PREGUNTA 1

✓ Para el muestreo de una señal x(t) = 5 sen (2 π 2500t), indique las opciones correctas. *1/1

- [ ] Para una frecuencia de muestreo Fm = 7500 la frecuencia digital de x[n] es f = 1/3 y la muestra no es representativa de la señal.
- [x] Utilizando una frecuencia de muestreo Fm = 10000 se obtienen muestras válidas para representar a x(t) . ✓
- [x] Con una frecuencia de muestreo Fm = 200 se obtiene un vector x[n] idéntico al del muestreo de x1(t)=3. cos(2pi100t) , pero las muestras no son válidas para representar ambas señales. ✓
- [ ] Para una frecuencia de muestreo Fm = 1250 la frecuencia digital de x[n] es f = 2 la muestra es representativa de la señal.

Opción A - FALSA

Partiendo de una frecuencia de muestreo de 7500Hz y siendo la frecuencia original de la señal 2500Hz, a traves de la siguiente relación:

$$f_0 = \frac{F_0}{Fm}$$

→ Si podemos decir que la frecuencia digital es un ⅓.

Pero por otro lado dice que el muestreo no es representativo de la señal, en este caso es falso. Para que la muestra sea representativa y pueda reconstruir mi señal de una manera correcta, se debe cumplir la siguiente inecuación:

$$-\frac{F_m}{2} \leq F_0 \leq \frac{F_m}{2}$$

Esto quiere decir que la frecuencia original de la señal que estamos analizando debe estar entre (- la mitad de la frecuencia de muestreo y + la mitad de la frecuencia de muestreo)

Aplicada a lo que tenemos:

$-\ 7500/2 \ \leq\ 2500 \ \leq\ 7500/2$

Es decir que:

$-\ 3750 \ \leq\ 2500 \leq\ 3750$

Podemos ver que esta condición si se cumple, por lo cual mi muestra si es representativa de la señal.

OPCIÓN B - **VERDADERA**

Utilizando una frecuencia de muestreo Fm = 10000 se obtienen muestras válidas para representar x(t).

Esta es verdadero ya que si corroboramos la relación anterior que proponemos:

$$-\frac{F_m}{2} \leq F_0 \leq \frac{F_m}{2}$$

Aplicada a lo que tenemos:
$-\ 10000/2\ \leq 2500\ \leq 10000/2$
Es decir que:
$-\ 5000\ \leq\ 2500 \leq\ 5000$

OPCIÓN C - VERDADERA

Con una frecuencia de muestreo de 200 se obtiene un vector x[n] idéntico al del muestreo de x1(t) = 3cos(2pi100t), pero las muestras no son válidas para representar ambas señales.

En primer lugar, es importante recordar que para todas las frecuencias analogicas:

$$\boxed{F_k = F_0 + k.Fm}$$

La señal x [n] es idéntica (alias) y representa los mismos valores muestreados para el Δt o Fm utilizados. Por lo tanto:

2500 Hz = 100 + 12*200Hz → Entonces acá podemos ver que se obtiene un vector idéntico al del muestreo de la otra señal, donde cuando k =12 se obtiene la misma muestra.

Por otro lado, recordando la siguiente condición:

$$Fm \geq 2\, F_0\, \text{máx}$$

Como podemos ver la frecuencia de muestreo que se utiliza, es decir 200Hz es mucho menor que la frecuencia máxima de mi señal original, la cual es 2500Hz, por ello decimos que las muestras no son válidas para representar ambas señales.

OPCIÓN D - **FALSA**

Dice que para una Fm = 1250 Hz la frecuencia digital es f = 2 y la muestra es representativa para la señal. Si bien la frecuencia digital es 2, la frecuencia de muestreo no es ni el doble de la frecuencia máxima de la señal que estamos representando, por lo cual la muestra NO ES REPRESENTATIVA.
No cumple con:

$$Fm \geq 2\, F_0\, \text{máx}$$

PREGUNTA 2

✓ Se desea aplicar el algoritmo FFT, a una señal de 10s de duración. Para ello se genera x[n] con un At = 0.1s, y una dimensión N = 512 elementos en los vectores. Indicar las opciones correctas. *1/1

- [ ] El espectro sólo posee valores no nulos en 100 frecuencias.
- [x] El período adoptado para la representación de la señal es T = 51.2s. ✓
- [x] El muestreo del espectro de la señal, se realiza en valores de frecuencias cada AF= 10/512 hz. ✓
- [ ] Se deben agregar 512 ceros a la señal.

