Конспект 4. Диффференцируемость сложной ФНП. Дифференциал ФНП.

1 Дифференциремость сложной ФНП

Теорема 1 (о дифференцируемости сложной ФНП) //многа букафф
Пусть $\vec{\varphi} = \{\varphi_1(\vec{x}), \ldots, \varphi_m(\vec{x})\}$ – дифференцируема в $\vec{x}^0 \in \mathbb{R}^n$
$f(\vec{y}) = f(y_1, \ldots, y_m)$ – дифференцируема в $\vec{y}^0 = (\varphi_1(\vec{x}^0), \ldots, \varphi_m(\vec{x}^0)) \in \mathbb{R}^m$
Тогда $\phi(\vec{x}) = f(\varphi_1(\vec{x}), \ldots, \varphi_m(\vec{x})$ дифференцируема в $\vec{x}^0$ и

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_i}(\vec{x}^0) = \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial y_j}(\vec{y}^0)\frac{\Delta \varphi_j}{\partial x_i}, \text{ где }, \forall i \in (1, \ldots, n)$$

Доказательство 1 (о дифференцируемости сложной ФНП) Будет позже.

2 Дифференциал ФНП

Определение 2.1 Пусть $f(x) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ дифференцируема в $\vec{x}^0 \in \mathbb{R}^n$, тогда

$$\Delta f = \underbrace{\sum_{\partial f}^{\partial x_i}(\vec{x}^0)\Delta x_i}_{df(\vec{x}^0)} + o(\|\vec{x}\|)$$

$df = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}$ – для случая $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$
$\Delta x = dx$, $\Delta y = dy$
$df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$

2.1 Геометрический смысл дифференциала ФНП

Геометрический смысл дифференциала ФНП – $\vec{n} = \{dx, dy, dz\}$ является нормалью к касательной плоскости в точке (x_0, y_0, z_0) для любой кривой $f(\vec{r}) : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$