Lukas Graf

25.6.2015

Parameterschätzung  für  die

Verallgemeinerte  Extremwertverteilung

(Teil II)

Modelling Extremal Events (Kapitel 6.4.2 – Methoden 1 und 2)

Def (GEV): **Die Verallgemeinerte Extremwertverteilung ist gegeben durch**

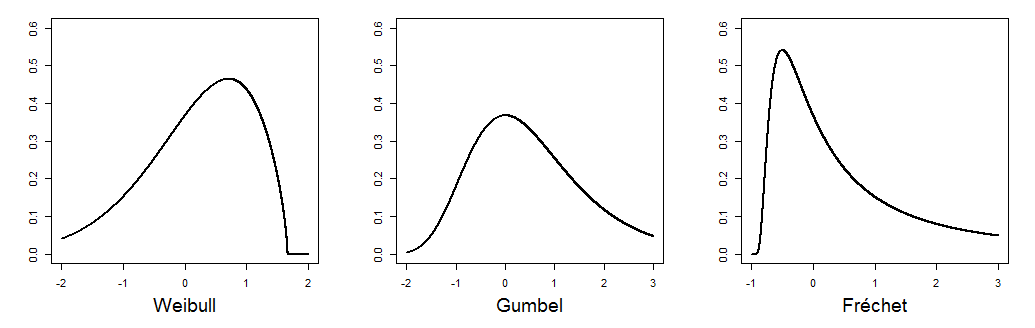
mit Lageparameter , Skalierungsparameter und Formparameter .

* Weibullverteilung für

Verteilungen mit endlichem rechtem Endpunkt

* Gumbelverteilung für
* Frèchetverteilung für

Verteilungen mit schwerem Tail



Def: **Sind uiv. Dann gehört zum *maximalen Anziehungsbereich* der Verteilungsfunktion (d.h. ), wenn es gibt mit**

Theorem (Fisher-Tippett): sind die einzigen nicht-degenerierten Verteilungen, die einen maximalen Anziehungsbereich besitzen.

Ziel: Aus einer Stichprobe (von Maxima) wollen wir den Formparameter schätzen.

# **Methode 1: Pickands-Schätzer**

Gegeben: unabhängig identisch verteilt gemäß

Gesucht: Schätzer für Formparameter

Motivation: Charakterisierung von Verteilungen in durch Theorem 3.4.5:

Def: Sei uiv. und die entsprechende geordnete Stichprobe. Dann ist

der *Pickands-Schätzer* für den Formparameter .

Theorem: Sei eine Folge, dann hat der Pickands-Schätzer die folgenden Eigenschaften:

1. Für gilt: (schwache Konsistenz)
2. Für gilt: (starke Konsistenz)
3. Für zusätzliche Bedingungen an und gilt:

(asymptotische Normalität)

# **Methode 2: Hill-Schätzer**

Gegeben: (unabhängig) identisch verteilt gemäß

Gesucht: Schätzer für Formparameter

Motivation: Charakterisierung von Verteilungen in durch Theorem 3.3.7:

, mit langsam variierend

und Erinnerung an Kapitel 3.3.1:

Funktionen aus sind „Pareto-ähnlich“, d.h.:

Dann finde MLE für und .

Def: strikt stationär mit Randverteilung und die entsprechende geordnete Stichprobe. Dann ist

der *Hill-Schätzer* für den Formparameter .