OPCIÓN A - FALSA

Es importante recordar que al momento de trabajar con señales no periódicas, se genera una señal con N elementos complementando con valores nulos. En Octave se genera un vector de dimensión N, igual al número de elementos de un ciclo en la señal periódica en el cual una parte tendrá valores de la señal y se complete hasta llegar a N con valores nulos.
Entonces para saber cuántos valores voy a tener nulos va a depender de la señal que este analizando

OPCIÓN B - VERDADERA

El periodo adoptado para la señal es T = 51.2s, verdadera ya que podemos calcularlo a traves de la siguiente formula:

$$T = N . \Delta T$$

Donde el periodo de nuestra señal es igual al intervalo de tiempo entre cada muestra multiplicado por N, siendo N la cantidad de muestras, es decir valores discretos que voy a tomar.

Entonces: T = 0.1s * 512 → T = 51.2s

OPCIÓN C - VERDADERA

El muestreo del espectro de la señal, se realiza en valores de frecuencias cada AF= 10/512 hz.
Podemos afirmar a traves de la siguiente formula:

$$\Delta F = F_0 = \frac{1}{T}$$

Esta es la frecuencia de muestreo en función del periodo de muestreo

Donde nuestro AF = 1 / 51.2s.

OPCIÓN D - FALSA

El número de puntos de la FFT es N = 512 y el enunciado ya indica que estamos generando x[n] con 512 elementos, por lo que no es necesario agregar ningún cero si ya tenemos el valor indicado de muestras.

PREGUNTA 3

✓ Dada una señal finita de tiempo discreto, indique las opciones correctas, respecto a su transformada de Fourier. *1/1

- [ ] Posee una transformada de Fourier continua en la frecuencia, cuya expresión se puede obtener con el algoritmo FFT.
- [x] .Se pueden obtener muestras de su transformada de Fourier, si se la convierte en una señal con periodo N, en las frecuencias fk = k/N ✓
- [x] Posee una transformada de Fourier continua y periódica en función de la frecuencia. ✓
- [ ] Se puede analizar con la transformada discreta de Fourier o la FFT, si se genera una señal con periodo N, menor al número de elementos de la señal.

OPCIÓN A - FALSA

La primera opción es falsa porque una señal discreta y finita no tiene una transformada de Fourier continua en frecuencia; tiene una Transformada Discreta de Fourier (DFT), que es una serie de valores discretos en frecuencias específicas.El algoritmo FFT calcula esta DFT, que es una representación discreta, no continua, de la frecuencia

OPCIÓN B - VERDADERA

Esta es verdadera, dice que se pueden obtener muestras de su transformada de Fourier, si se la convierte en una señal con periodo N, en las frecuencias fk = k/N.
La segunda opción es verdadera porque, si conviertes una señal finita en una señal periódica de periodo N, puedes obtener muestras discretas de su transformada de Fourier en frecuencias específicas.

OPCIÓN C - VERDADERA

Es verdadera ya que la transformada de Fourier de una señal finita en tiempo discreto es una función continua y periódica en función de la frecuencia. El periodo es de 2 pi en radianes o 1 en frecuencias normalizadas.

OPCIÓN D - FALSA

Se puede analizar con la transformada discreta de Fourier o la FFT, si se genera una señal con periodo N, menor al número de elementos de la señal.
aunque técnicamente puedes hacerlo, hacer que la señal tenga un periodo N menor solo agrega problemas de aliasing y distorsión sin ninguna ventaja para el análisis de frecuencia.

PREGUNTA 4

✓ Para la señal x[n] = 2 cos(2pi * 5/7 * n) , indique las opciones correctas. *1/1

- [x] Es idéntica a y[n] = 2 cos(2pi * 19/7 * n) ✓
- [ ] Es idéntica a y[n] = 2 cos(2pi * 10/7 * n)
- [ ] No es periódica.
- [x] Es periódica con N = 7 ✓

OPCIÓN A - VERDADERA

Podemos afirmar que es verdadera ya que:
x[n] = 2 cos(2π*5/7*n) = y[n] = 2 cos(2π*19/7*n)

Recordemos que cuando hablamos de la periodicidad:

$$\boxed{x[n] = \cos(2\pi . f_0 n) = \cos(2\pi . (f_0 + k) . n)}$$

Entonces:
x[n] = 2 cos(2π*5/7*n) = y[n] = 2 cos(2π*(5/7+14/7)*n) siendo k=14/7

OPCIÓN B - FALSA

A partir de que:
x[n] = 2 cos(2π*5/7*n) = y[n] = 2 cos(2π*10/7*n)

De igual forma a la anterior, pero en esta no es posible encontrar un k que pertenezca a los enteros para que se cumpla la igualdad.Ya que K deberia valor 5/7.

