



LABORATORIUM FIZYCZNE

Grupa nr Semestr Grupa laboratoryjna

Imię i Nazwisko:

Ćwiczenie nr:

Temat ćwiczenia:

.....

.....

Data wykonania ćwiczenia:

Data oddania sprawozdania:

Ocena:

.....
Podpis prowadzącego zajęcia

1 Wstęp

Zajęcia laboratoryjne polegały na analizie ruchu drgającego ciężarka zawieszonego na sprężynie bądź układzie sprężyn, czyli pomiarze okresu drgania. Pomiary miały być dokonane dwoma metodami - statyczną i dynamiczną. Celem tego miało być wyznaczenie współczynnika sprężystości tych sprężyn oraz ich układów, a także wyznaczenie modułu sztywności materiału sprężyny.

2 Otrzymane wyniki

Wyniki otrzymane podczas pomiaru na laboratorium

Pierwsza sprężyna

Metoda statyczna		Metoda dynamiczna			
Masa ciężarków[g]	Wydłużenie[cm]	Masa ciężarków[g]	Czas wykonania 20 wahań[s]		
			Pomiar 1	Pomiar 2	Pomiar 3
0	0	50.152	9.31	9.21	9.23
50.320	5	100.508	12.59	12.68	12.56
100.342	10	150.830	15.25	15.17	15.16
150.596	15	201.095	17.40	17.41	17.28
200.861	20				

Druga sprężyna

Metoda statyczna		Metoda dynamiczna		
Masa ciężarków[g]	Wydłużenie[cm]	Masa ciężarków[g]	Czas wykonania 20 wahań[s]	
			Pomiar 1	Pomiar 2
0	0	50.155	9.53	9.49
50.155	4.8	100.478	12.89	12.93
100.478	10	150.614	15.57	15.43
150.614	15.3	200.790	17.76	17.77
200.790	20.5			

własności pierwszej sprężyny

$$r = 0.4mm$$

$$N = 77 \text{ zwojów}$$

$$R = 8.3mm$$

Obie sprężyny połączone równolegle

Metoda statyczna	
Masa ciężarków[g]	Wydłużenie[cm]
0	0
50.155	2.5
100.478	5.2
150.614	7.8
200.790	10.2

Metoda dynamiczna			
Masa ciężarków[g]	Czas wykonania 20 wahań[s]		
	Pomiar 1	Pomiar 2	Pomiar 3
50.155	8.54	8.53	8.36
100.478	10.56	10.55	10.55
150.614	12.15	12.13	12.11
200.790	13.58	13.57	13.59

Obie sprężyny połączone szeregowo

Metoda statyczna	
Masa ciężarków[g]	Wydłużenie[cm]
0	0
50.155	10.5
100.478	20.8
150.614	31.1
200.790	41.3

Metoda dynamiczna			
Masa ciężarków[g]	Czas wykonania 20 wahań[s]		
	Pomiar 1	Pomiar 2	Pomiar 3
50.155	13.91	13.88	13.96
100.478	18.58	18.45	18.40
150.614	22.16	22.15	22.16
200.790	25.32	25.36	25.30

