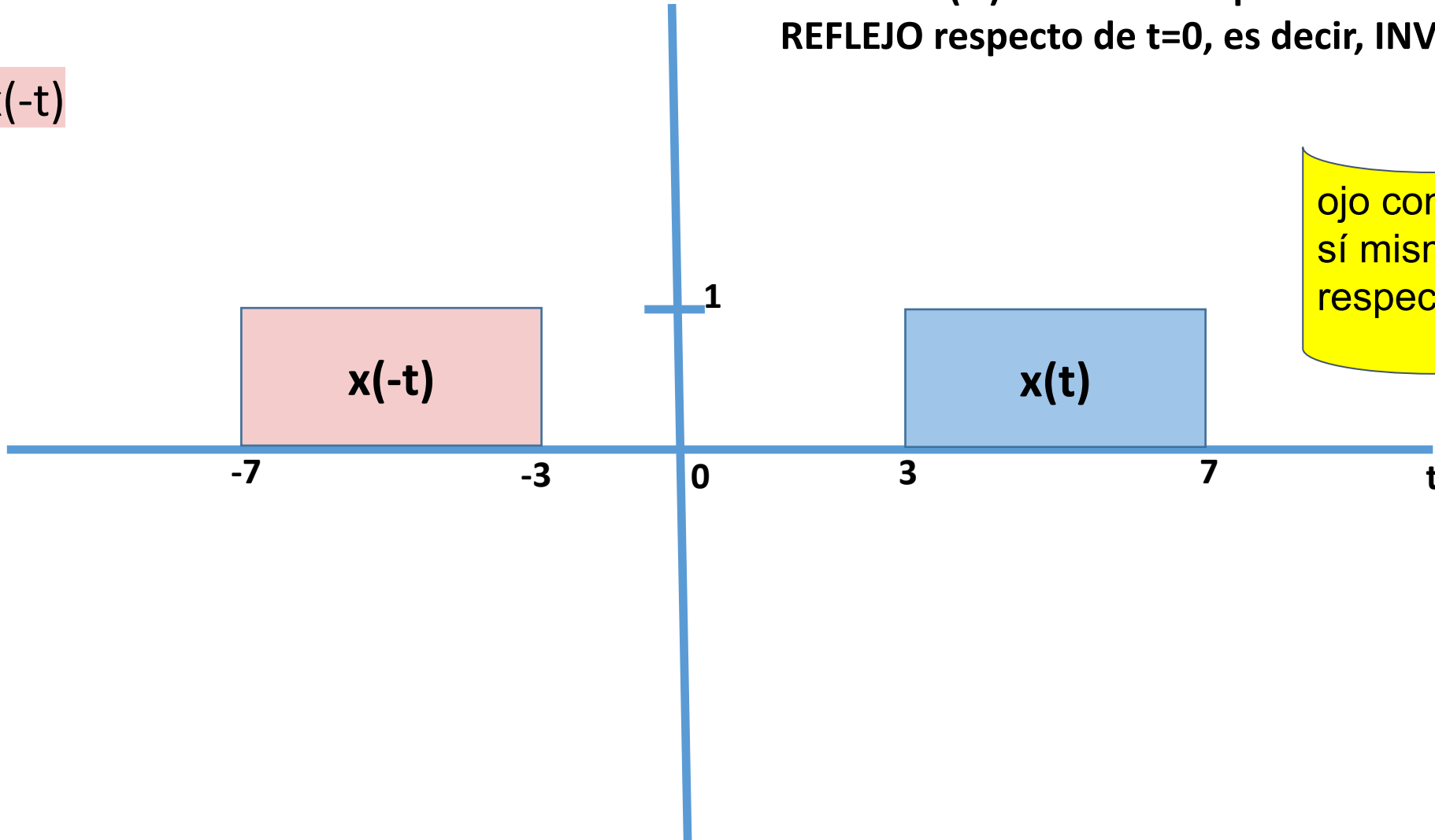
si bien las transformaciones pueden hacerse en cualquier orden, es más simple seguir este orden: 1- desplazar, 2-reflejar, 3-escalar

# Señales en tiempo continuo - Transformaciones

## 2 - REFLEXIÓN $x(-t)$

La señal  $x(-t)$  se obtiene a partir de la señal  $x(t)$  mediante un REFLEJO respecto de  $t=0$ , es decir, INVIRTIENDO LA SEÑAL.

$x(-t)$



ojo con girar la señal sobre sí misma! es siempre con respecto al eje

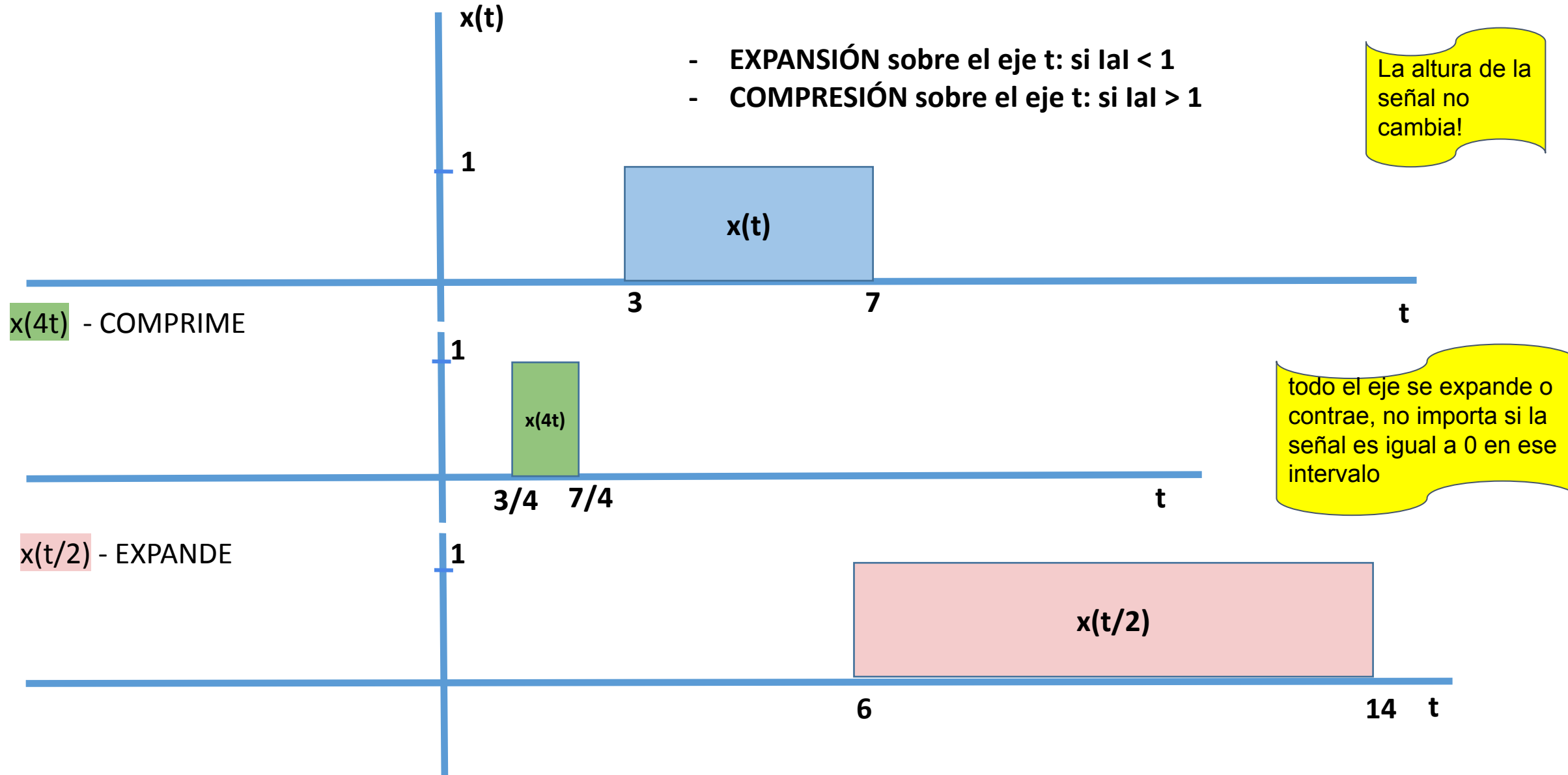
# Señales en tiempo continuo - Transformaciones

## 3 - ESCALAMIENTO $x(at)$

Existen dos tipos de Escalamiento:

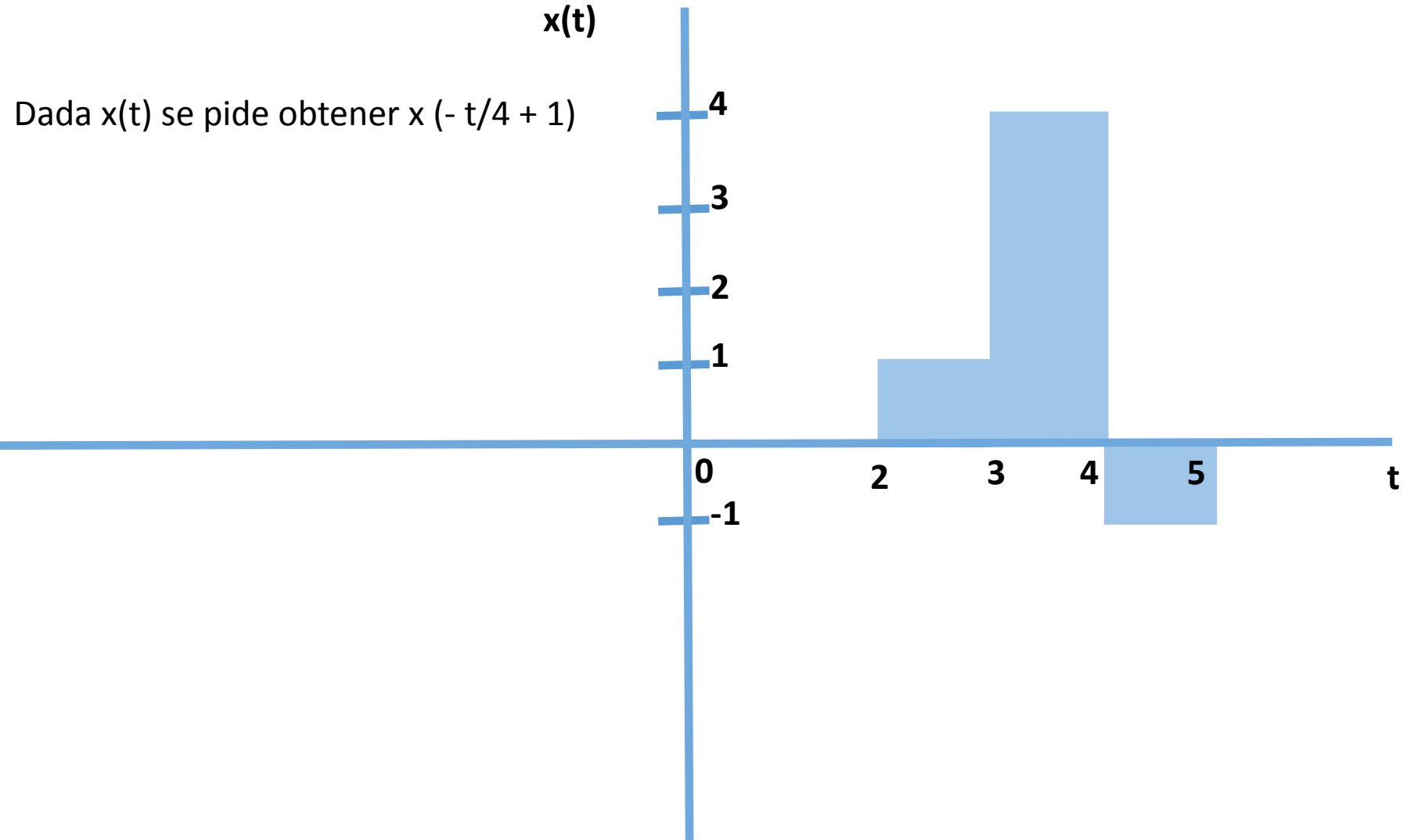
- EXPANSIÓN sobre el eje  $t$ : si  $|a| < 1$
- COMPRESIÓN sobre el eje  $t$ : si  $|a| > 1$

La altura de la señal no cambia!



