

المدرس أوطنية العليا للإعلام الألى الربيقة العليا للإعلام الألى الربيقة العليا اللاعلام الألى الربيقة المحدد الوطنى التكويل في الإعلام الألى الربيقة الEcole nationale Supérieure d'Informatique ex. INI (Institut National de formation en Informatique)

#### Mémoire

Pour Obtention du diplôme de Master En Informatique

Option: Système Informatique (SIQ)

# Compression de Graphes par extraction de motifs et k2-trees : étude et implémentation

#### Réaliser par :

Mlle. Hafsa Bousbiat eh\_bousbiat@esi.dz ESI Mlle. Sana Ihadadene es\_ihadadene@esi.dz ESI

#### **Encadreurs:**

Dr. Karima Amrouche k\_amrouche@esi.dz ESI

Dr. Hamida Seba hamida.seba@univ-lyon1.fr Université de Lyon Dr. Mohammed Haddad mail Université de Lyon

Octobre 2018

Année Universitaire: 2018-2019

### Remerciement

Lorem ipsum dolor sit, amet consectetur adipisicing elit. Nostrum tempore ea fugiat numquam autem saepe quas porro vitae? Fugit commodi tempore voluptate sint fugiat, possimus optio ad! Pariatur, obcaecati quidem. Lorem ipsum dolor, sit amet consectetur adipisicing elit. Neque excepturi ducimus accusantium eius voluptatibus, quod velit, explicabo tenetur aliquid ipsam sapiente. Quibusdam quis ullam, saepe numquam molestias nobis recusandae labore? Lorem ipsum dolor sit, amet consectetur adipisicing elit. Nostrum tempore ea fugiat numquam autem saepe quas porro vitae? Fugit commodi tempore voluptate sint fugiat, possimus optio ad! Pariatur, obcaecati quidem. Lorem ipsum dolor, sit amet consectetur adipisicing elit. Neque excepturi ducimus accusantium eius voluptatibus, quod velit, explicabo tenetur aliquid ipsam sapiente. Quibusdam quis ullam, saepe numquam molestias nobis recusandae labore? Lorem ipsum dolor sit, amet consectetur adipisicing elit. Nostrum tempore ea fugiat numquam autem saepe quas porro vitae? Fugit commodi tempore voluptate sint fugiat, possimus optio ad! Pariatur, obcaecati quidem. Lorem ipsum dolor, sit amet consectetur adipisicing elit. Neque excepturi ducimus accusantium eius voluptatibus, quod velit, explicabo tenetur aliquid ipsam sapiente. Quibusdam quis ullam, saepe numquam molestias nobis recusandae labore?

#### Résumé

Lorem ipsum dolor sit, amet consectetur adipisicing elit. Nostrum tempore ea fugiat numquam autem saepe quas porro vitae? Fugit commodi tempore voluptate sint fugiat, possimus optio ad! Pariatur, obcaecati quidem. Lorem ipsum dolor, sit amet consectetur adipisicing elit. Neque excepturi ducimus accusantium eius voluptatibus, quod velit, explicabo tenetur aliquid ipsam sapiente. Quibusdam quis ullam, saepe numquam molestias nobis recusandae labore? Lorem ipsum dolor sit, amet consectetur adipisicing elit. Nostrum tempore ea fugiat numquam autem saepe quas porro vitae? Fugit commodi tempore voluptate sint fugiat, possimus optio ad! Pariatur, obcaecati quidem. Lorem ipsum dolor, sit amet consectetur adipisicing elit. Neque exceptu

