Дифференцируемость ФНП

1 Частная производная

1.1 Определение частной производной

$\vec{x^0} = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$

Определение 1.1 Рассмотрим $f(x_1, \ldots, x_n)$, тогда

$$\Delta_i f\left(\vec{x^0}\right) = f\left(\vec{x^0} + \Delta\vec{x_i^0}\right) - f\left(\vec{x^0}\right), \text{ где } \Delta\vec{x_i^0} = \{0, \ldots, \Delta x_i, \ldots, 0\}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\Delta_i f\left(\vec{x^0}\right)}{\Delta x_i}, \ \forall i \in (1, \ldots, n)$$

1.2 Определение дифференцируемости в точке

Определение 1.2 $f(\vec{x})$ дифференцируема в $\vec{x^0}$, если

$$\exists A_i,\ \forall i \in (1, \ldots, n) : \Delta f\left(\vec{x^0}\right) = <\vec{A}, \vec{\Delta x}>, \|\vec{\Delta x}\| \to 0, \text{, где } \Delta f\left(\vec{x^0}\right) = f\left(\vec{x^0} + \Delta\vec{x}\right) - f\left(x^0\right)$$

2 Необходимое условие дифференцируемости

Теорема 2.1 Если функция дифференцируема в $\vec{x^0}$, то $\exists\forall \frac{\partial f}{\partial x_i}\left(\vec{x^0}\right), \forall i \in (1, \ldots, n)$

Доказательство 2.1 Будет позже

3 Достаточное условие дифференцируемости

Теорема 3.1 Если $\exists\forall \frac{\partial f}{\partial x_i}, \forall i \in (1, \ldots, n)$ и они непрерывны в $\vec{x^0}$, то $f(\vec{x})$ дифференцируема в $\vec{x^0}$

Доказательство 3.1 Будет позже