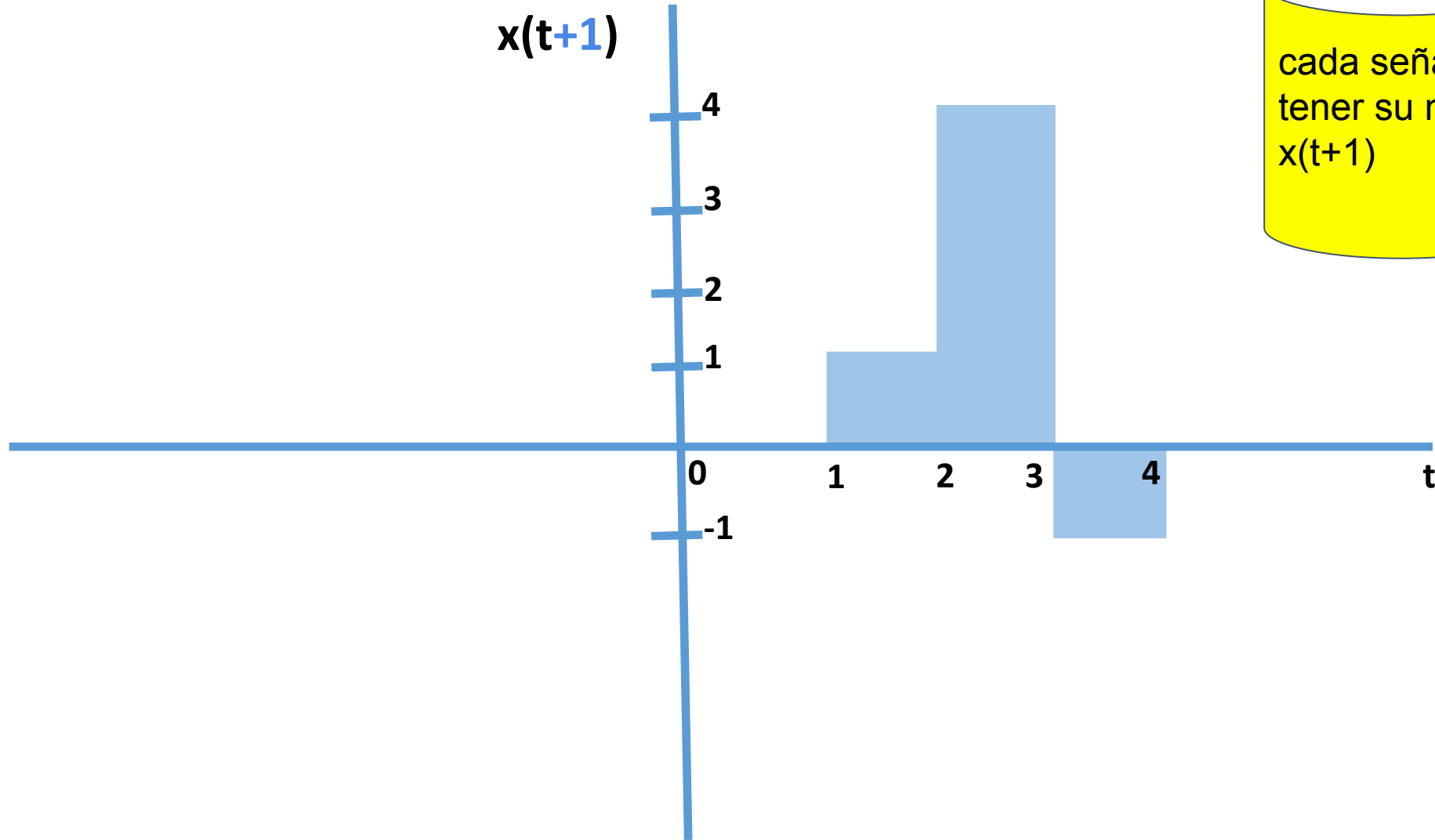
# Señales en tiempo continuo

Veamos un ejemplo con las 3 transformaciones paso a paso



# Señales en tiempo continuo

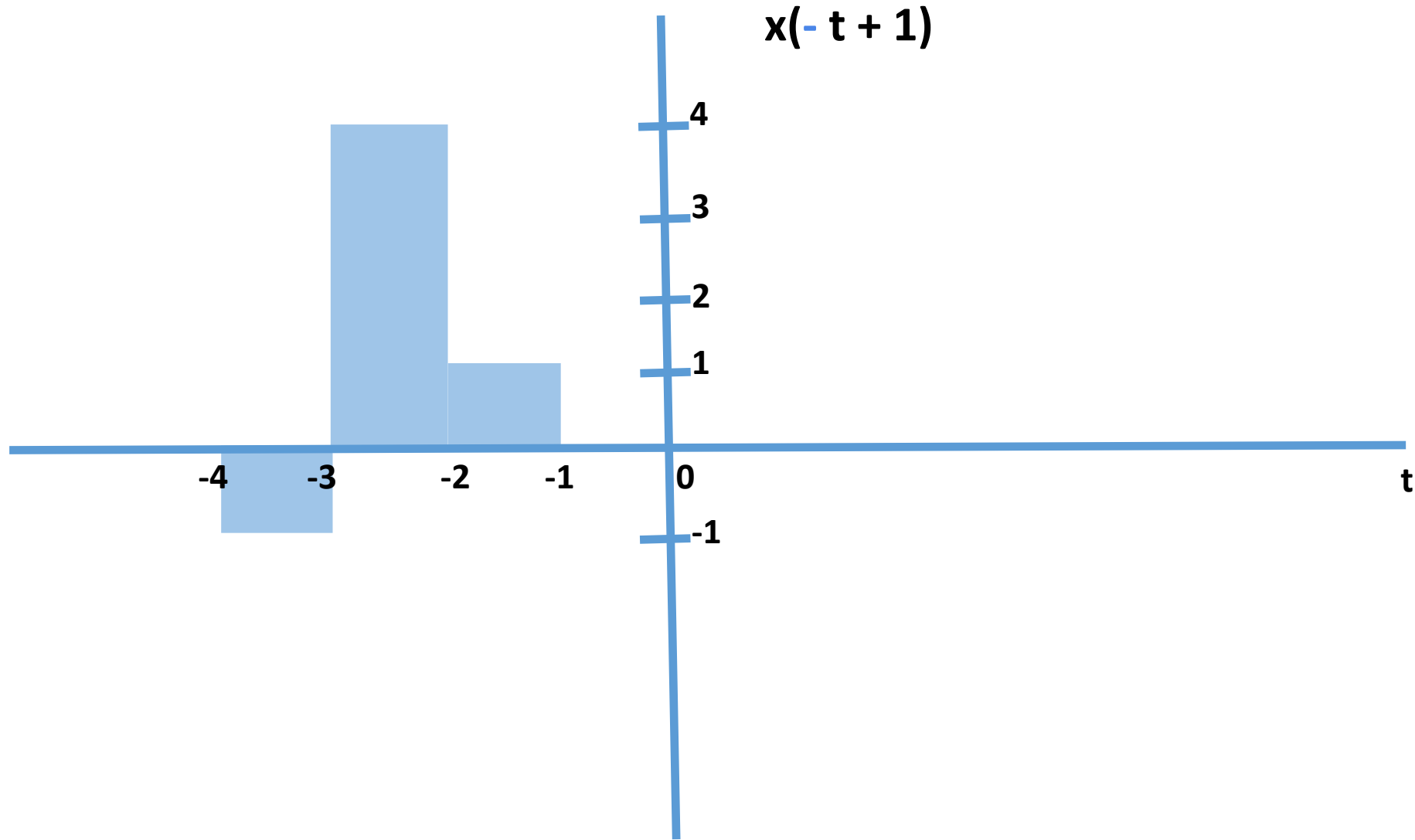
PRIMERO DESPLAZO



cada señal que grafico debe tener su nombre, en este caso  $x(t+1)$

# Señales en tiempo continuo

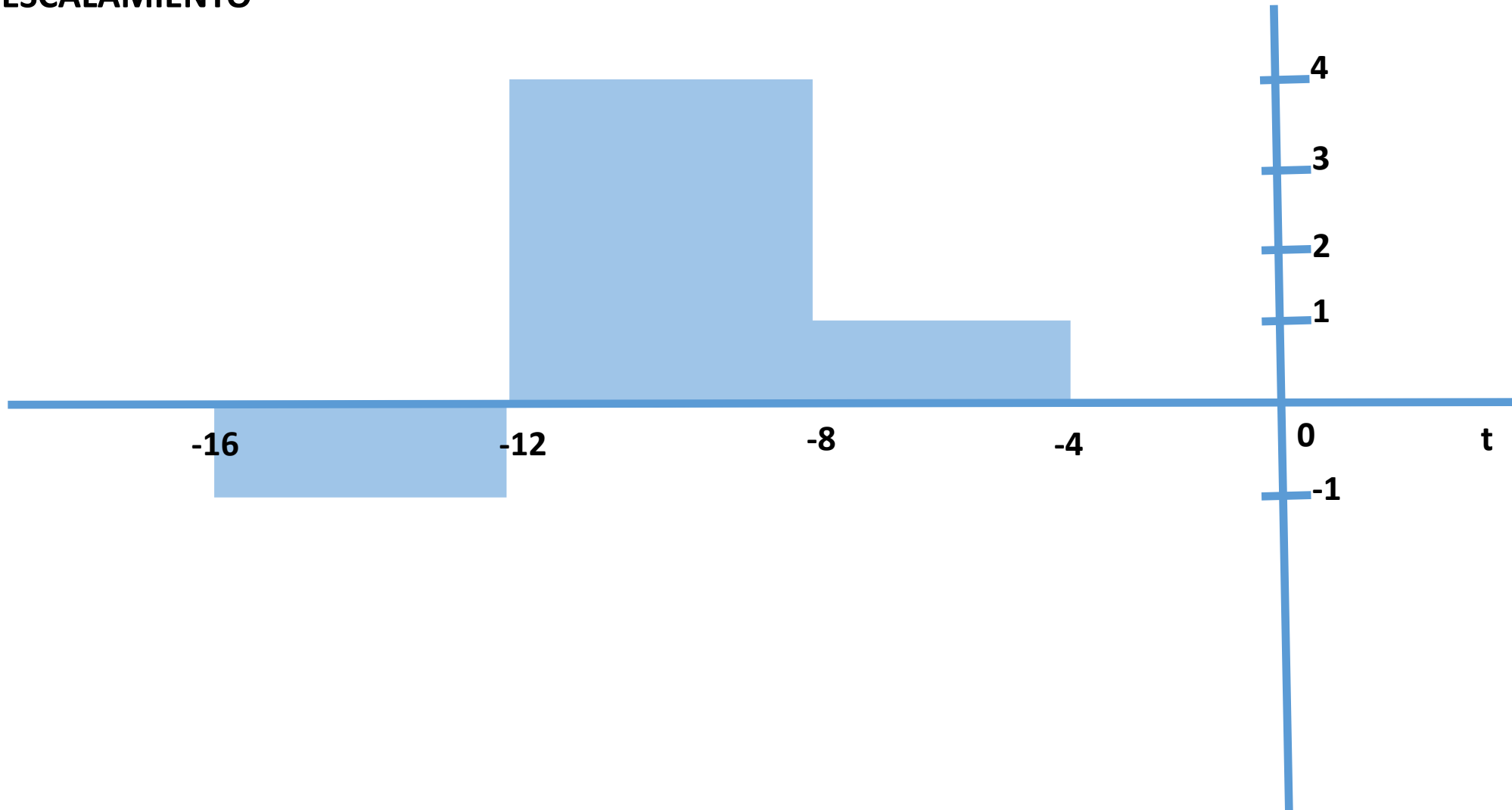
LUEGO REFLEJO



# Señales en tiempo continuo

POR ÚLTIMO, HAGO EL  
ESCALAMIENTO

$$x(-t/4 + 1)$$



# Señales en tiempo continuo

## **B) Operaciones entre señales en tiempo continuo**

- suma
- resta
- multiplicación

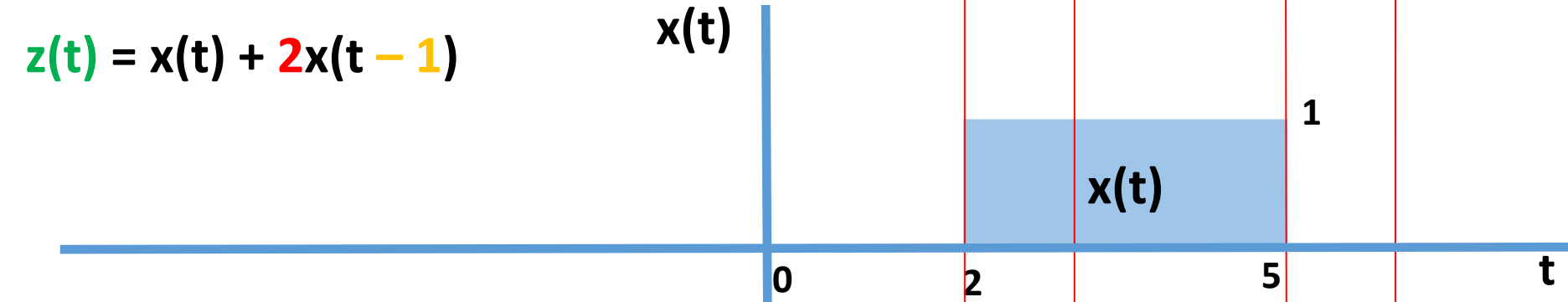


# Señales en tiempo continuo

SUMO 2 SEÑALES, UNA DE ELLAS TIENE UN DESPLAZAMIENTO Y ESTÁ MULTIPLICADA POR UNA CONSTANTE

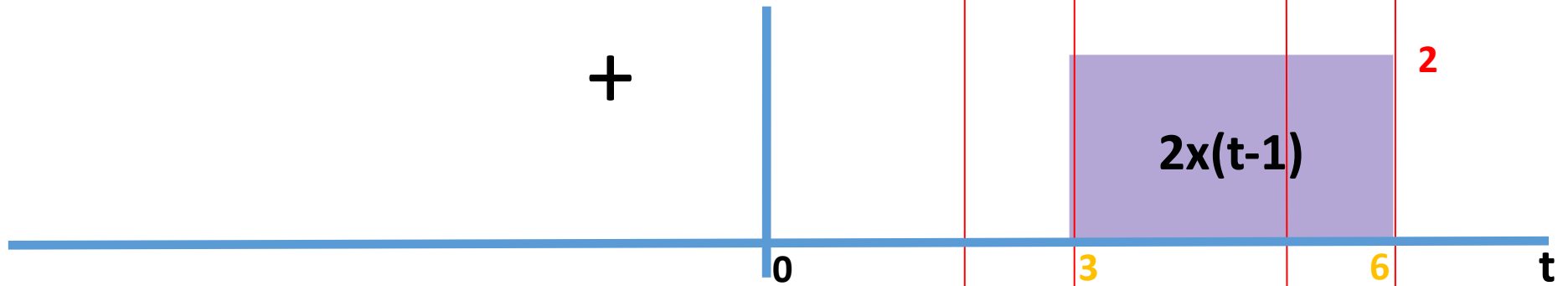
$$z(t) = x(t) + 2x(t - 1)$$

$x(t)$

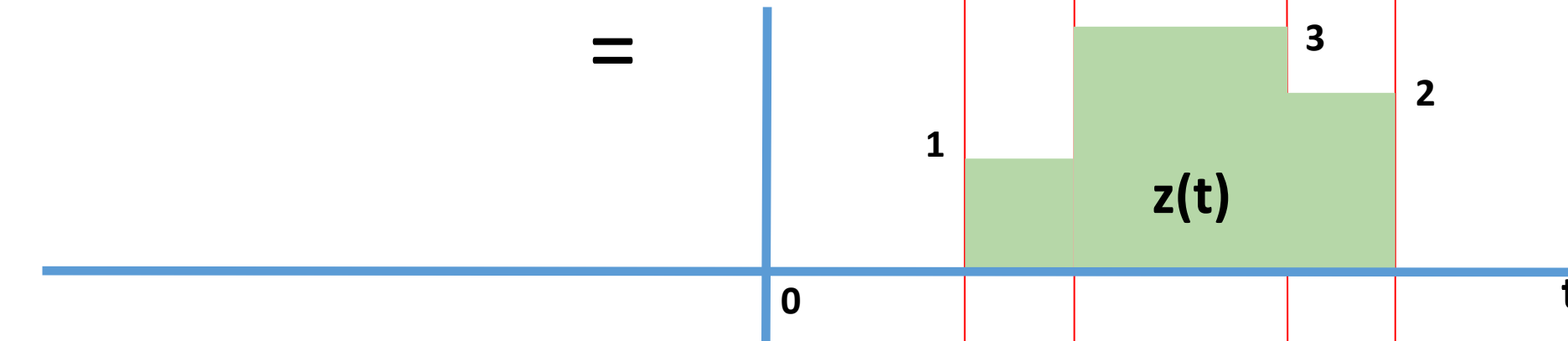


siempre dibujo una  
señal arriba de la otra  
para las operaciones!

+



=



Intervalos de  $t$

de - Infinito a 2

2 a 3

3 a 5

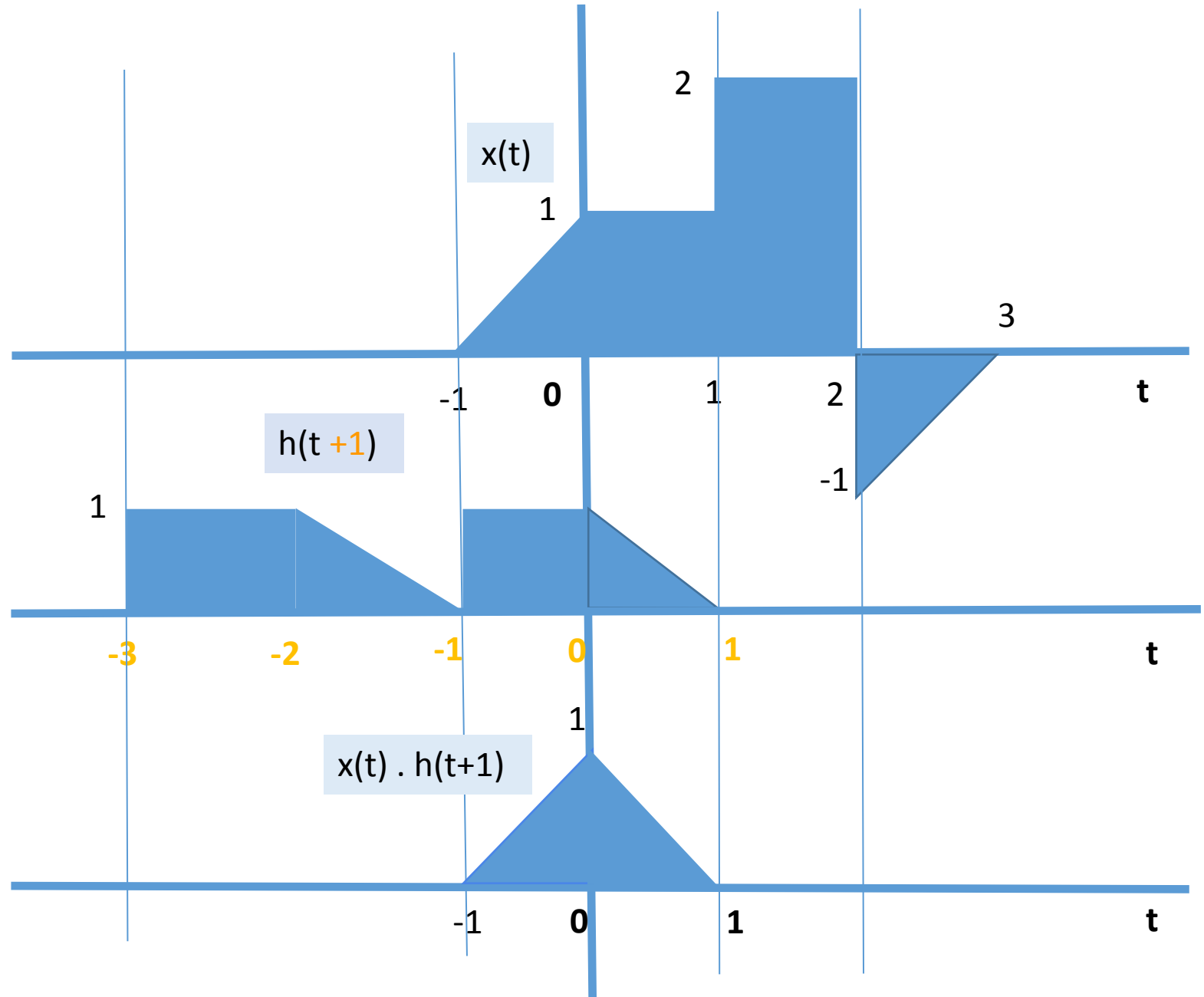
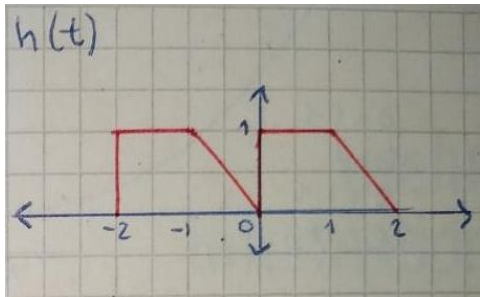
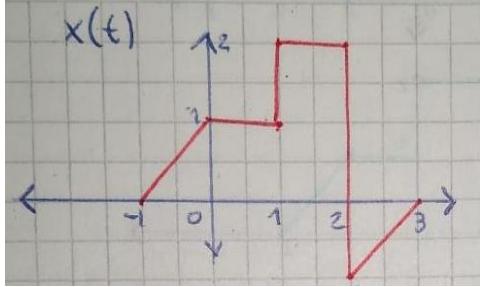
5 a 6

