

# 影像處理作業報告

## HW4

## Edge detection

授課教授：柳金章教授

學 生：沈冠恩

學 號：612410125

Due date：2024/01/02

Handed in date：2023/12/31

## 目錄

Technical description .....	3
Experimental results .....	4
Discussions .....	7
References and Appendix .....	11

## Technical description

A. Using Sobel operator to perform edge detection

一張影像  $f(x, y)$  對應的 gradient 為：

$$\nabla f = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

其對應的 magnitude 為：

$$\nabla f = \text{mag}(\nabla f) = [G_x^2 + G_y^2]^{\frac{1}{2}} \approx |G_x| + |G_y|$$

Sobel 定義：

$$G_x = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3),$$

$$G_y = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7).$$

則原影像對應的 magnitude 為：

$$\begin{aligned} \nabla f \approx & |(z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)| \\ & + |(z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)| \end{aligned}$$

上式又稱 Sobel operator。

## B. Using Laplacian of a Gaussian (LoG) operator to perform edge detection

欲將較模糊的影像變為較為清晰，或者是欲將影像的邊緣進行標記時，則影像進行二次微分即可達成目的，由於進行微分將使得影像的邊緣以及不連續的部分被強化，且影像中 intensity 變化較慢，也就是較為模糊的部分將被減弱，使得邊界的部分被標示，此外，由於對影像進行二次微分會導致雜訊會被放大，因此在使用 Laplacian operator 進行 edge detection 前，需將原影像進行高斯模糊化，以消除雜訊，再和 Laplacian operator 進行運算，此時的 edge detection 結果較不會受雜訊影響。

對一個影像  $f(x, y)$ ，進行高斯模糊化可以如下計算：

$$h(x, y) = -e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}},$$

其中， $\sigma$  為標準差。

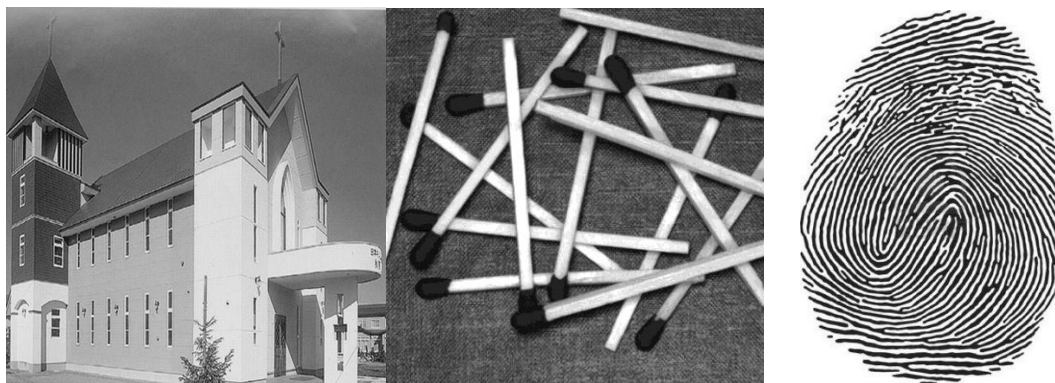
接著，將上式求其二次微分可得：

$$\nabla^2 h(x, y) = -\left[\frac{(x^2 + y^2) - \sigma^2}{\sigma^4}\right] e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}$$