OPCIÓN C - FALSA

Una señal discreta cosenoidal es periódica si la frecuencia es un número racional. En este caso, 5/7 es la frecuencia, por lo que sí es periódica.

OPCIÓN D - VERDADERA

$$x[n] = \cos(2\pi . f_0 n)$$

Teniendo una señal de este tipo donde f0 es:

$$f_0 = \frac{1}{N}$$

Notamos que f0 = 5 * 1/7 siendo N = 7.

Pregunta 5

✓ Definiendo como h1[n] al núcleo de un filtro paso bajo, cuya frecuencia de corte es fc1, y h2[n] al núcleo de un filtro paso alto, cuya frecuencia de corte es fc2. Indique las opciones correctas. *1/1

- [ ] Para fc1< fc2, el núcleo de un filtro paso banda, con frecuencias de corte entre fc1 y fc2 es h[n] = h1[n] h2[n] (convolución entre h1 y h2).
- [ ] Para fc1 > fc2, el núcleo de un filtro rechazo de banda, con frecuencias de corte entre fc2 y fc1 es h[n] = h1[n] + h2[n].
- [x] Para fc1 < fc2, el núcleo de un filtro rechazo de banda, con frecuencias de corte entre fc1 y fc2 es h[n] = h1[n] + h2[n]. ✓
- [x] Para fc1 > fc2, el núcleo de un filtro paso banda, con frecuencias de corte entre fc2 y fc1 es h[n] = h1[n]*h2[n] (convolución entre h1 y h2). ✓

OPCIÓN A - FALSA

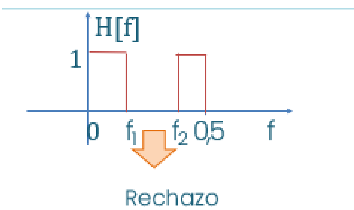
Recordemos que el filtro paso banda puede verse como una sucesión en serie de dos sistemas, correspondientes a un filtro paso bajo con frecuencia de corte= f1 y uno paso alto con frecuencia de corte f2; con f2 < f1.

OPCIÓN B - FALSA

Cuando queremos aplicar un filtro rechazo de banda, si utilizamos una agrupación en paralelo (suma) de dos sistemas, un filtro paso bajo con fc = f1 y uno paso alto con frecuencia de corte f2; con f2 > f1.

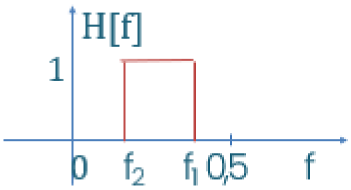
OPCIÓN C - VERDADERA

En este caso si es verdadera por que, Cuando queremos aplicar un filtro rechazo de banda, si utilizamos una agrupación en paralelo (suma) de dos sistemas, un filtro paso bajo con fc = f1 y uno paso alto con frecuencia de corte f2; con f2 > f1.



OPCIÓN D - VERDADERA

En este caso si es verdadera por que, Recordemos que el filtro paso banda puede verse como una sucesión en serie de dos sistemas, correspondientes a un filtro paso bajo con frecuencia de corte= f1 y uno paso alto con frecuencia de corte f2; con f2 < f1.



Pregunta 6

✓ Dadas las señales x1[n] y x2[n], con dimensiones L1 y L2 respectivamente. Indique las opciones correctas, respecto a la aplicación de la convolución FFT de las mismas para obtener y[n] = x1[n]*x2[n] *1/1

- [ ] La convolución da un vector y[n] = ifft(Y[k]), donde Y[k] = X1[k] X2[k], siendo X1[k] = fft(x1[n]) y X2[k] = fft(x2[n]).
- [x] Se debe otorgar a todos los vectores, una dimensión mínima de L1+L2-1 elementos, agregando ceros donde corresponda. ✓
- [x] Para aplicar esta convolución, se deben corregir las dimensiones de los vectores dados x1 [n] y x2[n]. ✓
- [ ] El espectro de y[n], se obtiene como el producto X1[k] = fft(x1[n]) con X2[k] = fft(x2[n]).

OPCIÓN A - FALSA

Esta opción no aclara que al realizar la convolución de dos señales directamente no podemos aplicar la TDF sin hacer algunas modificaciones por que las señales son tratadas como si se repitieran infinitamente, por ello es que redefinimos las señales para que sean periódicas con un periodo común N.