6 a Infinito

# Señales en tiempo continuo

## MULTIPLICACIÓN DE SEÑALES

EJERCICIO 2.9 c)  $x(t) \cdot h(t+1)$



# Señales en tiempo continuo

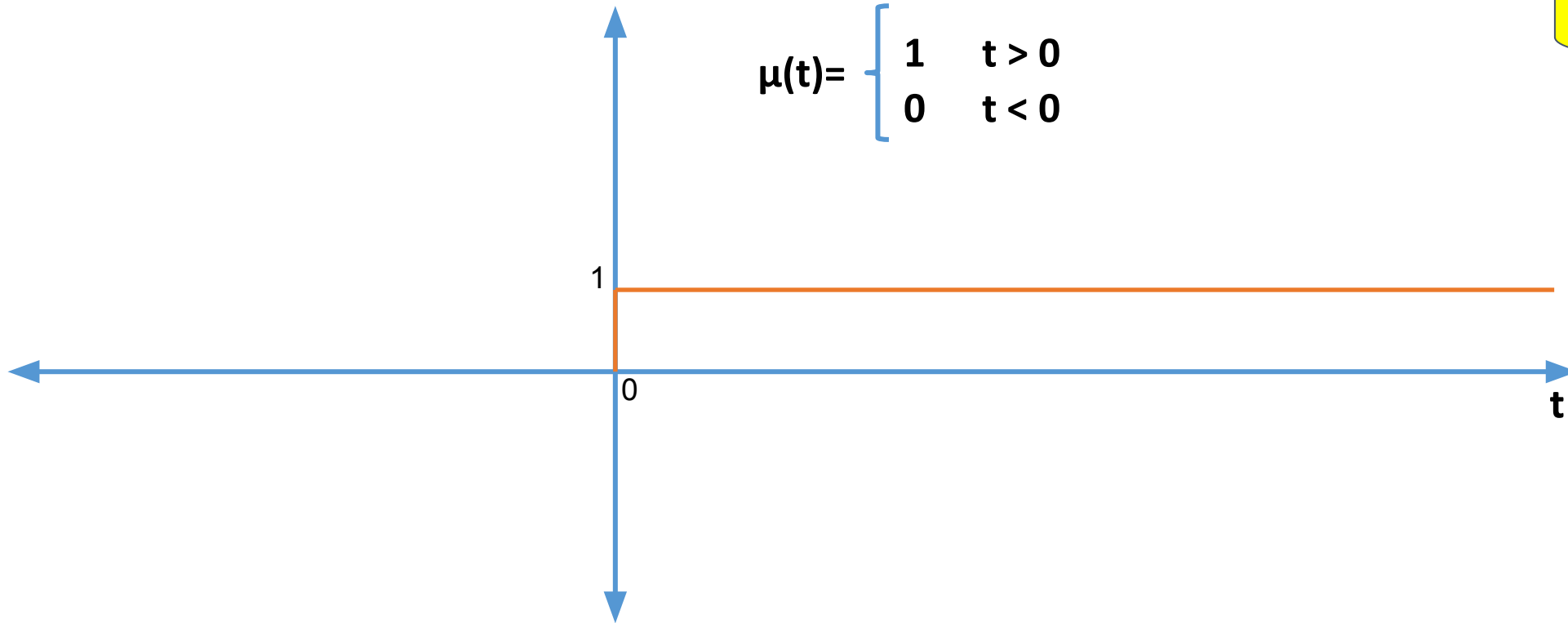
## **C) Señales básicas en tiempo continuo**

- **escalón unitario**
- **impulso unitario**

# Señales en tiempo continuo

Escalón unitario:  $\mu(t)$

$$\mu(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

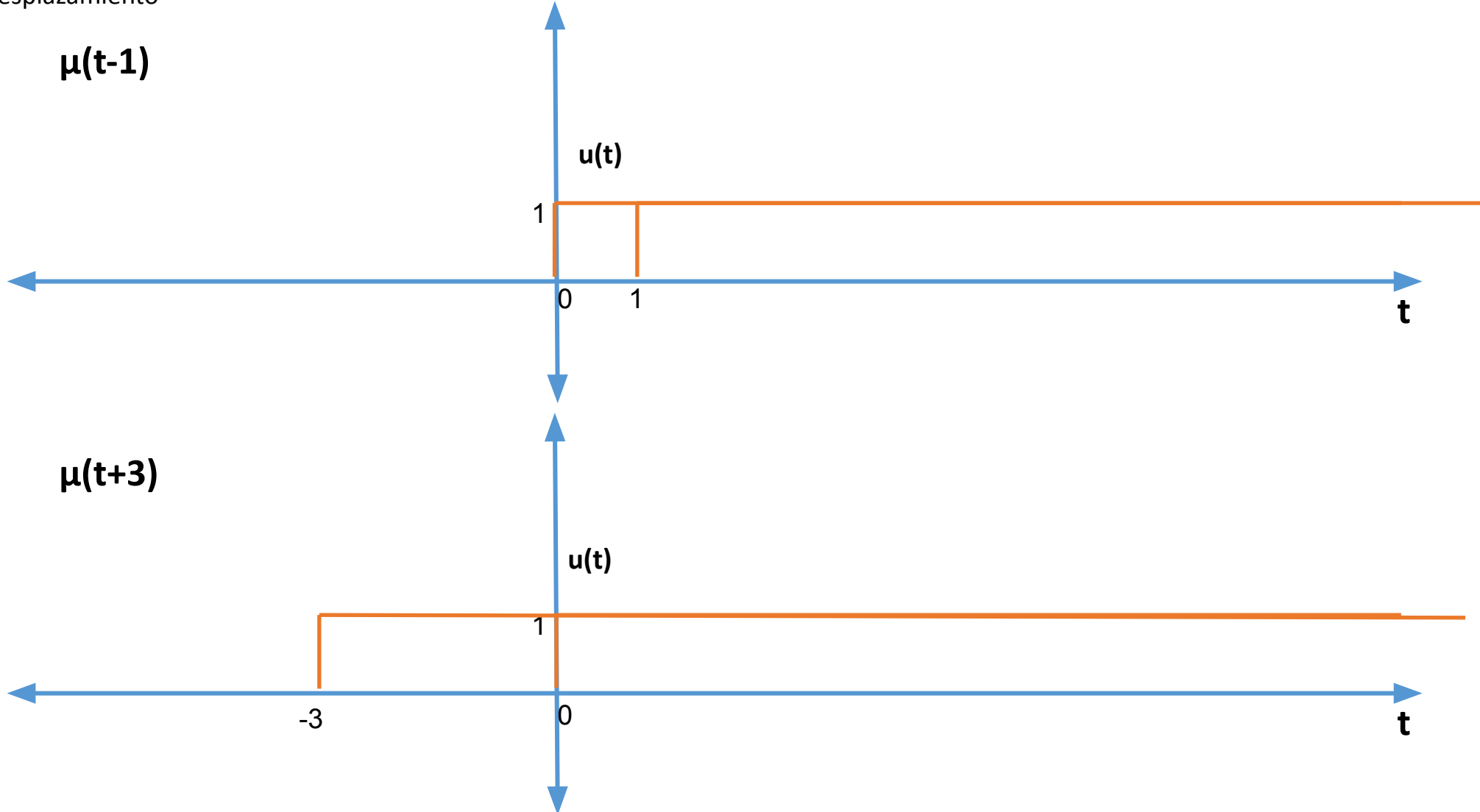


siempre que vemos  $\mu(t)$ , sabemos que es un escalón unitario

# Señales en tiempo continuo

## Transformaciones en $\mu(t)$

Desplazamiento

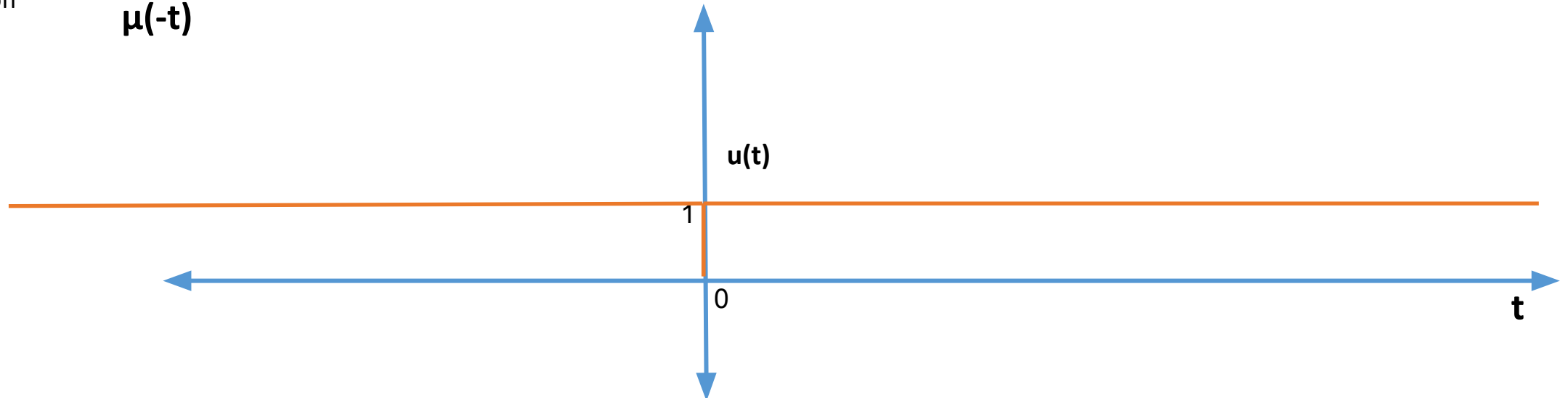


# Señales en tiempo continuo

## Transformaciones en $\mu(t)$

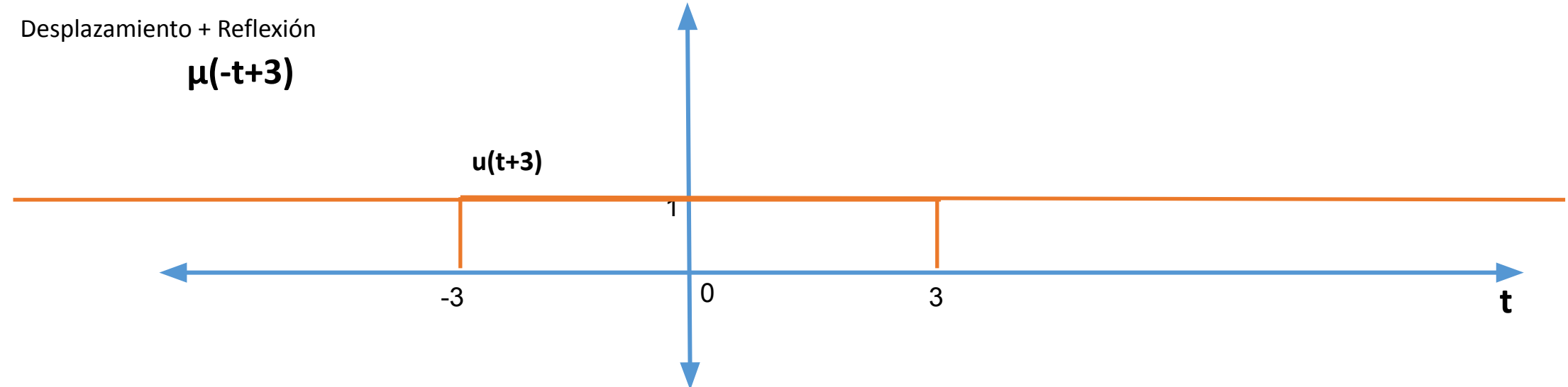
Reflexión

$\mu(-t)$



Desplazamiento + Reflexión

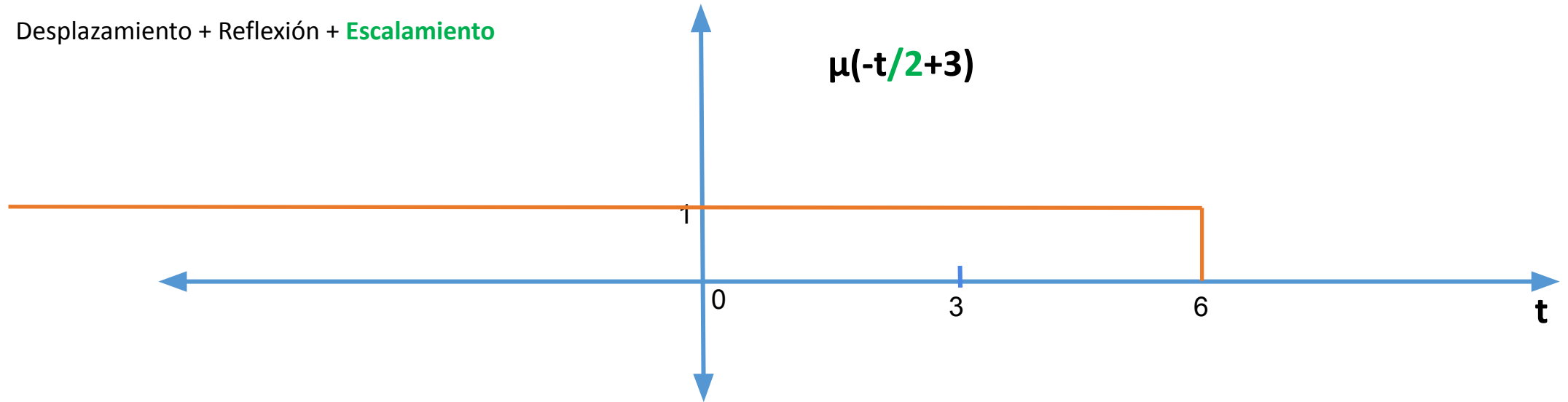
$\mu(-t+3)$



# Señales en tiempo continuo

## Transformaciones en $\mu(t)$

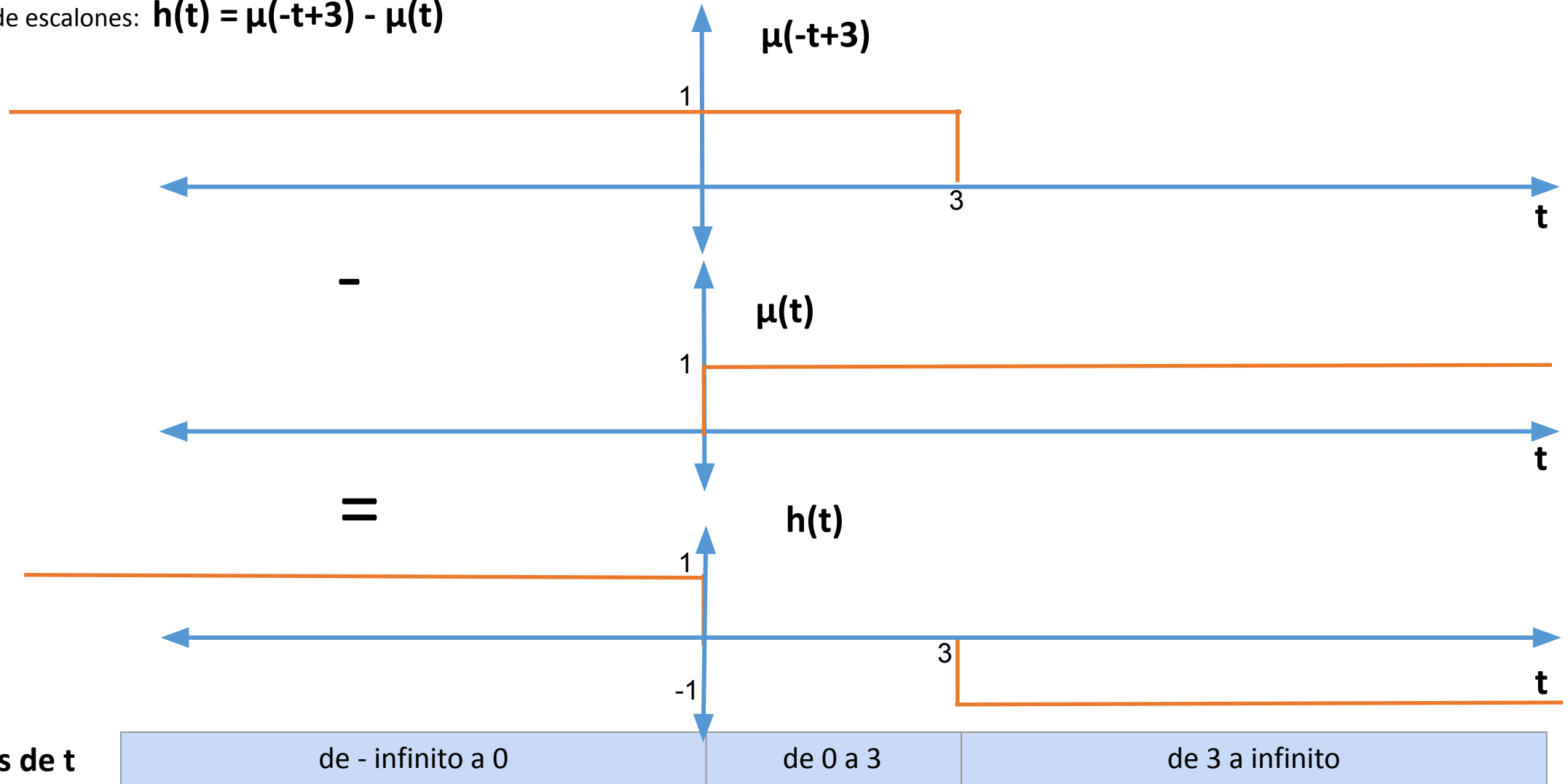
Desplazamiento + Reflexión + Escalamiento