#### Abstract

Lorem ipsum dolor sit, amet consectetur adipisicing elit. Nostrum tempore ea fugiat numquam autem saepe quas porro vitae? Fugit commodi tempore voluptate sint fugiat, possimus optio ad! Pariatur, obcaecati quidem. Lorem ipsum dolor, sit amet consectetur adipisicing elit. Neque excepturi ducimus accusantium eius voluptatibus, quod velit, explicabo tenetur aliquid ipsam sapiente. Quibusdam quis ullam, saepe numquam molestias nobis recusandae labore? Lorem ipsum dolor sit, amet consectetur adipisicing elit. Nostrum tempore ea fugiat numquam autem saepe quas porro vitae? Fugit commodi tempore voluptate sint fugiat, possimus optio ad! Pariatur, obcaecati quidem. Lorem ipsum dolor, sit amet consectetur adipisicing elit. Neque exceptu

# Table des matières

	Remerciement						
	Résumé Liste des figures						
	List	e des 1	tableaux	6			
Ι	Int	roduc	tion	7			
1 Théorie des graphes				8			
	1.1	Graph	e non orienté	9			
		1.1.1	Définitions et généralités	9			
		1.1.2	Représentation graphique	9			
		1.1.3	Propriété d'un graphe	10			
	1.2	Graph	e orienté	11			
		1.2.1	Définitions et généralités	11			
		1.2.2	Représentation graphique	11			
		1.2.3	Quelques Propriétés :	12			
	1.3	Notion	n de Connexité	12			
	1.4	Graph	e partiel et sous graphe :	13			
		1.4.1	Définitions :	13			

		1.4.2	Quelques Types de sous graphes :	14
	1.5	Quelq	ues types de graphe	14
	1.6	Repré	sentation Structurelle d'un graphe	15
		1.6.1	Matrice d'adjacence	15
		1.6.2	Matrice d'incidence	15
		1.6.3	Liste d'adjacence	16
	1.7	Les do	omaines d'application	17
		1.7.1	Graphes des réseaux sociaux :	17
		1.7.2	Graphes en Bioinformatique :	18
		1.7.3	Le Graphe du web :	18
	1.8	Conclu	asion	18
<b>2</b>	Con	npress	ion de graphe	20
2	<b>Con</b> 2.1	-	ion de graphe ression de données :	<b>20</b> 20
2		Comp		
2	2.1	Comp	ression de données :	20
2	2.1	Comp	ression de données :	20 21
2	2.1	Compo	ression de données :	20 21 21
2	2.1	Comp. 2.2.1 2.2.2	ression de données :	<ul><li>20</li><li>21</li><li>21</li><li>21</li></ul>
2	2.1	Comp. 2.2.1 2.2.2 2.2.3 2.2.4	ression de données :	20 21 21 21 22
3	2.1 2.2 2.3	Composition Compos	ression de données :	20 21 21 21 22 22

# Table des figures

1.1	Exemple de représentation graphique d'un graphe non orienté	10
1.2	Exemple de représentation graphique d'un digraphe	12
1.3	Graphe orientée G $\hdots$	16
1.4	Matrice d'adjacence du graphe G $\dots$	16
1.5	Graphe orientée G $\hdots$	16
1.6	Matrice d'incidence du graphe G $\dots$	16
1.7	Graphe orientée G $\hdots$	17
1.8	Liste d'adjacence du graphe G	17
2.1	Compression sans perte	21
2.2	Compression avec perte	22

# Liste des tableaux

Première partie

Introduction

### Chapitre 1

## Théorie des graphes

Pour faciliter la compréhension d'un problème, nous avons tendance à le dessiner ce qui nous amène parfois même à le résoudre. La théorie des graphes est fondée, à l'origine sur ce principe. De nombreuses propriétés et méthodes ont été pensées ou trouvées à partir d'une représentation schématique pour être ensuite formalisées et prouvées.

La théorie des graphes est historiquement un domaine mathématique qui s'est développé au sein des autres disciplines comme la chimie, la biologie, la sociologie et l'industrie. Elle constitue aujourd'hui un corpus de connaissance très important et un instrument efficace pour résoudre une multitude de problèmes.

De manière général le graphe sert à représenter les structures, les connexions entre différents composants, les acheminements possible pour un ensemble complexe composé d'un grand nombre de situations, en exprimant les dépendances et les relations entre ses éléments, (e.g. réseau routier ou ferroviaire, réseau de communication, diagramme d'ordonnancement, ..).

