

2.- Se establece un protocolo basado en tres capas o niveles de seguridad: N0=nivel inferior, N1=nivel medio, N2=nivel superior. Cada capa lleva un determinado número de sistemas de control (SCs) para garantizar dicho nivel de seguridad. Para proteger un determinado edificio se quiere tener en cuenta lo siguiente: a) se pueden emplear como máximo 100 SCs en total; b) en el nivel inferior se pueden emplear hasta 40 SCs, sin embargo, c) el conjunto de SCs instalados en los niveles superior y medio debe ser menor de 60; d) el nivel intermedio debe llevar como mucho una tercera parte de SCs respecto al nivel inferior y, e) en nivel superior no debe superar las dos quintas partes de los que lleve el nivel inferior. Resulta que la eficacia de dichos sistemas en cada nivel no es la misma, los ubicados en N0 tienen una eficacia de 8, los que están en N1 es de 10 y los de N2 es 12. Encontrar el número de sistemas de control que se deben colocar en cada nivel para que la eficacia en la seguridad del edificio sea máxima. Para ello, se pide:

- 1) Indicar las variables, función objetivo y condiciones para plantear el problema, (2,5 pts)
- 2) Encontrar el valor dichas variables así como el valor de máxima eficacia, resolviendo el problema con alguna herramienta de programación lineal utilizada en la investigación operativa. (2,5 pts)

Variables (x, y, z)

x (N0) y (N1) z (N2)
n. inferior n. medio n. superior

f. objetivo
 $8x + 10y + 12z =$

Restricciones

a) $x + y + z \leq 100$

b) $x \leq 40$

c) $z + y \leq 60$

d) $y \geq 1/3 x \rightarrow 0.3 \rightarrow -0.3x + y \geq 0$

e) $z \leq 2/5 x \rightarrow 0.4 \rightarrow -0.4x + z \leq 0$

| | | | | | | | | | | |
|----|---|----|----|------------------------------|------|------|-----|----|-----|--|
| 1) | | | X | Y | Z | | | | | |
| | FUNCIÓN OBJETIVO | | 8 | 10 | 12 | 1000 | | | | |
| x | nivel inferior | | 40 | | | | | | | |
| y | nivel medio | | 20 | | | | | | | |
| z | nivel superior | | 40 | | | | | | | |
| | RESTRICCIONES | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| A | X | Y | Z | <= | 100 | | | | | |
| B | 1 | | | <= | 40 | | | | | |
| C | | 1 | 1 | <= | 60 | | 100 | <= | 100 | |
| D | | 1 | | >= | 1/3x | | 40 | <= | 40 | |
| E | | | 1 | <= | 2/5x | | 60 | <= | 60 | |
| | | | | | | | 8 | >= | 0 | |
| | | | | | | | 24 | <= | 0 | |
| | | | | | | | | | | |
| 2) | El numero de sistemas de control que se deben colocar en cada nivel para que la eficacia de la seguridad del edificio sea la máxima debe ser: | | | | | | | | | |
| | De nivel inferior | 40 | | | | | | | | |
| | De nivel medio | 20 | | Y se obtiene un beneficio de | 1000 | € | | | | |
| | De nivel superior | 40 | | | | | | | | |

1.- Se conoce la siguiente información de una empresa, cuyos datos vienen dados en las siguientes matrices:

- Existen 3 unidades de negocio (países): A=Argentina, E=España, M=Marruecos.
- Venden 2 tipos de productos: P1 y P2.
- Ingresos y costes (I y C, respectivamente) vienen dados en tablas por semestre (S1, S2), indicando país y producto, y en decenas de miles de Euros.