# Señales en tiempo continuo

## Operaciones con $\mu(t)$

Suma/resta de escalones:  $h(t) = \mu(-t+3) - \mu(t)$

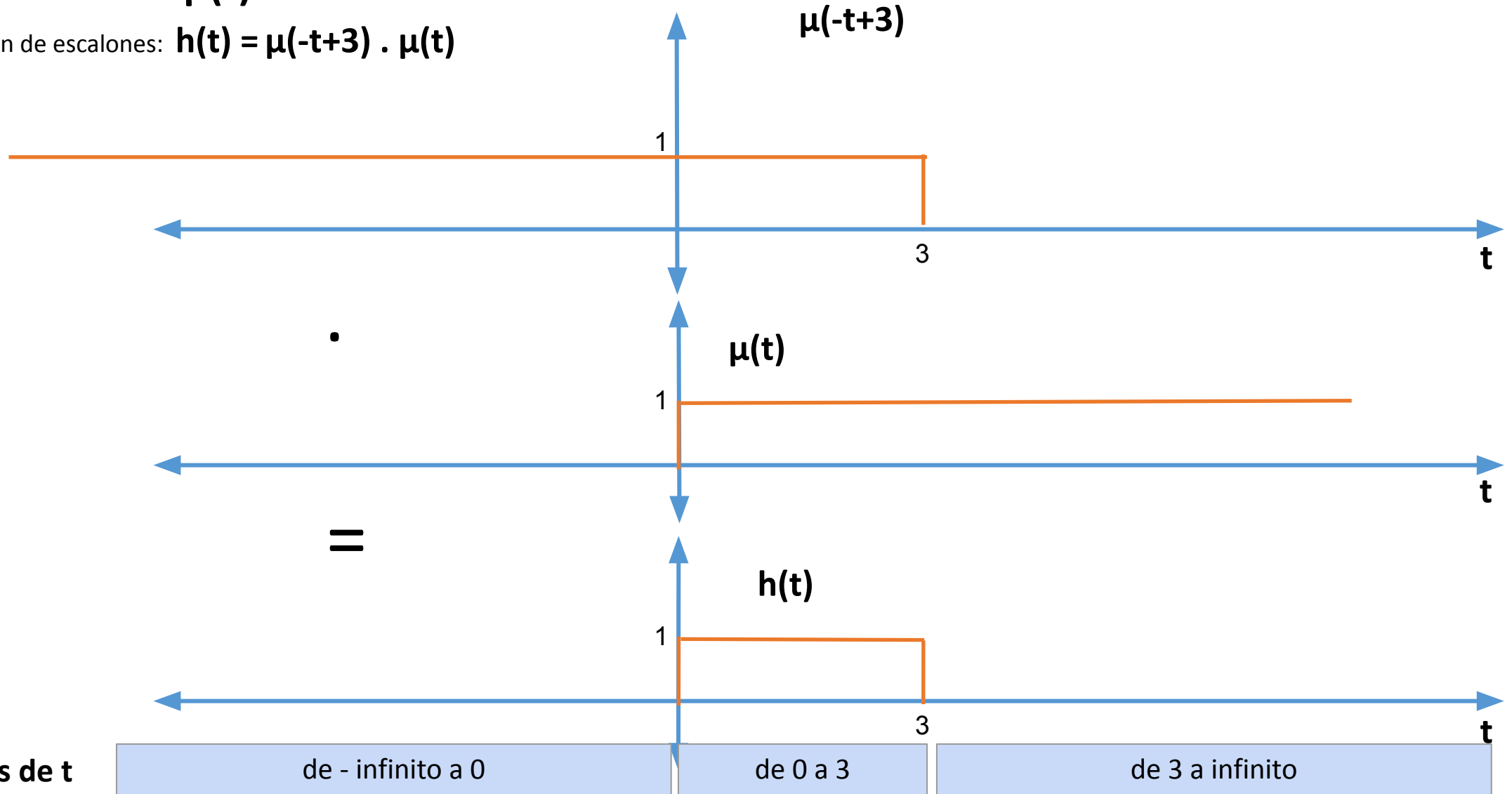




# Señales en tiempo continuo

## Operaciones con $\mu(t)$

Multiplicación de escalones:  $h(t) = \mu(-t+3) \cdot \mu(t)$

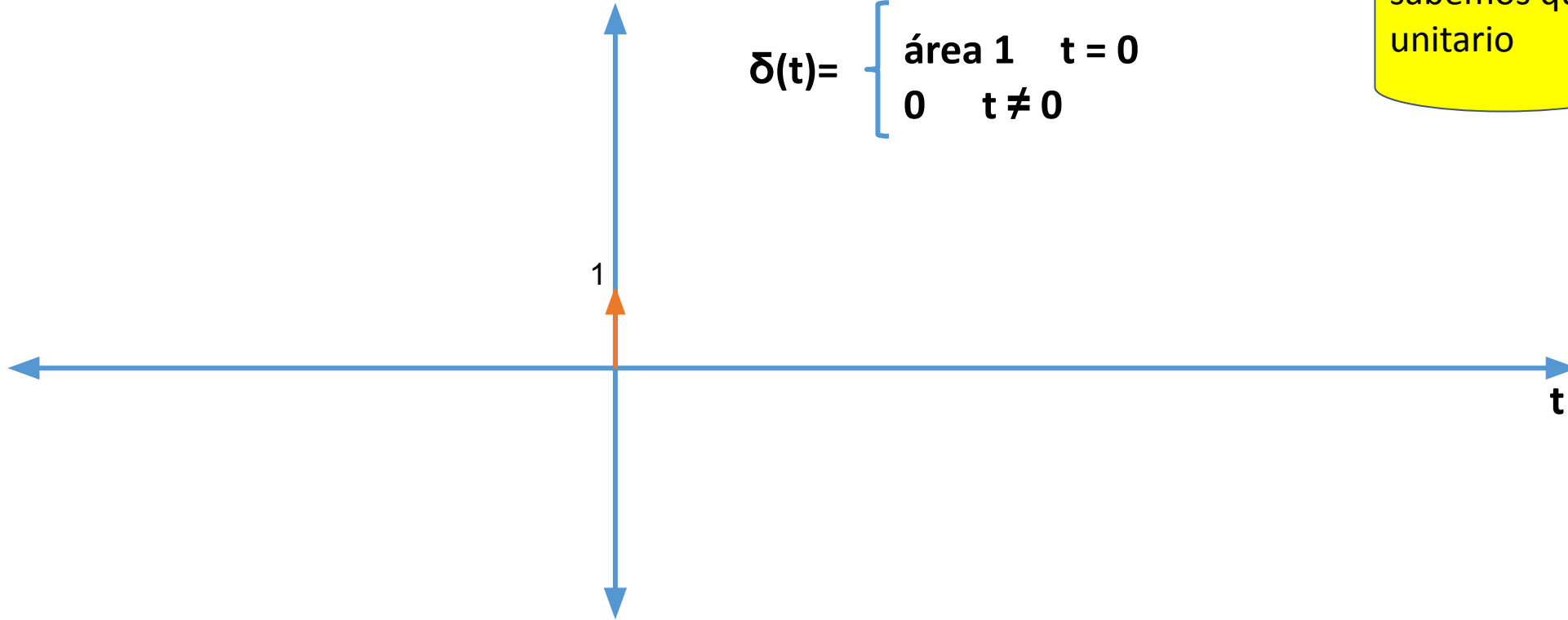


# Señales en tiempo continuo

Impulso unitario:  $\delta(t)$

$$\delta(t) = \begin{cases} \text{área } 1 & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

siempre que vemos  $\delta(t)$ ,  
sabemos que es un impulso  
unitario

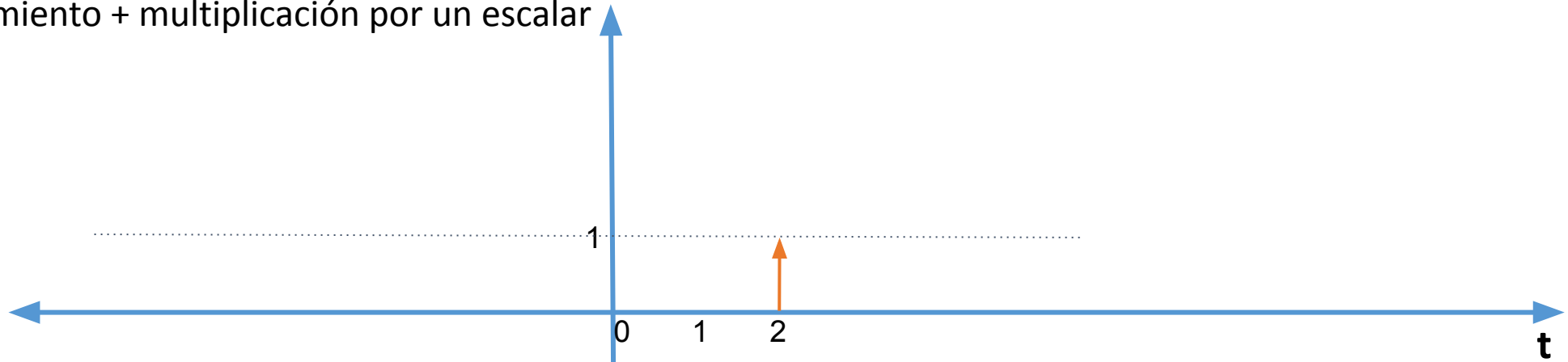


# Señales en tiempo continuo

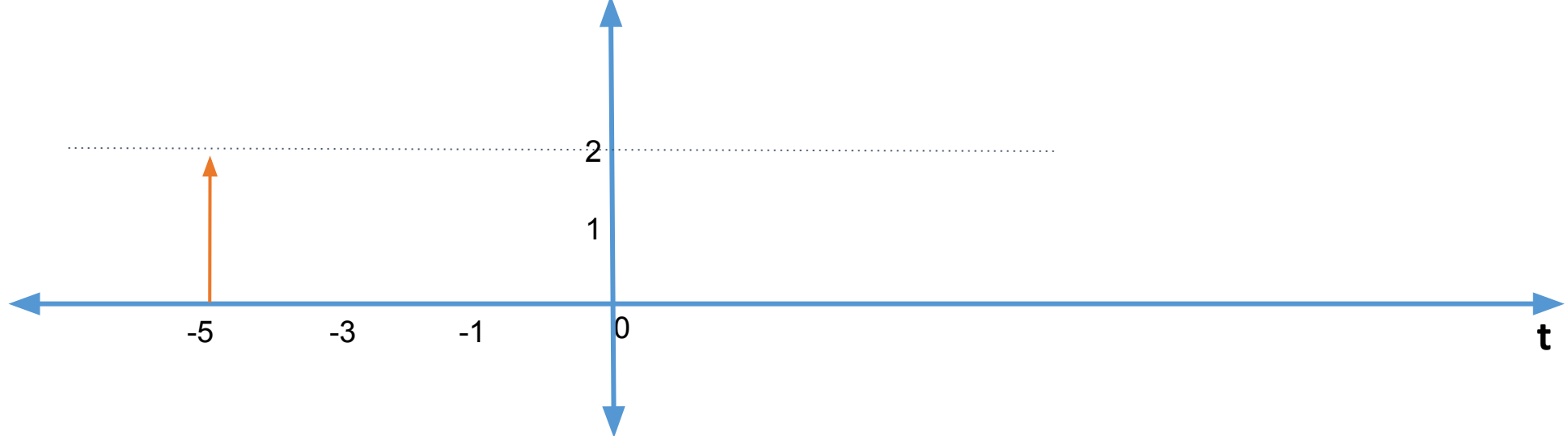
## Transformaciones en $\delta(t)$

Desplazamiento + multiplicación por un escalar

$\delta(t-2)$



$2\delta(t+5)$



# Señales en tiempo continuo

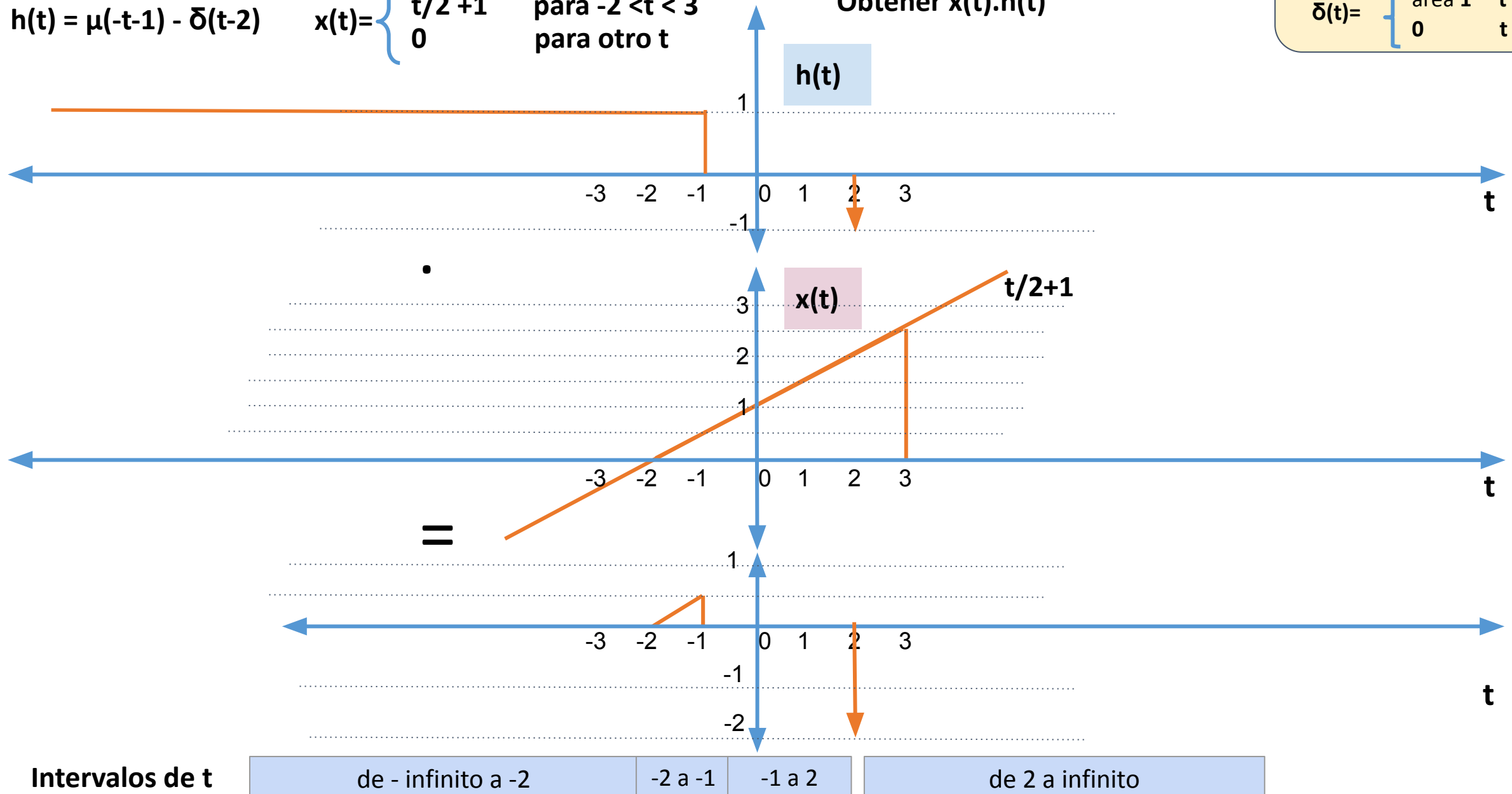
## Operaciones con $\mu(t)$ , $\delta(t)$ y otras señales

$$h(t) = \mu(-t-1) - \delta(t-2) \quad x(t) = \begin{cases} t/2 + 1 & \text{para } -2 < t < 3 \\ 0 & \text{para otro } t \end{cases}$$

Obtener  $x(t) \cdot h(t)$

Recordar:

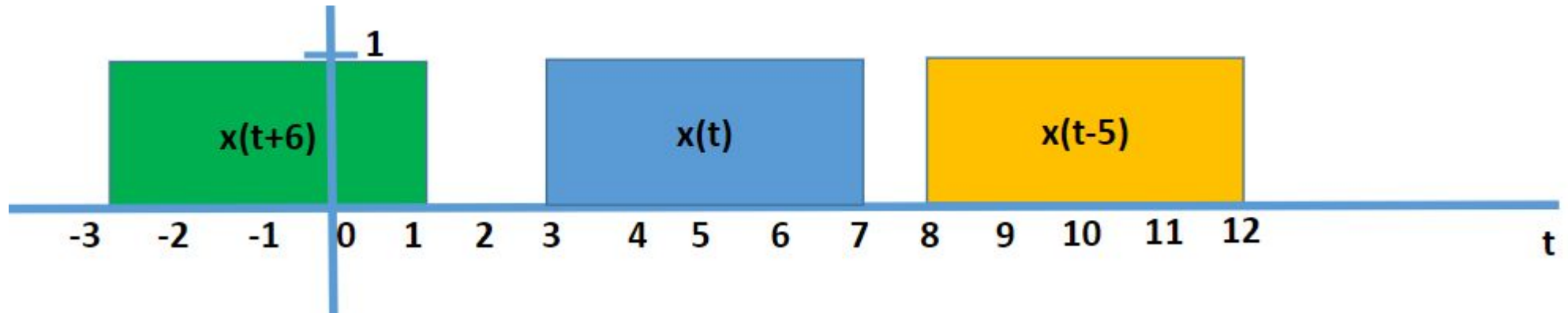
$$\mu(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$
$$\delta(t) = \begin{cases} \text{área 1} & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$



Repasemos un poco antes de hacer más ejercicios.  
Las Transformaciones...

