Universität Augsburg
Institut für Mathematik

Vierter Korrespondenzbrief

Erste Beweise mit Induktion

In diesem Brief werden wir eine besondere, in der Mathematik sehr oft genutzte Beweistechnik kennen lernen: Den *Beweis durch Induktion*. Eine Besonderheit dieser Beweistechnik ist, dass man mit ihr nicht nur eine Aussage, sondern gleich unendlich viele Aussagen auf einmal zeigen kann!

Erstes Beispiel: Alle zentrierten Viereckszahlen sind ungerade - entspricht unendlich vielen Aussagen: Die erste Viereckszahl ist ungerade, die zweite, die dritte, ...

Vorgehen: Klar für kleine Zahlen, um es auch für größere Zahlen zu zeigen, zeigen wir, dass die Eigenschaft erhalten bleibt, wenn wir das Viereck um eine SStufe"größer machen (vergleiche 1. Korrespondenzbrief zu Invarianten).

Weiteres dazu: Beweise n-te Viereckszahl ist $2n^2 - 2n + 1$.

Beweise für diese Formel: Zahl ist für alle n ungerade (vllt. vor dem Beweis des Zusammenhangs zur Viereckszahl?)

Beweise: Jede Viereckszahl ist Summe zweier aufeinander folgender Quadratzahlen (evtl. auch durch Bild?)

Formalisierung: Induktionsanfang + Induktionsvoraussetzung + Induktionsschritt

---

Beweise: Die Länge der Kochschen Schneeflocke ist unendlich bzw. besser: Nach n Schritten hat sie Länge $> n$

Analog: Die Fläche des Sierpinski-Dreiecks ist 0

Beweise über Bäume? Evtl. als ëchte"Bäume beschreiben und nur kurzer Hinweis auf Graphentheorie?

Induktion verwendet man auch für Korrektheitsbeweise von Computerprogrammen:

Beispiel: Quadratzahl x^2 berechnen als $x + x - 1 + x - 1 + x - 2 + \cdots + 1$ - evtl. dargestellt als Flussdiagramm (rekursives Programm!)

Aufgabe?

Bemerkung 1. Lauter Aussagen über natürliche Zahlen. Dies liegt daran, dass die natürlichen Zahlen selbst mit Hilfe von Induktion definiert sind. Verweis auf Peano-Axiome