

Apostila de Apoio — Aula 1

Linguagens Formais

Teoria da Computação

Fev/2026

Como usar

Esta apostila foi escrita para quem está começando do zero. Você não precisa saber programar. Aqui, a palavra **string** significa apenas “um texto” (uma sequência de símbolos). Nos exemplos, vamos usar alfabetos pequenos como $\{0,1\}$ e $\{a,b\}$ para facilitar.

Sumário

- Como estudar este conteúdo
- Linguagens Formais: conceitos-base
- Exemplos resolvidos
- Exercícios graduais
- Erros comuns
- Glossário rápido

1. Como estudar este conteúdo

A disciplina começa com ideias simples (conjuntos de textos) e vai ganhando poder ao longo do semestre. Para aprender com segurança:

- Leia a definição e faça 2 ou 3 exemplos na hora, sem pular etapas.
- Quando aparecer um símbolo novo (Σ , ϵ , Σ^*), pare e explique com suas palavras.
- Nos exercícios, escreva também 2 exemplos que não pertencem à linguagem (isso fixa muito).
- Se travar, volte para: alfabeto \rightarrow cadeia \rightarrow linguagem \rightarrow operações (a base de tudo).

Regra de ouro

Regra de ouro: sempre pergunte “**quais strings são aceitas?**”. Se você consegue listar exemplos aceitos e rejeitados, você está entendendo.

2. Linguagens Formais: conceitos-base

Nesta aula, a gente transforma uma ideia do dia a dia (“textos válidos”) em uma linguagem matemática precisa. Isso serve para entender validação, análise de tokens e, mais adiante, limites do que é computável.

2.1 String: o que é isso?

Uma string é um texto: uma sequência de símbolos. Exemplos de strings: "A", "AB", "0101", "casa". Neste curso, normalmente olhamos para a forma da string (quais símbolos e qual ordem), não para o significado da palavra.

Dica

No curso, vamos usar alfabetos pequenos (como $\{0,1\}$) para enxergar padrões com clareza. Isso não limita o conteúdo: as ideias valem para alfabetos maiores também.

2.2 Alfabeto (Σ): o “teclado permitido”

Um alfabeto, escrito como Σ (sigma), é um conjunto finito de símbolos permitidos. Pense como o conjunto de teclas que você aceita usar.

Exemplos: $\Sigma = \{0,1\}$ (binário), $\Sigma = \{a,b\}$, $\Sigma = \{x,y,z,0,1,2\}$.

Se $\Sigma = \{0,1\}$, então a string "0101" é válida como cadeia sobre Σ , mas "012" não é (o símbolo 2 não está no alfabeto).

2.3 Cadeia (w) e cadeia vazia (ϵ)

Uma cadeia (ou palavra), geralmente chamada de w , é uma sequência finita de símbolos de Σ . A cadeia vazia, escrita ϵ (épsilon), é a cadeia com zero símbolos.

Importante: ϵ não é um símbolo do alfabeto. ϵ é uma string inteira, só que vazia.

2.4 Comprimento ($|w|$)

O comprimento de uma cadeia w , escrito $|w|$, é a quantidade de símbolos na string.

Exemplos: se $w = \text{"abba"}$, então $|w| = 4$. E $|\epsilon| = 0$.

2.5 Σ^* (sigma estrela): todas as strings possíveis

Σ^* é o conjunto de todas as cadeias finitas que podem ser formadas com Σ , incluindo ϵ . Se $\Sigma = \{0,1\}$, então Σ^* contém ϵ , 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, ...

Atenção

Σ é um conjunto de símbolos. Σ^* é um conjunto de strings. Todo símbolo vira uma string de tamanho 1 dentro de Σ^* .

2.6 Linguagem (L): o conjunto das strings aceitas

Uma linguagem é um subconjunto de Σ^* : $L \subseteq \Sigma^*$. Ou seja: você pega todas as strings possíveis e escolhe quais são válidas para aquele contexto.

Exemplo ($\Sigma = \{0,1\}$): $L = \{ w \subseteq \Sigma^* \mid w \text{ termina com } 1 \}$. Então "1", "01" e "101" pertencem a L, mas "0", "10" e ϵ não pertencem.

2.7 Operações com linguagens (pensando como “listas de textos”)

Como linguagens são conjuntos, podemos combinar linguagens com operações. Nesta parte, pense que cada linguagem é uma “lista” de strings (sem repetição).