# Desplazamiento

Se produce un CORRIMIENTO en el cual tenemos 2 señales  $x(t)$  y  $x(t-a)$  que son IDÉNTICAS EN FORMA pero TRASLADADA una con respecto a la otra

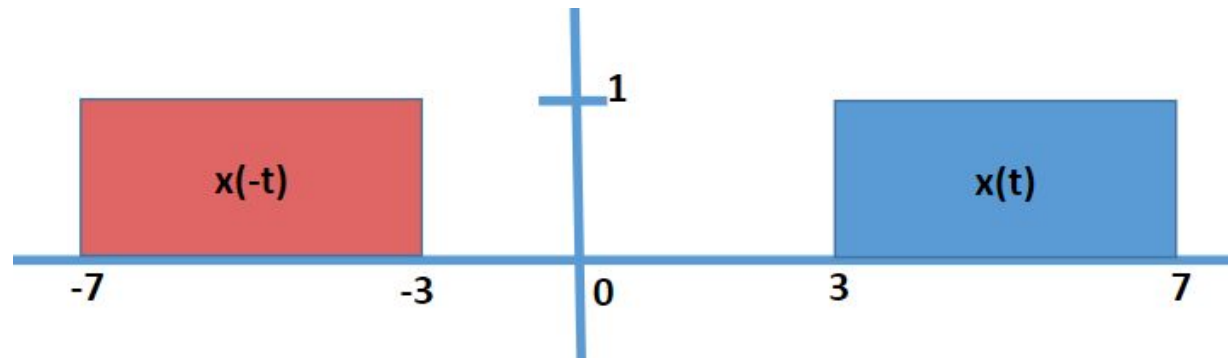


# Repasemos un poco antes de hacer más ejercicios.

## Las Transformaciones...

### Reflexión

La señal  $x(-t)$  se obtiene a partir de la señal  $x(t)$  mediante un REFLEJO respecto de  $t=0$ , es decir, INVIRTIENDO LA SEÑAL.



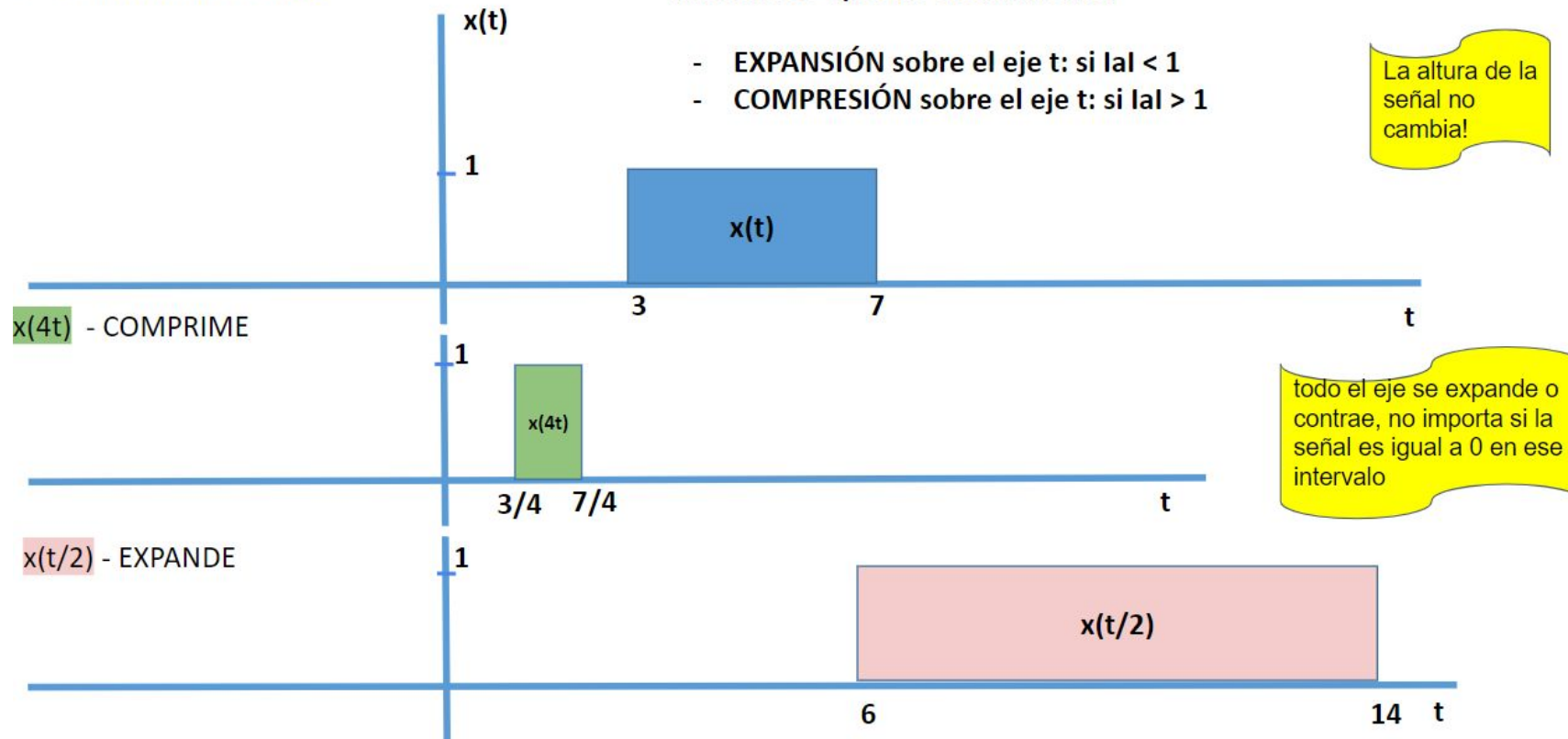
# Repasemos un poco antes de hacer más ejercicios.

## Las Transformaciones...

# Escalamiento

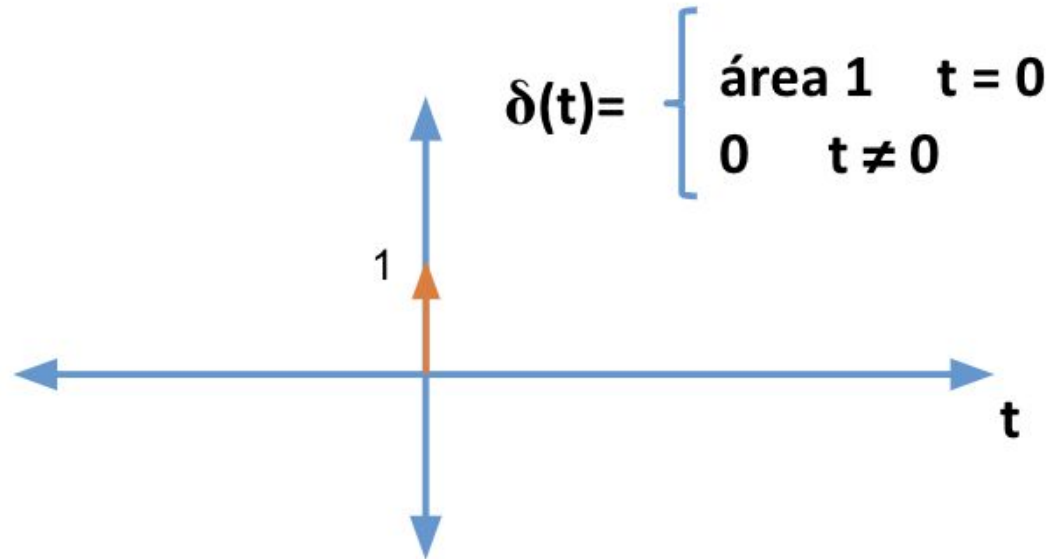
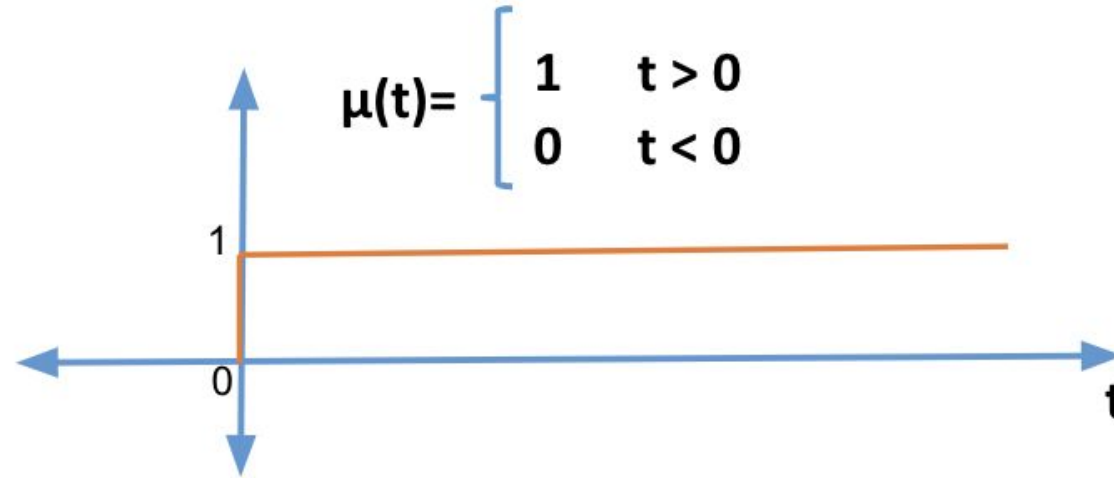
- EXPANSIÓN sobre el eje  $t$ : si  $|a| < 1$
- COMPRESIÓN sobre el eje  $t$ : si  $|a| > 1$

### 3 - ESCALAMIENTO $x(at)$



# Recordamos señales básicas: Escalón e impulso unitario

Tiempo Continuo





# EJERCICIOS DEL LIBRO (2.9)

Terminar de tarea los que no se puedan hacer en clases

**25**  
minutos

a. Utiliza la señal  $x(t)$

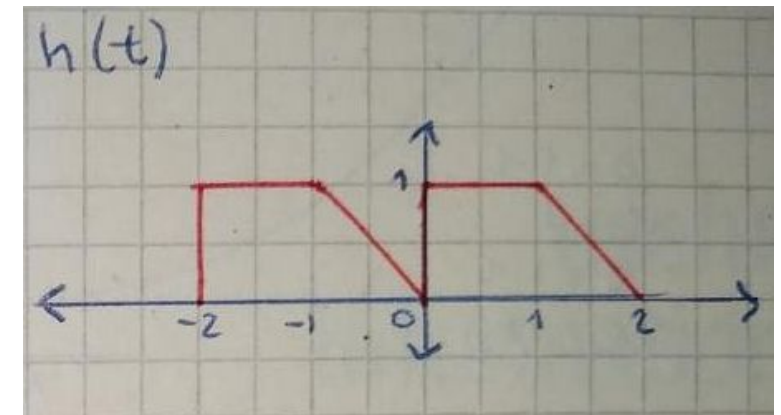
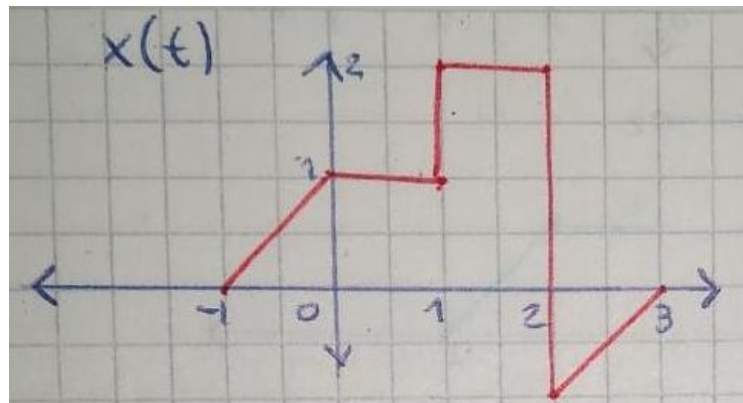
- i.  $x(t-2)$
- ii.  $x(-t)$
- iii.  $x(2t+2)$
- iv.  $x(2-t/3)$
- v.  $[x(t)+x(2-t)].u(1-t)$

b. Utiliza la señal  $h(t)$

- i.  $h(t+3)$
- ii.  $h(t/2-2)$
- iii.  $h(1-2t)$
- iv.  $4.h(t/4)$
- v.  $\frac{1}{2}.h(t).u(t)+h(-t).u(t)$
- vi.  $h(t/2).\delta(t+1)$
- vii.  $h(t).[u(t+1)-u(t-1)]$

c. Utilizan ambas señales  $x(t)$  y  $h(t)$

- i.  $x(t).h(t+1)$
- ii.  $x(t).h(-t)$
- iii.  $x(t-1).h(1-t)$
- iv.  $x(1-t).h(t-1)$
- v.  $x(2-t/2).h(t+4)$



# UNIDAD 1 - SEÑALES Y SISTEMAS (Señales Continuas y Discretas)

## Ejercitación sobre temas vistos en la Clase 1

Transformaciones de la variable independiente

1. Desplazamiento
2. Reflexión
3. Escalamiento (solo tiempo continuo)

Operaciones entre señales

1. Suma
2. Resta
3. Multiplicación

Señales Básicas (escalón unitario, impulso unitario)