Dans ce chapitre nous présenterons les définitions et les concepts clés relatives aux graphes qui serviront de base pour la suite de notre travaille et nous clôturons le chapitres avec quelques domaines d'application de ces derniers.

#### 1.1 Graphe non orienté

#### 1.1.1 Définitions et généralités

Un graph non orienté G est la donnée d'un couple (V , E) où V =  $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$  est un ensemble fini dont les éléments sont appelés sommets ou nœuds (Vertices en anglais ) et E= $\{e_1, e_2, ..., e_m\}$  est un ensemble fini d'arêtes (Edges en anglais ). Toute arête e de E correspond à un couple non ordonné de sommets  $\{v_i, v_j\} \in E \subset V \times V$  représentants ses extrémités (Müller, 2012) (Fages, 2014).

Soient  $e = (v_i, v_j)$  et  $e' = (v_k, v_l)$  deux arêtes de E, On dit que :

- $v_i$  et  $v_j$  sont les extrémités de e et e est incident en  $v_i$  et en  $v_j$  (Hennecart et al., 2012).
- $v_i$  et  $v_j$  sont voisins ou adjacents, car il y'a au moins une arête entre eux dans E (IUT, 2012).
- L'ensemble des sommets adjacents au sommet e est appelé le voisinage de e (Müller, 2012).
- e et e' sont voisins si ils ont une extrémité commune , i.e. :  $v_i = v_k$  par exemple (Lopez, 2003).
- L'arête e est une boucle si ses extrémités coïncident, i.e. :  $v_i = v_j$  (IUT, 2012).
- L'arête e est multiple si elle a plus d'une seule occurrence dans l'ensemble E.

#### 1.1.2 Représentation graphique

Un graph non orienté G peut être représenter par un dessin sur un plan comme suit (Müller, 2012) :

- Les nœuds de  $G: v_i \in V$  sont représenter par des points distincts.
- Les arêtes de G :  $e = (v_i, v_i) \in E$  sont représenter par des lignes pas forcement rectilignes qui relient les extrémités de chaque arête e.

**Exemple :** Soit g=(V1, E1) un graphe non orienté tel que :  $V1=\{1,2,3,5\}$  et  $E=\{(1,2), (1,4), (2,2), (2,3), (2,5), (3,4)\}$ . La représentation graphique de g est alors donnée

par le schéma de la figure 1.1.

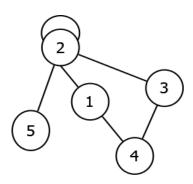


FIGURE 1.1 – Exemple de représentation graphique d'un graphe non orienté

#### 1.1.3 Propriété d'un graphe

- Ordre d'un graphe : On appel ordre d'un graphe le nombre de ses sommets.i.e. Card(V) (Roux, 2014).
- o **Taille d'un graphe :** On appel taille d'un graphe le nombre de ses arêtes.i.e. Card(E) (Roux, 2014).

#### o Degré d'un graphe :

- Degré d'un sommet : Le degré d'un sommet noté  $d(v_i)$  est le nombre d'arêtes incidents a ce sommet, sachant qu'une boucle compte pour 2 (Müller, 2012) . Dans l'exemple de la figure 1.1, le degré du sommet (1) est : d(1)=2.
- Degré d'un graphe : Le degré d'un graphe est le degré maximum de ses sommets. e.i. c'est  $\max(d(v_i))$  (Müller, 2012). Dans l'exemple de la figure 1.1, le degré du graphe est d(2)=5.

#### o Rayon et diamétre d'un graphe :

- Distance : La distance entre deux sommets v et u est le plus petit nombre d'arêtes qu'on doit parcourir pour aller de v a u ou de u a v (Müller, 2012).
- Diamètre d'un graphe : C'est la plus grande distance entre deux sommets de ce graphe (Müller, 2012).

