Урок 4

4

а) $\lim\limits_{x\to 6} \dfrac{x^2 - 36}{x^2 - x - 30} = \lim\limits_{x\to 6} \dfrac{(x-6)\cdot(x+6)}{(x-6)\cdot(x+5)} =$

$= \lim\limits_{x\to 6} \dfrac{x+6}{x+5} = \dfrac{12}{11}$

б) $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{x^2 - 49}{x^2 - 13x + 42} = \lim\limits_{x\to 7} \dfrac{(x-7)\cdot(x+7)}{(x-7)\cdot(x-6)} =$

$= \lim\limits_{x\to 7} \dfrac{x+7}{x-6} = 14$

в) $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{x+20}}{\sqrt[4]{x+9} - 2}$

Числитель $a^6 - b^6$ т. е. $(x+2)^3 - (x+20)^2$, множитель

$(a+b)\cdot(a^2 - ab + b^2)\cdot(a^2 + ab + b^2)$ Знаменатель

разность четырех степеней, множитель $(a+b)\cdot(a^2+b)^2$

$\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{(x+2)^3 - (x-20)^2}{(x+9) - 16} \cdot \dfrac{(\sqrt[4]{x+9}+2)\cdot(\sqrt{x+9}+4)}{(\sqrt{x+2} + \sqrt[3]{x+20})\cdot((x+2) - \sqrt{x+2}\cdot\sqrt[3]{x+20} + \sqrt[3]{(x+20)^2})\cdot}$

$((x+2) + \sqrt{x+2}\cdot\sqrt[3]{x+20} + \sqrt[3]{(x+20)^2})$

получим $x^3 + 5x^2 - 28x - 392$, при $x = 7$ уравнение $= 0$

$(x-7)\cdot(x^2 + 12x + 56)$

$\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{(x^2 - 12x + 56)\cdot(\sqrt[4]{x+9}+2)\cdot(\sqrt{x+9}+4)}{(\sqrt{x+2} + \sqrt[3]{x+20})\cdot((x+2) - \sqrt{x+2}\cdot\sqrt[3]{x+20} + \sqrt[3]{(x+20)^2})\cdot((x+2) + \sqrt{x+20} + \sqrt[3]{(x+20)^2})}$

$x = 7$

$$\lim_{x\to 7} \frac{(7^2+12\cdot 7+56)\cdot(\sqrt[4]{7+9}+2)\cdot(\sqrt{7+9}+4)}{(\sqrt{7+2}+\sqrt[3]{7+20})\cdot((7+2)-\sqrt{7+2}\cdot\sqrt[3]{7+20}+\sqrt[3]{(7+20)^2})\cdot((7+2)+\sqrt{7+2}\cdot\sqrt[3]{7+20}+\sqrt[3]{(7+20)^2})} = \frac{189\cdot 4\cdot 8}{6\cdot 9\cdot 27} = \frac{112}{27}$$

2) $$\lim_{x\to 0}\frac{3x\,tg\,4x}{1-\cos 4x} = \lim_{x\to 0}\frac{3\cdot x\cdot 4\cdot x}{\frac{(4x)^2}{2}} = \lim_{x\to 0}\frac{2\cdot 12\cdot x^2}{16\cdot x^2} =$$

$$\frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

д) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2x^2}\,\sin 4x}{(1-\cos 2x)^{\frac{3}{2}}} = \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2x^2}\,\sin 4x}{\sqrt{(1-\cos 2x)^3}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2x^2}\,\sin 4x}{\sqrt{(2\cdot x^2)^3}} = \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2}x^2\,\sin 4x}{2\cdot x^2\cdot\sqrt{2}} = \lim_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{2\cdot x} =$$

$$\lim_{x\to 0} 2\cdot\frac{\sin 4x}{4\cdot x} = 2$$

е) $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x}{4x+3}\right)^{\frac{5x^2}{7x-1}} = (1)^{+\infty} = \lim_{x\to\infty} e^{\left(\frac{4x}{4x+3}-1\right)\cdot\frac{5x^2}{7x-1}} =$$

$$\lim_{x\to\infty} e^{\frac{-3}{4x+3}\cdot\frac{5x^2}{7x-1}} = e^{\frac{-15}{4\cdot 7}} = e^{-\frac{15}{28}}$$

ж) $$\lim_{x\to +0}\frac{5^x-1}{x} = \lim_{x\to +0}\frac{e^{\ln(5)\cdot x}-1}{x} =$$

$$= \lim_{x\to +0}\ln(5)\cdot\frac{e^{\ln(5)\cdot x}-1}{\ln(5)\cdot x} = \ln(5)$$