Universität Augsburg

Institut für Mathematik

Seminar„ausarbeitung“

zu einem Vortrag im Seminar Spieltheorie und Approximationsalgorithmen im SS 2016
zum Thema

Capacitated Vehicle Routing with Non-Uniform Speeds

Vorgelegt von:
Lukas Graf

Betreut von:
M. Sc. Manuel Surek,
Prof. Dr. Tobias Harks

1 Problemübersicht

Metrisches TSP:

- Vollständiger Graph $G = (V, E)$
- Metr. Abstandsfunktion $d : E \to \mathbb{R}$
- **Lsgen:** Tour τ durch ganz V
- **Ziel:** Minimiere $d(\tau)$

CVRP:

- Vollständiger Graph $G = (V, E)$
- Metr. Abstandsfunktion $d : E \to \mathbb{R}$
- Startpunkt/Depot $s \in V$
- Bedarfe $(q_v)_{v \in V}$ und Kapazität Q
- **Lsgen:** Tour (τ), die bei s beginn alle Bedarfe erfüllen nie mehr als Q Elemente transportiert
- **Ziel:** Minimiere $\max d(\tau_i)$

Homogenes TSP:

- Vollständiger Graph $G = (V, E)$
- Metr. Abstandsfunktion $d : E \to \mathbb{R}$
- Startpunkt $s \in V$
- k Fahrzeuge
- **Lsgen:** Touren (τ_i), die bei s beginnen und gemeinsam ganz V abdecken
- **Ziel:** Minimiere $\max d(\tau_i)$

Homogenes CVRP:

- Vollständiger Graph $G = (V, E)$
- Metr. Abstandsfunktion $d : E \to \mathbb{R}$
- Startpunkt/Depot $s \in V$
- Bedarfe $(q_v)_{v \in V}$
- k Fahrzeuge mit einheitlicher Kapazität Q
- **Lsgen:** Touren (τ_i), die bei s beginnen, gemeinsam alle Bedarfe erfüllen, wobei kein Fahrzeug jemals mehr als Q Elemente transportiert
- **Ziel:** Minimiere $\max d(\tau_i)$

Heterogenes TSP:

- Vollständiger Graph $G = (V, E)$
- Metr. Abstandsfunktion $d : E \to \mathbb{R}$
- Startpunkt $s \in V$
- k Fahrzeuge mit Geschw. $(\lambda_i)_{i=1}^{k}$
- **Lsgen:** Touren (τ_i), die bei s beginnen und gemeinsam ganz V abdecken
- **Ziel:** Minimiere $\max \frac{d(\tau_i)}{\lambda_i}$

Heterogenes CVRP:

- Vollständiger Graph $G = (V, E)$
- Metr. Abstandsfunktion $d : E \to \mathbb{R}$
- Startpunkt/Depot $s \in V$
- Bedarfe $(q_v)_{v \in V}$
- k Fahrzeuge mit Geschw. $\{\lambda_i\}$ und einheitlicher Kapazität Q
- **Lsgen:** Touren (τ_i), die bei s beginnen, gemeinsam alle Bedarfe erfüllen, wobei kein Fahrzeug jemals mehr als Q Elemente transportiert
- **Ziel:** Minimiere $\max \frac{d(\tau_i)}{\lambda_i}$

2 Algorithmus für HetTSP

Algorithm 1 HetTSP-Approx

procedure $\text{HetTSP}(G = (V, E),\ d : E \to \mathbb{R}_{\geq 0})$
    Rate M mit $\frac{M}{2} \leq \text{OPT} \leq M$
    $\mathcal{H} := (H_i)_{i \geq 0} \leftarrow \textsc{Level-Prime}\ (G, d)$
        // $\mathcal{H}$ erfüllt: Wurzel-Blatt Pfade haben aufsteigende Knoten-Level
        // und $\forall i : \sum_{j \geq i} d\,(H_j) \leq 8M \sum_{j \geq i-1} 2^j \mu_j$ (wenn M korrekt geraten)
    $\mathcal{T} := (\mathcal{T}_i)_{i \geq 0} \leftarrow \textsc{Decomposition}\ (\mathcal{H})$
        // $\mathcal{T}$ ist $(6, 40)$-zuweisbarer Wald
    $(x_{ij}) \leftarrow \textsc{FractionalAssignment}\ (\mathcal{T})$
    $(\tau_i) \leftarrow \textsc{RoundingAssignment}\ (x_{ij})$
        // $\mathcal{T}$ ist (α, β)-zuweisbar $\Rightarrow$ (τ_i) ist $(4\alpha + 2\beta)$-approx.
    return (τ_i)
end procedure

Algorithm 2 Level-Prime

procedure $\textsc{Level-Prime}(G = (V, E),\ d : E \to \mathbb{R}_{\geq 0})$
    $V_0 := \{v \in V \mid d(s, v) \leq M\}$, $\quad V_i := \{v \in V \mid 2^{i-1}M < d(s, v) \leq 2^i M\}$
    for $i \geq 0$ **do** $H_i \leftarrow$ Minimaler Spannbaum auf $G\,[V_{\leq i}]\,/V_{<i}$ **end for**
    return $(H_i)_{i \geq 0}$
end procedure

Algorithm 3 Decomposition

procedure $\textsc{Decomposition}((\mathcal{H}))$
    $\mathcal{S}_0 := \{H_0\}$, $\quad \mathcal{S}_i :=$ Zerl. von $\mathcal{H} \cap E_i$ in Bäume mit genau einer Kante nach V_i

    return $(\mathcal{T}_i)_{i \geq 0}$
end procedure

Algorithm 4 FractionalAssignment

```
procedure FractionalAssignment((𝒯))

    return (x_ij)
end procedure
```

Algorithm 5 RoundingAssignment

```
procedure RoundingAssignment((x_ij))

    return (τ_i)
end procedure
```

3 Sätze

Literatur

[Gø+10] Inge Li Gørtz u. a. „Capacitated Vehicle Routing with Non-Uniform Speeds“. In: *CoRR* abs/1012.1850 (2010). URL: http://arxiv.org/abs/1012.1850.