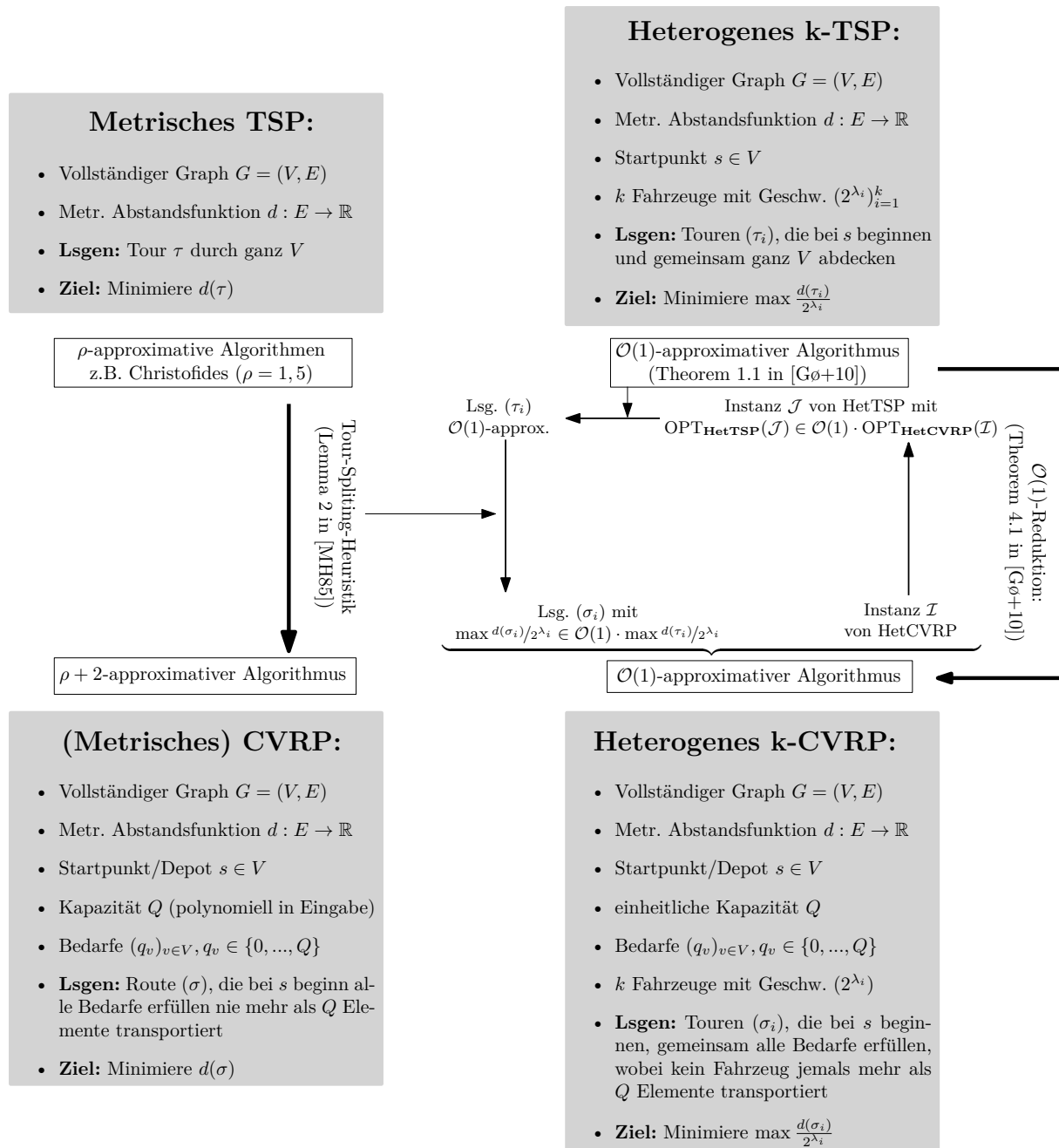


Heterogenes k -CVRP



Algorithmus für heterogenes k -TSP

Algorithm 1 HETTSP-APPROX(G, d)

```

1: Rate  $M$  mit  $\text{OPT} \leq M \leq 2 \cdot \text{OPT}$ 
2:  $\mathcal{H} := (H_l)_{l \geq 0} \leftarrow \text{LEVEL-PRIME}(G, d)$ 
3:  $\mathcal{T} := (\mathcal{T}_l)_{l \geq 0} \leftarrow \text{DECOMPOSITION}(\mathcal{H})$ 
4:  $(x_{Ti}) \leftarrow \text{FRACTIONALASSIGNMENT}(\mathcal{T})$ 
5:  $(\tau_i) \leftarrow \text{ROUNDINGASSIGNMENT}(x_{Ti})$ 
6: return  $(\tau_i)$ 

```

Algorithm 2 LEVEL-PRIM(G, d)

```

1:  $V_0 := \{v \in V \mid d(s, v) \leq M\}$ 
2:  $V_l := \{v \in V \mid 2^{l-1}M < d(s, v) \leq 2^l M\}$ 
3: for  $i \geq 0$  do  $H_l \leftarrow \text{MST auf } G[V_{\leq l}] / V_{< l}$ 
4: return  $(H_l)_{l \geq 0}$ 

