MAT2_cv07

4.4.2024

Př. 2 Určete polynom 1., 2. stupně se středem v bodě [1,1] pro

fci $f(x,y) = x^5 \cdot y^{20}$

$x_0 \; y_0$

Obecně Taylorův polynom funkce f v bodě A

$$T_m(x) = f(A) + \frac{d_1 f(A)}{1!} + \frac{d^2 f(A)}{2!} + \dots \frac{d^m f(A)}{m!}$$

$$df = \frac{df}{dx} \cdot dx + \frac{df}{dy} \cdot dy$$

totální diferenciál 1. řádu $\quad (x - x_0) \quad (y - y_0)$

$f_{(1,1)} = 1$

$\frac{\partial f}{\partial x} = 5x^4 \cdot y^{20} \quad \frac{\partial f}{\partial x}(1,1) = 5$

$T_1(x,y) = 1 + \frac{5 \cdot (x-1) + 20 \cdot (y-1)}{1!} = 1 + 5x - 5 + 20y - 20 =$

$5x + 20y - 24$

$\frac{\partial f}{\partial y} = x^5 \cdot 20y^{19} \quad \frac{\partial f}{\partial y}(1,1) = 20$

$T_2(x,y) = T_1 + \frac{20(x-1)^2}{2!} + 2 \cdot \frac{100 \cdot (x-1) \cdot (y-1)}{2!}$

$\frac{380 \cdot (y-1)^2}{2!}$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 20x^3 \cdot y^{20} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 5x^4 \cdot 20y^{19}$

$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = x^5 \cdot 380y^{18} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 5x^4 \cdot 20y^{19}$

$T_1(1{,}02;\ 0{,}99) = -24 + 5{,}1 + 19{,}8 = 0{,}9$

1 SQUARE =

explicitní vyjádření:

$f(x) = x^2 - 4$

$\hookrightarrow y = x^2 - 4$

$f(x,y) = x^3 - y^4$

$\hookrightarrow z = x^3 - y^4$

implicitní vyjádření:

$x^2 + 4y^2 - z^2 = 0$

Př: fa zadána implicitně

$g(x, y(x)) = 0 \rightarrow$ tečná rovina v bodě $[8; -3; 10]$

$\downarrow$ derivace podle x

$z - z_0 = \frac{dz}{dx}(x - x_0) + \frac{dz}{dy}(y - y_0)$

$\frac{\partial g}{\partial x}(x, y(x)) + \frac{\partial g}{\partial y}(g, y(x)) \cdot y'(x) = 0$

$y'(x) = - \frac{\frac{\partial g}{\partial x}(x, y(x))}{\frac{\partial g}{\partial y}(x, y(x))}$

$\frac{\partial z}{\partial x} = - \frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial z}} = - \frac{2x}{-2z} = \frac{x}{z}$

$\frac{\partial z}{\partial y} = - \frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial z}} = - \frac{8y}{-2z} = \frac{4y}{z}$

$\frac{dz}{dx}(8, -3, 10) = \frac{4}{3}$ $\quad \frac{\partial z}{\partial y}(8, -3, 10) = - \frac{6}{3}$

$T: (z - 10) = \frac{4}{5}(x - 8) - \frac{6}{5} \cdot (y + 3)$

$5z - 50 = 4x - 32 - 6y - 18$

$5z = 4x - 6y$

1 SQUARE = ____________

Najděte lokál. extrémy implicitně zadané funkce $y(x)$, které je řešením rovnice:

y je fce proměnné x

F: $x^2+y^2-xy-2x+4y=0$

$$x^2+(y(x))^2-xy(x)-2x+4(y(x))=0$$

F': $2x+2\cdot y(x)\cdot y'(x)-y(x)-x\cdot y'(x)-2+4y'(x)=0$

derivace podle x

$$y'=\frac{y+2-2x}{2y-x+4}$$

kdy $y'=0$? $\rightarrow$ $y+2-2x=0 \rightarrow y=2x-2$

stacionární body fce

$$x^2+(2x-2)^2-x\cdot(2x-2)-2x+4(2x-2)=0$$

$$3x^2-4=0$$

$$x^2=\frac{4}{3}$$

$$x=\pm\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$x=\pm\frac{2}{\sqrt{3}}$$