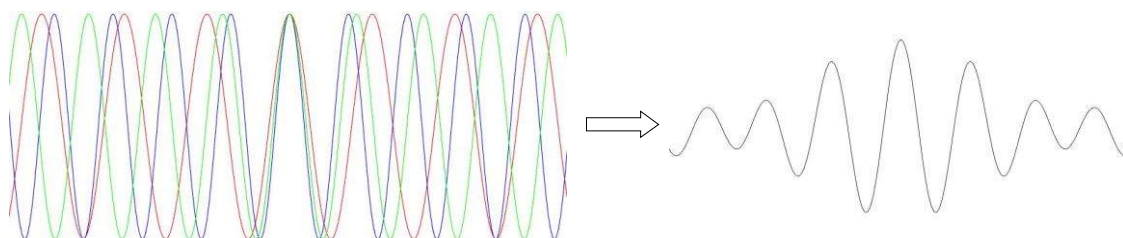


4.1.5 空间频域算法

当光学轮廓仪干涉系统中存在像差和材料色散时，零级条纹相对于零光程差点的位置发生偏移，而高阶色散会严重干扰了条纹包络曲线形状，大幅度降低了传统表面恢复算法的精度。干涉条纹是由其所包含的各波长光产生的干涉条纹非相干叠加的结果，白光干涉条纹形成示意图如图 4-1 所示。1995 年，由 Zygo 公司提出了一种频域分析算法，即空间频域算法(FDA)，该算法是依据零级条纹对应于干涉信号各成分在频域其相位一致的点而提出的^[38-40]。在空间频率域中执行时，相角作为波数的函数可以被明确计算。



(a) 各波长干涉条纹图

(b) 白光干涉条纹图

图 4-1 白光干涉条纹形成示意图

若采用单波长光照明，且已知干涉条纹的空间频率 k ，空间频率是指相位的变化率（以弧度为单位），这个量也被称为波数。下式给出了干涉仪中的波数 k ，相位 ϕ 和光程差 Z 之间的关系。

$$\phi = kZ \quad (4-14)$$

其中，光程差 Z 亦为波数的函数。

现在考虑一般情况，一个多色或白光光源有一系列的波数，多个单一波长的干涉条纹的非相干叠加以产生最终的白光干涉条纹。因此，白光干涉的相对相位均可以对公式(4-15)在中心波数 k_0 处进行泰勒级数展开得到。

$$\phi = \phi_0 + (k - k_0) \frac{d\phi}{dk} \Big|_{k_0} + \frac{(k - k_0)^2}{2} \frac{d^2\phi}{dk^2} \Big|_{k_0} + \dots \quad (4-15)$$

其中，第一个常数项 ϕ_0 是 $k = k_0$ 时的相位，即 $\phi_0 = k_0 Z_0$ ；第二项为相位随波数变化一阶部分，其表达式为

$$\frac{d\phi}{dk}|_{k_0} = Z_0 + k \frac{dz}{dk}|_{k_0} = G_0 \quad (4-16)$$

G_0 是 $k = k_0$ 时的群速度光程差，并且仅在干涉仪色散被完全补偿的时候，它等于相速度光程差 Z_0 。现在相位作为波数函数可以被写为

$$\phi = k_0 Z_0 + (k - k_0) G_0 + \frac{(k - k_0)^2}{2} \frac{dG}{dk}|_{k_0} + \dots \quad (4-17)$$

由式(4-17)可知，频域包含了大量的信息。

在实际测量中，采集数据集不应该太窄，否则采样窗口将被卷积到计算中并可能使相位失真。现取序列干涉图上的一像素点，其对应光强为 $I(Z)$ ，然后做归一化傅里叶变换可得

$$P(k) = \int_{-\infty}^{\infty} I(Z) \exp(-ikZ) dZ \quad (4-18)$$

在进行傅立叶变换之后，取其正频部分，如图 4-2 所示的幅频曲线图，表示 P_j 随 k_j 变化的曲线，其中箭头 A 所指为 $|P_j|$ 的最大值，对应于中心波数 k_0 位置。其相频曲线如图 4-3 所示，即 ϕ_j 随 k_j 变化的曲线，在箭头 A 所指位置，即对应于 $|P_j|$ 最大值所对应的相位值，则波数与相位值的对应关系为