## Introducción a Octave

1. Graficar
2. Vectores
3. etc

# Ejercicios de la Guía de Trabajos Prácticos nro 1

## 1) Representar las siguientes señales continuas:

a)  $x(t) = u(t + 2)$

b)  $y(t) = t \cdot (u(t - 1) - u(t - 3))$

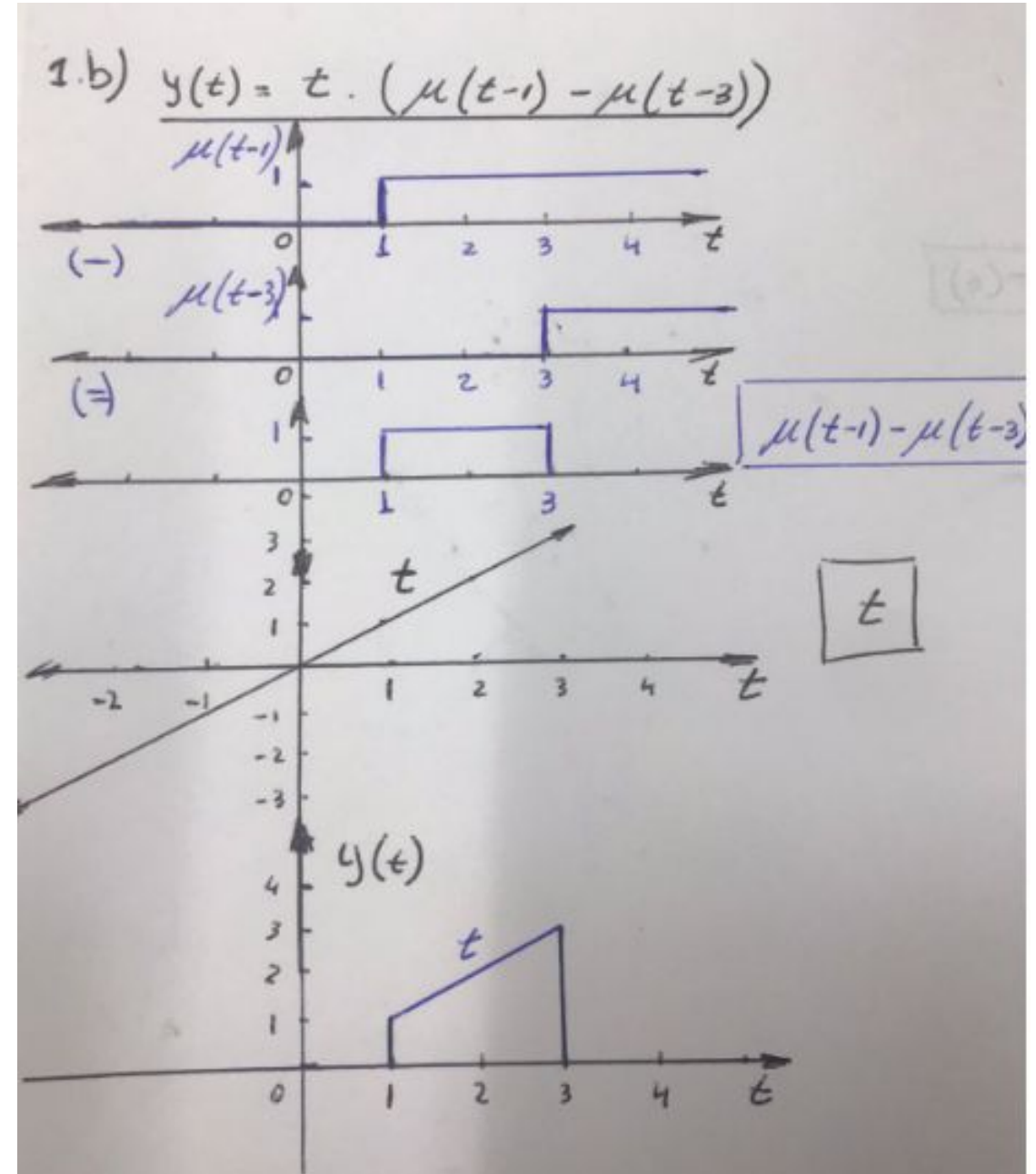
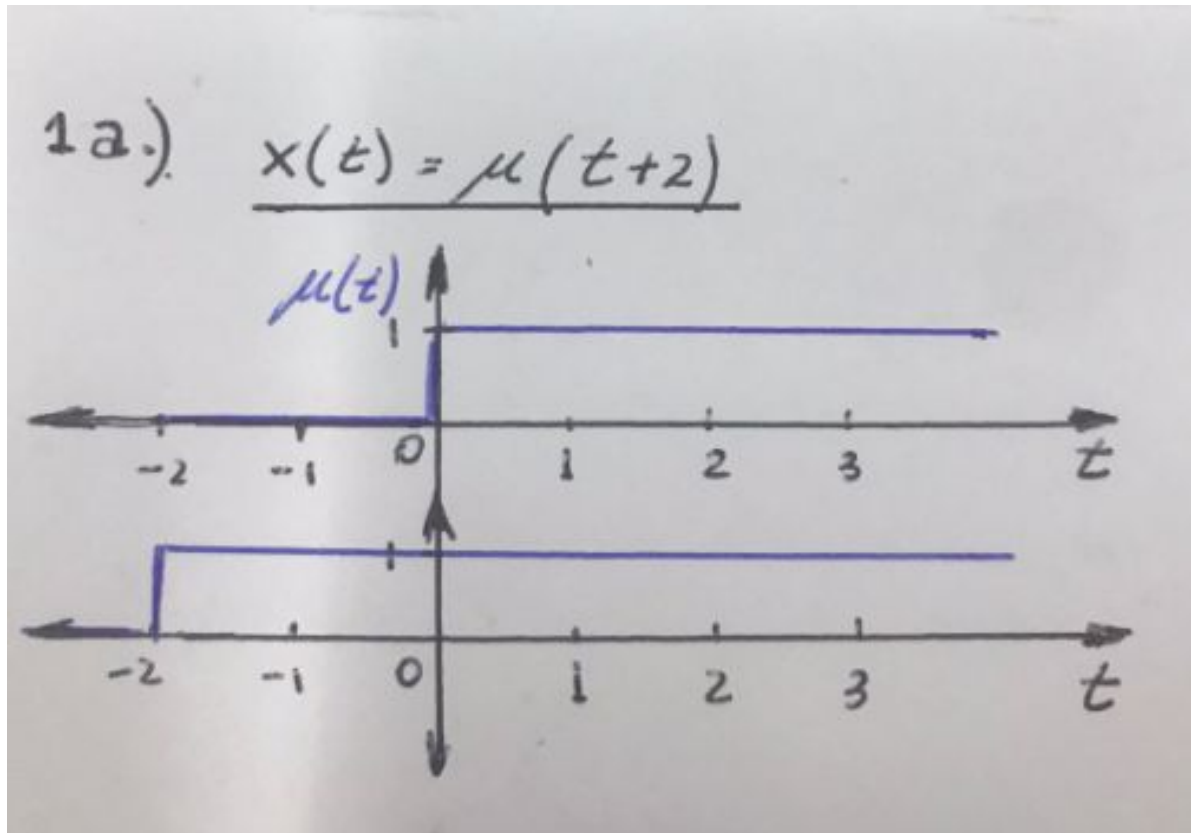
c)  $z(t) = e^{-3t} \cdot \delta(t - 1)$

d)  $q(t) = u(t - 3) - u(t - 6)$

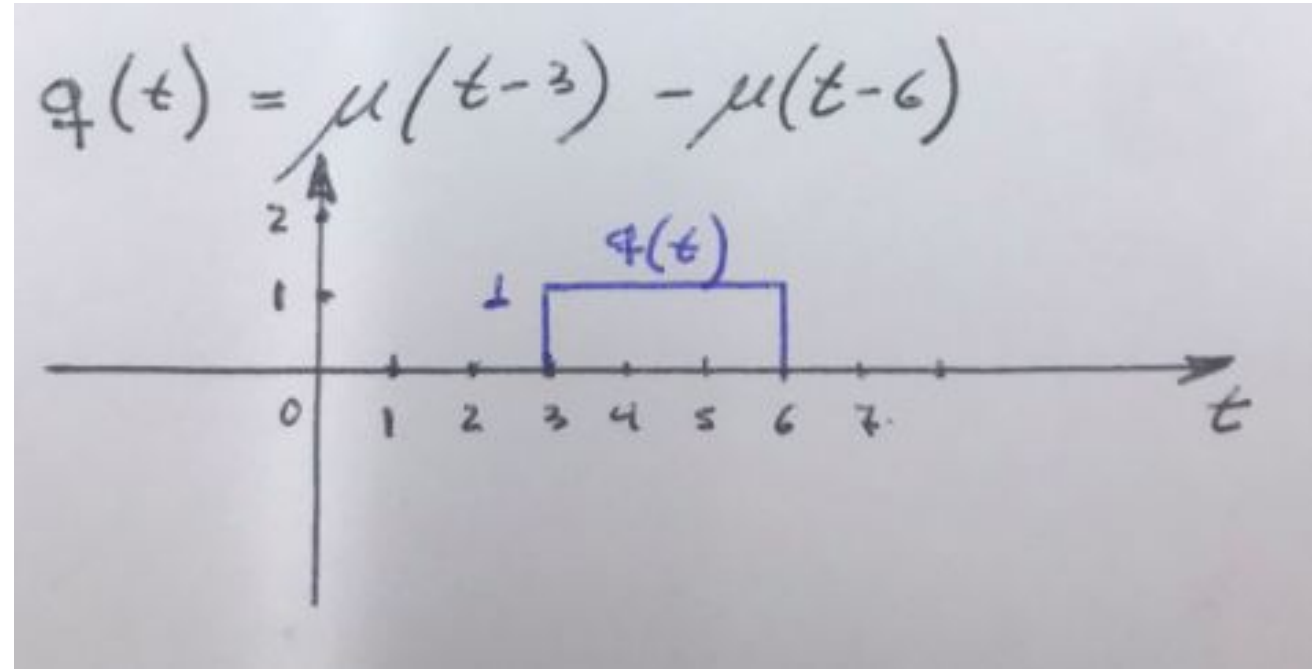
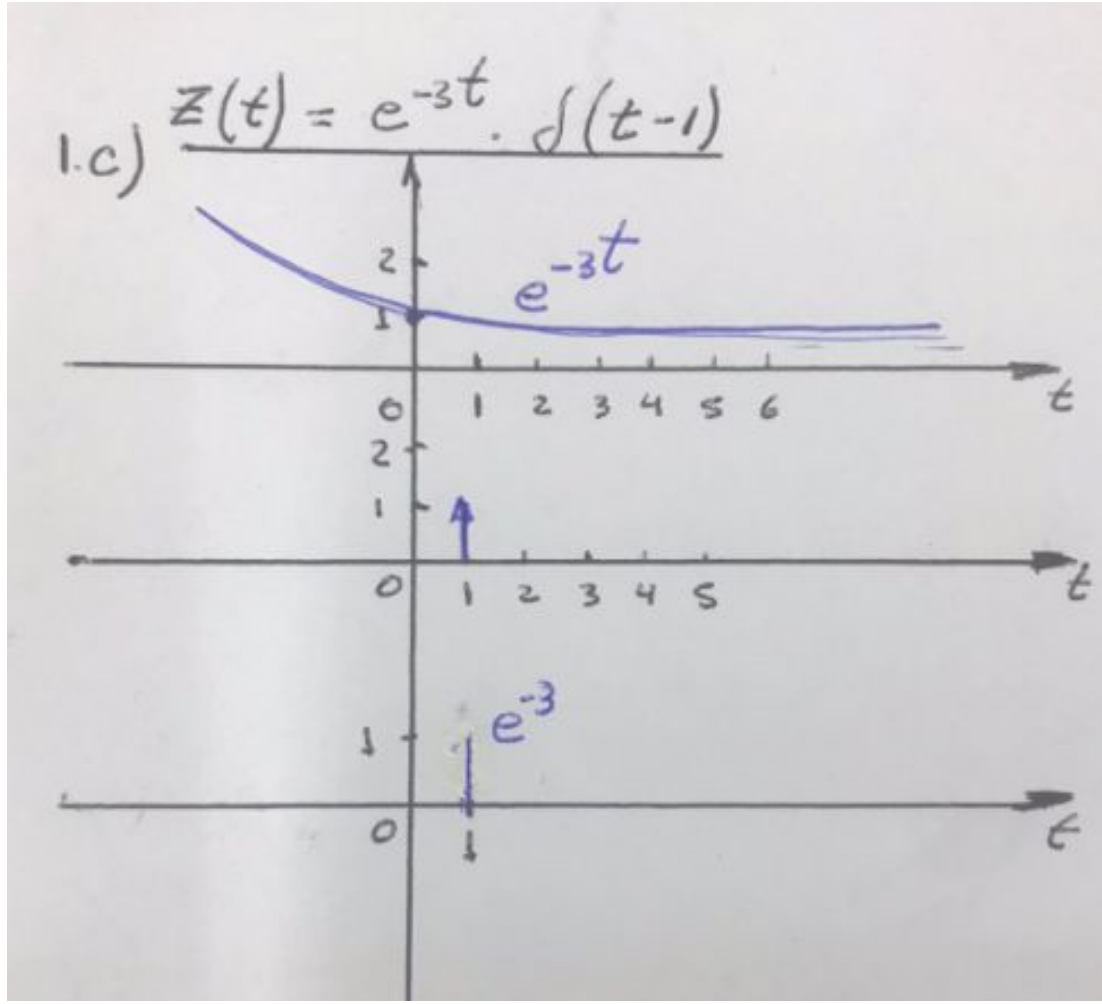
e)  $r(t) = \delta(t - 1) - 2\delta(t + 3)$

**15**  
minutos

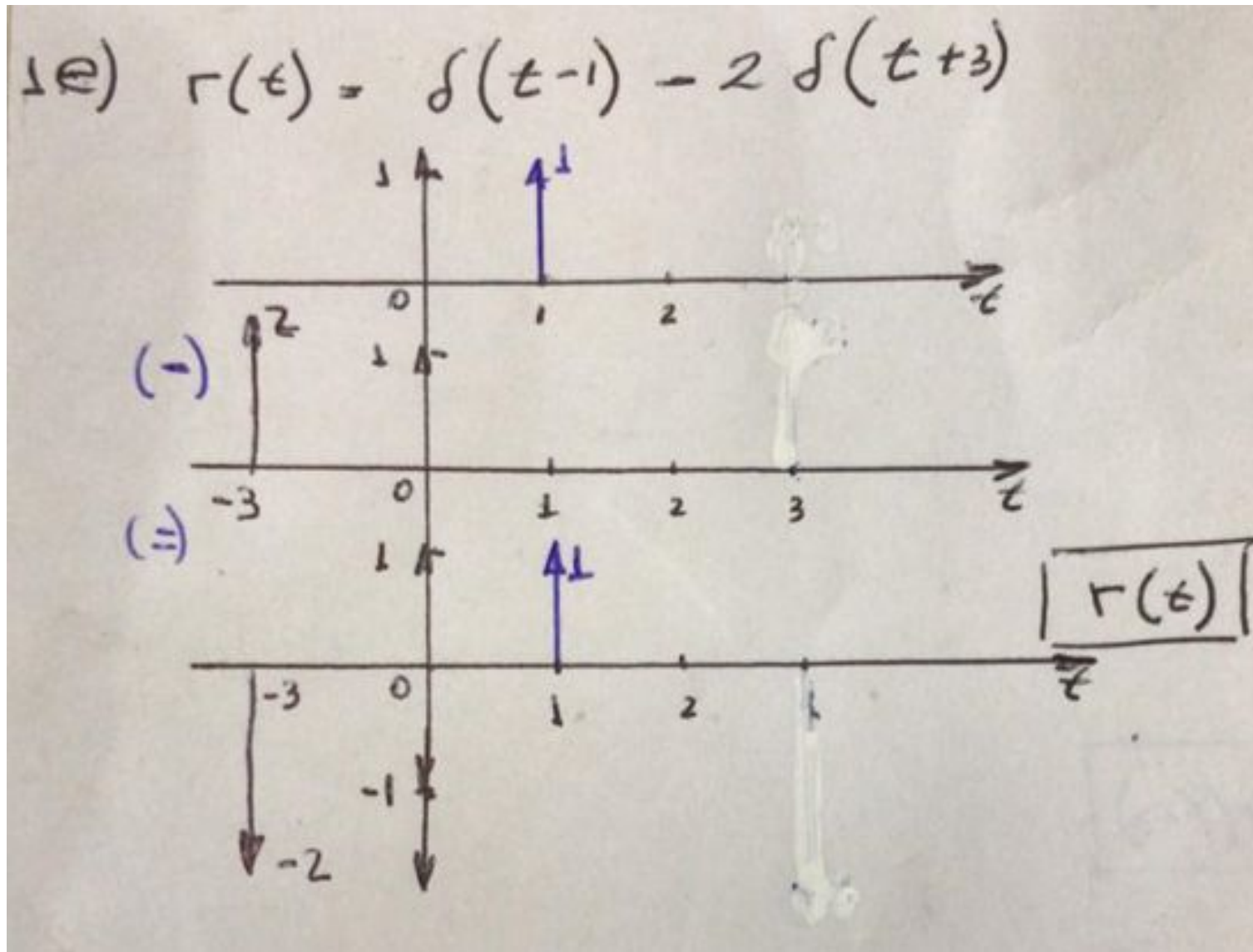
## Señales en tiempo continuo. Resolución ejercicios Guía de T.P. 1



## Señales en tiempo continuo. Resolución ejercicios Guía de T.P. 1



## Señales en tiempo continuo. Resolución ejercicios Guía de T.P. 1



## Señales en tiempo continuo. Ejercicios de la Guía de Trabajos Prácticos nro 1

2) Realizar las siguientes operaciones sobre las señales del ejercicio 1, representando gráficamente la solución:


a)  $2y(-t + 1)$

b)  $3z(t - 4)$

c)  $q(2t - 2)$

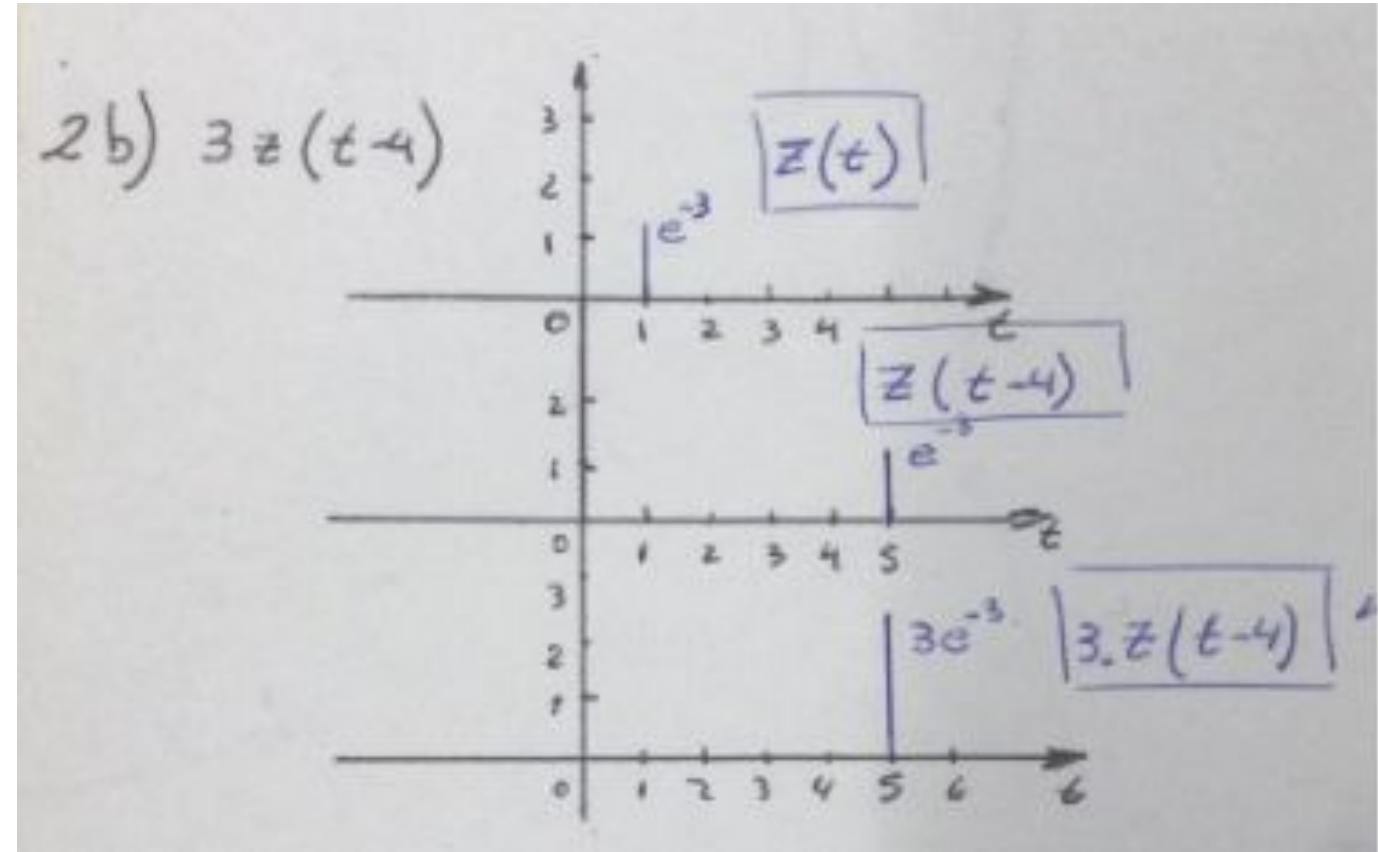
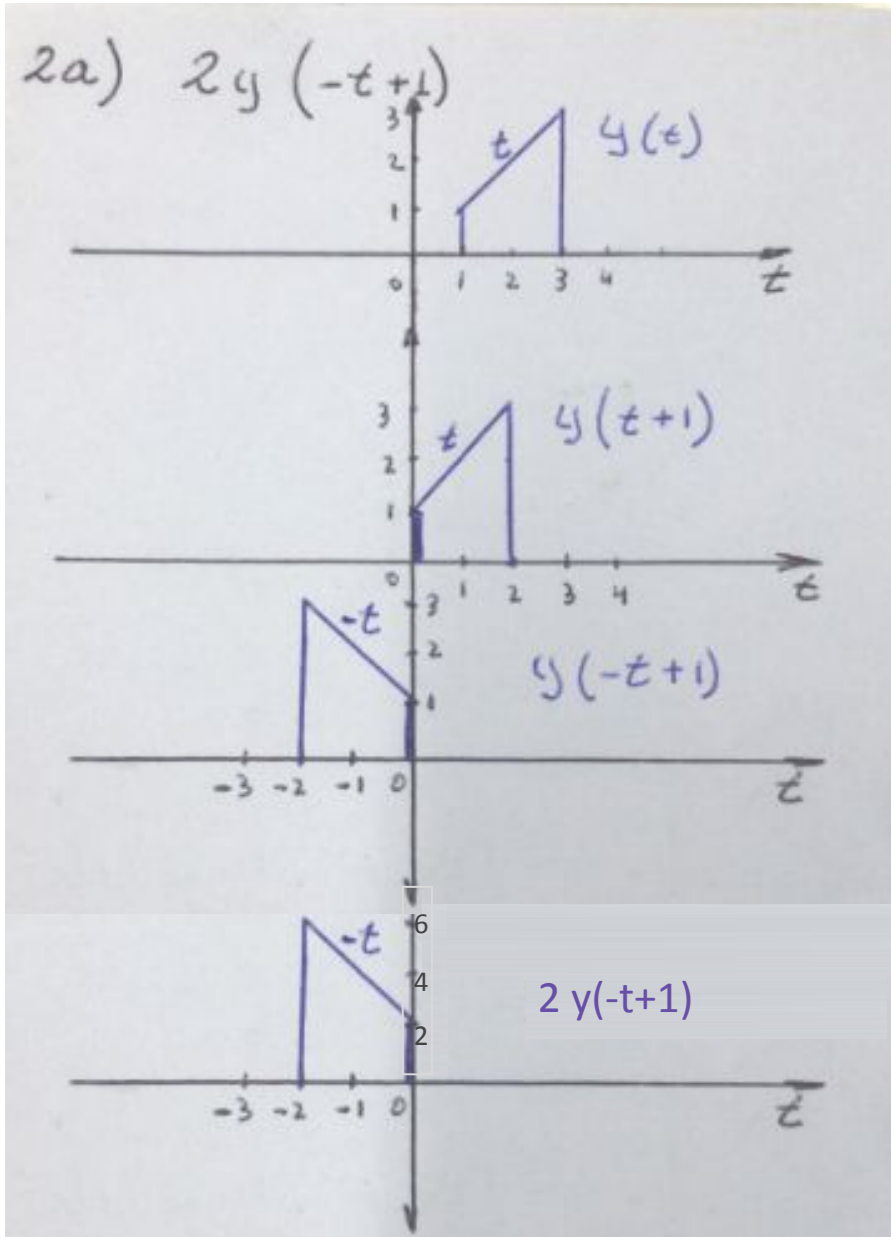
d)  $r(-t - 3)$

e)  $(x(t) \cdot q(t - 4)) + q(t)$



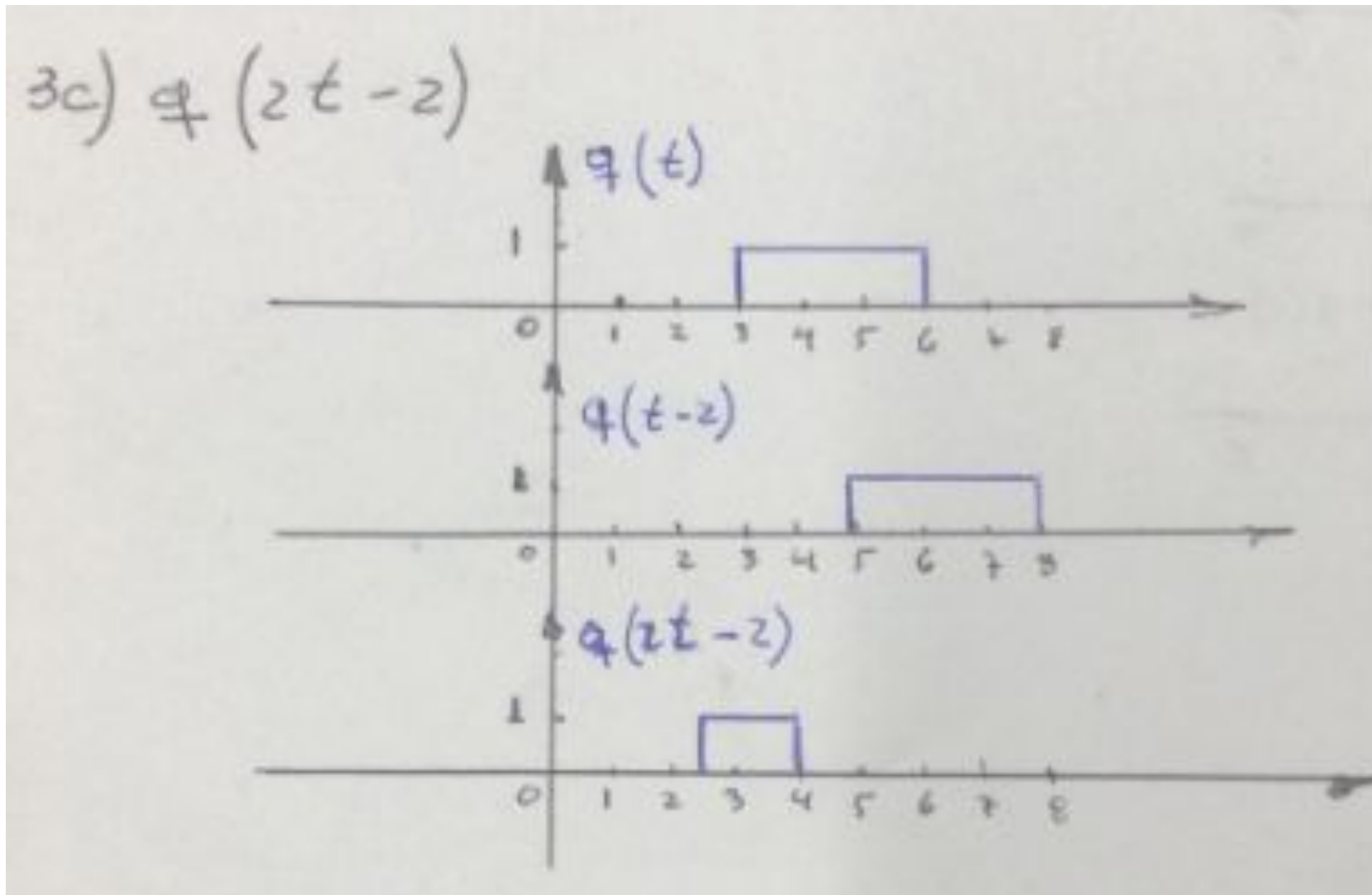
**15**  
minutos

## Señales en tiempo continuo. Resolución ejercicios Guña de T.P. 1

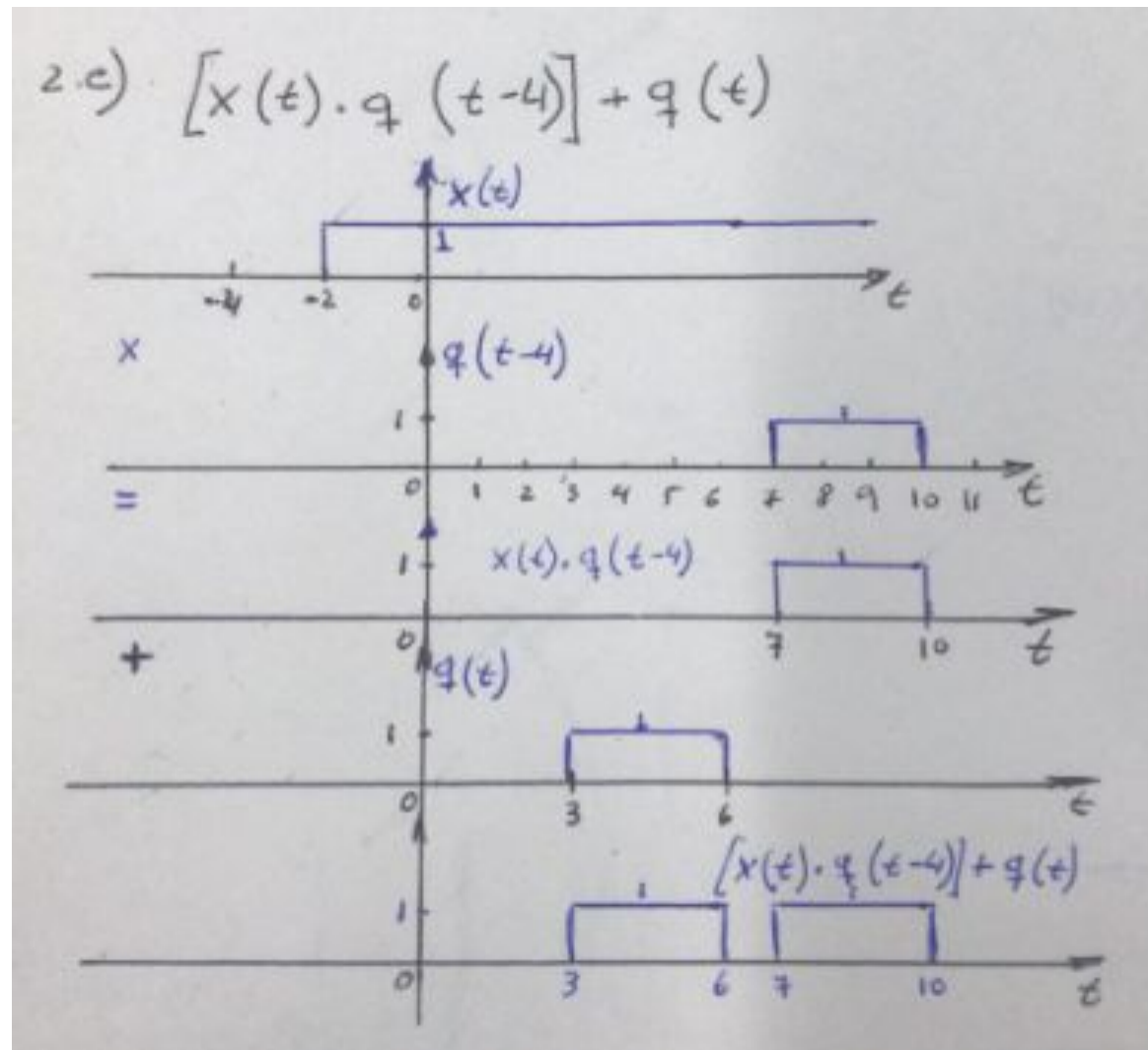
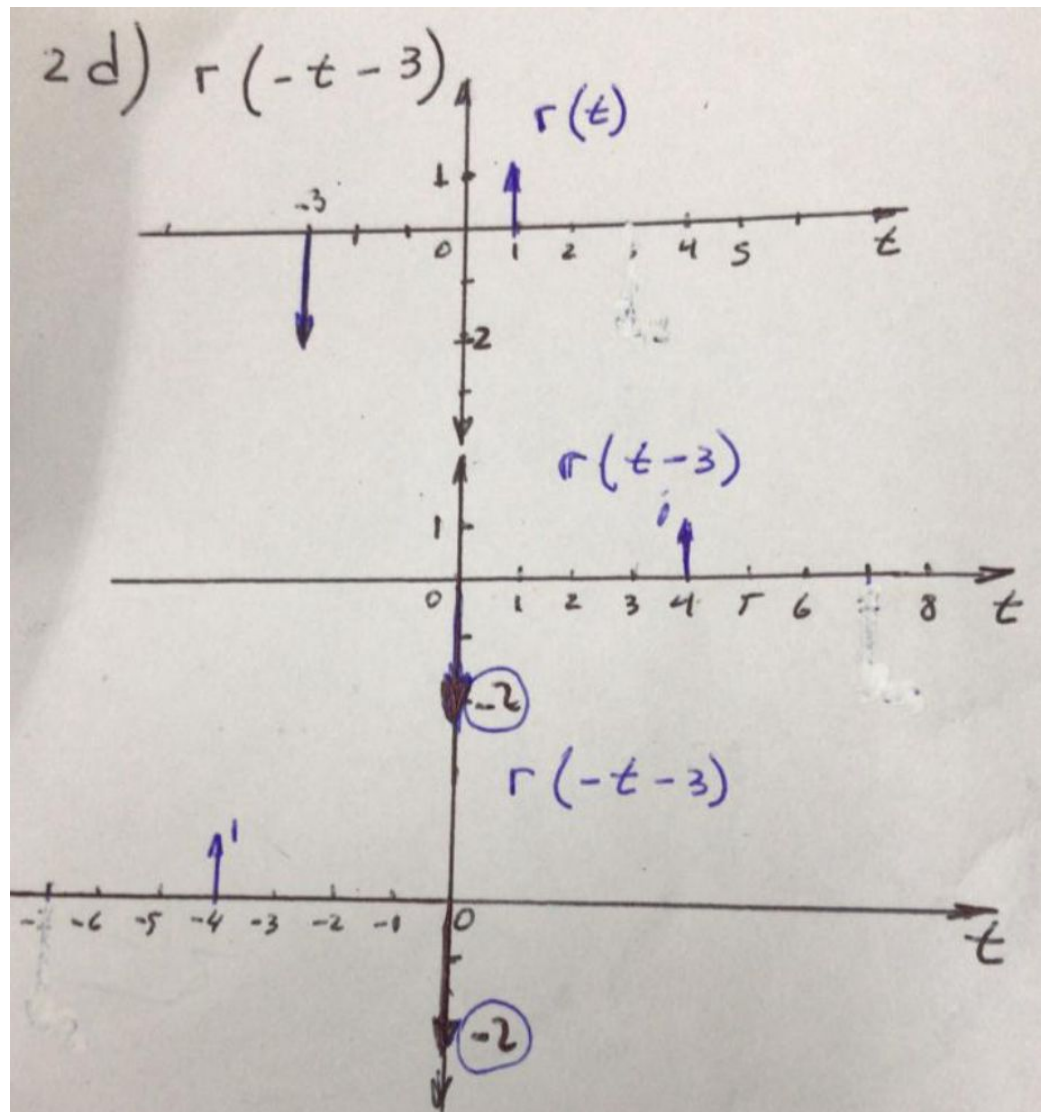




## Señales en tiempo continuo. Resolución ejercicios Guía de T.P. 1



## Señales en tiempo continuo. Resolución ejercicios Guía de T.P. 1



## Señales en tiempo continuo. Ejercicios de la Guía de Trabajos Prácticos nro 1.

3) Dada la señal  $x(t) = 3e^{0,2t}[u(t - 1) - u(t - 9)]$ , se pide:

a) Graficar.

b) Revisar el gráfico anterior si la señal fuera

$$x_1(t) = 3e^{0,2t} [u(t - 9) - u(t - 1)].$$

Analizar y establecer conclusiones.

c) Obtener  $x(-t)$  y graficar.

d) Obtener  $x(t + 4)$  y graficar.

e) Realizar la representación discreta de la misma, tomando **1** como intervalo de **t** (se obtiene  $x[n]$ ).

f) Obtener  $x[n + 2]$  y graficar.

g) Obtener  $x[2 - n]$  y graficar.

