

# 01. Trabajo en grup

Created by: @raf181 | Date: 07-12-2024

## 1. Representación de la red como un grafo

### Estructura del grafo:

- Nodos (V):** Representan los dispositivos de la red.
  - $S_1, S_2, \dots, S_m$ : Nodos de distribución (switches).
  - $P_1, P_2, \dots, P_n$ : Endpoints (PCs).
- Aristas (E):** Representan las conexiones entre dispositivos.
  - Si un switch  $S_i$  está conectado a un endpoint  $P_j$ , existe una arista  $(S_i, P_j) \in E$ .
  - Las aristas pueden tener pesos  $w_{ij}$ , que representan factores como ancho de banda o probabilidad de propagación de malware.

El grafo puede ser dirigido o no dirigido:

- No dirigido** si las conexiones son simétricas (ej., cable Ethernet).
- Dirigido** si el malware tiene direccionalidad (ej., ataques específicos).

## 2. Modelo matemático de propagación

### Modelo SIR adaptado:

Cada nodo tiene uno de los siguientes estados:

- Susceptible (S):** El nodo puede ser infectado.
- Infectado (I):** El nodo está infectado y puede propagar el malware.
- Recuperado (R):** El nodo ya no puede ser infectado (se ha desinfectado o está aislado).

### Diferenciales del modelo SIR:

- $S(t)$ : Fracción de nodos susceptibles en el tiempo  $t$ .
- $I(t)$ : Fracción de nodos infectados en el tiempo  $t$ .
- $R(t)$ : Fracción de nodos recuperados en el tiempo  $t$ .

El modelo se describe con estas ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I\end{aligned}$$

Donde:

- $\beta$ : Tasa de propagación del malware (depende de  $w_{ij}w_{ij}$ ).
- $\gamma$ : Tasa de recuperación (ej., desinfección).

## 3. Cálculo de métricas clave en el grafo

## Centralidad de grado:

Identifica nodos que tienen muchas conexiones:

Grado de un nodo  $v_i = \deg(v_i) = \sum_j A_{ij}$

donde  $A_{ij}$  es el elemento de la matriz de adyacencia (1 si hay una conexión entre  $i$  y  $j$ , 0 en caso contrario).

- Los switches suelen tener grados altos, lo que los hace vulnerables para propagar el malware rápidamente.

## Centralidad de intermediación:

Identifica nodos clave en las rutas:

$$CB(v) = \sum_{s \neq v \neq t} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$$

donde:

- $\sigma_{st}$ : Número total de caminos más cortos entre  $s$  y  $t$ .
- $\sigma_{st}(v)$ : Número de esos caminos que pasan por  $v$ .

Un switch con alta centralidad de intermediación puede ser un punto crítico en la propagación.

## Centralidad de cercanía:

Mide qué tan cerca está un nodo de todos los demás:

$$C_C(v) = \frac{1}{\sum_{u \in V} d(v, u)}$$

donde  $d(v, u)$  es la distancia geodésica (número de aristas en el camino más corto entre  $v$  y  $u$ ).

- Los switches con baja distancia geodésica hacia otros nodos son importantes para contener el malware.

---

## 4. Simulación de propagación

### Paso 1: Inicialización

- Seleccionar un nodo inicial infectado (ej., un endpoint comprometido por un phishing).
- Asignar probabilidades de propagación  $\beta_{ij}$  entre nodos.

### Paso 2: Iteraciones

1. Para cada nodo infectado  $v$ :
  - Infectar a sus nodos vecinos con probabilidad  $\beta_{ij}$ .
  - Mover  $v$  al estado "Recuperado" con probabilidad  $\gamma$ .
2. Actualizar los estados  $S(t), I(t), R(t)$  en cada iteración.
3. Continuar hasta que  $I(t) \approx 0$  (el malware deja de propagarse).

### Visualización:

- Graficar  $S(t), I(t), R(t)$  en función del tiempo.
- Mostrar la red con los estados de los nodos usando colores (verde: susceptible, rojo: infectado, azul: recuperado).

---

## 5. Estrategias de contención

Puedes analizar cómo afectan las siguientes estrategias:

1. **Aislar nodos clave:** Desconectar switches con alta centralidad de intermediación.
  2. **Priorizar parches:** Actualizar nodos con alta centralidad de grado.
  3. **Segmentación de la red:** Dividir la red en subgrafos para contener el malware.
-