$$\phi(k) = \tan^{-1} \{ \text{Im}[P(k)] / \text{Re}[P(k)] \} \quad (4-19)$$

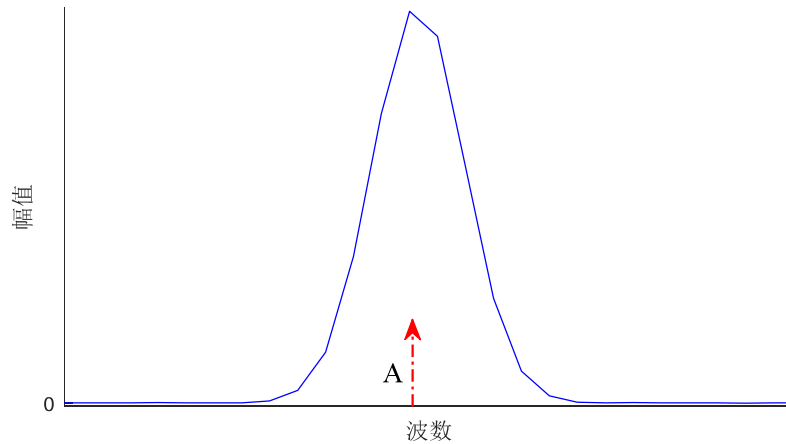


图 4-2 幅频曲线示意图

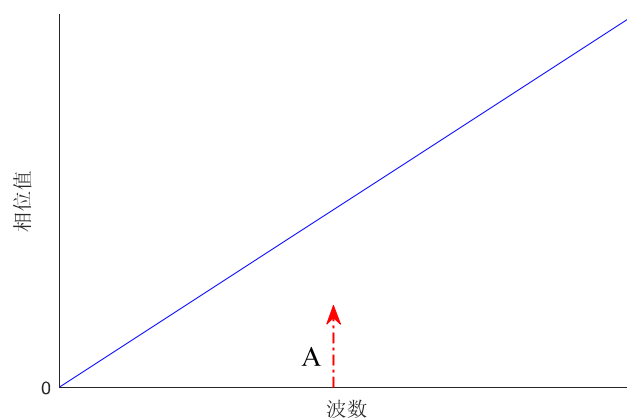


图 4-3 相频曲线示意图

傅里叶变换数据中的大部分有用信息都包含在幅频谱相对强度较大的区域，在该区域内，相位值与波数呈线性关系。从该区域收集一系列的 (ϕ_j, k_j) ，用于计算式(4-17)中的参数。相位数据中的相位模糊问题通过递归应用式(4-20)被去除。

$$\phi_j = \phi_j - 2\pi \text{Int} \left\{ (\phi_j - \phi_{j+1}) / 2\pi \right\} \quad (4-20)$$

一般情况下可将二阶以上色散因素忽略，故可得式(4-21)所示关系，即群速度光程差为相位与波数之间关系的斜率。然后，选用最小二乘线性拟合 (ϕ_j, k_j) ，以求得拟合直线一次项斜率即群速度光程差 G_0 ，一般取绝对值。

$$G_0 = \left. \frac{d\phi}{dk} \right|_{k_0} \quad (4-21)$$

群速度光程差和被测表面的实际形貌信息之间的关系由群速度折射率 n_G 决定。群速度光程差的相对变化量 ΔG 对应于被测表面高度的相对变化量 Δh ，其关系式为

$$\Delta h = \frac{\Delta G}{2n_G} \quad (4-22)$$

利用该算法对于干涉图所有的像素点进行计算，便可恢复被测样件表面的三维形貌信息。

空间频域算法，对采样间隔要求比较低，可通过降低采样频率，以提高测量效率，进而实现高精度大量程的表面形貌测量。