



## LABORATORIUM FIZYCZNE

Grupa nr ..... Semestr ..... Grupa laboratoryjna .....

Imię i Nazwisko: .....

Ćwiczenie nr: .....

Temat ćwiczenia: .....

.....

.....

Data wykonania ćwiczenia: .....

Data oddania sprawozdania: .....

Ocena: .....

.....  
Podpis prowadzącego zajęcia

## 1 Wstęp

Zajęcia laboratoryjne polegały na analizie ruchu drgającego ciężarka zawieszonego na sprężynie bądź układzie sprężyn, czyli pomiarze okresu drgania. Pomiary miały być dokonane dwoma metodami - statyczną i dynamiczną. Celem tego miało być wyznaczenie współczynnika sprężystości tych sprężyn oraz ich układów, a także wyznaczenie modułu sztywności materiału sprężyny.

## 2 Otrzymane wyniki

Wyniki otrzymane podczas pomiaru na laboratorium

Pierwsza sprężyna

Metoda statyczna		Metoda dynamiczna			
Masa ciężarków[g]	Wydłużenie[cm]	Masa ciężarków[g]	Czas wykonania 20 wachań[s]		
0	0		Pomiar 1	Pomiar 2	Pomiar 3
50.320	5	50.152	9.31	9.21	9.23
100.342	10	100.508	12.59	12.68	12.56
150.596	15	150.830	15.25	15.17	15.16
200.861	20	201.095	17.40	17.41	17.28

Druga sprężyna

Metoda statyczna		Metoda dynamiczna		
Masa ciężarków[g]	Wydłużenie[cm]	Masa ciężarków[g]	Czas wykonania 20 wachań[s]	
0	0		Pomiar 1	Pomiar 2
50.155	4.8	50.155	9.53	9.49
100.478	10	100.478	12.89	12.93
150.614	15.3	150.614	15.57	15.43
200.790	20.5	200.790	17.76	17.77

własności pierwszej sprężyny

$$r = 0.4mm$$

$$N = 77 \text{ zwojów}$$

$$R = 8.3mm$$

Obie sprężyny połączone równolegle

Metoda statyczna	
Masa ciężarków[g]	Wydłużenie[cm]
0	0
50.155	2.5
100.478	5.2
150.614	7.8
200.790	10.2

Metoda dynamiczna			
Masa ciężarków[g]	Czas wykonania 20 wachań[s]		
	Pomiar 1	Pomiar 2	Pomiar 3
50.155	8.54	8.53	8.36
100.478	10.56	10.55	10.55
150.614	12.15	12.13	12.11
200.790	13.58	13.57	13.59

Obie sprężyny połączone szeregowo

Metoda statyczna	
Masa ciężarków[g]	Wydłużenie[cm]
0	0
50.155	10.5
100.478	20.8
150.614	31.1
200.790	41.3

Metoda dynamiczna			
Masa ciężarków[g]	Czas wykonania 20 wachań[s]		
	Pomiar 1	Pomiar 2	Pomiar 3
50.155	13.91	13.88	13.96
100.478	18.58	18.45	18.40
150.614	22.16	22.15	22.16
200.790	25.32	25.36	25.30

