Ejercicios

1.- Calcula que $(A + B)^t = A^t + B^t$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2.- Comprueba usando las matrices anteriores que: $(A.B)^t = B^t.A^t$

3.- Resolver la ecuación matricial AX – B = X, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

4.- Calcula el rango de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & t \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$ para los distintos valores de t.

5.- Resuelve el sistema:

$$\left.\begin{aligned} 5X + 3Y &= \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 15 \end{pmatrix} \\ 3X + 2Y &= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 9 \end{pmatrix} \end{aligned}\right\}$$

6.- Comprueba que las identidades algebraicas

$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ y $(A+B).(A-B) = A^2 - B^2$

no son ciertas para las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Modifica el segundo miembro de esas identidades para obtener fórmulas válidas para todas las matrices cuadradas A y B.

¿Para qué matrices son válidas las fórmulas establecidas?.

7.- Siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Determina el rango.

8.- Siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula $A^2 - 3A - I$ donde I es la matriz identidad.

9.- Resuelve la ecuación matricial A.X.B = C, siendo

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix}\quad \text{y}\quad C=\begin{pmatrix}1&1\\0&0\end{pmatrix}$$

10.- Calcula aplicando propiedades de los determinantes: $\begin{vmatrix}a+1&a+2&a+3\\1&1&1\\1&2&3\end{vmatrix}$

11.- Prueba sin desarrollarlo que $\begin{vmatrix}1&a&b+c\\1&b&c+a\\1&c&a+b\end{vmatrix}=0$

12.- Demuestra la siguiente propiedad de los determinantes:
Si a una fila o columna se le suma una combinación lineal de las restantes, el valor del determinante no varía, es decir, $Det(A^1,A^2,A^3)=Det(A^1+\alpha A^2+\beta A^3,A^2,A^3)$

13.- Prueba que $\begin{vmatrix}1&1&1\\1&1+a&1\\1&1&1+b\end{vmatrix}=ab$. Calcula el rango de la matriz para los distintos valores de los parámetros.

14.- El determinante $\begin{vmatrix}2&a&5\\4&a^2&13\\8&a^3&35\end{vmatrix}$ vale cero para a = 3. Comprueba que es así sin desarrollarlo.