上式又稱為 Laplacian of a Gaussian。

# Experimental results

本次實驗欲測試如下三張灰階影像檔案：



圖(1) 由左至右分別為 image1.jpg、image2.jpg  
以及 image3.jpg。

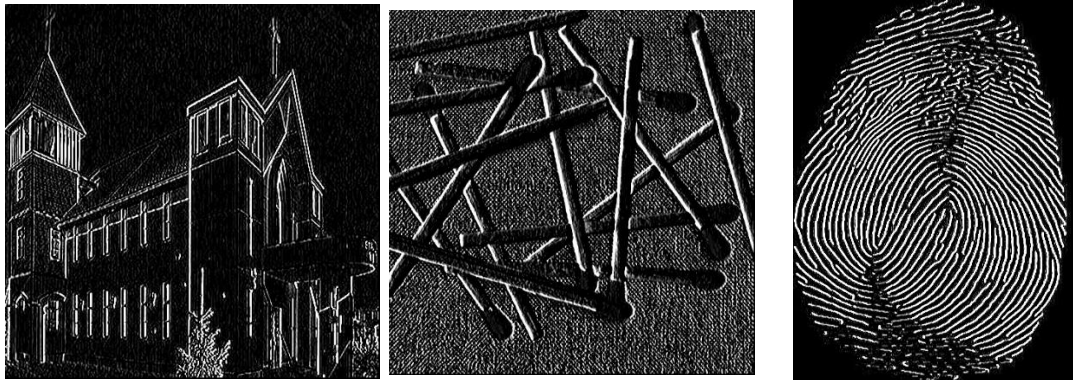
本次實驗使用此 mask：

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

圖(2) 本次實驗使用的 mask。

A. Using Sobel operator to perform edge detection

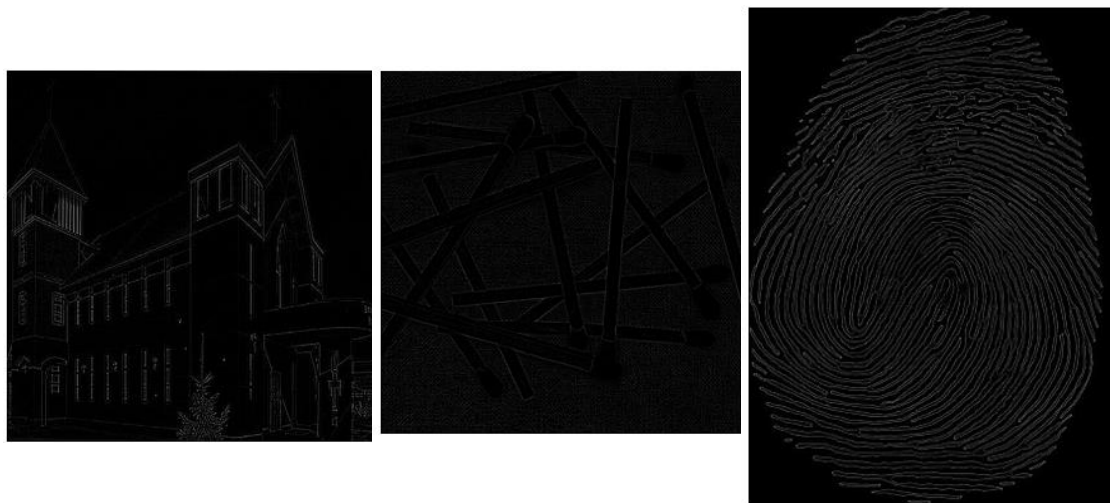
將原灰階影像經 Sobel operator 處理過後結果如下：



圖(3) 由左至右分別為 image1.jpg、image2.jpg  
以及 image3.jpg 經 Sobel operator 處理的影像。

B. Using Laplacian of a Gaussian (LoG) operator to perform edge detection

將原灰階影像經 Laplacian of a Gaussian operator 處理過後結果如下：



圖(4) 由左至右分別為 image1.jpg、image2.jpg  
以及 image3.jpg 經 Laplacian of a Gaussian operator 處理的影像。

