介紹 NP 問題:

郵遞員問題（也稱郵路問題）是一個組合問題或稱圖倫問題。此問題為在一個連通的無向圖中找到一個最短的封閉路徑，且此封閉路徑需通過所有邊至少一次。簡單來說，如生活所知，郵差在一個已知的區域內，要設法找到一條最短路徑，可以走過此地區所有的街道，允許重複，而最後要回到出發點。

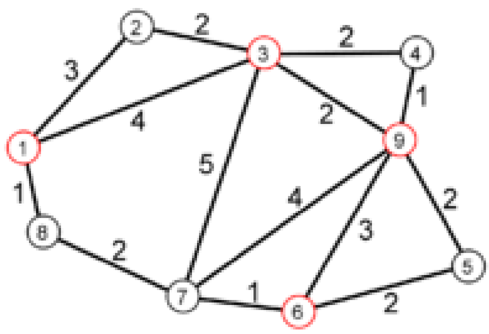
郵路問題在圖遍歷問題中為「走遍所有的邊且可以重複」的一種。無向圖的郵路問題是容易解決的，是 P 問題；**有向圖的郵路問題卻是 NP 完全問題**。

解法觀念:

①若圖中有歐拉路徑(遍歷完所有的邊而不能有重複)，因為歐拉迴路通過所有的邊，所以任何一個歐拉迴路即為此問題的解。

②若圖中不存在歐拉路徑，其中必存在有連結著**奇數個邊(路徑)**的端點，且這類的端點一定大於等於 2 個。**因此有些邊需要再重覆一次，使連結奇數個邊的端點變為連結偶數個邊的端點**。

舉例:



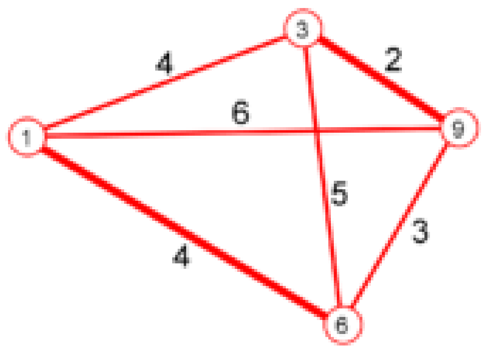
(圖 A)

如上圖模擬出一個區域的街道，標示紅色的路口有奇數條路通過。

此區域有 14 條路及 9 個路口（路口分別編號為 1,2, ...,9），圖中有 4 個紅色路

口（編號 1, 3, 6, 9）連結著奇數個邊(道路)，因此可看出此圖不存在歐拉路徑。主要目的是要找出圖中幾個邊需要重覆，使圖中所有的端點(路口)均有偶數邊通過，且讓郵差在最短路徑下回到出發點。

圖中 {1 , 3}&{6 , 9} 或 {1 , 6}&{3 , 9} 此兩種組合可以重覆，使所有的端點均有偶數邊通過，但是下一步需要確定哪個組合增加的長度最少。



(圖 B)

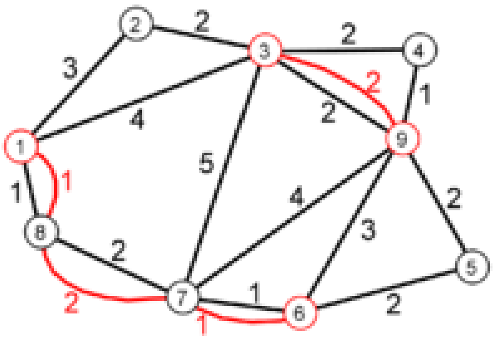
由上述提到有奇數個邊的端點(1,3,6,9)組成的**完全圖**(如圖 B)。我們的目的是要確定重覆哪些邊可以使原圖的端點都有偶數個邊通過，且增加長度最少。

解法步驟:

① 先畫出所有奇數個邊的端點的完全圖(如圖 B)。

② 出外圍某一端點到相鄰另一端點的長度。若選擇 {1,6}&{3,9} 的組合，則需計算出其總和為 4+2=6，若選擇 {1,3}&{6,9} 的組合，其總和為 4+3=7，而總長度最短者為 {1,6}&{3,9}。

結論:



(圖 C)

圖 C 中紅色部份是 完全圖圖 B 再展開為 圖 A 時所新增的邊及其對應的長度。圖 C 中我們由解法步驟得知，選擇重複連接端點 1 和 6 及 端點 3 和 9 的邊，其長度最短且所有端點均有偶數個邊通過，符合了歐拉路徑，回到一開始所提到的觀念，此問題只要出現任一個歐拉路徑，即為其解答。

最終解答:

端點順序 : 1, 2, 3, 4, 9, 3, 1, 8, 7, 3, 9, 7, 6, 9, 5, 6, 7, 8, 1