| | | |
|----------|---|---|
| Para S1: | $I_{S1} = \begin{pmatrix} 550 & 1500 & 5300 \\ 850 & 1800 & 2450 \end{pmatrix} \begin{matrix} P1 \\ P2 \end{matrix}$ <p style="text-align: center;">A E M</p> <p style="text-align: center;">1400 7750</p> | $C_{S1} = \begin{pmatrix} 230 & 610 & 2130 \\ 265 & 550 & 745 \end{pmatrix} \begin{matrix} P1 \\ P2 \end{matrix}$ <p style="text-align: center;">A E M</p> <p style="text-align: center;">405 1160 2875</p> |
| Para S2: | $I_{S2} = \begin{pmatrix} 715 & 1950 & 6890 \\ 680 & 1440 & 1960 \end{pmatrix} \begin{matrix} P1 \\ P2 \end{matrix}$ <p style="text-align: center;">A E M</p> <p style="text-align: center;">1355 3390 8850</p> | $C_{S2} = \begin{pmatrix} 296 & 790 & 2766 \\ 214 & 442 & 598 \end{pmatrix} \begin{matrix} P1 \\ P2 \end{matrix}$ <p style="text-align: center;">A E M</p> <p style="text-align: center;">510 1232 3364</p> |

Se pide calcular cada apartado a través de expresiones y operaciones algebraicas:

- La matriz beneficio anual, $B = I - C$, para cada producto y país (1,5 pts)
- La matriz beneficio por país (1,0 pto)
- La matriz beneficio por producto (1,0 pto)

Si cada producto, P1 y P2, tiene un margen comercial respecto a ingresos por ventas para desarrollo comercial del 6% y el 4%, respectivamente, se pide ahora calcular:

- El presupuesto anual de la empresa para su desarrollo comercial. (1,5 pts)

① Beneficio

a) $B = I - C \rightarrow \text{Ingresos} - \text{Costes}$

① - Argentina

Total $\begin{pmatrix} 12650 \\ 1530 \end{pmatrix}$ Costes Total $\begin{pmatrix} 12124 \\ 1051 \end{pmatrix}$

- Argentina

Ingresos Totales y Costes Totales

P1 $\begin{pmatrix} 12650 \\ 1530 \end{pmatrix}$ - P1 $\begin{pmatrix} 526 \\ 479 \end{pmatrix}$

P2 $\begin{pmatrix} 12650 \\ 1530 \end{pmatrix}$ - P2 $\begin{pmatrix} 526 \\ 479 \end{pmatrix}$

$B_{AP1} = I_{P1} - C_{P1} = 12650 - 526 = 12124$

$B_{AP2} = I_{P2} - C_{P2} = 1530 - 479 = 1051$

- España

Ingresos totales y Costes totales $\begin{pmatrix} 2050 \\ 2248 \end{pmatrix}$

P1 $\begin{pmatrix} 3450 \\ 3240 \end{pmatrix}$ y P1 $\begin{pmatrix} 1400 \\ 992 \end{pmatrix}$ \rightarrow año se saca los ingresos totales de cada país.

P2 $\begin{pmatrix} 3450 \\ 3240 \end{pmatrix}$ y P2 $\begin{pmatrix} 1400 \\ 992 \end{pmatrix}$

$B_{EP1} = I_{P1} - C_{P1} = 3450 - 1400 = 2050$

$B_{EP2} = I_{P2} - C_{P2} = 3240 - 992 = 2248$

- Marruecos

Ingresos T Costes T $\begin{pmatrix} 7294 \\ 3067 \end{pmatrix}$

P1 $\begin{pmatrix} 12190 \\ 4410 \end{pmatrix}$ y P1 $\begin{pmatrix} 4896 \\ 1343 \end{pmatrix}$

P2 $\begin{pmatrix} 12190 \\ 4410 \end{pmatrix}$ y P2 $\begin{pmatrix} 4896 \\ 1343 \end{pmatrix}$

$B_{MP1} = I_{P1} - C_{P1} = 12190 - 4896 = 7294$

$B_{MP2} = I_{P2} - C_{P2} = 4410 - 1343 = 3067$

$$\begin{pmatrix} 739 & 2050 & 2204 \\ 1081 & 2248 & 3067 \end{pmatrix}$$

→ la suma de $B_{S1} + B_{S2} = B_A$.