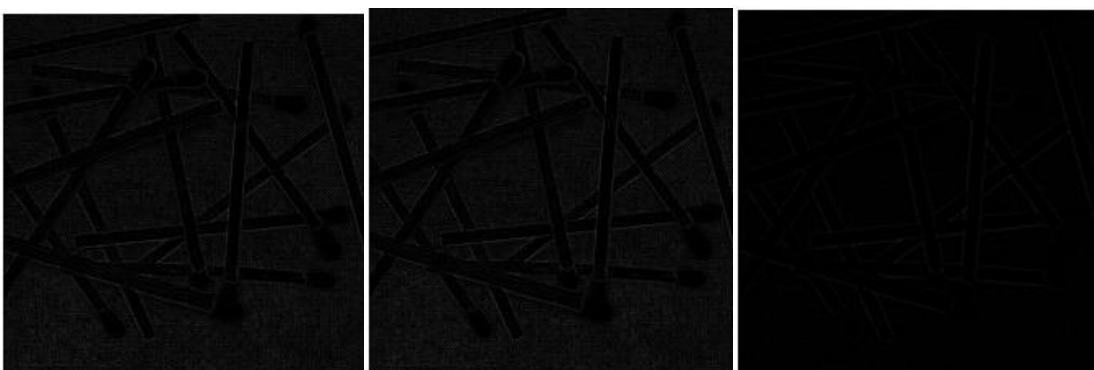
# Discussions

A. 在 Gaussian mask 使用不同的 variance 下的結果：

mask 使用在 kernel size 為 5 的情況下，variance 使用 0.05, 0.2, 5 的結果如下



圖(5) 由左至右分別為 image1.jpg 分別經 variance 使用 0.05, 0.2, 5 建立 Gaussian mask 進行 blurring 並使用 Laplacian operator 處理的影像。



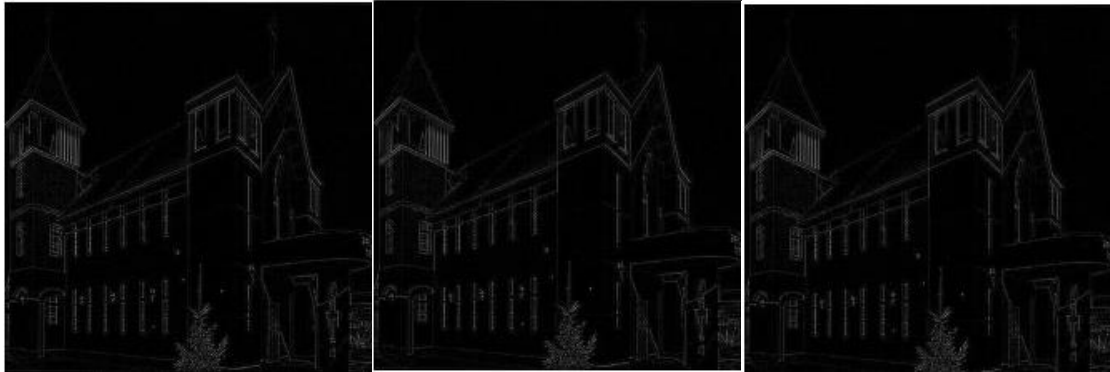
圖(6) 由左至右分別為 image2.jpg 分別經 variance 使用 0.05, 0.2, 5 建立 Gaussian mask 進行 blurring 並使用 Laplacian operator 處理的影像。



圖(7) 由左至右分別為 image3.jpg 分別經 variance 使用 0.05, 0.2, 5 建立 Gaussian mask 進行 blurring 並使用 Laplacian operator 處理的影像。



- B. 在 Gaussian mask 使用不同的 mask size 下的結果：  
variance 在 0.2 之下，分別使用  $3 \times 3$ 、 $7 \times 7$  以及  $13 \times 13$  進行 unsharp masking  
的結果如下所示：



圖(8) 由左至右分別為 image1.jpg 分別經 kernel size 為  $3 \times 3$ ,  $7 \times 7$ ,  $13 \times 13$   
所建立 Gaussian mask 進行 blurring  
並使用 Laplacian operator 處理的影像。



圖(9) 由左至右分別為 image2.jpg 分別經 kernel size 為  
 $3 \times 3$ ,  $7 \times 7$ ,  $13 \times 13$  所建立 Gaussian mask 進行 blurring  
並使用 Laplacian operator 處理的影像。



圖(10) 由左至右分別為 image1.jpg 分別經 kernel size 為  $3 \times 3$ ,  $7 \times 7$ ,  $13 \times 13$  所建立 Gaussian mask 進行 blurring 並使用 Laplacian operator 處理的影像。

## References and Appendix

- [1] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, “Image Segmentation,”  
in Digital Image Processing, 4th ed. London, United Kingdom: Pearson, 2018,  
pp.699-796.