Derivadas de operaciones con funciones.

Aplicando la definición de derivada se obtienen las siguientes fórmulas:

Derivada de una suma o diferencia: $(f \pm g)' = f' \pm g'$

Derivada de un producto: $(f.g)' = f'.g + g'.f$

Derivada de un cociente: $\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{f'.g - g'.f}{g^2}$

Derivada de una función compuesta: Regla de la cadena.

Sea la función compuesta $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$

$$(g \circ f)'(x) = g'[f(x)].f'(x)$$

Cálculo de derivadas.
Aplicando la definición, a través del límite, y teniendo en cuenta la regla de la cadena, se obtienen las derivadas de las siguientes funciones:

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo potencial	$y = x^a$	$y' = ax^{a-1}$
	$y = f^a$	$y' = af^{a-1}.f'$

Ejercicios:

- $y = x^4$;
- $y = \dfrac{\sqrt{x}}{x^2}$;
- $y = (3x^2 - 2)^5$;
- $y = \sqrt[3]{x^2 - 3}$;
- $y = \dfrac{1}{(2x+5)^2}$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo raíz cuadrada	$y = \sqrt{x}$	$y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

	$y=\sqrt{f}$	$y'=\dfrac{f'}{2\sqrt{f}}$

Ejercicio:

- $y=\sqrt{x^2-3x}$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo exponencial	$y=e^x$	$y'=e^x$
	$y=e^f$	$y=e^f.f'$
	$y=a^x$	$y=a^x.La$
	$y=a^f$	$y=a^f.f'.La$

Ejercicios:

- $y=e^{-x}$;
- $y=e^{3x+2}$;
- $y=2^x$;
- $y=5^{x^2+1}$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo logarítmico	$y=Lx$	$y'=\dfrac{1}{x}$
	$y=Lf$	$y'=\dfrac{f'}{f}$
	$y=\log_a x$	$y'=\dfrac{1}{x}.\dfrac{1}{La}$
	$y=\log_a f$	$y'=\dfrac{f'}{f}.\dfrac{1}{La}$

Ejercicios:

- $y=L(2x^3+5x)$;
- $y=\log_2 x$;
- $y=\log_3(4x+1)$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo seno	$y = senx$	$y' = \cos x$
	$y = senf$	$y' = \cos f.f'$

Ejercicios:

- $y = sen(4x-1)$;
- $y = sen^3 x$; $y = (sen\, x)^3$;
- $y = sen\, x^2$;
- $y = sen^2(2x^3 + 2x)$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo coseno	$y = \cos x$	$y' = -senx$
	$y = \cos f$	$y' = -senf\ .f'$

Ejercicios:

- $y = \cos 5x$;
- $y = \cos\sqrt{x}$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo tangente	$y = tgx$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + tg^2 x$
	$y = tgf$	$y' = \frac{1}{\cos^2 f}.f'$

Ejercicios:

- $y = tg5x$;
- $y = tg^2 x$; $y = (tg\, x)^2$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo cotangente	$y = ctgx$	$y' = \frac{-1}{sen^2 x}$
	$y = ctgf$	$y' = \frac{-1}{sen^2 f}.f'$

Ejercicios:

- $y = ctg\, x^2$;
- $y = ctg\, e^x$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Funciones arco	$y = arcsenx$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
	$y = arcsenf$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-f^2}}.f'$
	$y = \arccos x$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
	$y = \arccos f$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-f^2}}.f'$
	$y = arctgx$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$
	$y = arctgf$	$y' = \frac{1}{1+f^2}.f'$

Ejercicios:

- $y = arcsen\, x^2$;
- $y = arctg(e^x)$;
- $y = arc\cos 5x$;