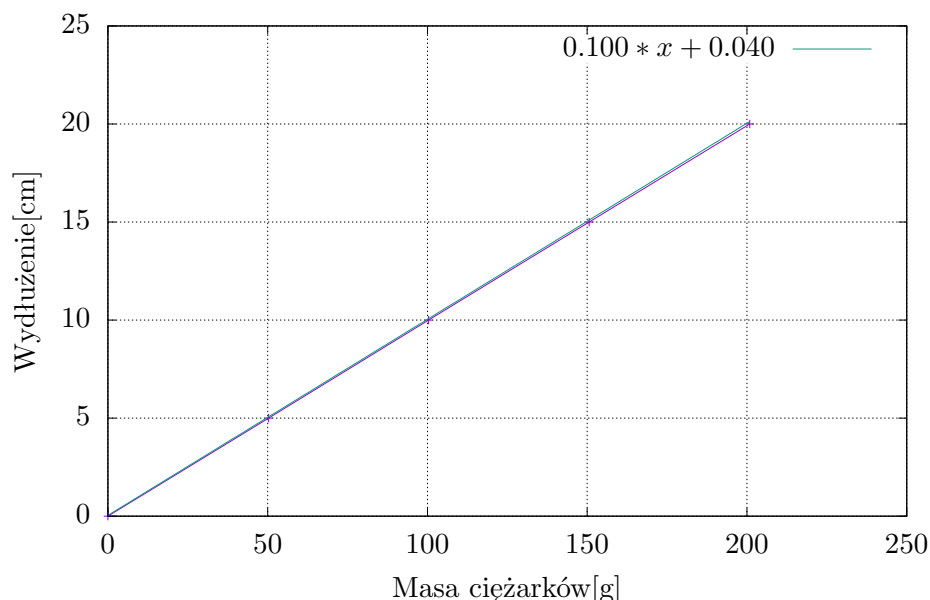
### 3 Opracowanie wyników

**M7.1** Wyznaczyć współczynnik sprężystości wybranej sprężyny wykorzystując statyczną metodę pomiaru czyli badając zależność jej wydłużenia od wartości obciążenia

Wyznaczanie współczynnika sprężystości sprężyny nr. 1

Mierzyliśmy wydłużenie sprężyny pod wpływem różnych wartości obciążenia - od 0 g do około 200 g, dokładając kolejne ciężarki. Wyniki wyglądają następująco:

Otrzymane wyniki za pomocą metody statycznej



Te dane pomogą nam wyznaczyć współczynnik sprężystości danej sprężyny. Z prawa Hooke'a wynika, że siła potrzebna do odkształcenia ciała jest wprost proporcjonalna do tego odkształcenia. Można to wyrazić równaniem  $F = kx$ , gdzie  $F$  jest przykładaną siłą,  $k$  jest stałą sprężystości ciała, a  $x$  jego wydłużeniem. Pozwala to łatwo wyprowadzić wzór na stałą sprężystości:

$$k = \frac{F}{x}$$

Daną  $x$  uzyskaliśmy mierząc wydłużenie sprężyny, a  $F$  możemy obliczyć za pomocą wzoru na siłę ciężkości  $F = mg$ , gdzie  $m$  jest masą obciążenia naszej sprężyny, a  $g$  jest wartością przyspieszenia grawitacyjnego, która na Ziemi wynosi ok.  $9,81 \frac{m}{s^2}$ . Po dokonaniu wszystkich obliczeń otrzymaliśmy następujące wyniki:

$$k_{\text{średnia}} = 9.85445$$

Masa ciężarków[kg]	Wydłużenie[m]	stała sprężystości k
0.050320	0.05	9.87335
0.100342	0.10	9.84344
0.150596	0.15	9.84854
0.200861	0.20	9.85245

Tabela 1: obliczanie stałej k dla poszczególnych pomiarów.

Niepewność pomiaru wydłużenia sprężyny oszacowaliśmy na 0,1 cm. Niepewność pomiaru współczynnika sprężystości:

$$f(x) = 0.081 \cdot x + 1.914$$

$$f'(x) = 0.081$$

Średnia wartość współczynnika sprężystości sprężyny:

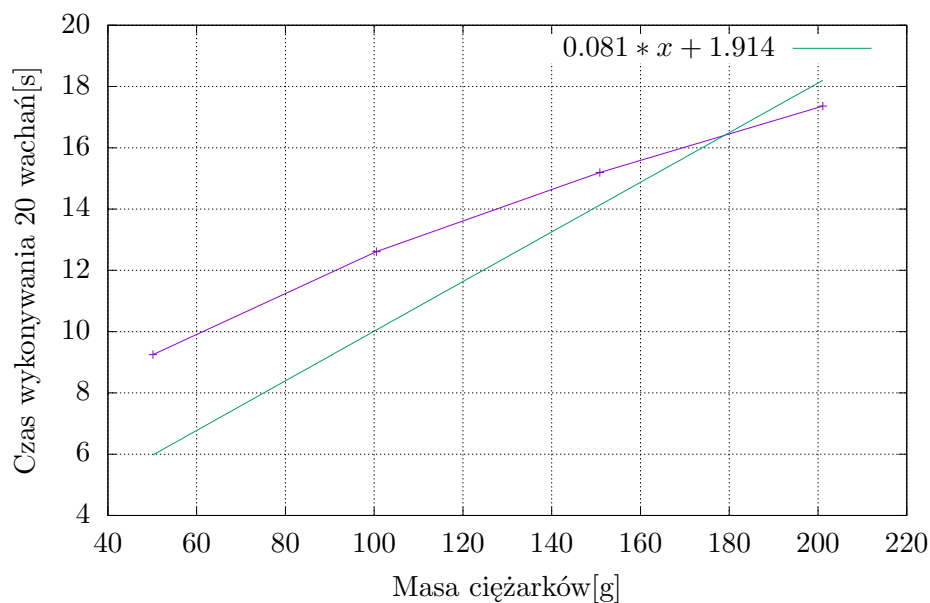
$$k = 9.85445$$

Zatem:

$$k = (9.85445 \pm 0.081) \frac{N}{m}$$

**M7.2** Wyznaczyć współczynnik sprężystości wybranej sprężyny wykorzystując dynamiczną metodę pomiaru czyli mierząc zależność okresu jej drgań od wartości obciążenia.

Otrzymane wyniki za pomocą metody dynamicznej



używając

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

Masa ciężarków[kg]	Czas wykonania 20 wachnięć[s]	stała sprężystości k
0.050152	9.25	9.24765
0.100508	12.60999	9.97253
0.150830	15.19333	10.30876
0.201095	17.36333	10.52242

$$k_{\text{średnie}} = 10.01283$$

Niepewność pomiaru wydłużenia sprężyny oszacowaliśmy na 0,1 cm. Niepewność pomiaru współczynnika sprężystości:

$$f(x) = 0.081 \cdot x + 1.914$$

$$f'(x) = 0.081$$

Średnia wartość współczynnika sprężystości sprężyny:

$$k = 10.01283$$

Zatem:

$$k = (10.01283 \pm 0.081) \frac{N}{m}$$

**M7.3** Obliczyć moduł sztywności materiału sprężyny.

Współczynnik sprężystości sprężyny jest zależny od modułu sztywności materiału, z którego została zrobiona, na co wskazuje równanie  $k = \frac{Gr^4}{4NR^3}$ . W celu obliczenia modułu, można go wyprowadzić z tego wzoru by uzyskać takie równanie:

$$G = \frac{4kNR^3}{r^4}$$

gdzie:

k - współczynnik sprężystości sprężyny,

N - liczba zwojów sprężyny,

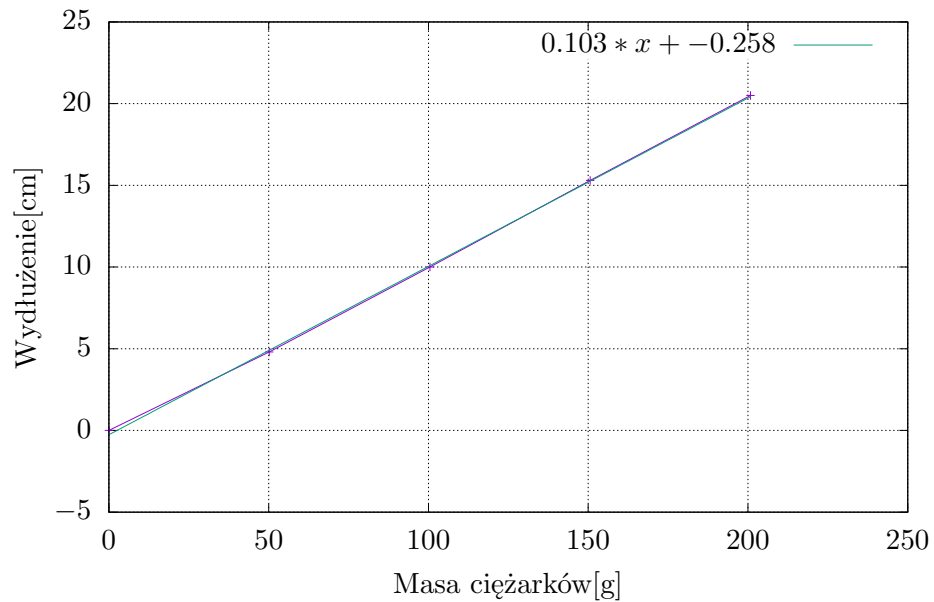
R - promień sprężyny,

r - promień drutu sprężyny.

$$G = \frac{9.85445 * 4 * 77 * 0.0083^3}{0.0004^4} =$$

## Obliczanie stałej sprężystości również dla drugiej sprężyny

Otrzymane wyniki za pomocą metody statycznej



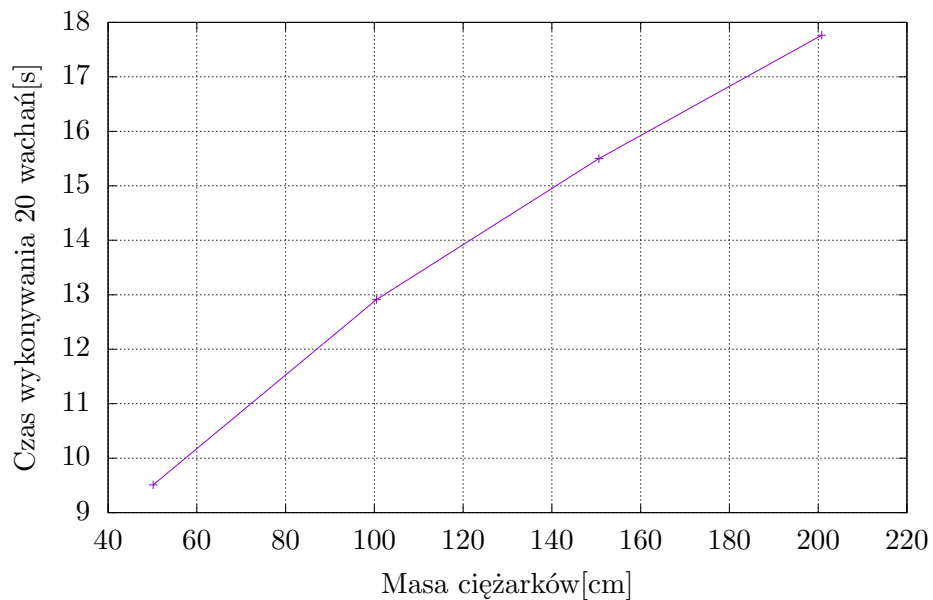
Masa ciężarków[kg]	Wydłużenie[m]	stała sprężystości k
0.050155	0.048	10.25049
0.100478	0.100	9.85687
0.150614	0.153	9.65742
0.200790	0.205	9.6088

Tabela 2: obliczanie stałej k dla poszczególnych pomiarów.

