Derivadas de operaciones con funciones.

Aplicando la definición de derivada se obtienen las siguientes fórmulas:

Derivada de una suma o diferencia: $(f \pm g)' = f' \pm g'$

Derivada de un producto: $(f.g)' = f'.g + g'.f$

Derivada de un cociente: $\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{f'.g - g'.f}{g^2}$

Derivada de una función compuesta: Regla de la cadena.

Sea la función compuesta $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$

$$(g \circ f)'(x) = g'[f(x)].f'(x)$$

Cálculo de derivadas.

Aplicando la definición, a través del límite, y teniendo en cuenta la regla de la cadena, se obtienen las derivadas de las siguientes funciones:

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo potencial	$y = x^a$	$y' = ax^{a-1}$
	$y = f^a$	$y' = af^{a-1}.f'$

Ejercicios:

- $y = x^4$;
- $y = \dfrac{\sqrt{x}}{x^2}$;
- $y = (3x^2 - 2)^5$;
- $y = \sqrt[3]{x^2 - 3}$;
- $y = \dfrac{1}{(2x+5)^2}$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo raíz cuadrada	$y = \sqrt{x}$	$y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

	$y=\sqrt{f}$	$y'=\dfrac{f'}{2\sqrt{f}}$
Ejercicio: • $y=\sqrt{x^2-3x}$;		

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo exponencial	$y=e^x$	$y'=e^x$
	$y=e^f$	$y=e^f.f'$
	$y=a^x$	$y=a^x.La$
	$y=a^f$	$y=a^f.f'.La$
Ejercicios: • $y=e^{-x}$; • $y=e^{3x+2}$; • $y=2^x$; • $y=5^{x^2+1}$;		

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo logarítmico	$y=Lx$	$y'=\dfrac{1}{x}$
	$y=Lf$	$y'=\dfrac{f'}{f}$
	$y=\log_a x$	$y'=\dfrac{1}{x}.\dfrac{1}{La}$
	$y=\log_a f$	$y'=\dfrac{f'}{f}.\dfrac{1}{La}$
Ejercicios: • $y=L(2x^3+5x)$; • $y=\log_2 x$; • $y=\log_3(4x+1)$;		

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo seno	$y = senx$	$y' = \cos x$
	$y = senf$	$y' = \cos f . f'$

Ejercicios:

- $y = sen(4x - 1)$;
- $y = sen^3 x$; $y = (sen\, x)^3$;
- $y = sen\, x^2$;
- $y = sen^2 (2x^3 + 2x)$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo coseno	$y = \cos x$	$y' = -senx$
	$y = \cos f$	$y' = -senf \ . f'$

Ejercicios:

- $y = \cos 5x$;
- $y = \cos \sqrt{x}$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo tangente	$y = tgx$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + tg^2 x$
	$y = tgf$	$y' = \frac{1}{\cos^2 f} . f'$

Ejercicios:

- $y = tg5x$;
- $y = tg^2 x$; $y = (tg\, x)^2$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo cotangente	$y = ctgx$	$y' = \frac{-1}{sen^2 x}$
	$y = ctgf$	$y' = \frac{-1}{sen^2 f} . f'$

Ejercicios:

- $y = ctg\ x^2$;
- $y = ctg\ e^x$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Funciones arco	$y = arcsenx$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
	$y = arcsenf$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-f^2}}.f'$
	$y = \arccos x$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
	$y = \arccos f$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-f^2}}.f'$
	$y = arctgx$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$
	$y = arctgf$	$y' = \frac{1}{1+f^2}.f'$

Ejercicios:

- $y = arcsen\ x^2$;
- $y = arctg(e^x)$;
- $y = arc\cos 5x$;

TABLA DE INTEGRALES INMEDIATAS

TIPOS	FORMAS	
	Simple	**Compuesta**
Potencial $n \neq -1$	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + k$	$\int f'(x) f(x)^n dx = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1} + k$
Logarítmico	$\int \frac{1}{x} dx = \int x^{-1} dx = \ln\lvert x\rvert + k$	$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln\lvert f(x)\rvert + k$
Exponencial	$\int e^x dx = e^x + k$ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + k$	$\int e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} + k$ $\int a^{f(x)} f'(x) dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + k$
Seno	$\int \cos x dx = \operatorname{sen} x + k$	$\int \cos f(x) \cdot f'(x) dx = \operatorname{sen} f(x) + k$
Coseno	$\int \operatorname{sen} x dx = -\cos x + k$	$\int \operatorname{sen} f(x) \cdot f'(x) dx = -\cos f(x) + k$
Tangente	$\int \sec^2 x dx = \operatorname{tg} x + k$ $\int (1 + \operatorname{tg}^2 x) dx = \operatorname{tg} x + k$ $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + k$	$\int \sec^2 f(x) \cdot f'(x) dx = \operatorname{tg} f(x) + k$ $\int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} dx = \operatorname{tg} f(x) + k$
Cotangente	$\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\operatorname{cotg} x + k$ $\int (1 + \operatorname{cosec}^2 x) dx = -\operatorname{cotg} x + k$ $\int \frac{1}{\operatorname{sen}^2 x} dx = -\operatorname{cotg} x + k$	$\int \operatorname{cosec}^2 f(x) \cdot f'(x) dx = -\operatorname{cotg} f(x) + k$ $\int (1 + \operatorname{cosec}^2 f(x)) f'(x) dx = -\operatorname{cotg} f(x) + k$ $\int \frac{f'(x)}{\operatorname{sen}^2 f(x)} dx = -\operatorname{cotg} f(x) + k$
Arco seno	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \operatorname{arcsen} x + k$	$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}} dx = \operatorname{arcsen} f(x) + k$
Arco tangente	$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + k$ $\int \frac{1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + k$	$\int \frac{f'(x)}{1+f(x)^2} dx = \operatorname{arctg} f(x) + k$ $\int \frac{f'(x)}{a^2+f(x)^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{f(x)}{a} + k$
Neperiano – Arco tangente	$\int \frac{Mx+N}{ax^2+bx+c} dx = \text{neperiano} + \text{arco tangente} + k$ $M \neq 0, \quad ax^2+bx+c$ irreducible	