• Rayon d'un graph : C'est la plus petite distance entre deux sommets de ce graphe.

#### 1.2 Graphe orienté

#### 1.2.1 Définitions et généralités

Un graphe orienté G est la donnée d'un couple (V, E) où V est un ensemble fini dont les éléments sont appelés les sommets de G et  $E \subset V \times V$  est un ensemble de couples ordonnés de sommets dits arcs ou arêtes (Müller, 2012). G est appelé dans ce cas digraphe (directed graphe).

Pour tout arc  $e = (v_i, v_j) \in E$ :

- $v_i$  est dit extrémité initiale ou origine de e et  $v_j$  est l'extrémité finale de e (Müller, 2012).
- $v_i$  est le prédécesseur de  $v_j$  et  $v_j$  est le successeur de  $v_i$  (IUT, 2012).
- les sommets  $v_i$ ,  $v_j$  sont des sommets adjacents (Jean-Charles Régin, 2016).
- e est dit sortant en  $v_i$  et incident en  $v_i$  (Jean-Charles Régin, 2016).
- e est appelé boucle si  $v_i = v_j$ , i.e l'extrémité initiale et finale représente le même sommet (IUT, 2012).

#### 1.2.2 Représentation graphique

Un graphe  $G=(V\;,\,E)$  peut être projeter sur le plan en représentant :

- dans un premier temps les nœuds  $v_i \in V$  par des points disjoints du plan.
- et dans un second temps les arêtes  $e = (v_i, v_j) \in E$  par des lignes orientées reliant par des flèches les deux extrémités de e.

#### Exemple:

Soit  $g = (V_1, E_1)$  un digraphe tel que :  $V_1 = \{1,2,3,4\}$  et  $E_1 = \{(1,2),(1,3),(3,2),(3,4),(4,3)\}$ . Le représentation graphique de g est alors donnée par le schéma de la figure ci-dessous.

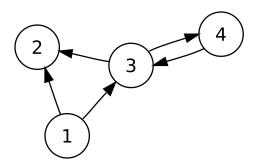


FIGURE 1.2 – Exemple de représentation graphique d'un digraphe.

#### 1.2.3 Quelques Propriétés :

- o Ordre d'un digraphe : est le nombre de sommets n = Card(V) (Roux, 2014).
- o taille d'un digraphe : est le nombre d'arcs m = Card(A) (Roux, 2014).
- o **Degré dans un digraphe :** Le degré d'un sommet  $v_i \in V$  dans un digraphe G = (V, E) est donnée par la formule :

$$d(v_i) = d^+(v_i) + d^-(v_i)$$

où  $d^+(v_i)$  est le nombre d'arcs sortants au sommet  $v_i$  et est appelé degré extérieure et  $d^-(v_i)$  représente le nombre d'arcs incidents et est appelé degré intérieur (Müller, 2012).

o Voisinage dans un digraphe : Le voisinage d'un sommet  $v_i \in V$ , noté  $V(v_i)$ , dans un digraphe G = (V, E) est :

$$V(v_i) = \operatorname{succ}(v_i) \bigcup \operatorname{pred}(v_i),$$

avec  $\operatorname{succ}(v_i)$  qui est l'ensemble des successeurs de  $v_i$  et  $\operatorname{pred}(v_i)$  qui l'ensemble de ses prédécesseurs (Rigo, 2010), i.e le voisinage de  $v_i$  est l'ensemble des sommets qui lui sont adjacents.

#### 1.3 Notion de Connexité

Les structures de graphes sont généralement exploitables à travers leurs interrogation qui permet de fournir des réponses aux problèmes modélisés. L'un des informations les plus importantes dans un graphe est la notion des relations (indirectes ou indirecte) entre deux nœuds ou plus formellement la connexité dans un graphe. Dans cette partie nous allons définir les concepts relatives à cette notion.