- a) União — $L1 \cup L2$: strings que estão em L1 ou em L2.
- b) Concatenação — $L1L2$: grudar uma string de L1 com uma de L2.
- c) Estrela de Kleene — L^* : repetir strings de L zero ou mais vezes (inclui ϵ).

3. Exemplos resolvidos (passo a passo)

Exemplo 1: listar elementos de Σ^* por tamanho

Se $\Sigma = \{a,b\}$, então:

Tamanho	Strings
0	ϵ
1	a, b
2	aa, ab, ba, bb

Σ^* continua com strings de tamanho 3, 4, 5... por isso Σ^* é infinito.

Exemplo 2: concatenação de linguagens

Se $L1 = \{ "a", "ab" \}$ e $L2 = \{ "b", "bb" \}$, então $L1L2$ é formado assim:

Pegue cada elemento de $L1$ e cole com cada elemento de $L2$:

- "a" + "b" = "ab"
- "a" + "bb" = "abb"
- "ab" + "b" = "abb" (repetiu)
- "ab" + "bb" = "abbb"

Como linguagem é conjunto (não repete), o resultado é: $\{ "ab", "abb", "abbb" \}$.

Exemplo 3: estrela de Kleene (L^*)

Se $L = \{ "ab" \}$, então L^* é o conjunto de repetir "ab" várias vezes:

0 vezes: ϵ ; 1 vez: "ab"; 2 vezes: "abab"; 3 vezes: "ababab"; ...

Atenção

A estrela sempre inclui ϵ , porque repetir zero vezes é permitido.

4. Exercícios graduais

Faça do Nível 1 ao Nível 3. Se você estiver começando, não pule o Nível 1.

Nível 1 (bem básico)

- $\Sigma=\{0,1\}$. Dê 8 exemplos de strings de Σ^* .
- $\Sigma=\{a,b\}$. $w="abba"$. Calcule $|w|$ e escreva w^R (string ao contrário).
- Marque V/F: (a) $\varepsilon \in \Sigma$ (b) $\varepsilon \in \Sigma^*$ (c) $\Sigma \subseteq \Sigma^*$.

Nível 2 (operações)

- 4) $L1=\{"a","ab","b"\}$, $L2=\{"b","bb"\}$. Calcule $L1 \cup L2$.
- 5) Com as mesmas $L1$ e $L2$, calcule $L1L2$ (mostre as combinações).
- 6) Se $L=\{"ab"\}$, escreva 6 elementos de L^* .

Nível 3 (definir linguagens)

- 7) Em português, defina uma linguagem sobre $\Sigma=\{0,1\}$ que represente “strings que terminam com 1”.
- 8) Em português, defina uma linguagem sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que represente “strings com número par de a”.
- 9) Dê 5 exemplos e 3 contraexemplos para a linguagem do exercício 8.

5. Erros comuns

Leia este bloco sempre que errar um exercício. Ele resolve 80% das dúvidas iniciais.

- ϵ não é símbolo do alfabeto: ϵ é uma string vazia. Ela pertence a Σ^* , mas normalmente não pertence a Σ .
- Não confundir \emptyset e ϵ : \emptyset aceita nada; ϵ aceita exatamente a string vazia.
- Σ não é Σ^* : Σ é conjunto de símbolos; Σ^* é conjunto de strings (inclui ϵ).
- Concatenação não é comutativa: "ab" \neq "ba". Em geral $L_1L_2 \neq L_2L_1$.
- 01^* não é $(01)^*$: $01^* = 0$ seguido de vários 1; $(01)^* =$ repetições do bloco 01.
- inclui zero repetições: por isso r^* sempre aceita ϵ .

6. Glossário rápido

- Σ (alfabeto): conjunto finito de símbolos permitidos.
- símbolo: um elemento de Σ (por exemplo 0 ou 1).
- string/cadeia (w): sequência finita de símbolos de Σ .
- ϵ (épsilon): string vazia (comprimento 0).
- $|w|$: comprimento da string w .
- Σ^* : conjunto de todas as strings finitas sobre Σ (inclui ϵ).
- L : linguagem (um conjunto de strings), $L \subseteq \Sigma^*$.
- ER: expressão regular (notação para descrever linguagens regulares).
- $L(r)$: linguagem descrita (denotada) pela ER r .
- $|$: operador “ou” (união).
- concatenação: colocar uma string após a outra (sequência).
- $*$: estrela de Kleene (repetição zero ou mais vezes).