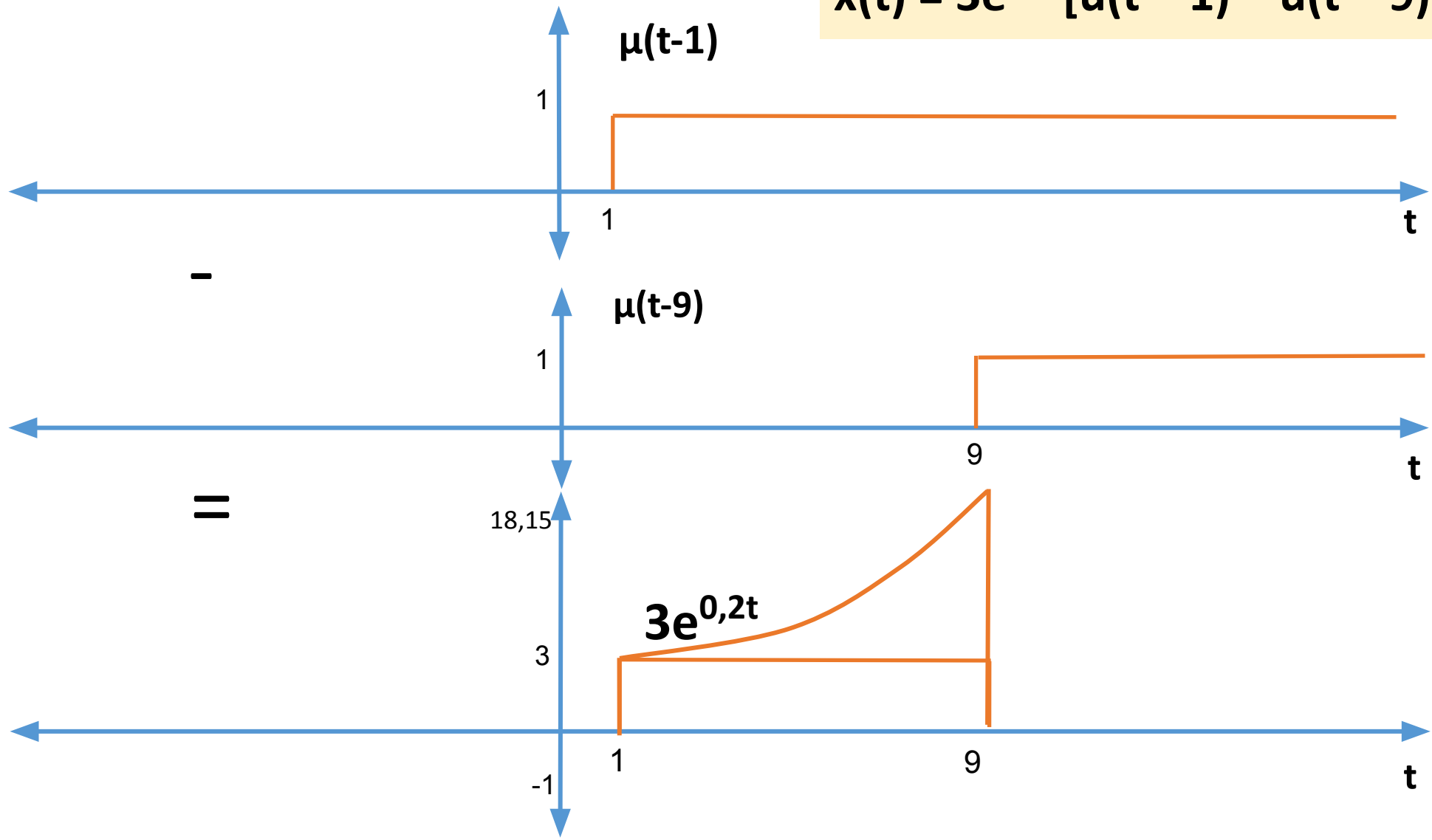
h) Obtener  $x[n] \cdot x[n + 1] + x[n - 2]$  y graficar.

**20**  
minutos

Resolución Ejercicio nº 3 de la Guía de TP

Ej 3) señal original  
 $x(t) = 3e^{0,2t}[u(t - 1) - u(t - 9)]$

a) Graficar



Intervalos de t

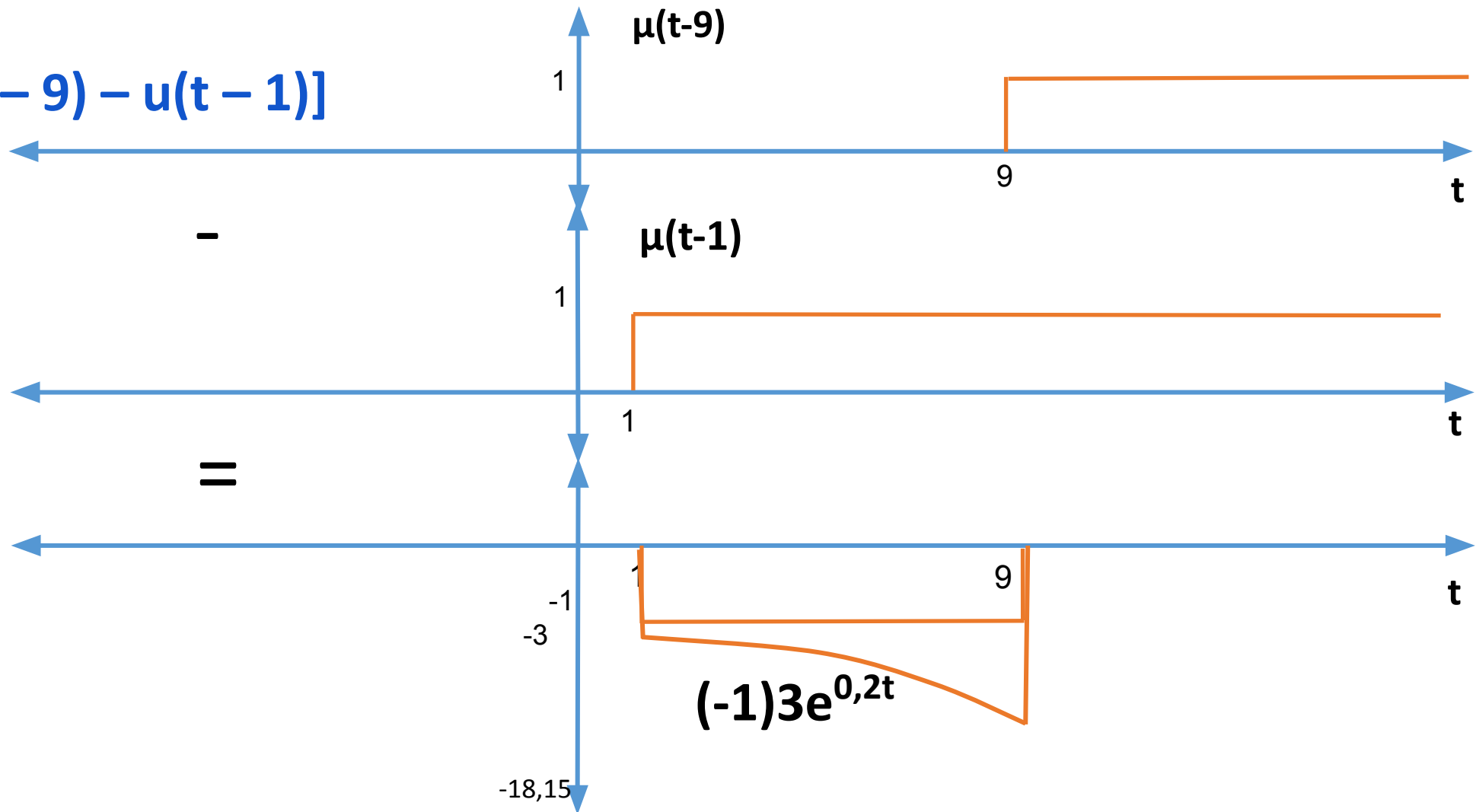
de - infinito a 1	de 1 a 9	de 9 a infinito
-------------------	----------	-----------------

Resolución Ejercicio nº 3 de la Guía de TP

Ej 3) señal original  
 $x(t) = 3e^{0,2t}[u(t - 1) - u(t - 9)]$

b) Revisar el gráfico anterior si la  
señal fuera:

$x_1(t) = 3e^{0,2t} [u(t - 9) - u(t - 1)]$

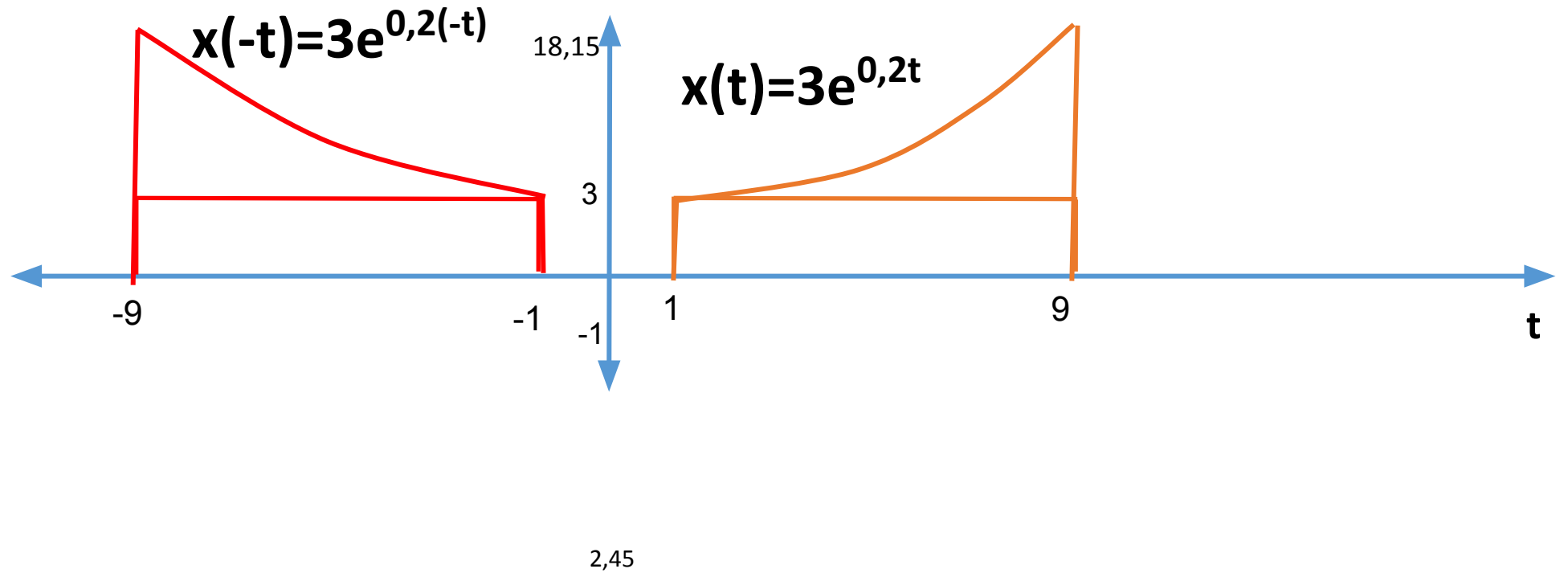


Intervalos de t	de - infinito a 1	de 1 a 9	de 9 a infinito
-----------------	-------------------	----------	-----------------

## Resolución Ejercicio n° 3 de la Guía de TP

Ej 3) señal original  
 $x(t) = 3e^{0,2t}[u(t - 1) - u(t - 9)]$

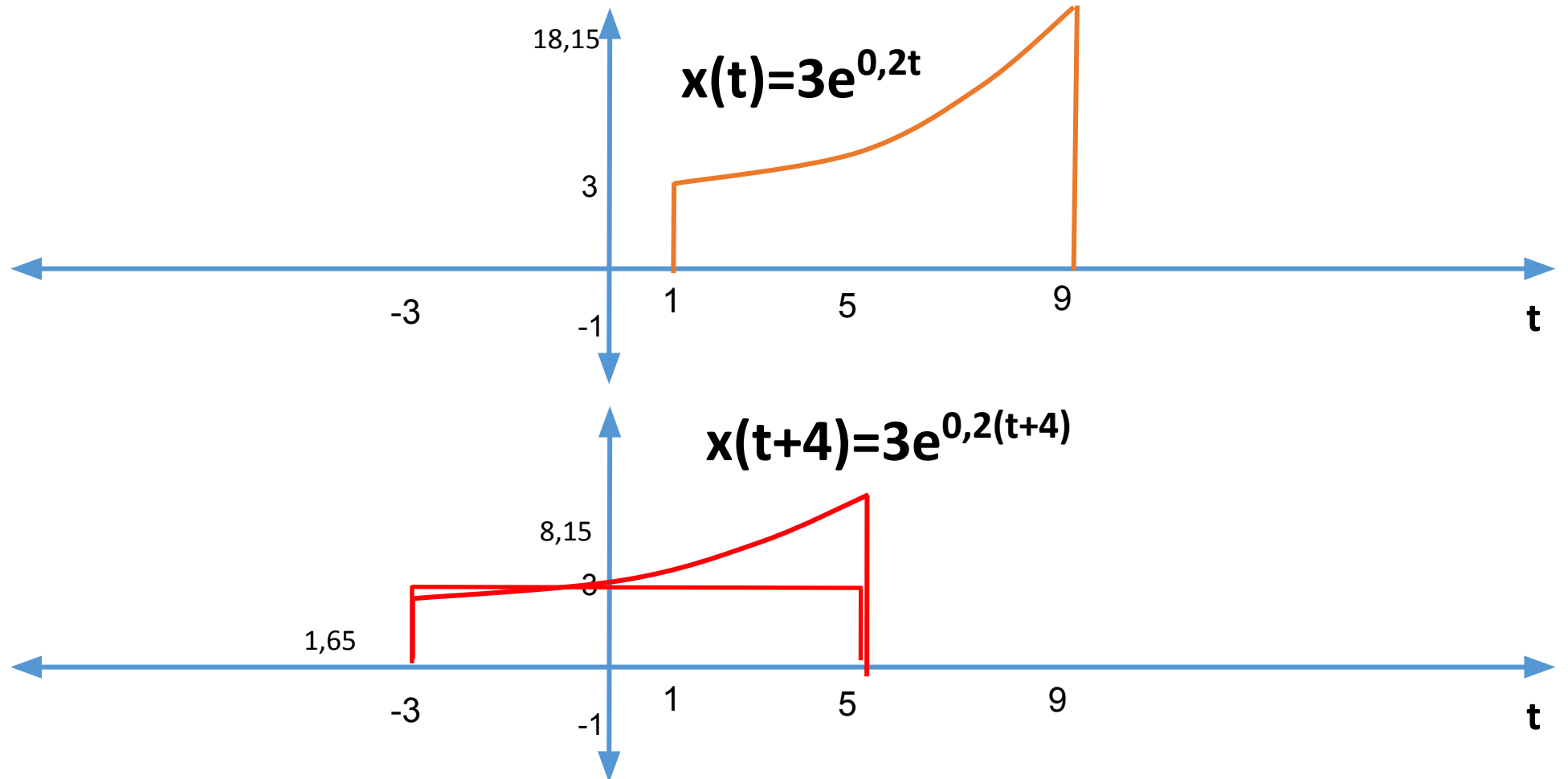
c) Obtener  $x(-t)$  y graficar



## Resolución Ejercicio n° 3 de la Guía de TP

Ej 3) señal original  
 $x(t) = 3e^{0,2t}[u(t - 1) - u(t - 9)]$

d) Obtener  $x(t + 4)$  y graficar



## Señales en tiempo continuo. Ejercicios de la Guía de Trabajos Prácticos nro 1.

4) Dada la señal  $x(t) = 0,3 \cdot u(t - 3)$ , se pide:

a) Graficar.

b) Obtener  $x(-t)$  y graficar.

c) Obtener  $x(t + 6)$  y graficar.


d) Realizar la representación discreta de la misma, tomando **1** como intervalo de **t** (se obtiene  $x[n]$ ).

Tener en cuenta que **n** esté comprendido entre **0 y 10**.

e) Obtener  $x[n + 2]$  y graficar.

f) Obtener  $x[2 - n]$  y graficar.

g) Obtener  $x[n] \cdot x[n + 1] + x[5 - n]$  y graficar.



**20**  
minutos



## Señales en tiempo continuo. Ejercicios de la Guía de Trabajos Prácticos nro 1.

5) Dada la señal  $x(t) = \sum_{k=1}^{k=6} \delta(t - k)$ , se pide:

- a) Graficar.
- b) Obtener  $x(-t)$  y graficar.
- c) Obtener  $x(t + 6)$  y graficar.
- d) Realizar la representación discreta de la misma, tomando **1** como intervalo de **t** (se obtiene  $x[n]$ ). Tener en cuenta que **n** esté comprendido entre **1 y 10**.
- e) Obtener  $x[n - 5]$  y graficar.
- f) Obtener  $x[6 - n]$  y graficar.
- g) Obtener  $x[n] \cdot x[2 - n]$  y graficar.

**20**  
minutos  
o de tarea