Theorem: Sei eine Folge, dann hat der Hill-Schätzer die folgenden Eigenschaften:

1. Für schwach abhängig, linearer Prozess oder unabhängig identisch verteilt und gilt:

(schwache Konsistenz)

1. Für unabhängig identisch verteilt und gilt:

(starke Konsistenz)

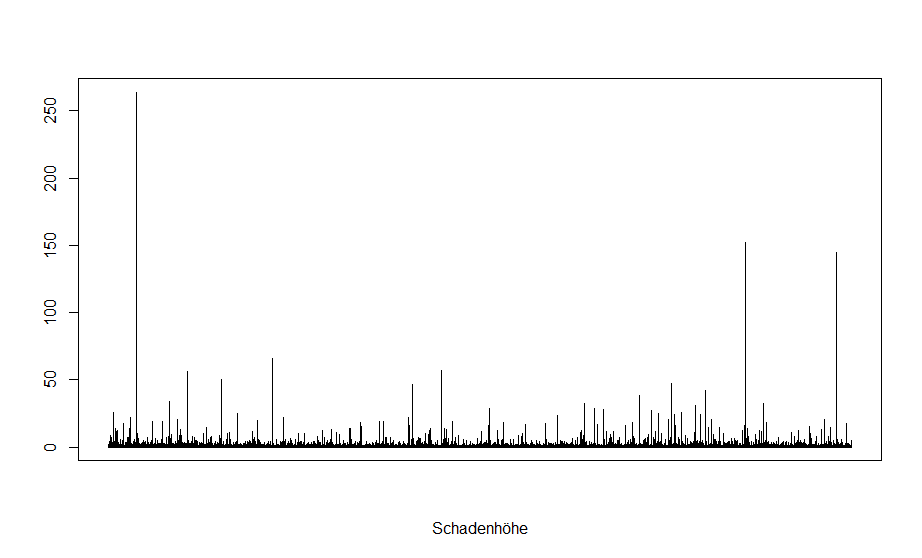
1. Für zusätzliche Bedingungen an und gilt:

(asymptotische Normalität)

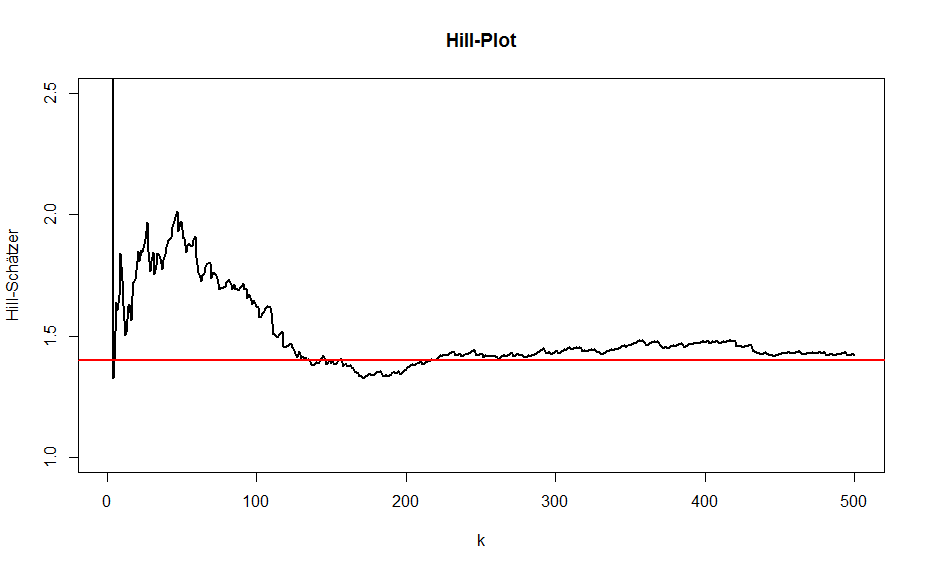
# **Anwendung (Dänische Feuerschäden)**

Daten: ca. 2100 Schäden über 1 Million dänische Kronen in den Jahren 1980-1990

(<http://www.macs.hw.ac.uk/~mcneil/ftp/DanishData.txt>)



Analyse: Berechne Hill-Schätzer für verschiedene und erstelle *Hill-Plot*:



Wähle aus möglichst „stabilem“ Bereich.

Ausführlichere Analyse dieser Daten in: <http://www.macs.hw.ac.uk/~mcneil/ftp/astin.pdf>