### 1

 $q^2 = p$  for no positive rational number q.  $q^2 = p$  millekään positiiviselle luvulle q.  $q^2 = p$  pour aucun nombre rationnel positif q.  $q^2 = p$  für keine positive rationale Zahl q.  $q^2 = p$  per nessuno numero razionale positivo q.  $q^2 = p$  para nenhum número racional positivo q.  $q^2 = p$  para ningún número racional positivo q.  $q^2 = p$  för inget positivt rationellt tal q.

## 2

The collection of prime numbers is infinite. Kokoelma alkulukuja on ääretön. La collection de nombres premiers est infinie. Die Gesamtheit von Primzahlen ist unendlich. La collection de numeri primi è infinita. O collection de números primos é infinito. La colección de números primos es infinita. Samlingen av primtal är oändlig.

### 3

Let x, y be sets. x and y are equinumerous iff there exists a injective map from x to y and there exists an injective map from y to x.

Olkoot x, y joukkoja. x ja y ovat yhtämahtavia jos ja vain jos on olemassa injektiivinen kuvaus x:sta y:an ja on olemassa moduli kuvaus y:sta x:an.

Soient x, y des ensembles. x et y sont équinombreux si et seulement si il existe une correspondance injective de x à y et il existe une application injective de y à x

Seien x, y Mengen. x und y sind gleichzahlig wenn und genau dann wenn es eine injektive Abbildung aus x nach y gibt und es eine injektive Abbildung aus y nach x gibt.

Siano insiemi x, y. x e y sono equinumerosi se e solo se esiste una mappa iniettiva da x a y ed esiste una mappa iniettiva da y a x.

Deixe x, y ser conjuntos. x e y são equinumeiros se e só se existe uma função injetiva de x a y e existe uma aplicação injetiva de y a x.

Supongamosnos que x, y son conjuntos. x y y son equinumerosos si y solo si existe una función inyectiva de x a y y existe una función inyectiva de y a x. Låt x, y vara mängder. x och y är liktaliga om och endast om det finns en injektiv avbildning från x till y och det finns en injektiv avbildning från y till x.

# 4

For all finite sets X and all natural numbers n, if |X| = n, then  $\mathcal{P}(X)$  is finite and  $|\mathcal{P}(X)| = 2^n$ .

Kaikille äärellisille joukoille X ja kaikille luonnollisille luvuille n, jos |X| = n, niin  $\mathcal{P}(X)$  on äärellinen ja  $|\mathcal{P}(X)| = 2^n$ .

Pour tous les ensembles finis X et tous les entiers naturels n, si |X| = n, alors  $\mathcal{P}(X)$  est fini et  $|\mathcal{P}(X)| = 2^n$ .

Für alle endlichen Mengen X und alle natürlichen Zahlen n, wenn |X| = n, dann ist  $\mathcal{P}(X)$  endlich und  $|\mathcal{P}(X)| = 2^n$ .

Per tutti gli insiemi finiti X e tutti i numeri naturali n, se |X| = n, allora  $\mathcal{P}(X)$  è finito e  $|\mathcal{P}(X)| = 2^n$ .

Para todos os conjuntos finitos X e todos os números naturais n, se |X| = n, então  $\mathcal{P}(X)$  é finito e  $|\mathcal{P}(X)| = 2^n$ .

Para todos los conjuntos finitos X y todos los números naturales n, si |X| = n, entonces  $\mathcal{P}(X)$  es finito y  $|\mathcal{P}(X)| = 2^n$ .

För alla ändliga mängder X och alla naturliga tal n, om |X| = n, så är ändligt  $\mathcal{P}(X)$  och  $|\mathcal{P}(X)| = 2^n$ .

### 5

Let s, t be real numbers such that s < t. Then there exists a real number r such that s < r < t.

Olkoot s,t reaalilukuja siten että s < t. Silloin on olemassa reaaliluku r siten että s < r < t.

Soient s,t des nombres tel que s < t. Alors il existe un nombre r tel que s < r < t.

Seien s, t reelle Zahlen derart dass s < t. Dann gibt es eine reelle Zahlr derart dass s < r < t.

Siano numeri tale che s < t s, t. Allora esiste un numero r tale che s < r < t.

Deixe s, t ser números tal que s < t. Então existe um número r tal que s < r < t. Supongamosnos que s, t son números tal que s < t. Entonces existe un número r tal que s < r < t.

Låt s, t vara tal så att s < t. Då finns det ett tal r så att s < r < t.

#### 6

Let M be a set. Then there exists no surjection from M onto the powerset of M.

Olkoon M joukko. Silloin ei ole olemassa mitään surjektiota M:sta potenssijoukolle M:n.

Soit M un ensemble. Alors il n'existe aucune surjection de M sur l'ensemble puissance de M.

Sei M eine Menge. Dann gibt es keine Surjektion aus M auf die Potenzmenge M.

Sia un insieme M. Allora non esiste nessuna suriezione da M sull'insieme delle parti di M.

Deixe M ser um conjunto. Então não existe nenhuma sobrejecção de M sobre o conjunto de potência de M.

Supongamosnos que M es un conjunto. Entonces no existe ninguna sobreyección de M sobre el conjunto potencia de M.