- Chemin (resp. Chaine): est une liste de sommets  $S = (v_0, v_1, v_2, ..., v_k)$  telle qu'il existe un arc (resp. une arête) entre chaque couple de sommets successifs.
- Cycle (resp. Circuit): est un chemin (resp. chaine) dont le premier et le dernier sommet sont identiques (Roux, 2014).
- Graphe connexe: Un graphe non orienté (resp. orienté) est dit connexe (resp. fortement connexe) si pour tout pair de sommets  $(v_i, v_j)$  il existe un chemin S les reliant (Müller, 2012).

#### 1.4 Graphe partiel et sous graphe :

La quantité de donnée disponible aujourd'hui et sa croissance de manière exponentiel ont favorisé la décomposition des graphes en des entités plus petites afin de garantir une facilité de compréhension et d'analyse dans le but d'extraire l'information la plus pertinente. Dans cette partie nous allons définir de manière plus formelle ce que ces entités sont ainsi que leurs types.

#### 1.4.1 Définitions :

Soient G = (V, E), G' = (V', E') et G'' = (V'', E'') trois graphes.

- $\circ$  Le graphe G' est appelé graphe partiel de G si : V' = V et E'  $\subset$  E (Roux, 2014). En d'autres termes, un graphe partiel est obtenu en supprimant une ou plusieurs arêtes de G.
- Le graphe G" est dit sous-graphe de G si : V" ⊂ V et E" ⊂ E ∩ (V" x V") (Rigo, 2010), i.e un graphe partiel est obtenu en enlevant un ou plusieurs nœuds du graphe initial ainsi que les arêtes dont ils représentent l'une des deux extrémités.

#### 1.4.2 Quelques Types de sous graphes :

- Une Clique : est un sous graphe complet de G (Rigo, 2010).
- Bipartie : G' est un sous graphe bipartie si il existe une partition de V en deux sous ensembles noté  $V_1etV_1$ , i.e  $V' = V_1 \cup V_2$  et  $V_1 \cap V_2 = \phi$ , tel que  $E' = V_1 \times V_2$  (Rigo, 2010).
- Étoile : est un cas particulier de sous graphe bipartie où X est un ensemble contenant le sommet central uniquement et Y contient le reste des nœuds (Koutra et al., 2015) .

#### 1.5 Quelques types de graphe

Avec les avancées technologique au fil du temps, plusieurs types de graphes ont connus le jours. En effet, La complexité et la variété des problèmes scientifiques existants modélisés par ces derniers ont poussé les chercheurs à adapter leurs structure selon le problème auquel ils font face. Durant cette section nous allons définir les principaux types existants.

- o Graphe Complet : Un graphe G = (V, E) est un graphe complet si tous les sommets  $v_i \in V$  sont adjacents (Jean-Charles Régin, 2016). Il est souvent noté  $K_n$  où n = card(V) (Roux, 2014).
- Graphe étiqueté et graphe pondéré : Un graphe étiqueté G = (V , E , W) est un graphe, qui peut être orienté ou non orienté, dont chacune des arêtes e<sub>i</sub> ∈ E est doté d'une étiquette w<sub>i</sub>. Si de plus, w<sub>i</sub> est un nombre alors G est dit graphe pondéré (valué) (Roux, 2014).
- Graphe simple et graphe multiple : Un graphe G = (V, E) est dit simple si il ne contient pas de boucles et tout pair de sommet est reliée par au plus une arête.
   Dans le cas contraire, G est dit multiple (IUT, 2012).

#### 1.6 Représentation Structurelle d'un graphe

Bien que la représentation graphique soit un moyen pratique pour définir un graphe, elle n'est clairement pas adaptée ni au stockage du graphe dans une mémoire, ni à son traitement. Pour cela plusieurs structures de donnés ont été utilisés pour représenter un graphe, ces structures varient selon l'usage du graphe et la nature des traitements appliquer. Nous allons présenter dans cette partie les structures les plus utilisés.

Soit un graphe G(V,E) d'ordre n et de taille m dont les sommets  $v_1, v_2,..., v_n$  et les arêtes (ou arcs)  $v_1, v_2,..., v_m$  sont ordonnés de 1 à n et de 1 à m respectivement.

