Universität Augsburg
Lehrstuhl für Algebra und Zahlentheorie
Sommersemester 2016

Prof. Dr. Marco Hien
Ingo Blechschmidt

Übungsblatt 8 zur Algebraischen Zahlentheorie

Aufgabe 1. *Verzweigung ist die Ausnahme*

Sei K ein Zahlkörper vom Grad n. Gelte $K = \mathbb{Q}[\vartheta]$ mit $\vartheta \in \mathcal{O}_K$.

a) Zeige: Die Diskriminante d_ϑ der $\mathbb{Q}$-Basis $(1, \vartheta, \ldots, \vartheta^{n-1})$ von K ist gleich der Diskriminante des Minimalpolynoms von ϑ.

b) Sei p eine Primzahl, sodass die Ideale (p) und $\mathfrak{F}_\vartheta$ von $\mathcal{O}_K$ zueinander teilerfremd sind. Zeige, dass p genau dann in K verzweigt ist, wenn $p \mid d_\vartheta$.

c) Zeige: Nur endlich viele Primzahlen sind in K verzweigt. Kannst du die Kandidaten für verzweigte Primzahlen sogar explizit angeben?

d) Interpretiere Aufgabe 2 von Blatt 4 in neuem Licht.

♡ **Aufgabe 2.** *Verzweigte Überlagerungen in der komplexen Geometrie*

a) Informiere dich über verzweigte Überlagerungen (branched coverings) in der komplexen Geometrie und vergleiche die dortige Situation mit der fundamentalen Gleichung.

b) Frage Sven, was er dir zu diesem Thema auf jeden Fall mitgeben möchte.

♡ **Aufgabe 3.** *Lücken zwischen Primzahlen*

Zeige: Zu jeder Lauflänge $n \geq 1$ gibt es eine Folge von n aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen, welche alle keine Primzahlen sind.