Låt M vara en mängd. Då finns det ingen surjektion från M på potensmängden av M.

### 7

```
\begin{array}{l} \sum_{0 \leq i < n} x^i = \frac{1-x^n}{1-x} & \text{for all natural numbers } n. \\ \sum_{0 \leq i < n} x^i = \frac{1-x^n}{1-x} & \text{kaikille luonnollisille luvuille } n. \\ \sum_{0 \leq i < n} x^i = \frac{1-x^n}{1-x} & \text{pour tous les entiers naturels } n. \\ \sum_{0 \leq i < n} x^i = \frac{1-x^n}{1-x} & \text{für alle natürlichen Zahlen } n. \\ \sum_{0 \leq i < n} x^i = \frac{1-x^n}{1-x} & \text{per tutti i numeri naturali } n. \\ \sum_{0 \leq i < n} x^i = \frac{1-x^n}{1-x} & \text{para todos os números naturals } n. \\ \sum_{0 \leq i < n} x^i = \frac{1-x^n}{1-x} & \text{para todos los números naturales } n. \\ \sum_{0 \leq i < n} x^i = \frac{1-x^n}{1-x} & \text{för alla naturliga tal } n. \end{array}
```

### 8

$$\begin{split} \sum_{i=1}^{n} (a+d\cdot i) &= n\cdot \left(a + \frac{(n+1)\cdot d}{2}\right)..\\ \sum_{i=1}^{n} (a+d\cdot i) &= n\cdot \left(a + \frac{(n+1)\cdot d}{2}\right)..\\ \sum_{i=1}^{n} (a+d\cdot i) &= n\cdot \left(a + \frac{(n+1)\cdot d}{2}\right)..\\ \sum_{i=1}^{n} (a+d\cdot i) &= n\cdot \left(a + \frac{(n+1)\cdot d}{2}\right)..\\ \sum_{i=1}^{n} (a+d\cdot i) &= n\cdot \left(a + \frac{(n+1)\cdot d}{2}\right)..\\ \sum_{i=1}^{n} (a+d\cdot i) &= n\cdot \left(a + \frac{(n+1)\cdot d}{2}\right)..\\ \sum_{i=1}^{n} (a+d\cdot i) &= n\cdot \left(a + \frac{(n+1)\cdot d}{2}\right)..\\ \sum_{i=1}^{n} (a+d\cdot i) &= n\cdot \left(a + \frac{(n+1)\cdot d}{2}\right).. \end{split}$$

# 9

Let m, n be natural numbers such that m < n. Then the greatest common divisor of m and n is the greatest common divisor of n - m and m.

Olkoot m, n luonnollisia lukuja siten että m < n. Silloin suurin yhteinen tekijä m:n ja n:n on suurin yhteinen tekijä n - m:n ja m:n.

Soient m, n des entiers naturels tel que m < n. Alors le plus grand commun diviseur de m et de n est le plus grand commun diviseur de n - m et de m.

Seien m, n natürliche Zahlen derart dass m < n. Dann ist der größte gemeinsame Teiler m und n der größte gemeinsame Teiler n - m und m.

Siano numeri naturali tale che  $m < n \ m, n$ . Allora il massimo comun divisore di m e n è il massimo comun divisore di n - m e m.

Deixe m, n ser números naturais tal que m < n. Então o máximo divisor comum de m e n é o máximo divisor comum de n - m e m.

Supongamosnos que m,n son números naturales tal que m < n. Entonces el máximo común divisor de m y n es el máximo común divisor de n-m y m.

Låt m, n vara naturliga tal så att m < n. Då är den größta gemeinsama Teilern av n - m och m den größta gemeinsama Teilern av m och n.

# 10

Assume  $A\subseteq \mathbb{N}$  and  $0\in A$  and for all  $n\in A,\ n+1\in A$ . Then  $A=\mathbb{N}$ . Oleta, että  $A\subseteq \mathbb{N}$  ja  $0\in A$  ja kaikelle  $n\in A$ :lle,  $n+1\in A$ . Silloin  $A=\mathbb{N}$ . Supposons que  $A\subseteq \mathbb{N}$  et  $0\in A$  et pour tout  $n\in A,\ n+1\in A$ . Alors  $A=\mathbb{N}$ . Wir nehmen an, dass  $A\subseteq \mathbb{N}$  und  $0\in A$  und für alle  $n\in A,\ n+1\in A$ . Dann  $A=\mathbb{N}$ .

Supponiamo che  $A\subseteq \mathbb{N}$  e  $0\in A$  e per tutto  $n\in A,\ n+1\in A.$  Allora  $A=\mathbb{N}.$  Admitemos que  $A\subseteq \mathbb{N}$  e  $0\in A$  e para todo  $n\in A,\ n+1\in A.$  Então  $A=\mathbb{N}.$  Supongamosnos que  $A\subseteq \mathbb{N}$  y  $0\in A$  y para todo  $n\in A,\ n+1\in A.$  Entonces  $A=\mathbb{N}.$ 

Vi antar att  $A \subseteq \mathbb{N}$  och  $0 \in A$  och för allt  $n \in A$ ,  $n+1 \in A$ . Då  $A = \mathbb{N}$ .