#### 1.6.1 Matrice d'adjacence

La matrice d'adjacence de G est une matrice booléenne carré d'ordre n :  $(m_{ij})_{(i,j)\in[0;n]^2}$ , dont les lignes (i) et les colons (j) représentent les sommets de G, où les entrés (ij) prenent une valeur de "1" s'il existe un arc (une aréte dans le cas d'un graph non orienté) allant du sommet i au sommet j et un "0" sinon, e.i (Lehman et al., 2010) (SABLIK, 2018) (?) :

$$m_{ij} := \begin{cases} 1 & si & (v_i, v_i) \in E \\ 0 & sinon \end{cases}$$

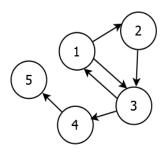
Dans le cas d'un graphe non orienté, la matrice est symétrique par rapport a la diagonale descendante de gauche à droite . e.i.  $m_{ij} = m_{ji}$ , dans ce cas le graphe peut être représenter avec la composante triangulaire supérieure de la matrice d'adjacence.

Note: Cette représentation est valide pour le cas d'un graphe non orienté et orienté.

**Exemple :** La figure 1.4 représente un exemple de matrice d'adjacence pour le graphe G ci-contre (figure 1.3) :

#### 1.6.2 Matrice d'incidence

La matrice d'incidence d'un graphe orienté G est une matrice de taille  $n \times m$ , dont les lignes représentent les sommets ( $i \in V$ ) et les colons représentent les arcs ( $j \in E$ ) et



$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

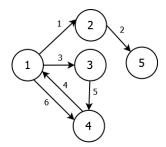
FIGURE 1.3 – Graphe orientée G

FIGURE 1.4 – Matrice d'adjacence du graphe G

dont les coefficients  $(m_{ij})$  sont dans  $\{-1, 0, 1\}$ , tel que :

$$m_{ij} := \left\{ \begin{array}{ll} 1 & si \text{ le sommet i est l'éxtrémité final de l'aréte j} \\ -1 & si \text{ le sommets i est l'éxtrémité initial de l'aréte j} \\ 0 & sinon \end{array} \right.$$

**Exemple :** La figure 1.6 représente un exemple de matrice d'incidence pour le graphe G ci-contre (figure 1.5) :



$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Figure 1.5 – Graphe orientée G

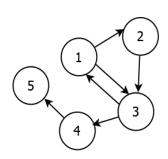
FIGURE 1.6 – Matrice d'incidence du graphe G

#### 1.6.3 Liste d'adjacence

La liste d'adjacence d'un graphe G est un tableau de n listes, où chaque entrée (i) du tableau correspond a un sommet et comporte la liste T[i] des successeurs (ou

prédécesseur) de ce sommet, c'est à dire tous les sommets j tel que  $(i,j) \in E$ . Dans le cas d'un graphe non orienté on aura :  $j \in la$  liste  $T[i] \iff i \in la$  liste T[j].

**Exemple :** La figure 1.8 représente un exemple de matrice d'incidence pour le graphe G ci-contre (figure 1.7) :



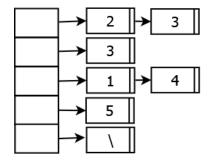


FIGURE 1.7 – Graphe orientée G

 $\begin{array}{llll} {\rm FIGURE} & 1.8 & - & {\rm Liste} & {\rm d'adjacence} & {\rm du} \\ {\rm graphe} & {\rm G} & & & & \\ \end{array}$ 

#### 1.7 Les domaines d'application

La diversité des domaines faisant appel à la modélisation par des graphes ne cesse d'augmenter, allant des réseaux sociaux aux réseaux électriques et réseaux biologiques et arrivant jusqu'aux World Wide Web. Dans cette partie nous allons décrire trois domaines d'application les plus répandus des graphes.