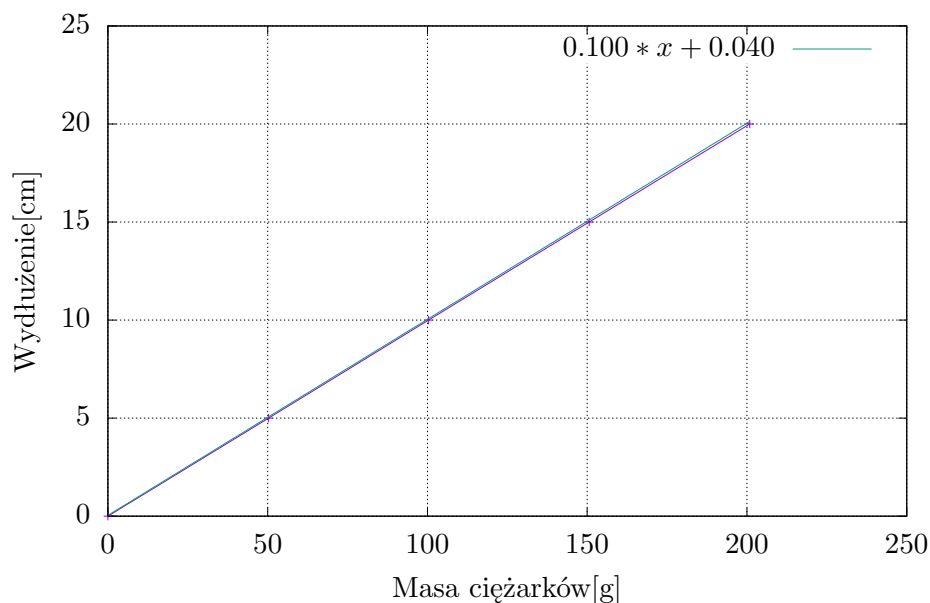
3 Opracowanie wyników

M7.1 Wyznaczyć współczynnik sprężystości wybranej sprężyny wykorzystując statyczną metodę pomiaru czyli badając zależność jej wydłużenia od wartości obciążenia

Wyznaczanie współczynnika sprężystości sprężyny nr. 1

Mierzyliśmy wydłużenie sprężyny pod wpływem różnych wartości obciążenia - od 0 g do około 200 g, dokładając kolejne ciężarki. Wyniki wyglądają następująco:

Otrzymane wyniki za pomocą metody statycznej



Te dane pomogą nam wyznaczyć współczynnik sprężystości danej sprężyny. Z prawa Hooke'a wynika, że siła potrzebna do odkształcenia ciała jest wprost proporcjonalna do tego odkształcenia. Można to wyrazić równaniem $F = kx$, gdzie F jest przykładaną siłą, k jest stałą sprężystości ciała, a x jego wydłużeniem. Pozwala to łatwo wyprowadzić wzór na stałą sprężystości:

$$k = \frac{F}{x}$$

Daną x uzyskaliśmy mierząc wydłużenie sprężyny, a F możemy obliczyć za pomocą wzoru na siłę ciężkości $F = mg$, gdzie m jest masą obciążenia naszej sprężyny, a g jest wartością przyspieszenia grawitacyjnego, która na Ziemi wynosi ok. $9,81 \frac{m}{s^2}$. Po dokonaniu wszystkich obliczeń otrzymaliśmy następujące wyniki:

Masa ciężarków[kg]	Wydłużenie[m]	stała sprężystości k
0.050320	0.05	9.87335
0.100342	0.10	9.84344
0.150596	0.15	9.84854
0.200861	0.20	9.85245
Średnia		9.85445

Tabela 1: obliczanie stałej k dla poszczególnych pomiarów.

Niepewność pomiaru wydłużenia sprężyny oszacowaliśmy na 0,1 cm. Niepewność pomiaru współczynnika sprężystości:

$$f(x) = 0.081 \cdot x + 1.914$$

$$f'(x) = 0.081$$

Średnia wartość współczynnika sprężystości sprężyny:

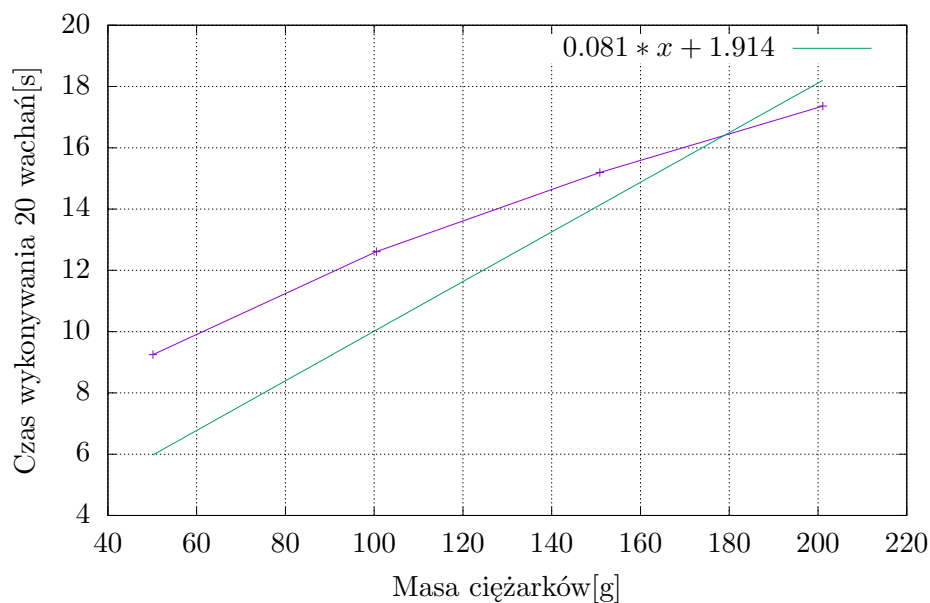
$$k = 9.85445$$

Zatem:

$$k = (9.85445 \pm 0.081) \frac{N}{m}$$

M7.2 Wyznaczyć współczynnik sprężystości wybranej sprężyny wykorzystując dynamiczną metodę pomiaru czyli mierząc zależność okresu jej drgań od wartości obciążenia.

Otrzymane wyniki za pomocą metody dynamicznej



używając

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

Masa ciężarków[kg]	Czas wykonania 20 wahań[s]	T[s]	stała sprężystości k
0.050152	9.25	0.4625	9.24765
0.100508	12.61	0.6305	9.97253
0.150830	15.19	0.75966	10.30876
0.201095	17.36	0.86816	10.52242
Średnia			10.01283

Niepewność pomiaru wydłużenia sprężyny oszacowaliśmy na 0,1 cm. Niepewność pomiaru współczynnika sprężystości:

$$f(x) = 0.081 \cdot x + 1.914$$

$$f'(x) = 0.081$$

Średnia wartość współczynnika sprężystości sprężyny:

$$k = 10.01283$$

Zatem:

$$k = (10.01283 \pm 0.081) \frac{N}{m}$$

M7.3 Obliczyć moduł sztywności materiału sprężyny.

Współczynnik sprężystości sprężyny jest zależny od modułu sztywności materiału, z którego została zrobiona, na co wskazuje równanie $k = \frac{Gr^4}{4NR^3}$. W celu obliczenia modułu, można go wyprowadzić z tego wzoru by uzyskać takie równanie:

$$G = \frac{4kNR^3}{r^4}$$

gdzie:

k - współczynnik sprężystości sprężyny,

N - liczba zwojów sprężyny,

R - promień sprężyny,

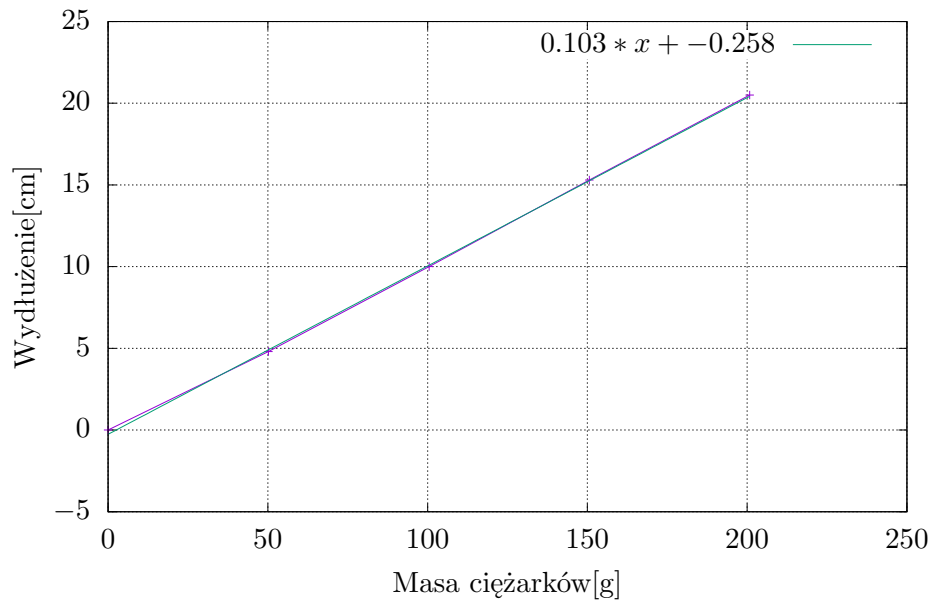
r - promień drutu sprężyny.

$$G = \frac{9.85445 * 4 * 77 * 0.0083^3}{0.0004^4} = 67.7918 GPa$$

Obliczenia dla zadań M7.4. - M7.5.

