

noip2021LH模拟赛

by chenkuowen01 from YYHS

2021 年 9 月 26 日

1. 编译选项:-std=c++14 -lm -O2
2. 程序可使用的栈空间大小与该题内存空间限制一致。NOI linux 可以通过命令 `ulimit -s unlimited` 将栈开大。
3. 评测在 linux 系统下进行。
4. 传统题要加文件输入输出。文件名一律小写，输入输出文件为题目名加对应后缀。
5. 请将源程序放入对应子文件夹内，删除无关文件
6. 部分题目输入输出文件过大，注意使用较快速的输入输出方式。C++ 选手可以参考下发的 IO.cpp 文件。
7. 如对题面或者样例有问题请及时联系出题人。

括号 (brackets)

时间限制：1s，内存限制：512MB

题目描述

假定你是李华。

作为一名化竞选手，你最近 ak 了一场 cf。但是你觉得里面的题太水了，所以你给其中一题的数据范围加了几个 0。

合法括号序列的定义如下：

1. `()` 是合法的
2. 如果串 A 是合法的，那么串 `("+A+")` 是合法的
3. 如果串 A 和串 B 都是合法的，那么串 `A+B` 是合法的

如 `((()))` 是合法的，`)()()` 是不合法的。

以如下方式给出一个括号串：

输入 n 个数 c_0, c_1, \dots, c_{n-1} ，依次执行操作构建括号串。初始时串为空，对于第 $i+1$ 次操作，若 i 为偶数则表示往括号串末尾加入 c_i 个左括号，否则表示加 c_i 个右括号。

如序列 3 2 1 1 构建出来的括号串为 `((()))`。

求出构建出来的括号串 S 有多少个非空子串是合法括号串。即求有多少个区间 $[l, r]$ ($1 \leq l \leq r \leq |S|$) 使得 $S[l, r]$ 是合法括号串。

输入格式：

由于本题输入范围过大，所以采用如下特殊生成方式：

第一行若干个整数 $n, x, y, z, m_0, m_1, c_0, c_1$ 。

然后对于 $i > 1$ ， $c_i = (c_{i-1} \times x + c_{i-2} \times y + z) \bmod M_i + 1$ （其中当 i 为偶数时 $M_i = m_0$ ，当 i 为奇数时 $M_i = m_1$ ）

输出格式：

一行一个整数表示合法的非空子串数量。

样例输入 1：

10 686962104 149902149 5232363 10 4 7 3

样例输出 1：

15

样例 2 ~ 3：

见下发文件

数据范围：

$1 \leq n \leq 10^7, 0 \leq x, y, z \leq 10^9, 1 \leq c_0 \leq m_0 \leq 10^9, 1 \leq c_1 \leq m_1 \leq 10^9$
 $subtask1(8pts) : n \leq 20, \max\{m_0, m_1\} \leq 500$

$subtask2(16pts) : n \leq 5000, \max\{m_0, m_1\} \leq 4000$

$subtask3(8pts) : n \leq 20$

$subtask4(16pts) : n \leq 5000$

$subtask5(8pts) : n \leq 10^6, m_1 = 1$

$subtask6(28pts) : n \leq 10^6$

$subtask7(16pts) : \text{无限制}$

平均 (average)

时间限制：1s，内存限制：1024MB

题目描述

假定你是李华。

你非常喜欢平均以及正整数 k 。

第 t 个平行宇宙的你开了一家商店，里面有 n_t 种物品，第 i 种价格为 i ，每个物品库存均相同，都是 k 个。

你希望今天卖出的物品价格的平均值为一个正整数 x_t ，你想计算你卖出的物品组合的价格平均值为 x_t 的方案数。

每种物品卖出的个数是不超过 k 的非负整数，两种物品组合被视为不同方案当且仅当存在一种物品卖出的个数不同。

你只需要对于给定的 q 个平行世界输出答案 $\text{mod } 998244353$ 之后的结果即可。

输入格式：

第一行一个正整数 k 。

接下来一个正整数 q 表示询问的平行宇宙个数。

接下来 q 行，每行两个正整数 n_t, x_t ，如题所述。

输出格式：

q 行，第 t 行输出第 t 个平行宇宙的方案数 $\text{mod } 998244353$ 之后的结果。

样例输入 1：

```
1
3
5 2
10 6
```

60 20

样例输出 1:

3

75

727624360

样例 2:

见下发文件

数据范围:

$$1 \leq x_t \leq n_t \leq 150, 1 \leq k \leq 100, 1 \leq q \leq 150$$

$$subtask1(15pts) : n_t \leq 20, k = 1, q \leq 20$$

$$subtask2(20pts) : n_t \leq 40, k = 1, q \leq 20$$

$$subtask3(20pts) : n_t \leq 60, k \leq 40, q \leq 40$$

$$subtask4(15pts) : k = 1$$

$$subtask5(30pts) : \text{无限制}$$

求和 (sum)