```

Algorithm 3 DECOMPOSITION(\mathcal{H})

```

1:  $\mathcal{S}_0 := \{H_0\}$ 
2:  $\mathcal{S}_l := \text{Zerl. } \mathcal{H} \cap E_l \text{ in Bäume mit Wurzel in } V_{< l}$ 
3:  $\mathcal{S}_l^{\geq} := \{\tau \in \mathcal{S}_l \mid d(\tau) \geq 2^{l-3}M\}$ ,  $\mathcal{S}_l^{<} := \mathcal{S}_l \setminus \mathcal{S}_l^{\geq}$ 
4: for  $\tau \in \mathcal{S}_l^{<}$  do  $h(\tau) := \tau' \in \mathcal{S}_{l-1}^{\geq}$  mit  $\tau \cup \tau'$  zsh
5: for  $\tau \in \mathcal{S}_l^{\geq}$  do
6:    $\mathcal{T}_l(\tau) \leftarrow \text{Partition von } \tau \cup h^{-1}(\tau) \text{ in Bäume der}$   

   Länge  $[2^{l+1}M, 2^{l+2}M]$  (und evtl. ein kürzerer)
7:    $\mathcal{T}_l'(\tau) \leftarrow \{T_r \cup \{ \text{Kante zu } s \} \mid T_r \in \mathcal{T}_l(\tau)\}$ 
8: end for
9:  $\mathcal{T}_l := \bigcup_{\tau \in \mathcal{S}_l^{\geq}} \mathcal{T}_l'(\tau)$ 
10: return  $(\mathcal{T}_l)_{l \geq 0}$ 

```

Algorithm 4 FRACTIONALASSIGNMENT(\mathcal{T})

```

1:  $L := \{T \in \mathcal{T}\}$ ,  $b(T) := d(T)$ 
2:  $R := \{i \mid 1 \leq i \leq k\}$ ,  $b(i) := \beta M 2^{\lambda_i}$ 
3:  $F := \{\{T, i\} \mid T \in \mathcal{T}, \lambda_i \geq l - 1\}$ 
4:  $(x_{Ti}) \leftarrow L$ -überdeckendes  $b$ -Matching
5: return  $(x_{Ti})$ 

```

Algorithm 5 ROUNDINGASSIGNMENT(x_{Ti})

```

1:  $(x'_{Ti}) \leftarrow \text{ROUNDSCHEDULING}(p_{Ti} := \frac{d(T)}{2^{\lambda_i}}, \tilde{x}_{Ti} := \frac{x_{Ti}}{d(T)})$ 
2:  $\tau_i \leftarrow \text{Tour durch die Bäume } T \text{ mit } x'_{Ti} = 1.$ 
3: return  $(\tau_i)$ 

```

Satz 1 (Theorem 1.1 in [Gø+10]).

Algorithmus 1 ist ein $\mathcal{O}(1)$ -approximativer Algorithmus für **HetTSP**.

Lemma 2 (Korollar 3.5 in [Gø+10]).

Ein von Algorithmus 2 gefundener Baum $(H_l)_{l \geq 0}$ erfüllt:

- Die Knoten-Level entlang jedes Wurzel-Blatt-Pfades sind monoton wachsend.
- $\forall l \geq -1 : \sum_{j > l} d(H_j) \leq 8M \cdot \sum_{j \geq l} 2^j \mu_j$

Definition 3 (Definition 3.1 in [Gø+10]).

Ein Wald $\mathcal{T} = \bigcup_{l \geq 0} \mathcal{T}_l$ aus Bäumen mit Wurzel s heißt (α, β) -zuweisbar, wenn gilt:

- Für alle $T \in \mathcal{T}_l$ gilt: $d(T) \leq \alpha 2^l M$
d.h. ein Baum aus \mathcal{T}_l kann mit Geschw. 2^l in $\mathcal{O}(\alpha M)$ besucht werden.
- Für alle $l \geq -1$ gilt: $\sum_{j > l} d(\mathcal{T}_j) \leq \beta M \sum_{j \geq l} 2^j \mu_j$
d.h. die Fahrzeuge mit Geschw. $\geq 2^l$ können den Wald $\mathcal{T}_{> l}$ in $\mathcal{O}(\beta M)$ besuchen.

Lemma 4 (Lemma 3.11 in [Gø+10]).

Die von Algorithmus 3 bestimmte Zerlegung $\mathcal{T} = (\mathcal{T}_l)_{l \geq 0}$ ist $(6, 40)$ -zuweisbar.

Definition 5. (x_{Ti}) ist L -sättigendes b -Matching für $(L \cup R, F)$, wenn gilt:

$$\sum_i x_{Ti} = b(T), \quad \sum_T x_{Ti} \leq b(i), \quad x_{Ti} \in \mathbb{N}$$

Lemma 6 (Seite 54f in [Coo+11]).

Der in Algorithmus 4 definierte Hilfsgraph besitzt ein L -sättigendes b -Matching.

Lemma 7 (Theorem 1 in [LST90], Lemma 3.2 in [Gø+10]).

Gegeben einen (α, β) -zuweisbaren Wald, liefern Algorithmus 4 und Algorithmus 5 eine $(4\alpha + 2\beta)$ -approximative Lösung für **HetTSP**.