Obliczamy współczynnik sprężystości dla drugiej sprężyny, aby porównać czy teoretyczny współczynnik sprężystości układu sprężyn jest zgodny z pomiarem.

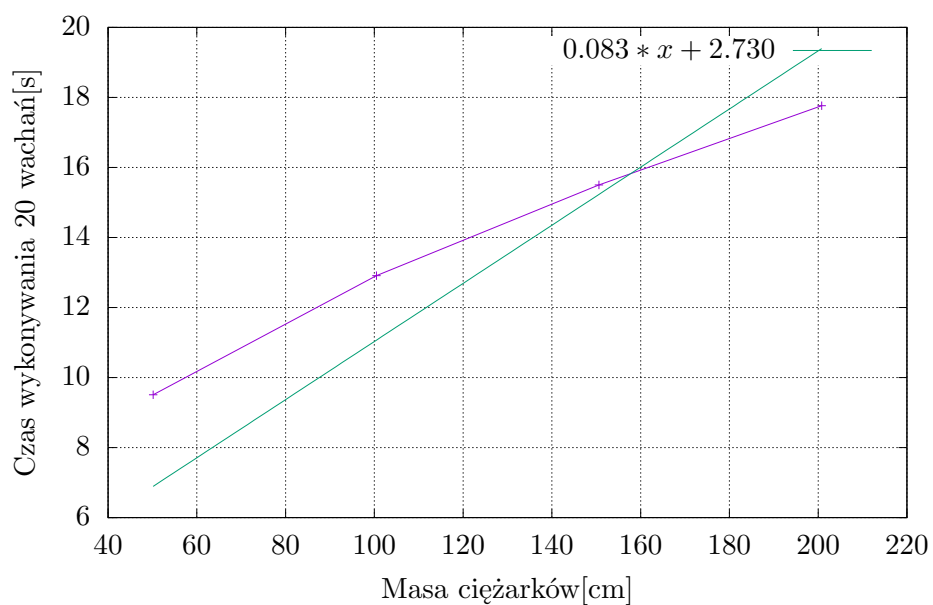
Otrzymane wyniki za pomocą metody statycznej



Masa ciężarków[kg]	Wydłużenie[m]	Stała sprężystości k
0.050155	0.048	10.25049
0.100478	0.100	9.85687
0.150614	0.153	9.65742
0.200790	0.205	9.6088
Średnia		9.84338

Tabela 2: obliczanie stałej k dla poszczególnych pomiarów.