$$k_{\text{średnia}} = 9.84338$$



Otrzymane wyniki za pomocą metody dynamicznej



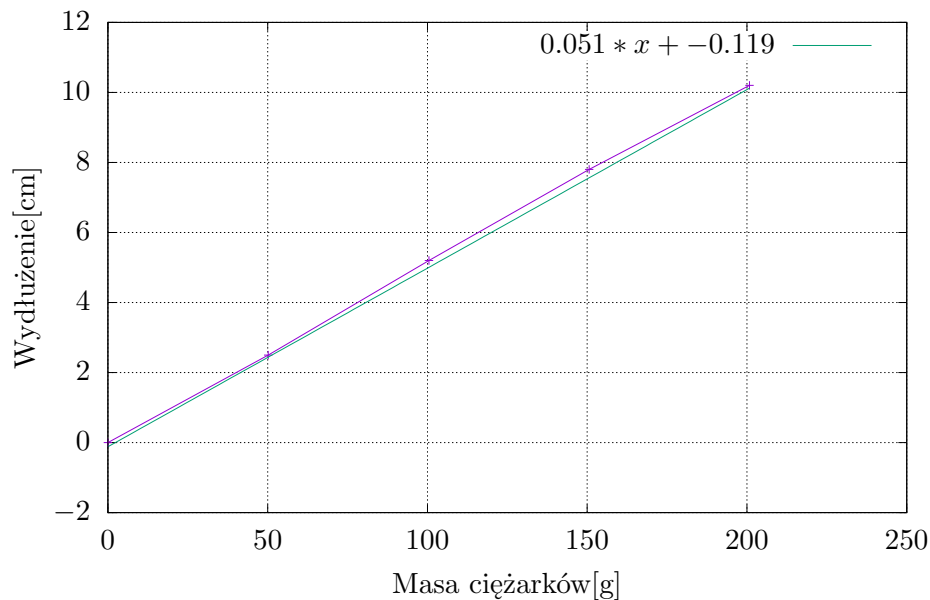
Masa ciężarków[kg]	Czas wykonania 20 wachnięć[s]	stała sprężystości k
0.050155	9.51	8.74907
0.100478	12.90999	9.51086
0.150614	15.5	9.89133
0.200790	17.765	10.03677

$$k_{\text{średnie}} = 9.547$$

#### M7.4

Wyznaczanie współczynnika sprężystości sprężyn połączonych równolegle

Otrzymane wyniki za pomocą metody statycznej



Masa ciężarków[kg]	Wydłużenie[m]	stała sprężystości k
0.050155	0.025	19.68079
0.100478	0.052	18.95549
0.150614	0.078	18.94347
0.200790	0.102	19.31152

Tabela 3: obliczanie stałej k dla poszczególnych pomiarów.

$$k_{\text{średnia}} = 19.22281$$

Niepewność pomiaru wydłużenia sprężyny oszacowaliśmy na 0,1 cm. Niepewność pomiaru współczynnika sprężystości:

$$f(x) = 0.051 \cdot x - 0.119$$

$$f'(x) = 0.051$$

Średnia wartość współczynnika sprężystości sprężyny:

$$k = 19.22281$$

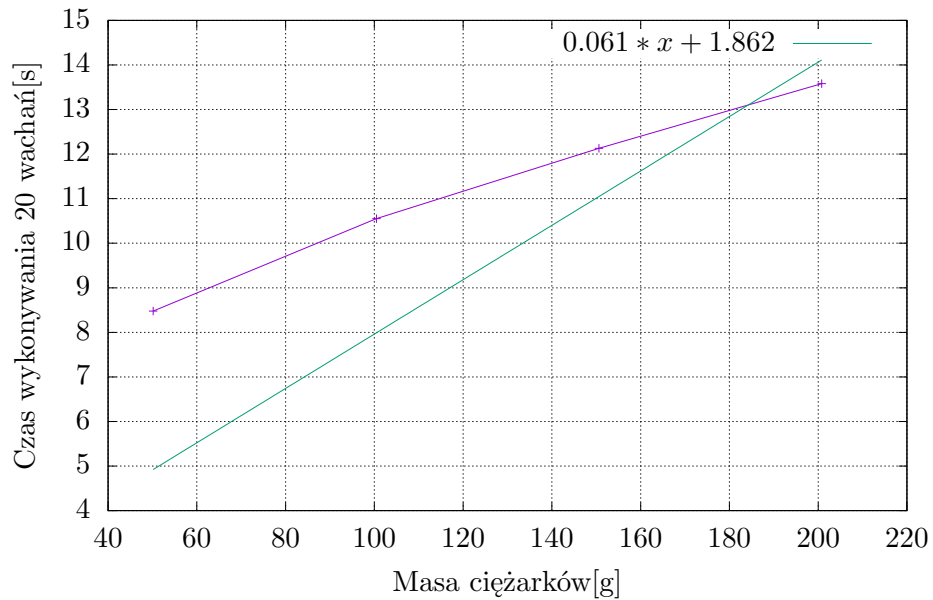
Zatem:

$$k = (19.22281 \pm 0.081) \frac{N}{m}$$

Korzystając ze wzoru  $k = k_1 + k_2$  możemy obliczyć teoretyczną wartość współczynnika sprężystości.

$$k = 9.85445 + 9.84338 = 19.69783$$

Otrzymane wyniki za pomocą metody dynamicznej



Masa ciężarków[kg]	Czas wykonania 20 wachnięć[s]	stała sprężystości k
0.050155	8.47665	11.01183
0.100478	10.55333	14.23262
0.150614	12.12999	16.14992
0.200790	13.58	17.17697

$$k_{\text{średnie}} = 14.64282$$

Niepewność pomiaru wydłużenia sprężyny oszacowaliśmy na 0,1 cm. Niepewność pomiaru współczynnika sprężystości:

$$f(x) = 0.061 \cdot x + 1.862$$

$$f'(x) = 0.061$$

Średnia wartość współczynnika sprężystości sprężyny:

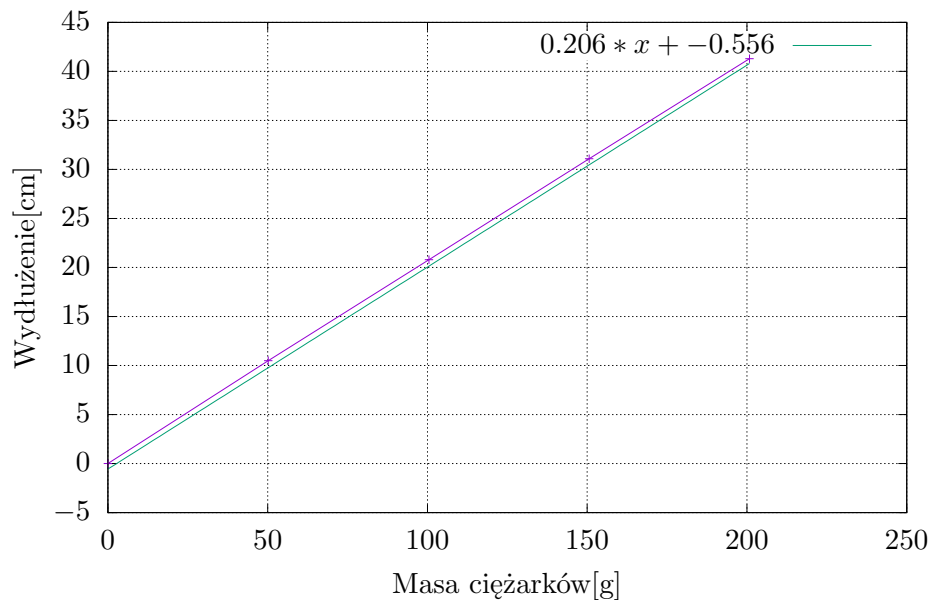
$$k = 14.64282$$

Zatem:

$$k = (14.64282 \pm 0.061) \frac{N}{m}$$

**M7.5** Wyznaczanie współczynnika sprężystości sprężyn połączonych szeregowo

Otrzymane wyniki za pomocą metody statycznej



Masa ciężarków[kg]	Wydłużenie[m]	stała sprężystości k
0.050155	0.105	4.68594
0.100478	0.208	4.73897
0.150614	0.311	4.75102
0.200790	0.413	4.7695