OPCIÓN B - CORRECTA y OPCIÓN C - CORRECTA

Para la convolución FFT **,** Deberíamos redefinir estas 2 señales periódicas, que posean un mismo período N: x1 [n] y x2 [n].
Cuando la convolución lineal no converge, significa que al realizar la convolución de dos señales directamente no podemos aplicar la TDF sin hacer algunas modificaciones por que las señales son tratadas como si se repitieran infinitamente, por ello es que redefinimos las señales para que sean periódicas con un periodo común N.
Entonces, podemos utilizar la propiedad de convolución de la transformada eligiendo convenientemente el valor de N para realizar estos cálculos y obtener los mismos resultados
Adoptamos N >= L1 + L2 -1 → esto es realizado para definirlas de manera periódica y así poder usar la TDF.
Simplemente rellenamos con ceros las señales originales hasta alcanzar una longitud de N. Entonces las señales parecen ser de longitud N lo que permite tratarlas como periódicas para poder usar la TDF.

OPCIÓN D - FALSA

Esta es falsa ya que la convolución , y no se obtiene de la multiplicación de la transformada. Primero se debería ajustar el valor N teniendo en cuenta las longitudes de cada señal y por otro lado debería la antitransformada del producto de esas transformadas.

Pregunta 7

✓ Del muestreo de una señal de tiempo continuo, se obtiene un vector x[n], de dimensión N = 200, utilizando un intervalo de muestreo At = 0.001s. Con el objeto de filtrar dicha señal, eliminando el contenido de frecuencias superior a 300 hz, se utiliza un filtro FIR sinc enventanado con un núcleo de dimensión M = 41 elementos. Indicar las opciones correctas. *1/1

- [ ] La frecuencia de corte analógica del filtro es Fc = 0.3 hz.
- [x] La ventana de Hamming utilizada, posee 41 elementos. ✓
- [ ] La altura del lóbulo principal del núcleo del filtro sin normalizar es 0.6.
- [ ] La respuesta total del filtro, posee 200 elementos.

Opción A - FALSA

.La frecuencia de corte digital = frecuencia de corte analogica / frecuencia de muestreo.
Entonces teniendo el periodo de muestreo 0.001s, podemos calcular la frecuencia de muestreo es decir 1/0.001s lo que nos da 1000Hz. Por lo tanto fc (digital) = 300/1000 = 0.3Hz.

OPCIÓN B - VERDADERA

M es la cantidad de elementos que posee la ventana de hamming, por lo tanto es correcto xd.

OPCIÓN C - FALSA

La altura del lóbulo principal de una función sin normalizar en general es 1, y esto no cambia por el hecho de estar en una ventana.

OPCIÓN D - FALSA

No es 200 porque al hacer la convolución, la longitud de la señal resultante es la suma de los elementos de la señal de entrada y del núcleo del filtro menos 1.

Entonces, si la señal de entrada tiene N=200 elementos y el filtro= M=41 elementos, la longitud de la señal filtrada será:

$N + M - 1 = 200 + 41 - 1 = 240$

Pregunta 8

Se desea aplicar el algoritmo FFT, a una señal de 10s de duración. Para ello * 1 punto
se genera x[n] con un intervalo de muestreo At = 0.1s, y una dimensión N = 512 elementos en los vectores. Indicar las opciones correctas.

- [ ] El muestreo del espectro de la señal, se realiza en valores de frecuencias cada AF = 0.1 hz.
- [ ] El período adoptado para la representación de la señal es T = 10s.
- [x] Se deben agregar 411 ceros a la señal.
- [x] La máxima velocidad de oscilaciones, se produce para la armónica de la frecuencia F = 5hz.

OPCIÓN A - FALSA

Recordando la siguiente igualdad:

$$T = N.\Delta T$$

Obtenemos que T = 512*0.1s = 51.2s

y para calcular

$$\Delta F = F_0 = \frac{1}{T}$$ Esta es la frecuencia de muestreo en función del periodo de muestreo

AF = 1/51.2s → Por lo tanto es incorrecta

OPCIÓN B - INCORRECTA

Recordando la siguiente igualdad:

$$T = N.\Delta T$$

Obtenemos que T = 512*0.1s = 51.2s → por lo tanto es incorrecta

OPCIÓN C - CORRECTA

Dado que la señal tiene una duración de 10 segundos y el intervalo de muestreo es de 0.1 segundos, obtenemos 100 muestras en total.