Otrzymane wyniki za pomocą metody dynamicznej

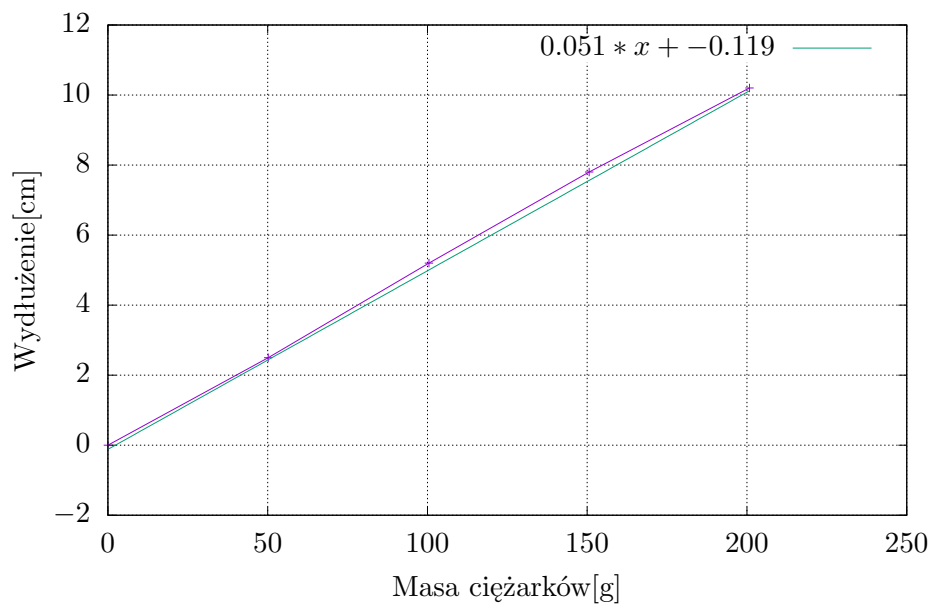


Masa ciężarków[kg]	Czas wykonania 20 wahań[s]	T[s]	Stała sprężystości k
0.050155	9.51	0.4755	8.74907
0.100478	12.91	0.6455	9.51086
0.150614	15.50	0.775	9.89133
0.200790	17.77	0.88824	10.03677
Średnia			9.547

M7.4 Wyznaczanie współczynnika sprężystości sprężyn połączonych równolegle

a) Metoda statyczna

Otrzymane wyniki za pomocą metody statycznej



Masa ciężarków[kg]	Wydłużenie[m]	stała sprężystości k
0.050155	0.025	19.68079
0.100478	0.052	18.95549
0.150614	0.078	18.94347
0.200790	0.102	19.31152
Średnia		19.22281

Tabela 3: obliczanie stałej k dla poszczególnych pomiarów.

Niepewność pomiaru wydłużenia sprężyny oszacowaliśmy na 0,1 cm. Niepewność pomiaru współczynnika sprężystości:

$$f(x) = 0.051 \cdot x - 0.119$$

$$f'(x) = 0.051$$

Średnia wartość współczynnika sprężystości sprężyny:

$$k = 19.22281$$

Zatem:

$$k = (19.22281 \pm 0.081) \frac{N}{m}$$

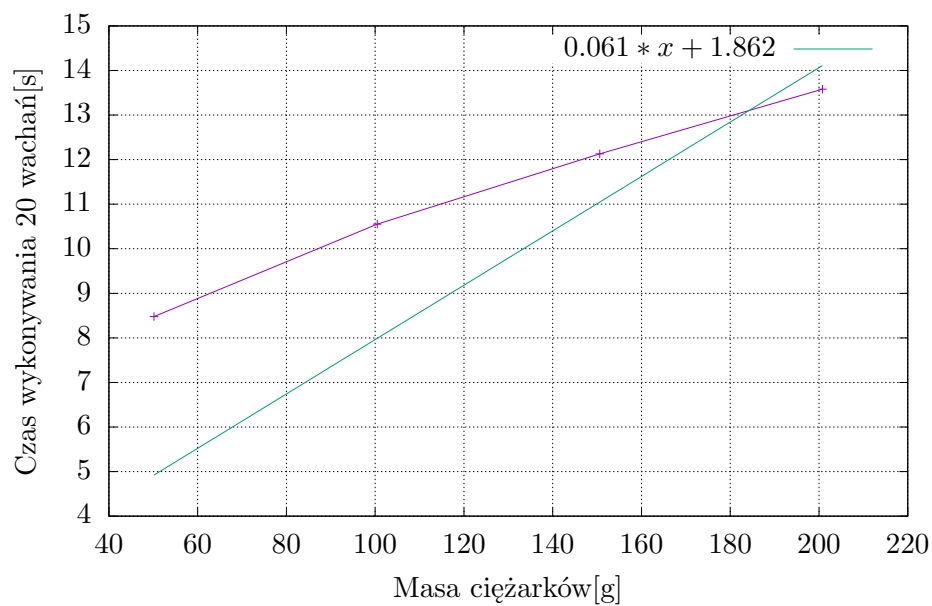
Korzystając ze wzoru $k = k_1 + k_2$ możemy obliczyć teoretyczną wartość współczynnika sprężystości w celu porównania i sprawdzenia czy nasze pomiary są prawidłowe.

$$k = 9.85445 + 9.84338 = 19.69783$$

Wynik mierzony bliski jest temu teoretycznemu.

b) Metoda dynamiczna

Otrzymane wyniki za pomocą metody dynamicznej



Masa ciężarków[kg]	Czas wykonania 20 wahań[s]	T[s]	stała sprężystości k
0.050155	9.48	0.42383	11.01183
0.100478	10.55	0.52766	14.23262
0.150614	12.13	0.60649	16.14992
0.200790	13.58	0.67899	17.17697
Średnia			14.64282