Tabela 4: obliczanie stałej k dla poszczególnych pomiarów.

$$k_{\text{średnia}} = 4.73636$$

Niepewność pomiaru wydłużenia sprężyny oszacowaliśmy na 0,1 cm. Niepewność pomiaru współczynnika sprężystości:

$$f(x) = 0.206 * x + -0.556$$

$$f'(x) = 0.206$$

Średnia wartość współczynnika sprężystości sprężyny:

$$k = 4.73636$$

$$k =$$

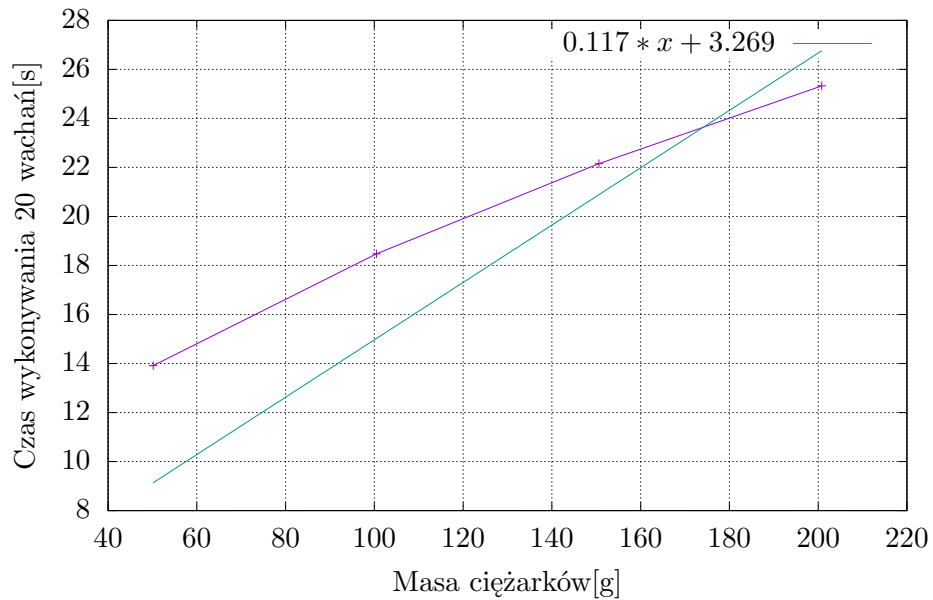
Zatem:

$$k = (4.73636 \pm 0.206) \frac{N}{m}$$

Korzystając ze wzoru  $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$  oraz co za tym idzie  $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$  możemy obliczyć teoretyczną wartość współczynnika sprężystości.

$$k = \frac{9.85445 * 9.84338}{9.85445 + 9.84338} = 4.92445$$

Otrzymane wyniki za pomocą metody dynamicznej



Masa ciężarków[kg]	Czas wykonania 20 wachnięć[s]	stała sprężystości k
0.050155	13.91667	4.08527
0.100478	18.47665	4.64326
0.150614	22.15666	4.8402
0.200790	25.32666	4.9382

$$k_{\text{średnie}} = 4.62672$$

Niepewność pomiaru wydłużenia sprężyny oszacowaliśmy na 0,1 cm. Niepewność pomiaru współczynnika sprężystości:

$$f(x) = 0.117 \cdot x + 3.269$$

$$f'(x) = 0.117$$

Średnia wartość współczynnika sprężystości sprężyny:

$$k = 4.62672$$

Zatem:

$$k = (4.62672 \pm 0.117) \frac{N}{m}$$

Korzystając ze wzoru  $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$  oraz co za tym idzie  $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$  możemy obliczyć teoretyczną wartość współczynnika sprężystości.

$$k = \frac{10.01283 \cdot 9.547}{10.01283 + 9.547} = 4.88718$$