Para aplicar la FFT con N = 512 , necesitamos que el tamaño de la señal coincida con este valor. Como el rango de la señal va de 0 a N - 1 , debemos agregar N - M - 1 = 512 - 100 - 1 = 411 ceros de relleno al final de la señal para alcanzar los 512 elementos necesarios.

OPCIÓN D - CORRECTA

Recordemos que la máxima velocidad de oscilación se refiere a la frecuencia de nyquist, donde tenemos:
Fmax = Fm/2, donde Fm=1/AT lo cual es Fm = 1/0.1 = 10
Por lo tanto Fmax = 10/2 = 5Hz

Pregunta 9

Del muestreo de una señal de tiempo continuo, se obtiene un vector x[n], *
de dimensión N = 200, utilizando un intervalo de muestreo At = 0.001s. Con el objeto de filtrar dicha señal, eliminando el contenido de frecuencias superior a 300 hz, se utiliza un filtro FIR sinc enventanado, con un núcleo de dimensión M = 41 elementos. Indicar las opciones correctas.

- [ ] La frecuencia de corte digital del filtro es Fc = 300 hz.
- [x] La frecuencia de corte digital del filtro es fc = 0.3.
- [x] La respuesta total del filtro, posee 240 elementos.
- [ ] La ventana de Hamming utilizada, posee 240 elementos.

OPCIÓN A - FALSA

Recordemos que la frecuencia de corte digital es el cociente entre la frecuencia de corte analógica y la frecuencia de muestreo.

$$f_0 = \frac{F_0}{Fm}$$

En este caso la frecuencia de corte analógica es 300Hz, no la digital.

OPCIÓN B - CORRECTA

Recordemos que la frecuencia de muestreo es 1/At = 1/0.001s por lo tanto nuestra frecuencia de muestreo es Fm = 1000Hz.

$$f_0 = \frac{F_0}{Fm}$$

Ahora para calcular nuestra frecuencia digital reemplazamos, por lo cual tenemos 300/1000, por lo tanto nuestra frecuencia de corte digital es = 0.3Hz.

OPCIÓN C - CORRECTA

Entonces, si la señal de entrada tiene N=200 elementos y el filtro= M=41 elementos, la longitud de la señal filtrada será:

N + M - 1 = 200 + 41 -1 = 240

OPCIÓN D - FALSA

M es la cantidad de elementos que posee la ventana de hamming. Por lo tanto la cantidad de elementos es M = 41.

Pregunta 11

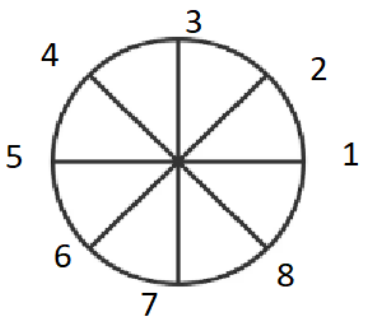
Dada una señal periódica, con N=8, Indique las opciones correctas para su * 1 punto
representación en Serie de Fourier.

- [x] Las funciones armónicas son φk = e^(-jk(2π/8)n) siendo diferentes para 8 valores consecutivos del índice entero k.
- [ ] Existen sólo 4 valores diferentes para los coeficientes ak.
- [ ] Posee infinitas armónicas diferentes, con frecuencias Ωk = k(2π/8)
- [x] Se puede representar de manera exacta, con solo 8 términos

OPCIÓN A - CORRECTA

Es importante destacar que en tiempo discreto solo hay N armónicas diferentes, a diferencia de tiempo continuo donde hay infinitas armónicas.

$$\varphi_k[n] = e^{jk(2\pi/N)n}$$



Si pensamos esto con respecto al círculo (para hacerlo más fácil), podemos ver que vamos a tener 8 valores diferentes en las armónicas. Es decir el valor de N.
Si tomamos a partir de la 9 podemos ver que se va a repetir y coincidir con la 1.

OPCIÓN B - INCORRECTA

Esto es incorrecto. Con N = 8 habrá 8 coeficientes ak en total, que no necesariamente se reducen a solo 4 valores diferentes. Los coeficientes dependen de los valores específicos de la señal y, en general, todos pueden ser distintos.

OPCIÓN C - INCORRECTA

Esto es incorrecto. Para una señal periódica discreta con N = 8 solo existen 8 frecuencias armónicas distintas omega k = k(2pi / 8) debido a la periodicidad discreta. No hay infinitas armónicas en este caso.

OPCIÓN D - CORRECTA

Como N = 8, ya sabemos que podemos representar la señal entera con esas 8 armónicas.
by mori