#### 1.7.1 Graphes des réseaux sociaux :

Les réseaux sociaux représentent un lieu d'échange et de rencontre entre individus (entités) et dont l'utilisation est devenue de nos jours une nécessité. Pour représenter les interactions entre ces individus, nous avons généralement besoin de faire recours aux graphes où les sommets sont des individus ou des entités et les interactions entre eux sont représenté par des liens. Vue la diversité des interactions sociales, la modélisation de ces réseaux nécessite différents types de graphes : graphes non orientés pour pour les réseaux sociaux avec des relations non orientées, graphes orientés pour représenter des relations non symétriques comme c'est la cas dans les réseaux de confiance, graphes pondérés pour

les réseaux sociaux qui contiennent différents niveaux d'intensités dans les relations, ... etc (Lemmouchi, 2012).

#### 1.7.2 Graphes en Bioinformatique:

La bio-informatique est un domaine qui se trouve à l'intersection des deux grands domaines celui de l'informatique et celui de la biologie. Elle a pour but d'exploiter la puissance de calcule des équipements informatiques pour effectuer des traitements sur des données moléculaires massives (Pellegrini et al., 2004).

Elle est largement utilisée pour l'analyse des séquences d'ADN et des protéines à travers leurs modélisation sous forme de graphe. A titre d'exemple, les graphes non orientés multiples sont un outil modélisation des réseaux d'interaction protéine-protéine (Pellegrini et al., 2004), le but dans ce cas est donc l'étude du fonctionnement des protéines par rapport à d'autre.

#### 1.7.3 Le Graphe du web:

Le graphe du Web est un graphe orienté dont les sommets sont les pages du web et les arêtes modélise l'existence d'un lien hypertexte dans une page vers une autre (Brisaboa et al., 2009). Il représente l'un des graphes les plus volumineux : en juillet 2000 déja, on estimait qu'il contenait environ 2,1 milliards de sommets et 15 milliards d'arêtes avec 7,3 millions de pages ajoutées chaque jour (Guillaume and Latapy, 2002). De ce fait, ce graphe a toujours attiré l'attention des chercheurs. En effet, l'étude de ses caractéristiques a donné naissance à plusieurs algorithmes intéressants, notamment l'algorithme PageRank de classement des pages web qui se trouve derrière le moteur de recherche le plus connu de nos jours : Google.

#### 1.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenter les notions et les concepts généraux qui touchent à la théorie de graphes : définitions de graphes, leurs principales propriétés, leurs représentations ainsi que leurs domaines d'application.

Le point important qu'on a put tirer de cette partie est que les graphes sont devenue un moyen crucial et indispensable dans la modélisation des problèmes dans plusieurs domaines. Cependant ils devient de plus en plus complexe et volumineux avec la grande quantités de données disponible de nos jours, ce qui rend leurs stockage, visualisation et traitement difficile. La compression de graphe est nait comme solution à ce problème. Dans le chapitre suivant nous allons présenter la compression de graphe, son rôle et ses différents méthodes.

### Chapitre 2

# Compression de graphe

#### 2.1 Compression de données :

La compression de donnée est principalement une branche de la théorie de l'information qui traite des techniques et méthodes liées à la minimisation de la quantité de données à transmettre et à stocker. Sa caractéristique de base est de convertir une chaîne de caractères vers un autre jeu de caractères occupant un espace mémoire le plus réduit possible tout en conservant le sens et la pertinence de l'information (Lelewer and Hirschberg, 1987).

Les techniques de compression de données sont principalement motivées par la nécessité d'améliorer l'efficacité du traitement de l'information. En effet, la compression des données en tant que moyen peut rendre l'utilisation des ressources existantes beaucoup plus efficace.

De ce fait, une large gamme d'application usant de ce domaine tel que le domaine des télécommunications et le domaine du multimédia est apparue offrant une panoplie d'algorithmes de compression (Sethi et al., 2014). Sans les techniques de compression, Internet, la télévision numérique, les communications mobiles et les communications vidéo, qui ne cessaient de croître, n'auraient été que des développements théoriques.