时间限制：2s，内存限制：512MB

题目描述：

假定你是李华。

你有 m 个非负整数，分别为 a_1, a_2, \dots, a_m ，还有一个正整数 n ，现在有 q 次询问，每次询问一个非负整数 x ，你想计算：

$$\sum_{i=0}^{2^n-1} \prod_{j=1}^m \left(\text{bitcount}(i \& x) \& \text{bitcount}(i \& a_j) \& 1 \right)$$

$\&$ 表示位与运算，

$\text{bitcount}(x)$ 表示 x 二进制表示中 1 的个数, $\text{bitcount}(x) = [x > 0](\text{bitcount}(x - (x \& -x)) + 1)$

输入格式：

第一行一个非负整数 T ，表示数据组数

对于每组数据，

第一行三个非负整数 n, m, q ，如题所述

第二行 m 个非负整数，第 i 个整数表示 a_i

接下来 q 行每行一个非负整数，第 i 个非负整数表示第 i 次询问的 x

输出格式：

对于每组数据 q 行，

每行一个非负整数表示求出来的答案。

样例输入 1：

3 3 3
1 2 1
1
2
3
5 2 3
2 3
3
12
1

样例输出 1:

2
2
0
8
4
0

数据范围:

- $T \leq 5$
- $0 \leq a_i < 2^n, 0 \leq x < 2^n, 0 \leq n \leq 60$
- $1 \leq m \leq 10^5, 1 \leq q \leq 10^5$
- subtask1*(24pts) : $n \leq 10, m \leq 1000$
- subtask2*(20pts) : $n \leq 18$
- subtask3*(20pts) : $m \leq 18, q \leq 3000$
- subtask4*(16pts) : $q \leq 10^4$
- subtask5*(20pts) : 无限制

乘积 (product)

时间限制：3s，内存限制：512MB

题目描述

假定你是李华。

你正在学习数论。你看见书上写着 $n = p_1 \times p_2 \times p_3 \times \dots \times p_k$ 。于是你浮想联翩.....

对于 $n = \prod_{i=1}^k p_i$ (其中 p_i 是互不相同的质数)

你先枚举了一个 n 的约数 m ，然后在纸上画了 n_a 个格子，每个格子里填一个正整数（设这些数依次为 a_1, a_2, \dots, a_{n_a} ），这些正整数的乘积为 m ，然后你将填进去的数的约数和乘了起来（即 $\prod_{i=1}^{n_a} \sigma(a_i)$ ）。

你还觉得不过瘾，于是又画了 n_b 个格子，写了一个函数 $f(x) = f_0 + f_1x + f_2x^2$ ，每个格子里填一个正整数（设这些数依次为 b_1, b_2, \dots, b_{n_b} ），这些正整数的乘积也为 m ，然后你将这些数在 f 对应位置的取值乘了起来（即 $\prod_{i=1}^{n_b} f(b_i)$ ）。

最后你将两部分的乘积乘了起来。称为这组方案的权值。

你觉得这样运算量还是太少，于是你给定 $n, n_a, n_b, f_0, f_1, f_2$ ，想求出所有合法方案的权值之和。两种方案不同当且仅当存在一个 $i (1 \leq i \leq n_a)$ 使得 a_i 不同或存在一个 $j (1 \leq j \leq n_b)$ 使得 b_j 不同。

你只需要输出答案 $\text{mod } 998244353$ 之后的结果即可。

输入格式：

第一行输入五个非负整数 n_a, n_b, f_0, f_1, f_2 ，如题所述。

第二行一个正整数 k 。

第三行读入 k 个互不相同的质数 p_i 。

表示 $n = \prod_{i=1}^k p_i$

输出格式：

一行输出答案 $\text{mod } 998244353$ 之后的结果。

样例输入 1：

```
5 1 70858531 917743085 322871628
4
2 5 3 7
```

样例输出 1：

```
258362701
```

样例 2 ~ 3：

见下发文件

数据范围：

$$1 \leq k \leq 100, 1 \leq p_i \leq 10^8, 0 \leq n_a, n_b \leq 10^{18}, 0 \leq f_0, f_1, f_2 < 998244353$$

保证 p_i 是互不相同的质数。

subtask1(12pts) : $n \leq 10^5, n_a, n_b \leq 5$

subtask2(12pts) : $k \leq 15, n_a, n_b \leq 5$

subtask3(20pts) : $k \leq 15$

subtask4(20pts) : $n_a, n_b \leq 5$

subtask5(16pts) : $k \leq 35$

subtask6(20pts) : 无限制