Universität Augsburg
Lehrstuhl für Algebra und Zahlentheorie
Sommersemester 2016

Prof. Dr. Marco Hien
Ingo Blechschmidt

Übungsblatt 10 zur Algebraischen Zahlentheorie

Aufgabe 1. *Das inverse galoissche Problem im abelschen Fall*

a) Sei n eine positive Zahl. Finde einen Zahlkörper K mit $\mathrm{Gal}(K|\mathbb{Q}) \cong \mathbb{Z}/(n)$.

Hinweis. Finde nach Dirichlets Satz eine Primzahl p mit $p \equiv 1$ modulo n und konstruiere K als geeigneten Fixkörper von $\mathbb{Q}(\zeta_p)$ über $\mathbb{Q}$.

b) Sei A eine endliche abelsche Gruppe. Finde einen Zahlkörper K mit $\mathrm{Gal}(K|\mathbb{Q}) \cong A$.

Hinweis. Wir können $A \cong \mathbb{Z}/(n_1) \times \cdots \times \mathbb{Z}/(n_r)$ schreiben und nach Dirichlets Satz *verschiedene* Primzahlen p_i mit $p_i \equiv 1$ modulo n_i finden. Wir können dann den gesuchten Zahlkörper K als den Fixkörper des Körpers $\mathbb{Q}(\zeta_{p_1} \cdots \zeta_{p_r})$ bezüglich einer geeigneten Untergruppe seiner Galoisgruppe finden.