#### 2.2 Compression appliquée aux graphes :

#### 2.2.1 Motivations derrière la compression de graphes :

#### 2.2.2 Les types de compression :

La compression de graphe est définie comme l'ensemble des méthodes et techniques permettant de réduire l'espace mémoire occupé par ce derniers sans perte significative d'information. Dès lors, deux approches se présente : la compression avec ou sans perte, que nous allons détaillées dans ce qui suit.

#### Compression Sans Perte:

Certains domaines d'application de la compression nécessitent un niveau élevé d'exactitude et une restitution exacte, donc une compression sans perte. Dans cette catégorie, le graphe G subi des transformation pour avoir une représentation compacte G' qui lors de la décompression donne exactement G. La figure ci-dessous illustre cette définition.



Figure 2.1 – Compression sans perte.

#### Compression Avec Perte:

Contrairement à la compression sans perte, la compression avec perte permet la suppression permanente de certaines informations jugées inutile (redondantes) pour améliorer la qualité de la compression. En d'autres termes, le graphe G subi des transformations pour avoir une représentation compacte G' qui lors de la décompression donne un graphe G" probablement différent de G mais l'approximant le plus possible. La figure ci-dessous illustre cette définition.



FIGURE 2.2 – Compression avec perte.

- 2.2.3 Les métriques d'évaluation des algorithmes de compression :
- 2.2.4 Classification des méthodes de compression :
- 2.3 Conclusion

# Chapitre 3

# chapitre 03: etude empirique

**Definition 3.0.1.** Here is a new definition

Deuxième partie

Conclusion

## Bibliographie

- (2012). Quelques rappels sur la théorie des graphes. IUT Lyon Informatique.
- Brisaboa, N. R., Ladra, S., and Navarro, G. (2009). k 2-trees for compact web graph representation. In *International Symposium on String Processing and Information Retrieval*, pages 18–30. Springer.
- Fages, J.-G. (2014). Exploitation de structures de graphe en programmation par contraintes. PhD thesis, Ecole des Mines de Nantes.
- Guillaume, J.-L. and Latapy, M. (2002). The web graph: an overview. In Actes d'AL-GOTEL'02 (Quatrièmes Rencontres Francophones sur les aspects Algorithmiques des Télécommunications).
- Hennecart, F., Bretto, A., and Faisant, A. (2012). Eléments de théorie des graphes.
- Jean-Charles Régin, A. M. (2016). Théorie des graphes. Technical report.
- Koutra, D., Kang, U., Vreeken, J., and Faloutsos, C. (2015). Summarizing and understanding large graphs. Statistical Analysis and Data Mining: The ASA Data Science Journal, 8(3):183–202.
- Lehman, E., Leighton, F. T., and Meyer, A. R. (2010). Mathematics for computer science. Technical report, Technical report, 2006. Lecture notes.
- Lelewer, D. A. and Hirschberg, D. S. (1987). Data compression. *ACM Computing Surveys* (CSUR), 19(3):261–296.

- Lemmouchi, S. (2012). Etude de la robustesse des graphes sociaux émergents. PhD thesis, Université Claude Bernard-Lyon I.
- Lopez, P. (2003). Cours de graphes.
- Müller, D. (2012). *Introduction à la théorie des graphes*. Commission romande de mathématique (CRM).
- Pellegrini, M., Haynor, D., and Johnson, J. M. (2004). Protein interaction networks. Expert review of proteomics, 1(2):239–249.
- Rigo, M. (2010). *Théorie des graphesorie des graphes*. Université de liège, Faculté des sciences Département de mathématiques.
- Roux, P. (2014). Théorie des graphes.
- SABLIK, M. (2018). Graphe et langage.
- Sethi, G., Shaw, S., Vinutha, K., and Chakravorty, C. (2014). Data compression techniques. *International Journal of Computer Science and Information Technologies*, 5(4):5584–6.