

Übungsblatt 10 zur Algebraischen Zahlentheorie

Aufgabe 1. Das inverse galoissche Problem im abelschen Fall

Sei A eine endliche abelsche Gruppe. Konstruiere einen Zahlkörper K mit $\text{Gal}(K|\mathbb{Q}) \cong A$.

Hinweis. Wir können $A \cong \mathbb{Z}/(n_1) \times \cdots \times \mathbb{Z}/(n_r)$ schreiben und nach Dirichlets Satz *verschiedene* Primzahlen p_i mit $p_i \equiv 1$ modulo n_i finden. Wir können dann den gesuchten Zahlkörper K als den Fixkörper des Körpers $\mathbb{Q}(\zeta_{p_1} \cdots \zeta_{p_r})$ bezüglich einer geeigneten Untergruppe seiner Galoisgruppe finden.