Niepełność pomiaru wydłużenia sprężyny oszacowaliśmy na 0,1 cm. Nie-
pełność pomiaru współczynnika sprężystości:

$$f(x) = 0.061 \cdot x + 1.862$$

$$f'(x) = 0.061$$

Średnia wartość współczynnika sprężystości sprężyny:

$$k = 14.64282$$

Zatem:

$$k = (14.64282 \pm 0.061) \frac{N}{m}$$

Korzystając ze wzoru $k = k_1 + k_2$ możemy obliczyć teoretyczną wartość
współczynnika sprężystości.

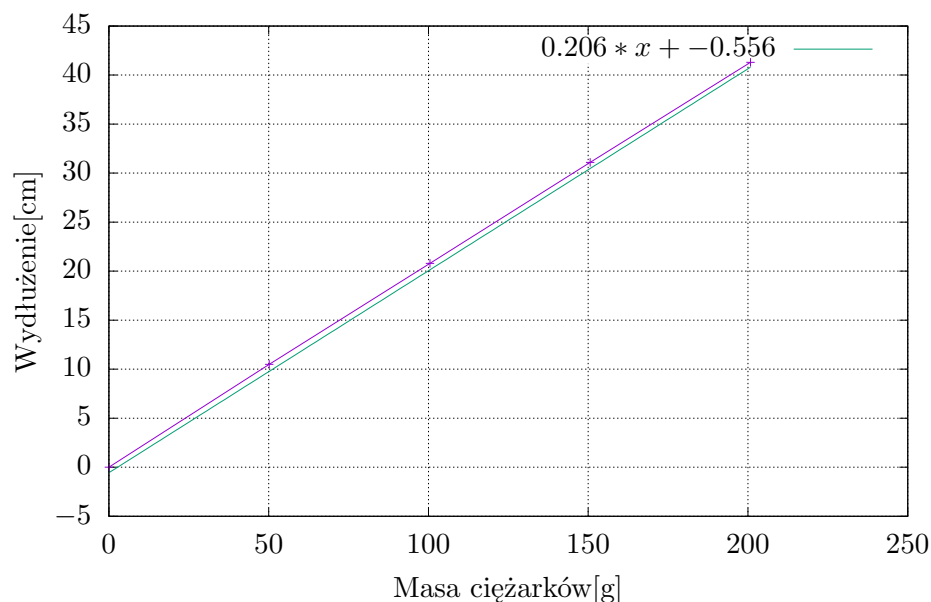
$$k = 10.01283 + 9.547 = 19.55983$$

Wynik mierzony daleki jest teoretycznemu co oznacza mało dokładne, bądź
błędne pomiary.

M7.5 Wyznaczanie współczynnika sprężystości sprężyn połączonych sze-
regowo

a) Metoda statyczna

Otrzymane wyniki za pomocą metody statycznej



Masa ciężarków[kg]	Wydłużenie[m]	stała sprężystości k
0.050155	0.105	4.68594
0.100478	0.208	4.73897
0.150614	0.311	4.75102
0.200790	0.413	4.7695
Średnia		4.73636

Tabela 4: obliczanie stałej k dla poszczególnych pomiarów.

Niepewność pomiaru wydłużenia sprężyny oszacowaliśmy na 0,1 cm. Niepewność pomiaru współczynnika sprężystości:

$$f(x) = 0.206 \cdot x + -0.556$$

$$f'(x) = 0.206$$

Średnia wartość współczynnika sprężystości sprężyny:

$$k = 4.73636$$

Zatem:

$$k = (4.73636 \pm 0.206) \frac{N}{m}$$

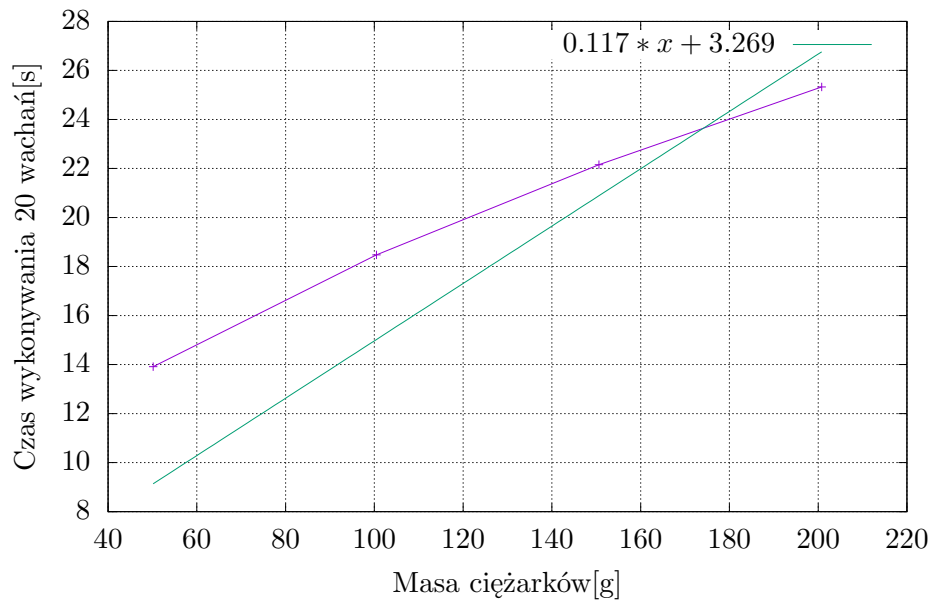
Korzystając ze wzoru $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ oraz co za tym idzie $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ możemy obliczyć teoretyczną wartość współczynnika sprężystości.

$$k = \frac{9.85445 * 9.84338}{9.85445 + 9.84338} = 4.92445$$

Wynik mierzony bliski jest temu teoretycznemu.

b) Metoda dynamiczna

Otrzymane wyniki za pomocą metody dynamicznej



Masa ciężarków[kg]	Czas wykonania 20 wahań[s]	T[s]	stała sprężystości k
0.050155	13.92	0.69583	4.08527
0.100478	18.48	0.92383	4.64326
0.150614	22.16	1.10782	4.8402
0.200790	25.33	1.26633	4.9382
Średnia			4.62672

Niepewność pomiaru wydłużenia sprężyny oszacowaliśmy na 0,1 cm. Niepewność pomiaru współczynnika sprężystości:

$$f(x) = 0.117 \cdot x + 3.269$$

$$f'(x) = 0.117$$

Średnia wartość współczynnika sprężystości sprężyny:

$$k = 4.62672$$

Zatem:

$$k = (4.62672 \pm 0.117) \frac{N}{m}$$

Korzystając ze wzoru $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ oraz co za tym idzie $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ możemy obliczyć teoretyczną wartość współczynnika sprężystości.

$$k = \frac{10.01283 * 9.547}{10.01283 + 9.547} = 4.88718$$

Wynik mierzony bliski jest temu teoretycznemu.

4 Źródła

Do edycji służyła platforma overleaf

Wszystkie wykresy rysowane poprzez gnuplot

Kod użyty znalezienia prostych za pomocą metody najmniejszych kwadratów.

```
def calculateB(x, y, n):
    sx = sum(x)
    sy = sum(y)
    sxsy = 0
    sx2 = 0

    for i in range(n):
        sxsy += x[i] * y[i]
        sx2 += x[i] * x[i]
    b = (n * sxsy - sx * sy) / (n * sx2 - sx * sx)
    return b

def leastRegLine(X, Y, n):
    b = calculateB(X, Y, n)
    meanX = int(sum(X)/n)
    meanY = int(sum(Y)/n)

    a = meanY - b * meanX

    print("Y = ", '%.3f'%b, "*x + ", '%.3f'%a, sep="")

#pierwsza sprężyna, metoda statyczna
print("pierwsza spreżyna, metoda statyczna:")
X = [0, 50.320, 100.342 , 150.596, 200.861 ]
Y = [0, 5, 10, 15, 20 ]
n = len(X)
leastRegLine(X, Y, n)
```

Cały kod źródłowy oraz wszystkie użyte pliki znajdują się na:
github.com/GramNaTosterze/PG_Fizyka_Lab1_Sprawozdanie